

$$L_3(a_3 u + a_5 \psi - a_6 w_{,r}) - \kappa_0 w - M_0^* \dot{w} = 0, \quad (1)$$

где M_0^* – удельная масса пластины и основания,

$$M_0^* = M_0 + m_f.$$

Здесь коэффициенты a_i и дифференциальные операторы L_2, L_3 совпадают с соотношениями, полученными ранее для термоупругой пластины.

В качестве начальных примем следующие условия ($t = 0$):

$$w(r, 0) \equiv f(r), \quad \dot{w}(r, 0) \equiv g(r). \quad (2)$$

Начально-краевая задача замыкается присоединением к (1) граничных и начальных условий (2).

При численном исследовании считаем, что все слои пластины нагреваются равномерно на одинаковую температуру.

Частоты собственных колебаний зависят от геометрических и упругих параметров слоев пластины, а также от коэффициента жесткости основания. С увеличением температуры частоты уменьшаются. На первую частоту повышение температуры на 50 К влияет незначительно (порядка 1,1 %). Повышение температуры еще на 50 К уменьшает частоты еще примерно на 0,4 %.

По мере роста номера частоты влияние температуры усиливается. Так, для следующих 14 частот при увеличении температуры на 100 К уменьшение величины частот достигает до 6,3 %. Таким образом, следует отметить, что температура не оказывает существенного влияния на частоты собственных колебаний.

Вывод. Выполненные исследования свободных колебаний трехслойных круговых пластин позволяют учитывать в расчетах конструкций инерционность основания и действие температурных воздействий.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект T18P-090).

УДК 539.4.019

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ С ОДНОРОДНОЙ ПРЕГРАДОЙ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Н. А. ЛОКТЕВА

*Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

С. И. ИВАНОВ

Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация

В связи с внедрением новой инфраструктуры в существующую городскую среду чаще всего требуется защищать уже существующие здания и сооружения от негативного влияния. Рассматривается консольно-закрепленная пластина (рисунок 1), являющаяся моделью звукопоглощающих экранов, призванных защитить человека от влияния техногенной среды (шума автомагистралей, промышленных объектов и т.д.). Основной задачей является поиск аналитического метода определения параметра звукоизоляции в зависимости от геометрических параметров преграды, вида ее закрепления и частоты набегающей волны.

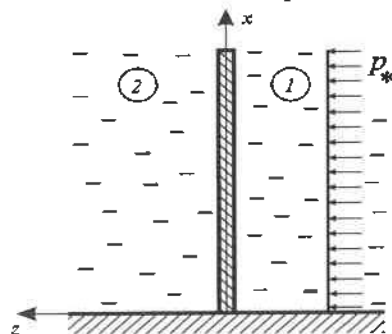


Рисунок 1 – Консольно-закрепленная пластина

Рассматривается однородная пластина длиной a , один край которой жестко зашпелен, а второй остается свободным. Задача рассматривается в плоской постановке. Используется прямоугольная декартова система координат $Oxyz$, начало которой помещено в точку крепления пластины. Со стороны среды «1» на пластину набегают плоская гармоническая волна с амплитудой давления на фронте p_* . Далее все функции также будем считать гармоническими. В результате взаимодействия с преградой в среде «1» возникает

отраженная волна p_{1*} . Таким образом, амплитуда давления в среде «1» определяется как сумма амплитуд набегающей и отраженной волн. В среде «2» возникает волна с амплитудой давления p_2 , прошед-

шая звукопоглощающую преграду. Целью данной работы является определение нормального перемещения на границе пластины и среды «2», а также определение параметра звукоизоляции R_p (4):

$$p_* = -i\omega\rho_1 A_\Phi \quad (1); \quad p_t = p_* + p_{1w} \quad (2); \quad \eta = \left. \frac{P_2}{P_*} \right|_{z=0} \quad (3); \quad R_p = -20 \log_{10}(\eta). \quad (4)$$

Движение пластины в плоской постановке описывается уравнением:

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + p, \quad D = I(\lambda + 2\mu). \quad (5)$$

Все функции изменяются по гармоническому закону, например как нормальные перемещения $w = w_0 e^{i\omega x}$. Граничные условия, соответствующие консольному закреплению:

$$w|_{x=0} = 0, w_{,xx}|_{x=l} = 0, w_{,x}|_{x=0} = 0, w_{,xxx}|_{x=l} = 0. \quad (6)$$

Для определения нормальных перемещений пластины необходимо найти значения функции Грина $G_0(x)$. Для чего используется известное общее решение уравнения и находится частное решение:

$$G_0(x) = C_1 \cos(kx) + C_2 \sin(kx) + C_3 \operatorname{ch}(kx) + C_4 \operatorname{sh}(kx) - \frac{1 \sin(k\xi) H(\xi - x) \cos(kx)}{2 k^3} + \frac{1 \cos(k\xi) H(\xi - x) \sin(kx)}{2 k^3} + \frac{1 \operatorname{sh}(k\xi) H(\xi - x) \operatorname{ch}(kx)}{2 k^3} - \frac{1 \operatorname{ch}(k\xi) H(\xi - x) \operatorname{sh}(kx)}{2 k^3}, \quad (7)$$

где $k = \sqrt[4]{\frac{\rho h \omega^2 + 2\Gamma}{D}}$.

Для установления связи амплитуды давления и перемещений на границе пластины рассматривается вспомогательная задача о полубесконечной полосе, от вертикальной границы которой излучаются колебания вглубь акустического пространства. Движение акустического пространства описывается однородным уравнением Гельмгольца. Для решения вспомогательной задачи используется известное решение для области $0 \leq x \leq a$ и $0 \leq z < \infty$ [2, 3]. Граничные условия записываются как $\partial\Phi/\partial x|_{x=0} = 0$, $\partial\Phi/\partial x|_{x=a} = f_3(z)$. Из решения уравнения Гельмгольца определяется значения функции влияния $G(x, 0, \xi, \eta)$. С учетом граничных условий потенциал для точечного источника будет определяться как свертка функции Грина:

$$\Phi(x, z) = \int_0^a f_3(\xi) G(x, 0, \xi, \eta) d\xi, \quad f_3(\xi) = v_3 = i\omega w_0. \quad (8)$$

С учетом выражения $p_0 = -i\omega\rho_0\Phi(x, z)$ связь между давлением и перемещением записывается следующим образом: $p_0 = -i\omega\rho_0 \int_0^l (i\omega w_0) G(x, z, \xi) d\xi$. Тогда, после выполнения свертки и преобразования выражения (8), связь между перемещениями и амплитудой давления волны запишется следующим образом

$$p_0 = w_0 * \Gamma, \quad \text{где } \Gamma = -\omega^2 \rho_0 \int_0^l G(x, z, \xi) d\xi. \quad (9)$$

Связь амплитуд давления и перемещений для отраженной волны и волны, прошедшей преграду, определяются как $p_{1w} = -w_0 * \Gamma$, $p_2 = w_0 * \Gamma$. Тогда, с учетом установленных взаимосвязей между амплитудами давлений и перемещениями выражение (5) примет вид

$$\rho h \omega^2 w = -D \frac{d^4 w}{dx^4} - 2w * \Gamma + p_*. \quad (10)$$

Решение (10) методом последовательных приближений имеет следующий вид (11):

$$w_0 = G_0(x) * P_*, \quad w_1 = G_0(x) * (2w_0 * \Gamma + p_*), \dots, \quad w_n = G_0(x) * (2w_{n-1} * \Gamma + p_*). \quad (11)$$

В данной работе приведен метод решения связанной задачи о взаимодействии плоской гармонической волны и консольно-закрепленной пластины. Полученные результаты зависят от частоты набегающей волны, от материала, из которого выполнена пластина, и ее геометрических параметров. Таким образом, становится возможным выбирать оптимальные параметры материала, из которого выполнена пластина, и ее геометрию, что представляет существенный практический интерес.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-08-00968 А.

Список литературы

- 1 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
- 2 Полянин, А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А. Д. Полянин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 576 с.
- 3 Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : МГУ, 1999. – 799 с.

УДК 539.319

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НАНОМОДИФИЦИРОВАННОЙ МАТРИЦЫ ПАНЕЛЕЙ ИЗ УГЛЕПЛАСТИКА

ЧЖО АУНГ ЛИН, Л. Н. РАБИНСКИЙ

Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация

Рассматривается модель, состоящая из наномодифицированной матрицы со сферическими включениями. Предполагается, что армирующие частицы фуллереновой сажи – абсолютно твердые и не разрушаются сферы, объемное содержание которых составляет величину до 1 %. Для моделирования используется модуль Digimat-MF и метод осреднения – Мори-Танака, а также критерий прочности – по максимальным главным напряжениям, действующим в матрице. Расчет проводился при задании эффективного объемного содержания наполнителя и объемного содержания межфазного слоя, в предположении, что их свойства равны. Эффективное объемное содержание позволит описать полученные экспериментальные данные в отношении модуля упругости и предела прочности. Дан анализ подбора эффективного объемного содержания включений по пределу прочности и модулю композита. В случае подбора по модулю эффективное объемное содержание включений должно составлять 11 %, и предел прочности композита по расчету должен быть 23 МПа. Для найденного объемного содержания включений подбором определялось, какое должно быть объемное содержание включений, чтобы расчет и эксперимент по измерению коэффициента температурного расширения (КТР) материала композита совпадали. В результате проведенных экспериментов установлено, что полученное высокое значение КТР наполнителя и экспериментально установленное явление повышения КТР композитов с наномодифицированной матрицей может быть связано с изменением структуры полимерной матрицы или может быть следствием протекающих химических реакций между наполнителем и матрицей.

Работа выполнена в Московском авиационном институте в рамках выполнения гранта РФФИ проект № 20-01-00517.

Список литературы

- 1 Nonlinear deforming of laminated composite shells of revolution under finite deflections and normals rotation angles Russian Aeronautics / V. G. Dmitriev [et al.] – 2017. – Vol. 60. – No. 2. – P. 169–176.
- 2 Плоская задача дифракции акустической волны давления на криволинейном препятствии / А. Г. Горшков [и др.] // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2003. – № 3. – С. 148–155.
- 3 Formalev, V. F. Localization of thermal disturbances in nonlinear anisotropic media with absorption / V. F. Formalev, E. L. Kuznetsova, L. N. Rabinskiy // High Temperature. – 2015. – Vol. 53. – No. 4. – P. 548–553.
- 4 Нестационарная задача дифракции цилиндрической акустической волны давления на тонкой оболочке в форме эллиптического цилиндра / А. Г. Горшков [и др.] // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2007. – Т. 3. – № 2. – С. 82–93.
- 5 Rabinskiy L. Fabrication of porous silicon nitride ceramics using binder jetting technology / L. Rabinskiy // IOP Conference Series : Materials Science and Engineering. International Seminar on Interdisciplinary Problems in Additive Technologies. – 2016. – P. 12–23.