

8 Лазарян, В. А. Моделирование соударения сцепов из вагонов с подвижными хребтовыми балками / В.А. Лазарян, Е.П. Блохин, Л.А. Манашкин // Тр. ДИИТа. – 1968. – Вып. 76. – С. 26 – 33.

9 Малов, А. Д. Крепление грузов на открытом подвижном составе для перевозки при высоких скоростях движения / А.Д. Малов // Тр. ВНИИЖТа. – 1965. – Вып. 294. – 166 с.

10 Размещение и крепление грузов в вагонах / А.Д. Малов [и др.]. – М., 1980. – 328 с.

11 Малов, А. Д. Исследование ускорений и перемещений грузов в вагонах / А.Д. Малов // Вестник ВНИИЖТа. –

1979. – № 4. – С. 50 – 55.

12 Исследование с помощью ЦВМ нагрузок, действующих на вагоны и амортизированные грузы при соударении сцепов и пуске в ход грузовых поездов / Л.А. Манашкин [и др.] // Тр. ДИИТа. – 1978. – Вып. 199/25: Проблемы механики наземного транспорта. – С. 87 – 93.

13 Никольский, Л. Н. Амортизаторы удара подвижного состава / Л.Н. Никольский, Б.Г. Кеглин. – М.: Машиностроение, 1986. – 144 с.

14 Совершенствование способов размещения и крепления грузов в вагонах / под ред. А.Д. Малова. – М., 1970. – 136 с.

Получено 19.05.2006

**S. M. Vasilyeu.** Mathematical modeling of dynamic influences on lengthy cargoes and basic cars

The solving of a problem of definition of character and values of forces and accelerations acting on cargoes causes the research of the complex mechanical systems including cars or cars hitches with a cargo and other units of a rolling stock cooperating with them (locomotives, cars, groups of cars). The modeling is realized and the diagrams are shown of power characteristics of rolling, skidding and chocking fixing devices; the modeling is realized of the power characteristic of the intercar connection including two consistently working absorbing devices. The mathematical model is realized for research of dynamic influences on the lengthy cargoes fixed in the various ways on basic cars, at various variants of impact of basic cars with other units of a rolling stock. The results of calculations for a particular variant of impact are given.

---

Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2006. № 1-2(12-13)

---

УДК 681.11.034.1

*В. А. ЖМАЙЛИК, кандидат технических наук; ПО “Гомсельмаш”, г. Гомель; С. С. ЩЕРБАКОВ, аспирант; Белорусский государственный университет, г. Минск; В. В. КОМИССАРОВ, аспирант; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

## РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МОДЕЛИ ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ В ОБЛАСТИ КОНТАКТА

Предложена методика и процедура расчета трехмерного напряженного состояния для общего вида несогласованного контакта, образующегося при взаимодействии элементов модели зубчатого зацепления. Использование методики позволяет производить расчет компонент напряжений не только на поверхности контакта и на оси  $z$ , но и в любой точке окрестности эллиптического несогласованного контакта. Проведен анализ напряженного состояния модели зубчатого зацепления и приведены трехмерные распределения всех компонент напряжения, которые исчерпывающим образом и непротиворечиво характеризуют напряженное состояние в зоне контакта. Записано общее выражение для расчета напряжений в случае подвижного контакта. Установлено, что проведение анализа напряженного состояния с использованием разработанной методики в сравнении с методом конечных элементов дает меньшую погрешность расчетов (соответственно 3 и 10 %), возможность создания очень большого массива расчетных точек и функции интерполяции значений напряжений между ними. Знание напряженно-деформированного состояния в зоне контакта модели зубчатого зацепления необходимо при определении абсолютной меры поврежденности, называемой опасным объемом.

**В** работе [1] применительно к модели зубчатого зацепления дана методика расчета параметров контакта. Там же приведена схема контакта. Данная работа посвящена анализу напряженного состояния модели зубчатого зацепления в области контакта.

При исследовании напряженного состояния в зоне контакта в точной постановке обычно ограничиваются нахождением компонент напряжений в любых точках на оси  $z$  и в точках поверхности контакта [2, 3]. Нахождение всех компонент напряжения в любой точке полупространства в точной постановке затруднительно в силу большой

сложности интегрируемых функций.

В зубчатых зацеплениях, в которых реализуется процесс трения качения, имеет место несогласованный подвижный контакт между элементами, в общем случае которого площадка контакта представляет собой эллипс с эллиптически распределенным по ней контактным давлением  $p(x, y)$  (рисунок 1). В силу того, что контакт подвижный, напряженное состояние описывается суперпозицией напряжений, вызванных нормальной  $\sigma_{ij}^{(n)}$  ( $i, j = x, y, z$ ) и касательной  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$  к поверхности контакта нагрузками

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)}. \quad (1)$$

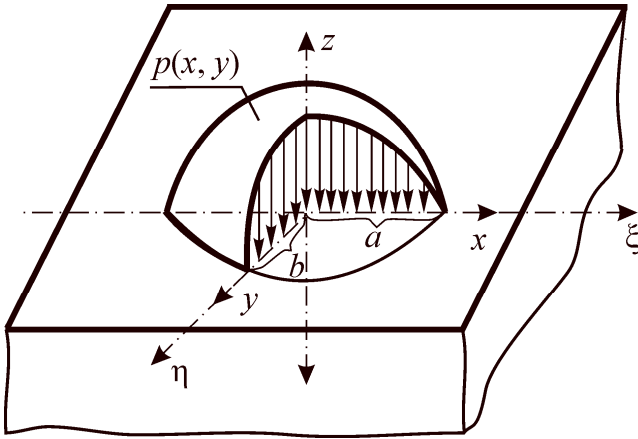


Рисунок 1 – Схема контактного нагружения

При решении задачи необходимо учесть, что в различных областях контакта (на поверхности полупространства и под поверхностью) применяются различные соотношения для расчета напряжений [2, 3].

Расчет напряжений в любой точке  $M(\xi, \eta, 0)$  на поверхности при действии давления, распределенного по эллиптическому закону, проводится в соответствии со следующей общей формулой:

$$\sigma_{ij}^{(surf)}(\xi, \eta, 0) = \sigma_{ij}^{(S)}(\xi, \eta), \quad (2)$$

где  $\sigma_{ij}^{(S)}(\xi, \eta)$  – напряжения на поверхности полупространства, вызванные действием давления, распределенного по области  $S: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ .

Представим выражение (2) в явном виде:

$$\frac{\sigma_{xx}^{(surf)}}{p_0} = \begin{cases} 2\nu - (1-2\nu) \frac{b}{a+b} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, & \text{if } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1, \\ 0, & \text{if } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} > 1, \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_{yy}^{(surf)}}{p_0} = \begin{cases} -2\nu - (1-2\nu) \frac{a}{a+b} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, & \text{if } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1, \\ 0, & \text{if } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} > 1, \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_{zz}^{(surf)}}{p_0} = \begin{cases} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, & \text{if } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1, \\ 0, & \text{if } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} > 1, \end{cases} \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_{xy}^{(surf)}}{p_0} = \begin{cases} -(1-2\nu) \frac{b}{ae^2} \left[ \frac{y}{ae} \operatorname{arth}\left(\frac{ex}{a}\right) - \frac{x}{ae} \operatorname{arctg}\left(\frac{aey}{b^2}\right) \right] = H(x, y), & \text{if } H(x, y) < 0, \\ 0, & \text{if } H(x, y) > 0, \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_{xz}^{(surf)}}{p_0} = \frac{\sigma_{yx}^{(surf)}}{p_0} = 0.$$

Таким образом, формулу (2) с учетом (3) можно представить в следующем виде:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} = \left[ \sigma_{ij}^{(hs)} \cup \sigma_{ij}^{(surf)} \right] + \sigma_{ij}^{(\tau)}. \quad (4)$$

Расчет напряжений  $\sigma_{ij}^{(hs)}$  в любой точке при  $z < 0$  полупространства под поверхностью при действии на поверхность эллиптически распре-

ленной нагрузки (см. рисунок 1) проводится численными методами с использованием решения задачи Буссинеска  $\sigma_{ij}^{(B)}$  о действии единичной силы на полупространство [2]:

$$\sigma_{ij}^{(hs)}(\xi, \eta, z) = \iint_{S(x,y)} p(x, y) \sigma_{ij}^{(B)}(x - \xi, y - \eta, z) dx dy. \quad (5)$$

Представим выражения (5) в явном виде [4 – 6]:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}^{(hs)} &= \iint_S \frac{p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \left\{ \frac{(1-2\nu)}{r^2} \left[ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{(x-\xi)^2 - (y-\eta)^2}{r^2} + \frac{z(y-\eta)^2}{\rho^3} \right] - \frac{3z(x-\xi)^2}{\rho^5} \right\} dx dy, \\
\sigma_{yy}^{(hs)} &= \iint_S \frac{p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \left\{ \frac{(1-2\nu)}{r^2} \left[ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{(y-\eta)^2 - (x-\xi)^2}{r^2} + \frac{z(x-\xi)^2}{\rho^3} \right] - \frac{3z(y-\eta)^2}{\rho^5} \right\} dx dy, \\
\sigma_{zz}^{(hs)} &= -\iint_S \frac{3p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \frac{z^3}{\rho^5} dx dy, \\
\sigma_{xy}^{(hs)} &= \iint_S \frac{p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \left\{ \frac{(1-2\nu)}{r^2} \left[ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{(x-\xi)(y-\eta)}{r^2} - \frac{(x-\xi)(y-\eta)z}{\rho^3} \right] - \frac{3(x-\xi)(y-\eta)z}{\rho^5} \right\} dx dy, \\
\sigma_{xz}^{(hs)} &= -\iint_S \frac{3p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \frac{(x-\xi)z^2}{\rho^5} dx dy, \\
\sigma_{yz}^{(hs)} &= -\iint_S \frac{3p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \frac{(y-\eta)z^2}{\rho^5} dx dy,
\end{aligned} \tag{6}$$

где  $r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$ ,  $\rho^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2$ ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  – уравнение области  $S$ .

При расчете поля напряжений в полупространстве в каждой из рассматриваемых точек  $M(\xi, \eta, z)$  вычисляются все двойные интегралы (6). Для решения этой задачи применяется следующая процедура [4–6]. При вычислении каждого из данных интегралов сначала по формуле Симпсона вычисляется интеграл по  $x$  при фиксированных  $y, z$ , взятых из  $S$  с определенным шагом. По полученному набору точек строится аппроксимирующая функция (полином, построенный по методу наименьших квадратов, или кубический сплайн), интегрирование которой дает второй интеграл по  $y$ .

В силу того, что задача осесимметрична, расчет следует проводить лишь в 1/4 исследуемой области. Для расчета выбираются точки  $M \in X \times Y \times Z$ ,  $X = \{0, \xi_1..ta\}$ ,  $Y = \{0, \eta_1..ta\}$ ,  $Z = \{0, z_1..ta\}$ , где  $t$  – множитель, определяющий размеры исследуемой области;  $a$  – большая полуось эллипса контакта;  $n$  – количество точек вдоль одной координаты. Расстояние между ближайшими точками  $h = ta/n$ . Рассчитанный таким способом массив точек отображается в три оставшиеся

четверти в соответствии с правилами симметрии, присущими каждой из компонент рассматриваемого тензора напряжений.

В результате проведенных вычислений и преобразований будет получено множество

$$G = \{M_{uvw}(\xi_u, \eta_v, z_w) / -ta \leq \xi_u, \eta_v \leq ta, -ta \leq z_w \leq 0\},$$

где  $u, v = 0..2n$ ,  $w = 0..n$ , в точках которого известны значения напряжений  $\sigma_{ij}(\xi_u, \eta_v, z_w)$ .

Расчет напряженного состояния  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ , вызванного действием силы трения, также выполняется численными методами с использованием решения задачи для действия единичной касательной силы на полупространство  $\sigma_{ij}^{(N)}$  [2]:

$$\sigma_{ij}^{(\tau)}(\xi, \eta, z) = \iint_{S(x,y)} f p(x, y) \sigma_{ij}^{(C)}(x - \xi, y - \eta, z) dx dy, \tag{7}$$

где  $f$  – коэффициент трения.

В явном виде выражения (7) будут следующими [4–6]:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}^{(\tau)} &= \iint_S \frac{fp_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \left\{ -\frac{3(x-\xi)^3}{\rho^5} + (1-2\nu) \left[ \frac{(x-\xi)}{\rho^3} - \frac{3(x-\xi)}{\rho(\rho+z)^2} + \frac{(x-\xi)^3}{\rho^3(\rho+z)^2} + \frac{2(x-\xi)^3}{\rho^2(\rho+z)^3} \right] \right\} dx dy, \\
\sigma_{yy}^{(\tau)} &= \iint_S \frac{fp_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \left\{ -\frac{3(x-\xi)(y-\eta)^2}{\rho^5} + (1-2\nu) \left[ \frac{(x-\xi)}{\rho^3} - \frac{(x-\xi)}{\rho(\rho+z)^2} + \frac{(x-\xi)(y-\eta)^2}{\rho^3(\rho+z)^2} + \frac{2(x-\xi)(y-\eta)^2}{\rho^2(\rho+z)^3} \right] \right\} dx dy, \\
\sigma_{zz}^{(\tau)} &= -\iint_S \frac{3fp_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \frac{(x-\xi)z^2}{\rho^5} dx dy, \\
\sigma_{xy}^{(\tau)} &= \iint_S \frac{fp_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \left\{ -\frac{3(x-\xi)^2(y-\eta)}{\rho^5} + (1-2\nu) \left[ \frac{(y-\eta)}{\rho(\rho+z)^2} + \frac{(x-\xi)^2(y-\eta)}{\rho^3(\rho+z)^2} + \frac{2(x-\xi)^2(y-\eta)}{\rho^2(\rho+z)^3} \right] \right\} dx dy, \\
\sigma_{xz}^{(\tau)} &= -\iint_S \frac{3fp_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \frac{(x-\xi)^2 z}{\rho^5} dx dy, \\
\sigma_{yz}^{(\tau)} &= -\iint_S \frac{3fp_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}{2\pi} \frac{(x-\xi)(y-\eta)z}{\rho^5} dx dy.
\end{aligned} \tag{8}$$

При качении с проскальзыванием касательная нагрузка для ролика направлена в положительном направлении оси  $x$ , а для вала – в отрицательном. Поэтому если для расчета напряжений в ролике используются формулы (8), то для расчета напряжений в вале выражения (8) следует умножить на (-1).

Вычисление двойных интегралов (8) в каждой

из рассматриваемых точек  $M(\xi, \eta, z)$  делается по схеме, которая применялась для вычисления интегралов (6). Значения напряжений на множестве  $G$  получаются аналогичным образом.

Объединенное напряженное состояние представляется суперпозицией на множестве  $G$  рассчитанных напряжений  $\sigma_{ij}^{(surf)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(hs)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ :

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij}(\xi_u, \eta_v, z_w) &= \sigma_{ij}^{(n)}(\xi_u, \eta_v, z_w) + \sigma_{ij}^{(\tau)}(\xi_u, \eta_v, z_w) = \\
&= \left[ \sigma_{ij}^{(hs)}(\xi_u, \eta_v, z_w) \cup \sigma_{ij}^{(surf)}(\xi_u, \eta_v, 0) \right] + \sigma_{ij}^{(\tau)}(\xi_u, \eta_v, z_w) = \\
&= \left[ \iint_{S(x,y)} p(x,y) \sigma_{ij}^{(B)}(x-\xi_u, y-\eta_v, z) dx dy \cup \sigma_{ij}^{(S)}(\xi_u, \eta_v) \right] + \\
&+ \iint_{S(x,y)} fp(x,y) \sigma_{ij}^{(C)}(x-\xi_u, y-\eta_v, z) dx dy.
\end{aligned} \tag{9}$$

Примеры расчета по формулам (9) даны на рисунках 2 – 7.

На основе объединенных напряжений  $\sigma_{ij}$  (9) определяют компоненты главных напряжений  $\sigma_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  в каждой точке  $M(\xi, \eta, z)$  как корни кубического уравнения

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 - I_2 \sigma - I_3 = 0, \tag{10}$$

где инварианты тензора напряжений

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz},$$

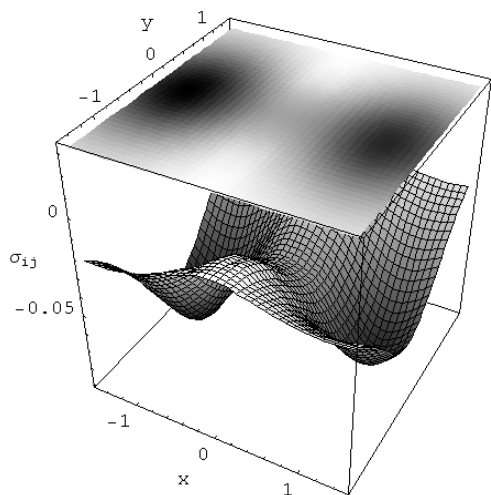
$$I_2 = -\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{zz}\sigma_{xx} + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2, \tag{11}$$

$$I_3 = \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{yz}^2 - \sigma_{yy}\sigma_{zx}^2 - \sigma_{zz}\sigma_{xy}^2 + 2\sigma_{xy}\sigma_{yz}\sigma_{zx}.$$

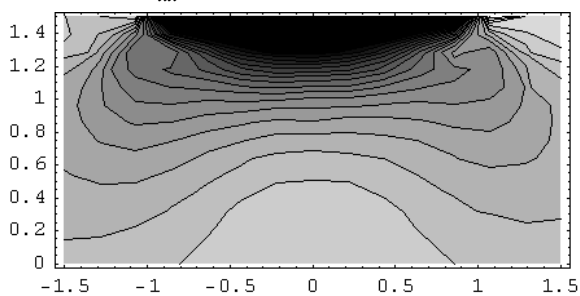
Интенсивность напряжений рассчитывают по формуле

$$\sigma_{int} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} \tag{12}$$

Примеры расчета главных напряжений и интенсивности напряжений даны на рисунках 8 – 11.

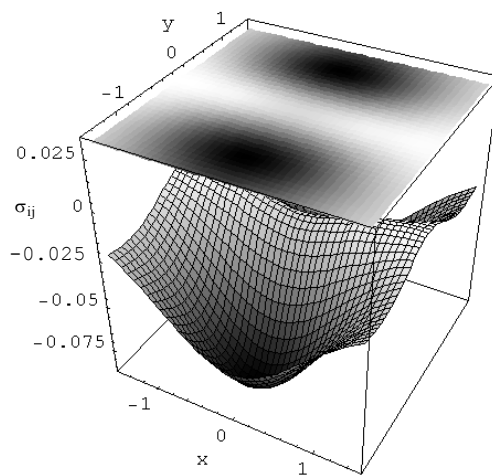


$\sigma_{xx}$  в плоскости XY ( $z=0,87a$ )

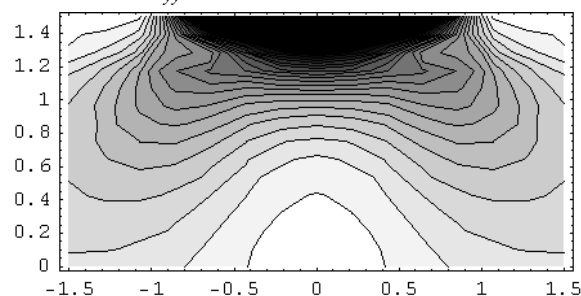


$\sigma_{xx}$  в плоскости XZ ( $y=0$ )

Рисунок 2 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_{xx}$

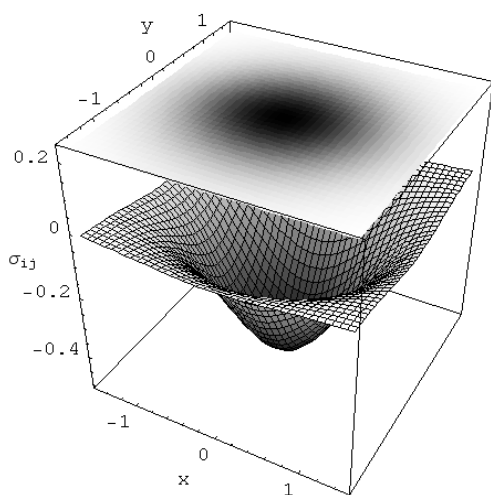


$\sigma_{yy}$  в плоскости XY ( $z=0,87a$ )

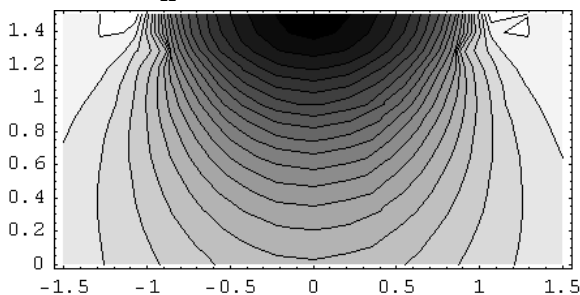


$\sigma_{yy}$  в плоскости XY ( $x=0$ )

Рисунок 3 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_{yy}$

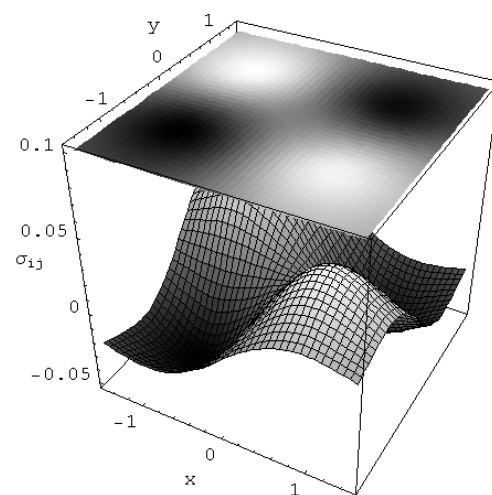


$\sigma_{zz}$  в плоскости XY ( $z=0,87a$ )

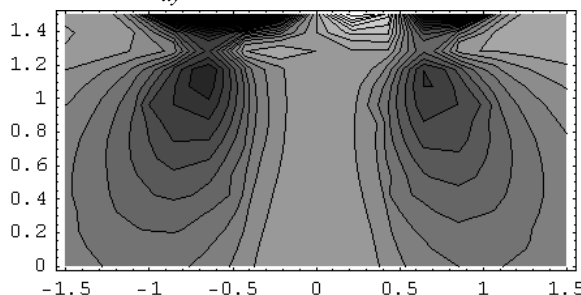


$\sigma_{zz}$  в плоскости XZ ( $y=0$ )

Рисунок 4 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_{zz}$

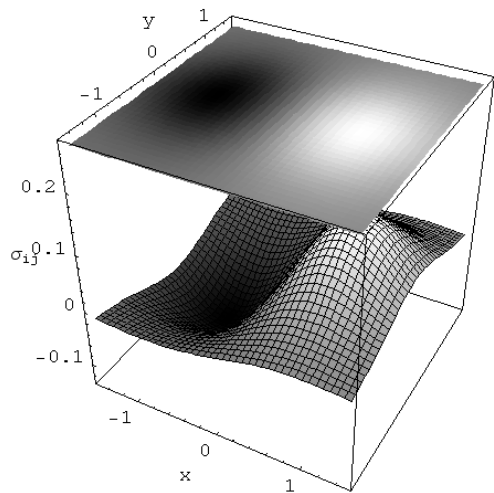


$\sigma_{xy}$  в плоскости XY ( $z=0,87a$ )

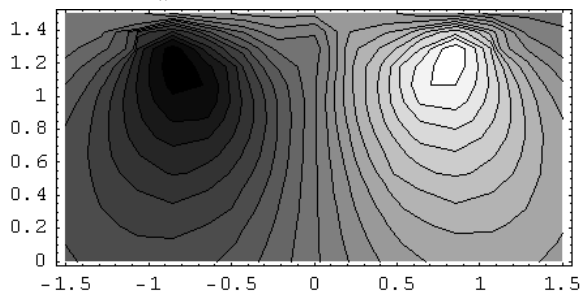


$\sigma_{xy}$  в плоскости  $x=y$

Рисунок 5 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_{xy}$

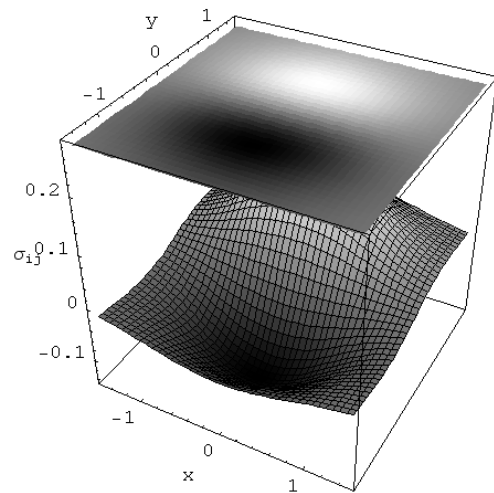


$\sigma_{xz}$  в плоскости XY ( $z=0.87a$ )

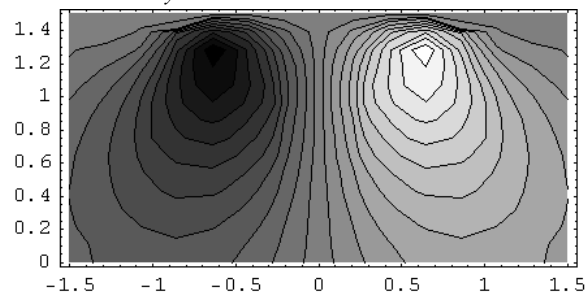


$\sigma_{xz}$  в плоскости XZ ( $y=0$ )

Рисунок 6 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_{xz}$

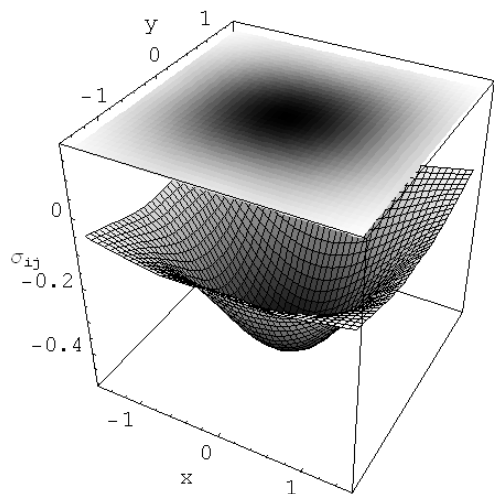


$\sigma_{yz}$  в плоскости XY ( $z=0.87a$ )

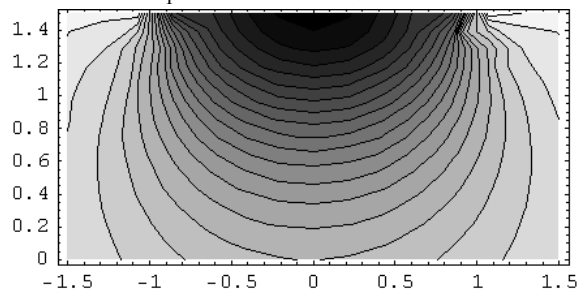


$\sigma_{yz}$  в плоскости YZ ( $x=0$ )

Рисунок 7 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_{yz}$

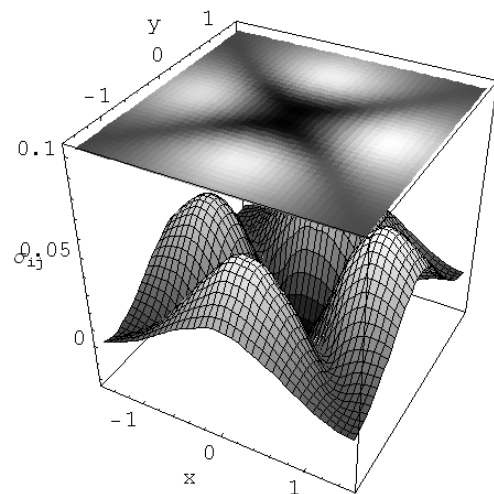


$\sigma_1$  в плоскости XY ( $z=0.87a$ )

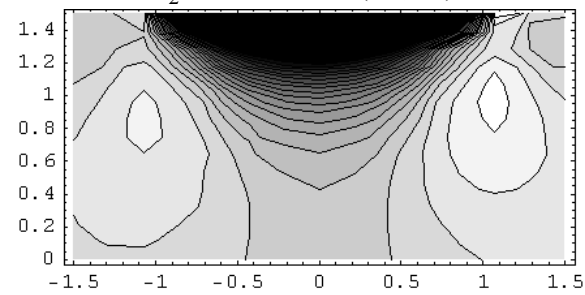


$\sigma_1$  в плоскости XZ ( $y=0$ )

Рисунок 8 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_1$

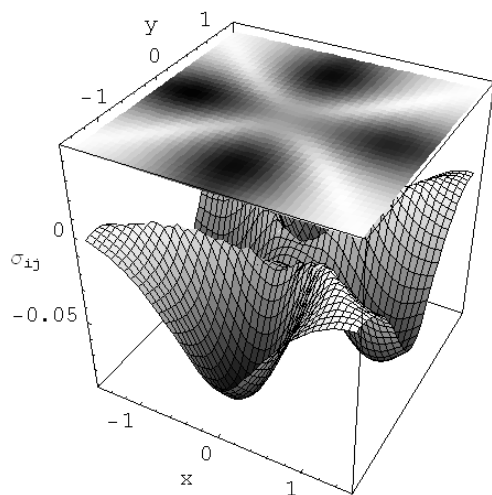


$\sigma_2$  в плоскости XY ( $z=0.87a$ )

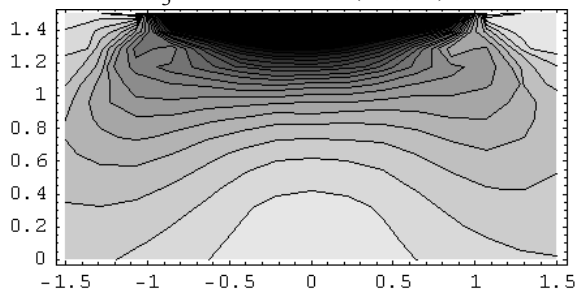


$\sigma_2$  в плоскости XZ ( $y=0$ )

Рисунок 9 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_2$

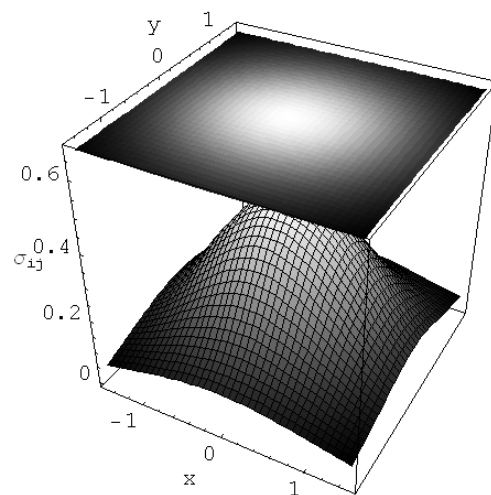


$\sigma_3$  в плоскости XY ( $z=0,87a$ )

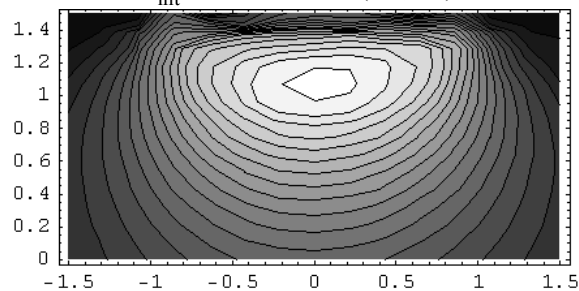


$\sigma_3$  в плоскости XZ ( $y=0$ )

Рисунок 10 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_3$



$\sigma_{int}$  в плоскости XY ( $z=0,87a$ )



$\sigma_{int}$  в плоскости XZ ( $y=0$ )

Рисунок 11 – Эпюры безразмерных напряжений  $\sigma_{int}$

Таким образом, формулами (1), (2), (4), (5), (7), (9) дается методика исчерпывающего анализа напряженного состояния в окрестности эллиптического несогласованного контакта элементов силовой системы.

На основании разработанной методики и результатов расчета можно сделать следующие основные выводы:

1 Применительно к зубчатым зацеплениям недостаточно рассматривать статический контакт – необходимо изучение подвижного контакта с учетом силы трения.

2 При статическом расчете контактных напряжений  $\sigma_{ij}^{(n)}$  для полупространства, напряжения на поверхности оказываются равными нулю. Это противоречит опыту. Поэтому предложены выражения (2), (3), с помощью которых определяются поверхностные напряжения. И тогда формула (1) с учетом (2) переходит в наиболее полную форму (4). Предложены следующие методика и процедура расчета напряженного состояния в общем случае несогласованного контакта: а) по формулам (3) – расчет на поверхности и б) по формулам (6), (8) – расчет в подповерхностной области.

3 Записано общее выражение (9) для расчета напряжений в случае подвижного контакта.

4 Разработанные методика и процедура расчета напряженного состояния на поверхности и под

поверхностью реализованы применительно к модели зубчатого зацепления (см. рисунки 2 – 11). Здесь даны трехмерные распределения всех компонент напряжения, которые исчерпывающим образом и непротиворечиво характеризуют напряженное состояние модели в зоне контакта.

5 Сравнение полученных результатов с анализом напряженного состояния методом конечных элементов, реализованном в программном пакете ANSYS [7], показывает, что численно-аналитический метод имеет ряд преимуществ по сравнению с конечноэлементным:

- существенно меньшую погрешность расчетов (менее 3 % для численно-аналитического метода и более 10 % для конечноэлементного);

- возможность создания очень большого массива расчетных точек (для конечноэлементного метода количество точек ограничено особенностями построения конечноэлементной сетки для заданной геометрии), что повышает точность оценки величин полей напряжений;

- возможность создавать функции интерполяции значений напряжений в области между точками первоначального расчета.

#### Список литературы

- 1 Сосновский, Л. А. Основы трибофатики / Л. А. Сосновский. – Гомель: БелГУТ, 2003. – Т.1 – 246 с.; Т.2 – 234 с.
- 2 Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 555 с.

3 Расчеты на прочность в машиностроении / С. Д. Пономарев [и др.]. – М.: Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1958.

4 **Сосновский, Л. А.** О классификации контактных задач применительно к силовым системам машин / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Современные методы проектирования машин: сб. науч. тр. Вып. 2. В 7 т. / под общ. ред. П. А. Витязя. – Мн.: УП "Технопринт", 2004. – Т. 4. – С. 48 – 58.

5 **Щербаков, С. С.** Исследование напряженного состояния силовой системы для испытаний на контактно-механическую усталость / С. С. Щербаков // Динаміка, міцність і надійність сільськогосподарських машин: тр. I Междунар. науч.-техн. конф., 4-7 октября 2004 г., Тернополь, Украина) /

Получено 18.01.2006

**V. A. Zhmajlik, S. S. Shcherbakov, V. V. Komissarov.** Calculation of the stressed state model of the engagement in the field of contact

The technique and procedure of calculation of a three-dimensional stressed state for general view the unmatched contact, which is generated at interaction of elements of model of an engagement is offered. Use of this procedure allows to calculate a builders of stresses not only on a surface of contact and on an axis  $z$ , but also in any point of the elliptic unmatched contact. The analysis of an stressed state of model of an engagement is conducted and three-dimensional distributions of all a builders of a stresses which is characterize an stressed state in a zone of contact are indicated. General expression for calculation of stresses is written down in case of a moving contact.

It is established, that realization of the analysis of an stressed state with use of the developed procedure in comparison with a method of final elements gives a smaller lapse of calculation (accordingly 3 and 10 %), an opportunity of making of very major file of settlement points and functions of interpolation of stresses between them.

The knowledge of the stressed state in a zone of contact of model of an engagement is necessary at definition of an absolute extent of damage, termed in dangerous volume.

---

Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2006. № 1-2(12-13)

---

УДК 681.11.034.1

*В. В. КОМИССАРОВ, аспирант; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПЛОЩАДКИ КОНТАКТА МОДЕЛИ ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Представлен расчет параметров эллиптической площадки контакта, образующейся при взаимодействии элементов модели зубчатого зацепления. Отличительной особенностью методики расчета является возможность ее полной автоматизации благодаря установлению полиномиальной взаимосвязи эксцентриситета эллипса контакта ( $e$ ) и геометрического параметра ( $\Omega$ ) и расчету эллиптических интегралов на ЭВМ. Произведена оценка зависимости рассчитанных параметров площадки контакта от контактной нагрузки для различных типоразмеров моделей зубчатого зацепления. Установлен характер изменения зависимости параметров площадки контакта от контактной нагрузки в связи с увеличением радиуса образца испытываемой модели. Данные этого расчета будут использованы при экспериментальном исследовании масштабного эффекта при контактной усталости.

**С**уществующие методы расчетов параметров площадок контактов в основном базируются на использовании расчетных таблиц, которые, как правило, содержатся в самих методиках. Однако проведение полномасштабных исследований параметров площадок контактов, а тем более в таком общем случае, как эллиптическая площадка контакта, требует пересмотра существующих методик и разработки новых подходов, основанных на применении ЭВМ.

Целью работы является решение задачи расчета параметров эллиптической площадки контакта, образующейся при взаимодействии элементов модели зубчатого зацепления, которое позволяет обойти перечисленные затруднения.

Модель зубчатого зацепления и метод совме-

отв. ред. В.Т. Трощенко. – Тернополь: Тернопольский государственный технический университет имени Ивана Пулюя, 2004. – С.400–407.

6 Исследование напряженного состояния простейшей модели системы колесо/рельс / Л. А. Сосновский [и др.] // Вестник БелГУТа: Наука и транспорт. – 2005. – № 2. – С. 18 – 41.

7 Компьютерное моделирование опасных объемов для модели зубчатых зацеплений / М.А.Журавков [и др.] // Тр. 5-го Междунар. симпозиума по трибофатике (ISTF 2005), 3–7 октября 2005 г., Иркутск (Россия) / отв. ред. А.П. Хоменко. – Иркутск: Иркутский государственный университет путей сообщения, 2005. – Т. 1. – С. 142 – 148.

щенных испытаний зубчатых зацеплений описаны в работах [1 – 3]. Схема для расчета параметров площадки контакта изображена на рисунке 1, а.

Через контробразец 1 с радиусами  $R_{11}$  и  $R_{12}$  контактная нагрузка  $F_N$  передается на образец 2 с радиусами  $R_{21}$  и  $R_{22} = \infty$ . Если  $R_{11} = \infty$ , то реализуется площадка контакта в виде полоски с определяющими размерами  $2a \times 2b$  (рисунок 1, б). В таком случае моделируется зацепление цилиндрических зубчатых колес. При конечных величинах  $R_{11}$  реализуется контактная площадка в виде эллипса с определяющими размерами  $2a \times 2b$  (рисунок 1, в), при этом  $a > b$ , т. е.  $a$  – это всегда большая, а  $b$  – это всегда малая полуось эллипса. В таком случае моделируется зацепление нецилиндрических зубчатых колес (с любым профилем зуба).