

СРЕДА MATHCAD КАК СРЕДСТВО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ИНЖЕНЕРОВ

Ю. А. ПШЕНИЧНОВ, Е. А. ЗАДОРЖНИЮК

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Mathcad – система компьютерной математики, предназначенная как для проведения численных расчетов, так и для выполнения аналитических преобразований с получением решений сложных задач в общем виде. По сути Mathcad является средой программирования, код в которой представляется в документе символами, обозначениями выражениями и формулами в виде, привычном для математических текстов.

Переменная величина в математике – это объект, который занимает некоторое множество значений (как правило, числовых) и может изменять своё значение в его пределах. К сожалению, это одно из основных математических понятий является сложным для понимания студентами, особенно теми, кто имеет пробелы в знании математики.

Код в среде Mathcad также оперирует переменными, но, как и в любой системе программирования, переменная определяется значительно проще, что способствует лучшему ее пониманию студентами. Переменная в Mathcad – это именованная область памяти, отведенная для временного хранения данных, которые могут изменяться при выполнении программы. В Mathcad под переменную отводится память объемом 64 байта. Можно предположить, что при изучении студентами начала курса математики полезно сочетать учебный материал традиционной математики с представлением его в среде Mathcad. При таком подходе будет достигнуто лучшее понимание студентами основных математических понятий, а следовательно, и более высокий уровень усвоения курса математики.

Уникальность среды Mathcad состоит в реализации в ней аналитических (символьных) преобразований, позволяющих представлять математические структуры с использованием математических величин в общем виде, т. е. без использования конкретных значений переменных. Такая возможность сближает математические понятия, структуры и объекты в среде Mathcad с традиционной математикой. При этом приобретение необходимых математических знаний студентами заметно упрощается. Опыт преподавания одним из авторов информатики на первом году получения образования студентами показал, что при изучении даже основ программирования студенты с трудом устанавливают связь переменных, функций, массивов (векторов, матриц) с аналогичными объектами традиционной математики, не говоря уже о слабых студентах. Они считают, что математика сама по себе и не имеет никакого отношения к программированию даже в такой понятной среде, как Mathcad.

Рассмотрим, как представлены в документе Mathcad матрицы. Квадратная матрица второго и третьего порядка состоит из четырех и девяти элементов:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}.$$

Посредством оператора аналитического преобразования \rightarrow определители матрицы представляются в общем виде через его элементы:

$$\left| \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} \right| \rightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1,$$

$$\left| \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \right| \rightarrow a_1 b_2 c_3 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 + a_3 b_1 c_2 + a_2 b_3 c_1 - a_3 b_2 c_1.$$

Транспонированная матрица получается заменой столбцов строками

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}^T \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}.$$

Дважды транспонированная матрица совпадает с исходной матрицей

$$\left[\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}^T \right]^T \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}.$$

Приведем определение простой операции сложения, например, из [1]. Суммой двух матриц $A_{m \times n} = (a_{ij})$ и $B_{m \times n} = (b_{ij})$ называется матрица $C_{m \times n} = (c_{ij})$ такая, что $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ ($i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$). Записывают $C = A + B$.

Слабому студенту сложно разобраться в данных обозначениях, принятых в традиционных учебниках по математике. Для него значительно проще понять сложение матриц в документе Mathcad:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 + c_1 & a_2 + c_2 & a_3 + c_3 \\ b_1 + d_1 & b_2 + d_2 & b_3 + d_3 \end{pmatrix}.$$

Mathcad может также выполнять функцию простого справочника по высшей математике. Так, набрав векторное произведение двух векторов-столбцов и применив оператор аналитического преобразования \rightarrow , находим

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}.$$

Низкий уровень знаний многих студентов затрудняет использование традиционных учебников по высшей математике, на основе которых преподаются фундаментальная математика в технических университетах.

При преподавании математики студентам, получающим образование по технической специальности, необходимо и полезно связывать базовые понятия математического анализа с решением простых инженерных задач. Иначе у студентов невольно будут возникать вопросы к самому себе вроде: «Зачем мне забивают мозг пределами, производными и интегралами, если в дальнейшем я буду изучать конструкции машин и оборудования».

Приведем пример решения инженерной задачи об оптимальном отношении высоты h модели цилиндрического резервуара для жидкого топлива к ее диаметру d , при котором минимальна площадь S ее поверхности, а следовательно, и расход металла для изготовления резервуара. В документ Mathcad вводим формулу поверхности S , новую переменную x , формулу S с переменной x , формулу объема резервуара V и формулу V с переменной x :

$$S = \pi d h + \frac{1}{2} \pi d^2, \quad x = \frac{h}{d}, \quad S = \pi d^2 \left(x + \frac{1}{2} \right), \quad V = \frac{1}{4} \pi d^2 h, \quad V = \frac{1}{4} \pi d^3 x.$$

Вводим формулу диаметра d через x и функцию $S(x)$:

$$d = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi x}}, \quad S = \pi \sqrt[3]{\left(\frac{4V}{\pi x} \right)^2} \left(x + \frac{1}{2} \right), \quad S(x) = \pi \sqrt[3]{\left(\frac{4V}{\pi x} \right)^2} \left(x + \frac{1}{2} \right).$$

Применим теорему математического анализа о минимальном значении функции $S(x)$ и найдем производную данной функции:

$$\frac{d}{dx} \left(\pi \sqrt[3]{\left(\frac{4V}{\pi x} \right)^2} \left(x + \frac{1}{2} \right) \right) \rightarrow \frac{2}{3x} \sqrt[3]{\frac{2\pi V^2}{x^2}} (x-1).$$

Данная производная равна нулю при $x = 1$, значит, $x = 1$ – критическая точка. Так как при $x < 1$ производная $S'(x) < 0$, а при $x > 1$ производная $S'(x) > 0$, то $x = 1$ – точка минимума функции $S(x)$.

Итак, наименьшая площадь поверхности цилиндрического резервуара достигается при диаметре d , равном ее высоте h .

Одной из полезных при изучении математики возможностей среды *Mathcad* является развитый инструмент построения графиков. Изобразим зависимости $S(x)$ и ее производной от x (рисунок 1).

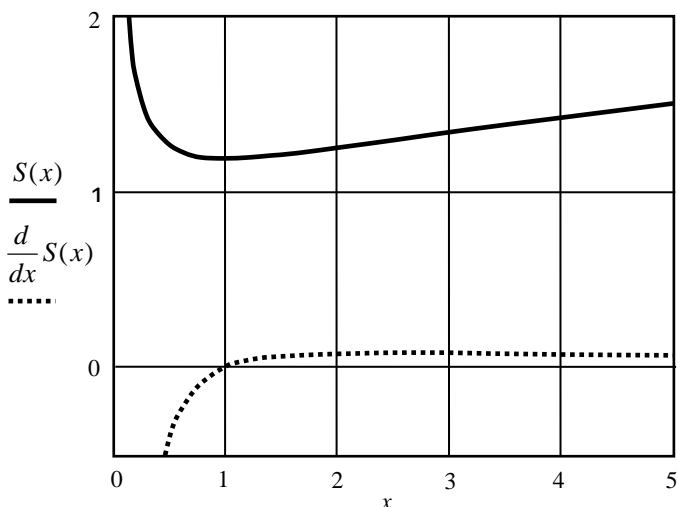


Рисунок 1 – Зависимость функции $S(x)$ и ее производной от x

Графики понятно иллюстрируют, что равенство нулю производной функции $S(x)$ и минимальное значение площади поверхности S достигается при $x = 1$.

Инженерные задачи по математике можно найти, например, в [2]. Простой и удобный интерфейс *Mathcad* позволяет привлекать студентов первого и второго курсов к учебно-исследовательской работе по математике, к подготовке докладов на студенческие научные конференции и конкурсы студенческих научных работ.

Среда *Mathcad* является связующим звеном между фундаментальной математикой, к которой тяготеют преподаватели математических кафедр, и прикладной математикой, используемой при решении инженерных задач.

Список литературы

- 1 Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. – 9-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
- 2 Бова, Т. И. Прикладные задачи по математике для студентов инженерных специальностей : практикум / Минобрнаука России, ОмГТУ : сост.: Т. И. Бова, О. И. Кузьменко, И. И. Малахов. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2018. – 88 с.