

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Техническая физика и теоретическая механика»

А. О. ШИМАНОВСКИЙ, О. И. ЯКУБОВИЧ,
М. Г. КУЗНЕЦОВА

**ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ
САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
ПО ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ**

*Одобрено методическими комиссиями
факультета управления процессами перевозок и заочного факультета
в качестве учебно-методического пособия*

Гомель 2017

УДК 531 : 539.3/6 : 62-2 (075.8)

ББК 22.2

Ш61

Рецензенты: начальник кафедры «Оперативно-тактическая деятельность и техника» Гомельского филиала Университета гражданской защиты МЧС Республики Беларусь, капитан внутренней службы, канд. техн. наук, доцент *В. В. Копытков*;
и. о. заведующего кафедрой «Локомотивы», д-р техн. наук, доцент *А. В. Путьято* (БелГУТ).

Шимановский, А. О.

Ш61 Задания и методические указания для выполнения самостоятельных работ по прикладной механике : учеб.-метод. пособие / А. О. Шимановский, О. И. Якубович, М. Г. Кузнецова ; М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2017. – 71 с.

ISBN 978-985-554-702-1

Предлагаются задачи, охватывающие все темы курса прикладной механики, изучаемые студентами транспортных специальностей. Также они могут быть полезны при обучении инженеров по иным специальностям. Условия задач предполагают их использование как в экспресс-режиме, так и при выполнении индивидуальных домашних заданий.

Предназначено для студентов дневной и заочной форм обучения.

УДК 531 : 539.3/6 : 62-2 (075.8)

ББК 22.2

ISBN 978-985-554-702-1

© Шимановский А. О., Якубович О. И.,
Кузнецова М. Г., 2017

© Оформление. БелГУТ, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА	4
1.1 Статика	4
<i>Задача ТМ-1.</i> Равновесие рамы	7
<i>Задача ТМ-2.</i> Равновесие системы тел с учетом трения покоя	12
<i>Задача ТМ-3.</i> Расчет координат центра тяжести плоского сечения	17
1.2 Кинематика.....	21
<i>Задача ТМ-4.</i> Преобразование простейших движений твердого тела.....	24
1.3 Динамика	28
<i>Задача ТМ-5.</i> Динамика поступательного и вращательного движений твердого тела.....	31
<i>Задача ТМ-6.</i> Теорема об изменении кинетической энергии материальной системы	36
<i>Задача ТМ-7.</i> Принцип Даламбера для материальной точки	40
2 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ	43
<i>Задача СМ-1.</i> Расчеты ступенчатого стержня на прочность и жесткость при деформации растяжения (сжатия)	45
<i>Задача СМ-2.</i> Расчеты вала на прочность и жесткость при деформации кручения	48
<i>Задача СМ-3.</i> Расчеты на прочность при деформации изгиба.....	51
3 ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН, ДЕТАЛИ МАШИН	55
<i>Задача ММ-1.</i> Кинематический анализ плоского механизма	59
<i>Задача ММ-2.</i> Анализ конструкции редуктора.....	64
Список рекомендуемой литературы	71

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

1.1 Статика

Теоретическая механика – наука, в которой изучаются наиболее общие законы механического движения и механического взаимодействия тел.

Статика – раздел механики, в котором изучается равновесие тел под действием приложенных к ним сил.

Сила – это мера механического действия на данное тело со стороны других тел, характеризующая величину и направление этого действия.

Силы, приложенные к какой-нибудь одной точке тела, называются сосредоточенными. Силы, которые действуют на какую-либо площадку или распределены по объему тела называются распределенными. Они характеризуются *интенсивностью* q . Например, для случая приложения к линии она показывает силу, приходящуюся на единицу длины линии, и измеряется в ньютонах на метр – Н/м. При решении задач статики распределенную нагрузку обычно заменяют сосредоточенной силой Q , приложенной к центру тяжести фигуры, образованной распределенной нагрузкой (рисунок 1.1). Для равномерно распределенной нагрузки $Q = ql$.

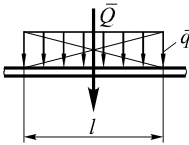


Рисунок 1.1 – Равномерно распределенная нагрузка

Все силы, действующие на тела, делятся на активные силы, побуждающие тела к движению, и реакции механических связей, которыми связи (тела, ограничивающие свободу перемещения данного тела) действуют на рассматриваемое тело. Основные виды механических связей и их реакции представлены на рисунке 1.2 (также на них показаны активные силы G и F).

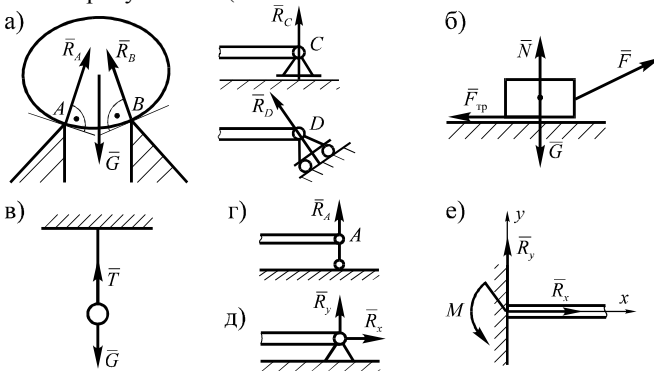


Рисунок 1.2 – Механические связи и их реакции:

a – гладкая поверхность, b – шероховатая поверхность, c – гибкая нить, d – невесомый стержень, e – заделка

Особенность реакции шероховатой поверхности состоит в том, что она включает две составляющие: нормальную реакцию N , перпендикулярную поверхности контакта, и силу трения $F_{\text{тр}}$, лежащую в плоскости соприкосновения тел. Сила трения препятствует скольжению одного тела по поверхности другого и соответственно *направляется в сторону, противоположную относительному смещению* соприкасающихся тел при отсутствии трения.

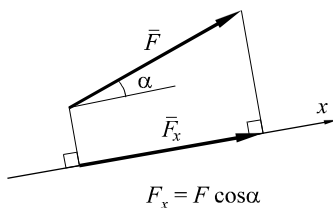
В соответствии с законом Кулона максимальное значение силы трения сцепления пропорционально нормальной силе взаимодействия между телами:

$$F_{\text{тр. max}} = fN.$$

Безразмерный коэффициент f называется *коэффициентом трения*. В общем случае значение силы трения определяется неравенством

$$F_{\text{тр}} \leq fN.$$

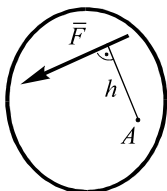
Проекцией силы на ось называется направленный отрезок на оси, заключенный между перпендикулярами, опущенными из начала и конца вектора на ось (рисунок 1.3). Значение проекции вектора силы на ось равно произведению модуля силы на косинус угла между ее вектором и осью. Если направление проекции совпадает с направлением оси, то проекция вектора на ось положительна; в противном случае – отрицательна.



$$F_x = F \cos \alpha$$

Рисунок 1.3 – Проекция силы на ось

Моментом силы относительно точки называется произведение модуля силы на ее плечо. Плечо силы h – это длина перпендикуляра, опущенного из точки, относительно которой определяется момент, на линию действия силы (рисунок 1.4). Если сила стремится повернуть тело по отношению к точке *против хода часовой стрелки*, то момент силы относительно этой точки считается *положительным*, если *по часовой стрелке* – отрицательным. Если линия действия силы проходит через точку, то момент силы относительно нее равен нулю.





$$M_O(\vec{F}) = Fh$$

Рисунок 1.4 – Момент силы относительно точки

В случаях, когда нахождение плеча затруднено, для вычисления момента силы относительно точки целесообразно использовать *теорему Вариньона*: момент равнодействующей силы относительно некоторой точки равен алгебраической сумме моментов сил, составляющих систему, относительно той же точки:

$$M_O(\vec{R}) = \sum M_O(\sum \vec{F}_i).$$

Пара сил – это система двух равных по модулю, параллельных и противоположных по направлению сил. На расчетных схемах для их обозначения

применяются символы  либо . Момент пары считается положительным, если она стремится повернуть тело при действии против хода часовой стрелки, и отрицательным – при действии по ходу часовой стрелки.

При решении задач о равновесии тел составляют уравнения проекции и моментов сил. Число независимых уравнений равновесия, соответствующих той или иной системе сил, может быть определено с помощью таблицы 1.

Таблица 1 – Уравнения равновесия тел, находящихся под действием различных систем сил

Вид системы сил	Уравнения равновесия
Сходящиеся силы на плоскости	$\sum F_{xi}=0; \sum F_{yi}=0$
Сходящиеся силы в пространстве	$\sum F_{xi}=0; \sum F_{yi}=0; \sum F_{zi}=0$
Произвольная плоская	$\sum F_{ix}=0; \sum F_{iy}=0; \sum M_{iA}=0.$
Произвольная пространственная	$\sum F_{xi}=0; \sum F_{yi}=0; \sum F_{zi}=0$ $\sum M_{xi}=0; \sum M_{yi}=0; \sum M_{zi}=0.$

Центром тяжести тела называется точка приложения его силы тяжести.

Для нахождения его положения используют следующие способы:

1 *Метод симметрии.* У однородного тела, имеющего плоскость, ось или центр симметрии, центр тяжести находится соответственно в плоскости, на оси или в центре симметрии.

2 *Метод разбиения на части.* Если тело имеет сложную форму, его разбивают на части, положения центров тяжести которых известны, а определение координат центра тяжести тела ведут по формулам:

$$x_C = \frac{\sum x_i G_i}{\sum G_i}; \quad y_C = \frac{\sum y_i G_i}{\sum G_i}; \quad z_C = \frac{\sum z_i G_i}{\sum G_i},$$

где x_i, y_i, z_i – координаты центров тяжести элементарных частей, м;

G_i – сила тяжести, действующая на i -ю часть, Н.

В частности, тело представляет собой однородную пластину постоянной толщины, указанные формулы приобретают вид:

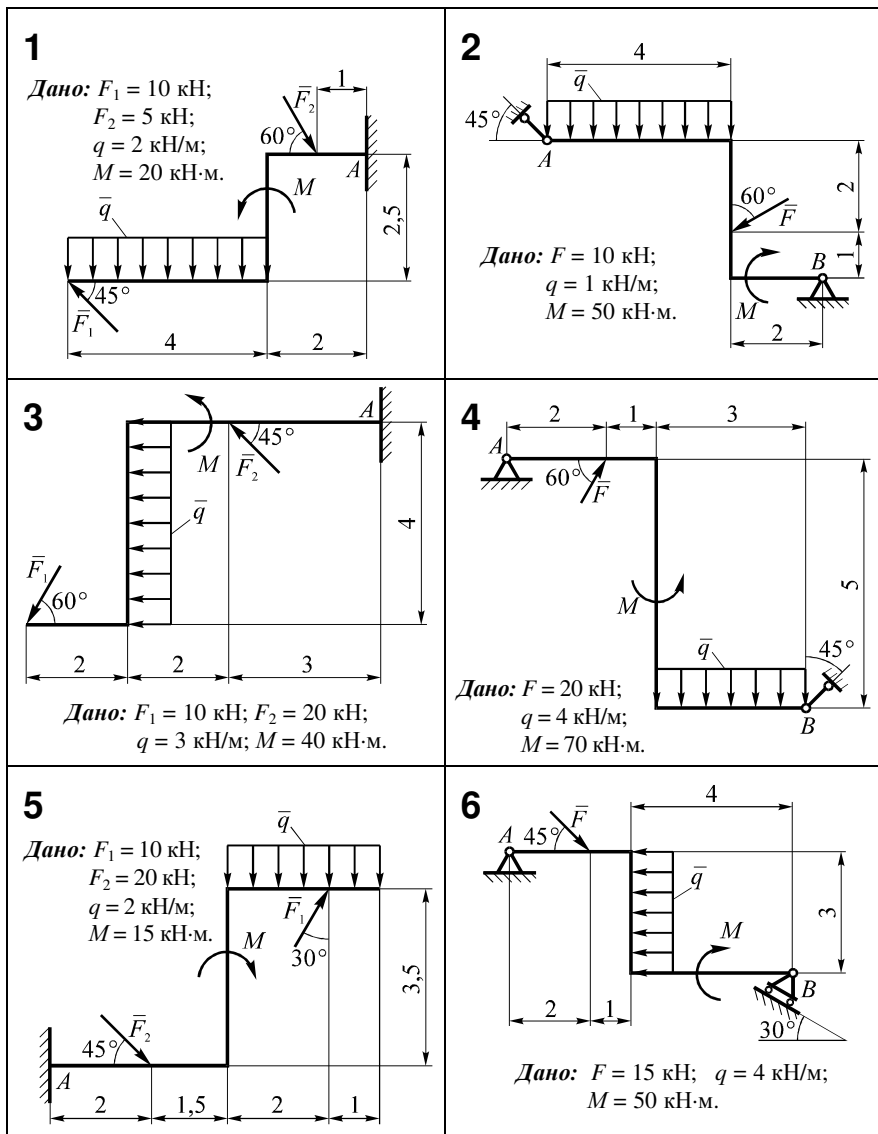
$$x_C = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}; \quad y_C = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i},$$

где A_i – площадь i -го элемента.

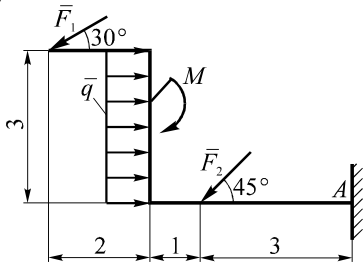
3 *Метод отрицательных сил тяжести.* При нахождении положения центра тяжести пластин, имеющих вырезы или отверстия, используется метод разбиения на части, причем считается, что их площади отрицательны.

Задача ТМ-1. Равновесие рамы

Рассчитать значения реакций связей изображенной на рисунке рамы с использованием приведенных на схемах исходных данных.

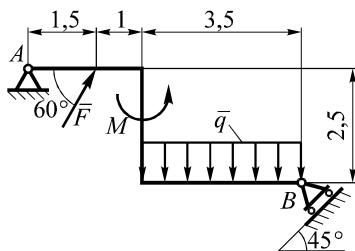


7



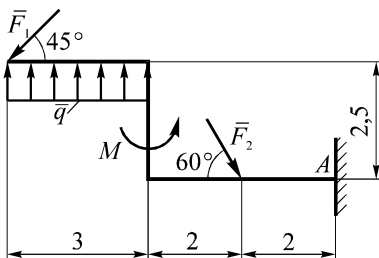
Дано: $F_1 = 5$ кН;
 $F_2 = 10$ кН;
 $q = 3$ кН/м;
 $M = 15$ кН·м.

8



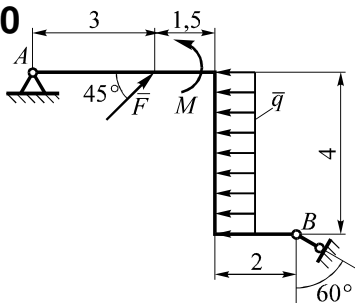
Дано: $F = 20$ кН;
 $q = 4$ кН/м;
 $M = 30$ кН·м.

9



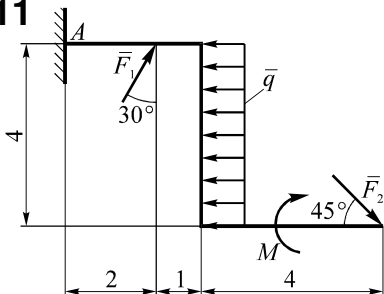
Дано: $F_1 = 20$ кН; $F_2 = 10$ кН;
 $q = 3$ кН/м; $M = 20$ кН·м.

10



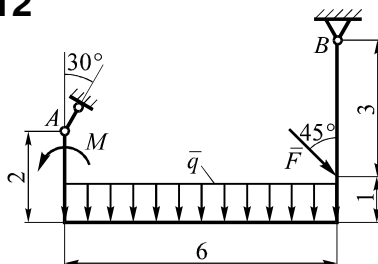
Дано: $F = 10$ кН; $q = 2,5$ кН/м;
 $M = 20$ кН·м.

11

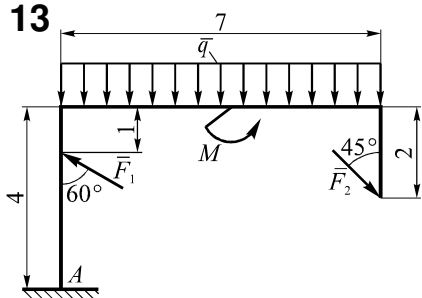


Дано: $F_1 = 30$ кН; $F_2 = 5$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 25$ кН·м.

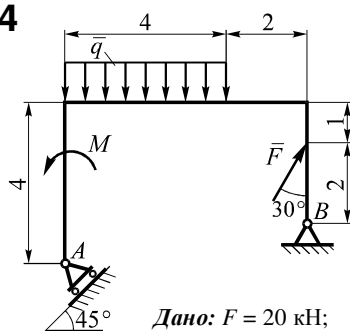
12



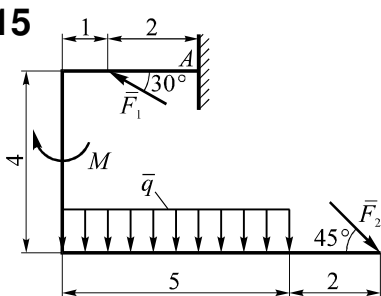
Дано: $F = 15$ кН; $q = 2$ кН/м;
 $M = 90$ кН·м.

13

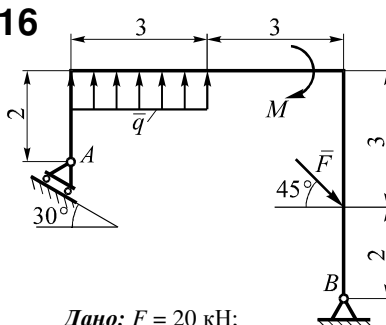
Дано: $F_1 = 15 \text{ кН}$; $F_2 = 30 \text{ кН}$;
 $q = 2 \text{ кН/м}$; $M = 40 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

14

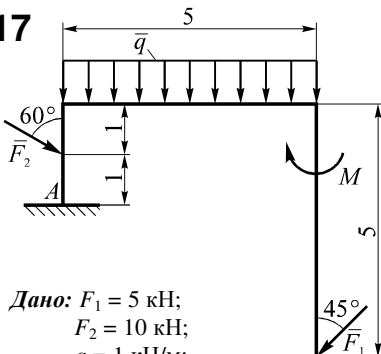
Дано: $F = 20 \text{ кН}$;
 $q = 3 \text{ кН/м}$;
 $M = 45 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

15

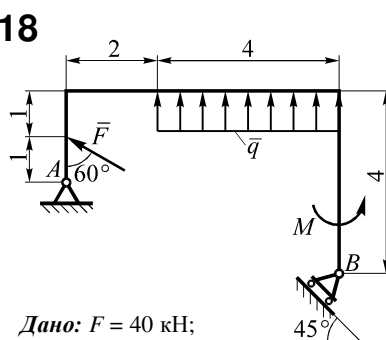
Дано: $F_1 = 30 \text{ кН}$; $F_2 = 20 \text{ кН}$;
 $q = 4 \text{ кН/м}$; $M = 50 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

16

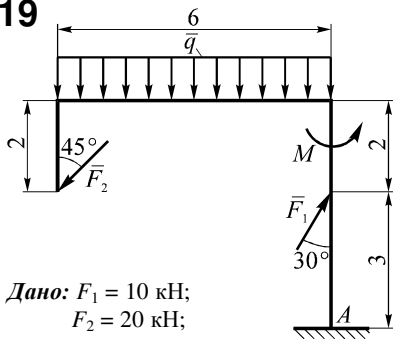
Дано: $F = 20 \text{ кН}$;
 $q = 5 \text{ кН/м}$;
 $M = 50 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

17

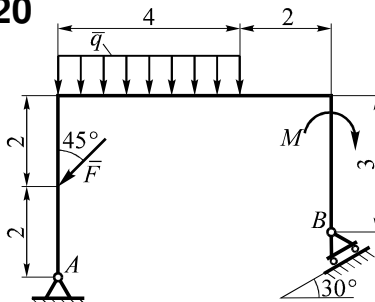
Дано: $F_1 = 5 \text{ кН}$;
 $F_2 = 10 \text{ кН}$;
 $q = 1 \text{ кН/м}$;
 $M = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

18

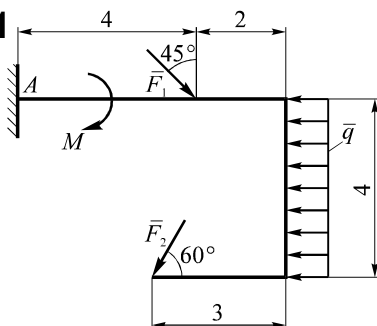
Дано: $F = 40 \text{ кН}$;
 $q = 2 \text{ кН/м}$;
 $M = 120 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

19

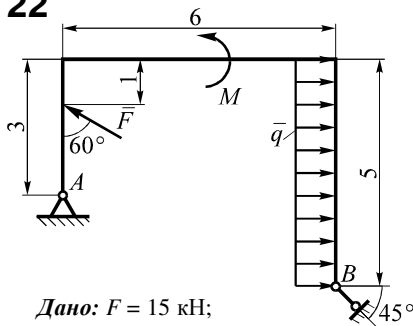
Дано: $F_1 = 10$ кН;
 $F_2 = 20$ кН;
 $q = 1$ кН/м;
 $M = 25$ кН·м.

20

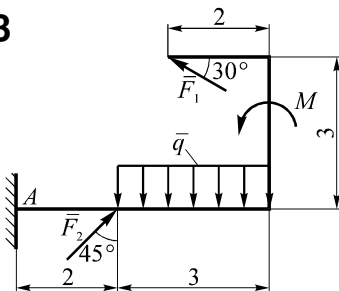
Дано: $F = 25$ кН; $q = 3$ кН/м;
 $M = 30$ кН·м.

21

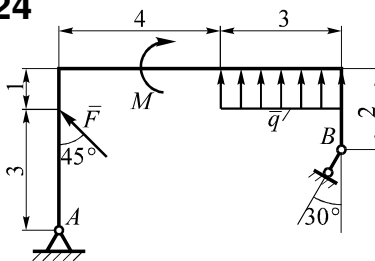
Дано: $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 5$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 20$ кН·м.

22

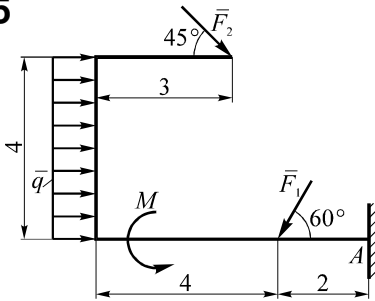
Дано: $F = 15$ кН;
 $q = 2$ кН/м;
 $M = 25$ кН·м.

23

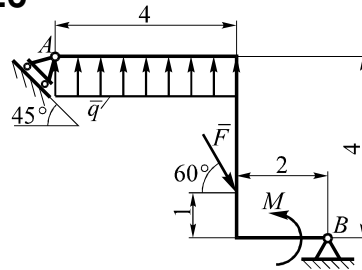
Дано: $F_1 = 25$ кН; $F_2 = 40$ кН;
 $q = 5$ кН/м; $M = 50$ кН·м.

24

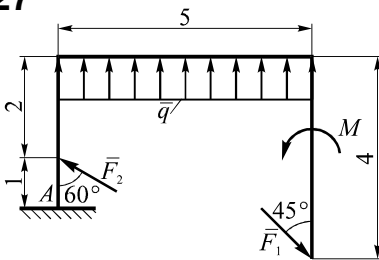
Дано: $F = 10$ кН;
 $q = 2$ кН/м;
 $M = 20$ кН·м.

25

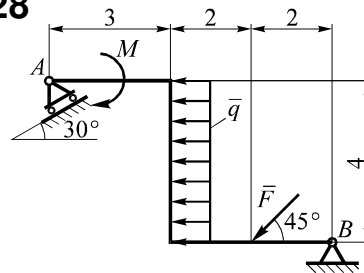
Дано: $F_1 = 30$ кН; $F_2 = 20$ кН;
 $q = 2,5$ кН/м; $M = 40$ кН·м.

26

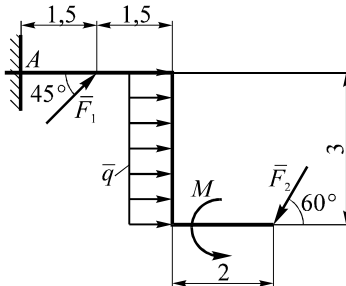
Дано: $F = 50$ кН;
 $q = 2,5$ кН/м;
 $M = 60$ кН·м.

27

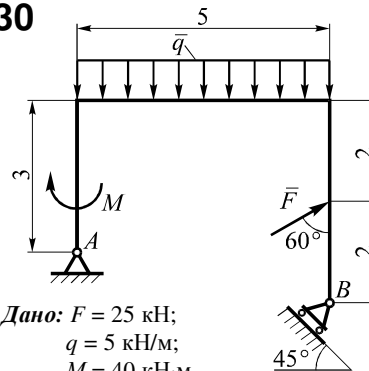
Дано: $F_1 = 25$ кН; $F_2 = 15$ кН;
 $q = 2,5$ кН/м; $M = 40$ кН·м.

28

Дано: $F = 25$ кН;
 $q = 2,5$ кН/м;
 $M = 60$ кН·м.

29

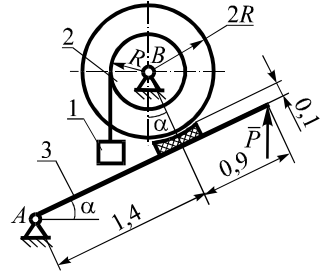
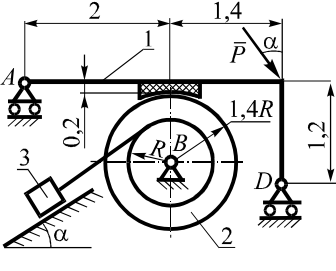
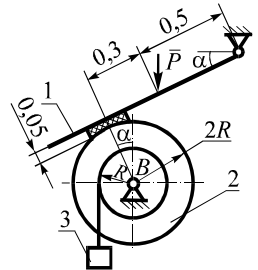
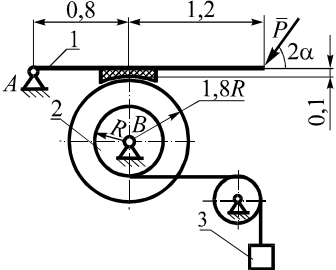
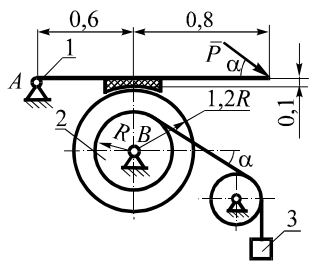
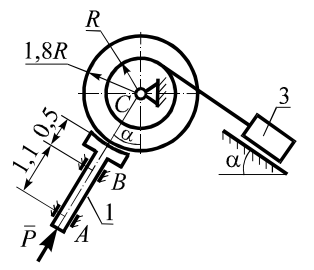
Дано: $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 50$ кН;
 $q = 10$ кН/м; $M = 150$ кН·м.

30

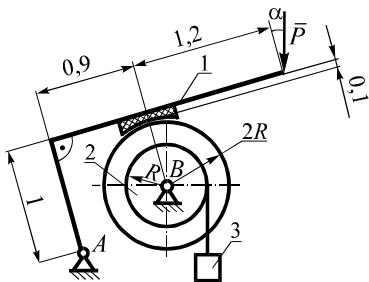
Дано: $F = 25$ кН;
 $q = 5$ кН/м;
 $M = 40$ кН·м.

Задача ТМ-2. Равновесие системы тел с учетом трения покоя

По заданным значениям приложенных сил тяжести G_i и коэффициента трения f определить предельное значение силы P , при котором система тел находится в равновесии. Также найти реакции всех механических связей. Размеры на схемах указаны в метрах.

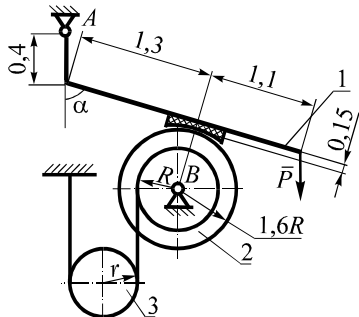
<p>1</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 90$ кН; $G_2 = 15$ кН; $G_3 = 0$; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,35$.</p>	<p>2</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 0$; $G_2 = 6$ кН; $G_3 = 10$ кН; $\alpha = 45^\circ$; $f = 0,16$.</p>
<p>3</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 0$; $G_2 = 45$ кН; $G_3 = 70$ кН; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,4$.</p>	<p>4</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 0$; $G_2 = 40$ кН; $G_3 = 50$ кН; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,2$.</p>
<p>5</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 0$; $G_2 = 30$ кН; $G_3 = 20$ кН; $G_4 = 60$ кН; $f = 0,2$.</p>	<p>6</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 0$; $G_2 = 60$ кН; $G_3 = 20$ кН; $N = 10$ кН; $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,4$.</p>

7



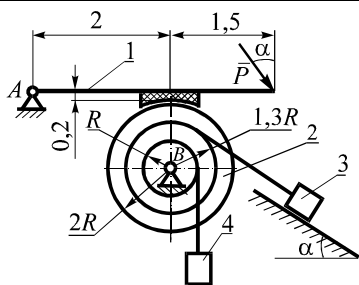
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 15$ кН; $G_3 = 90$ кН;
 $\alpha = 15^\circ$; $f = 0,35$.

8



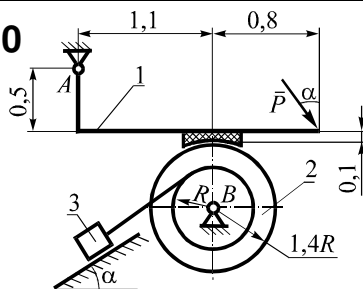
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН; $G_3 = 80$ кН;
 $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,25$.

9



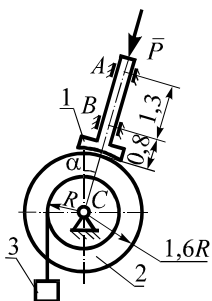
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 40$ кН;
 $G_3 = 50$ кН; $G_4 = 20$ кН;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,2$.

10



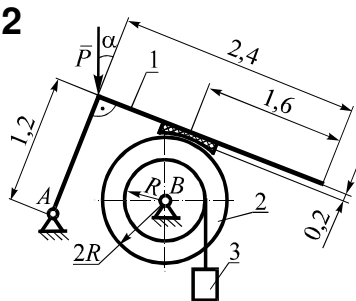
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 45$ кН;
 $G_3 = 70$ кН; $\alpha = 30^\circ$;
 $f = 0,4$.

11



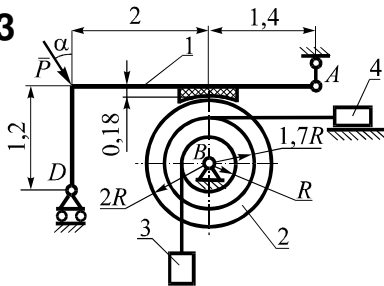
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН; $G_3 = 60$ кН;
 $\alpha = 15^\circ$; $f = 0,4$.

12



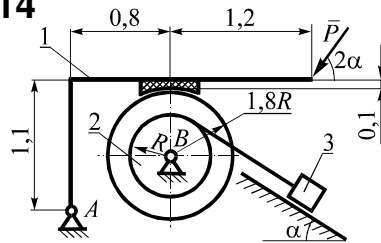
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 35$ кН; $G_3 = 70$ кН;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,5$.

13



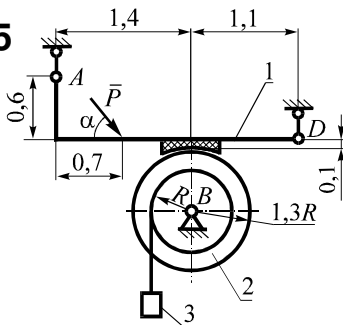
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 40$ кН;
 $G_3 = 80$ кН; $G_4 = 15$ кН;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,32$.

14



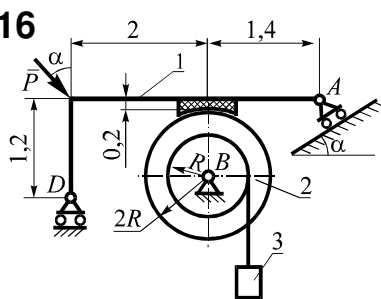
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 50$ кН;
 $G_3 = 70$ кН; $\alpha = 30^\circ$;
 $f = 0,2$.

15



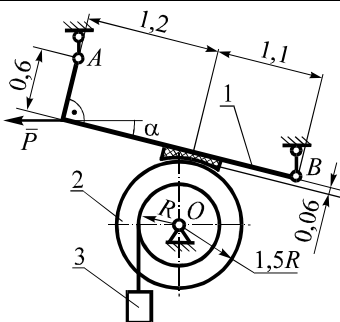
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН; $G_3 = 40$ кН;
 $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,4$.

16



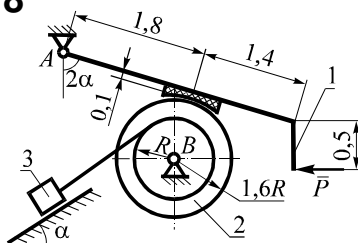
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 30$ кН; $G_3 = 60$ кН;
 $\alpha = 45^\circ$; $f = 0,3$.

17



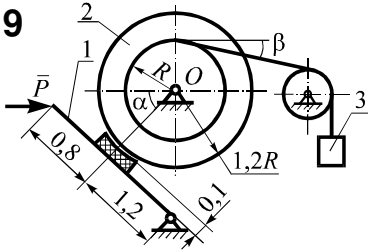
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 60$ кН;
 $G_3 = 90$ кН; $\alpha = 15^\circ$;
 $f = 0,25$.

18



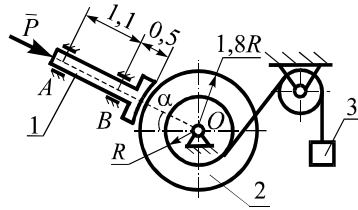
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 10$ кН;
 $G_3 = 50$ кН; $\alpha = 30^\circ$;
 $f = 0,2$.

19



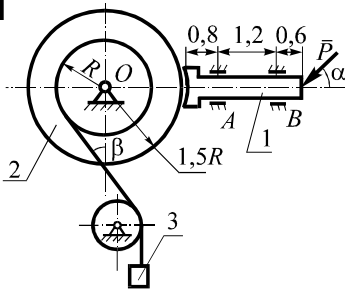
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 30$ кН;
 $G_3 = 20$ кН; $G_4 = 60$ кН;
 $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 15^\circ$; $f = 0,2$.

20



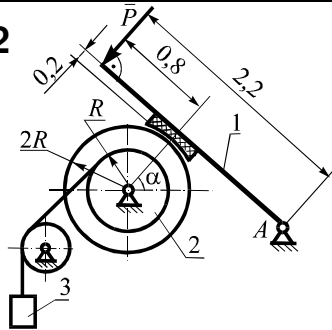
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 40$ кН;
 $G_3 = 10$ кН; $N = 20$ кН;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,35$.

21



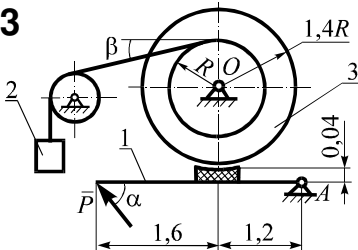
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН;
 $G_3 = 30$ кН; $G_4 = 70$ кН;
 $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $f = 0,25$.

22



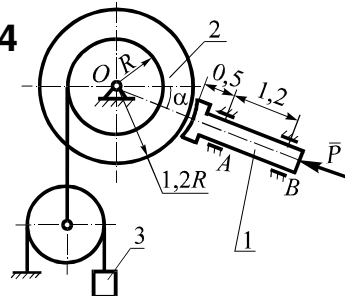
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 15$ кН;
 $G_3 = 25$ кН; $G_4 = 80$ кН;
 $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,3$.

23



Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 25$ кН;
 $G_3 = 20$ кН; $G_4 = 60$ кН;
 $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 15^\circ$; $f = 0,25$.

24

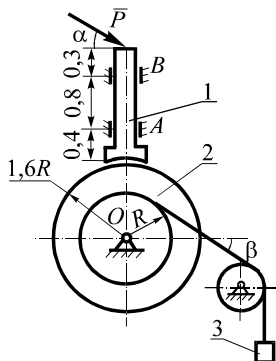


Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 30$ кН;
 $G_3 = 45$ кН; $G_4 = 90$ кН;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,2$.

25

Дано:

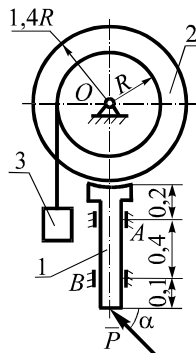
- $G_1 = 0;$
- $G_2 = 20 \text{ кН};$
- $G_3 = 10 \text{ кН};$
- $G_4 = 25 \text{ кН};$
- $f = 0,3;$
- $\alpha = 15^\circ;$
- $\beta = 30^\circ.$



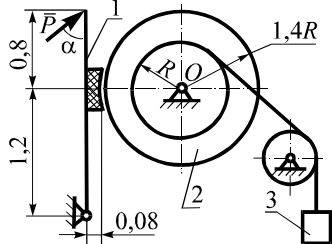
26

Дано:

- $G_1 = 0;$
- $G_2 = 60 \text{ кН};$
- $G_3 = 20 \text{ кН};$
- $\alpha = 60^\circ;$
- $f = 0,4.$

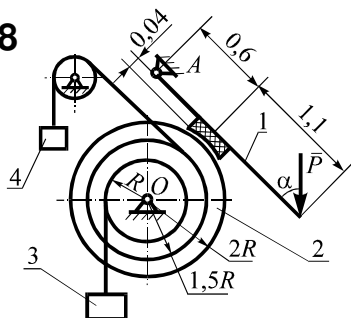


27



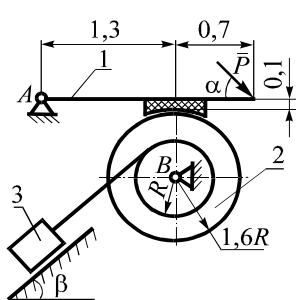
- Дано:* $G_1 = 0; G_2 = 30 \text{ кН};$
 $G_3 = 25 \text{ кН}; \alpha = 60^\circ; f = 0,5.$

28



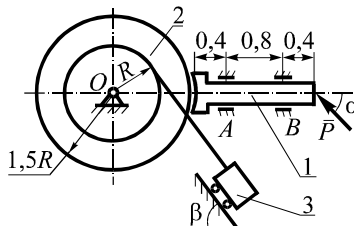
- Дано:* $G_1 = 0; G_2 = 4 \text{ кН}; G_3 = 20 \text{ кН};$
 $G_4 = 5 \text{ кН}; \alpha = 45^\circ; f = 0,6.$

29



- Дано:* $G_1 = 0; G_2 = 60 \text{ кН}; G_3 = 5 \text{ кН};$
 $\alpha = 60^\circ; \beta = 45^\circ; f = 0,25.$

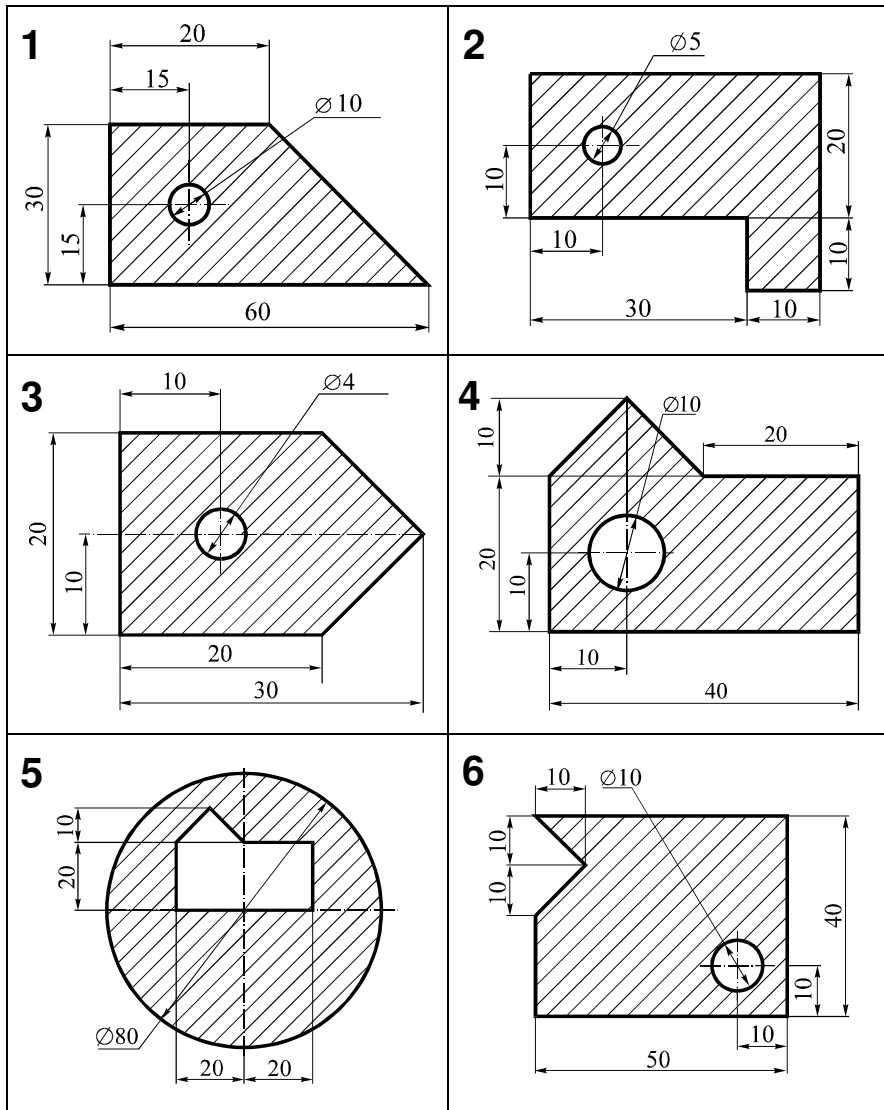
30

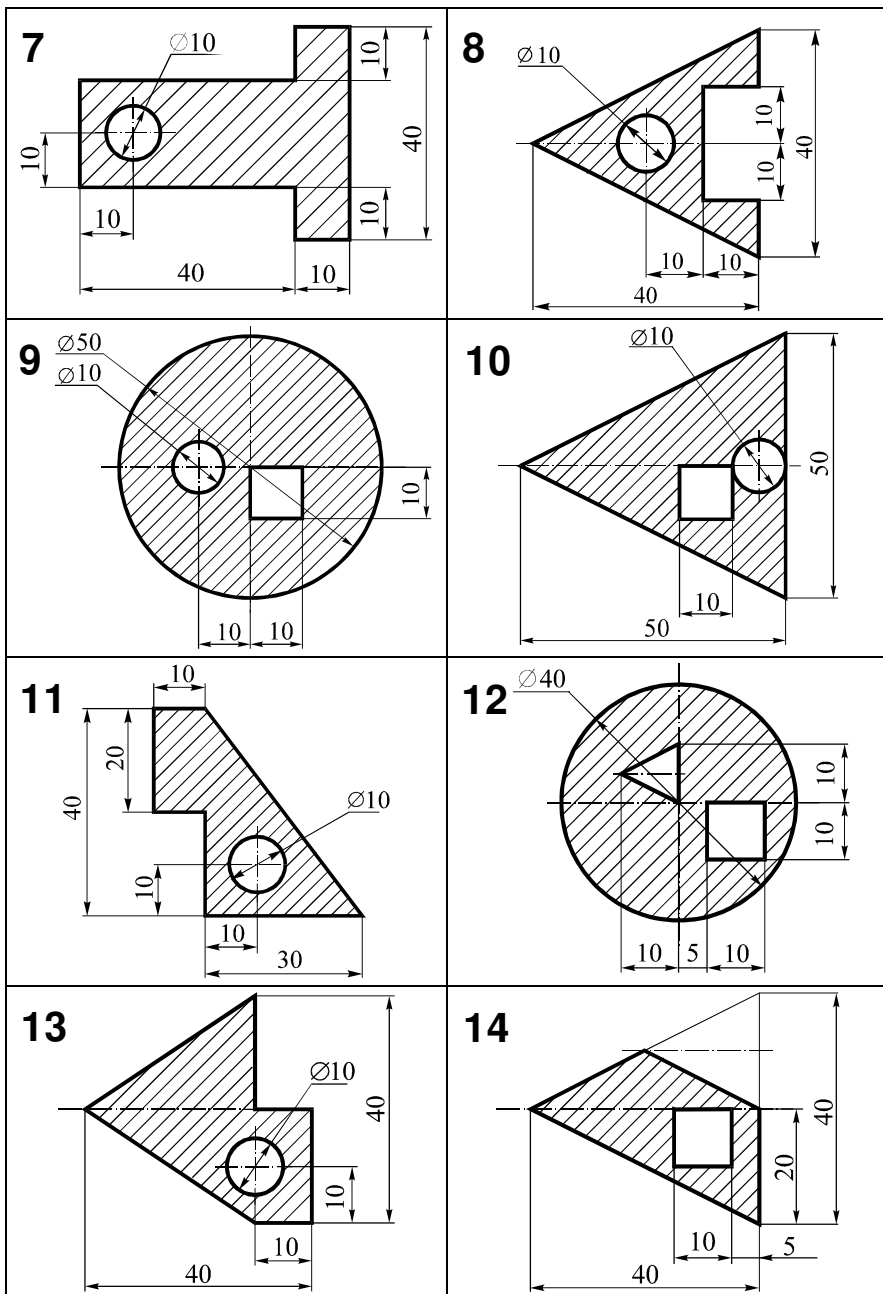


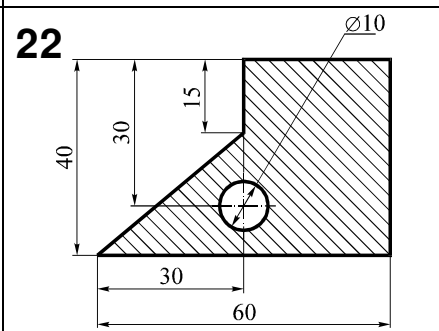
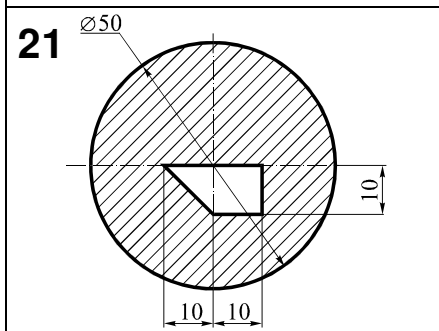
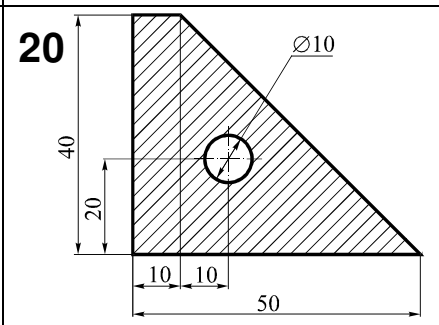
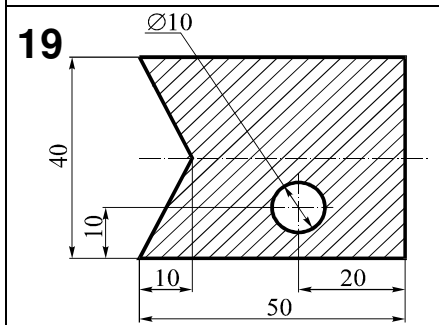
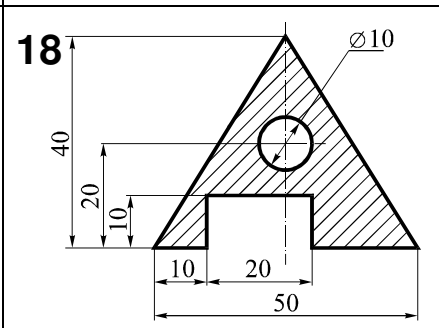
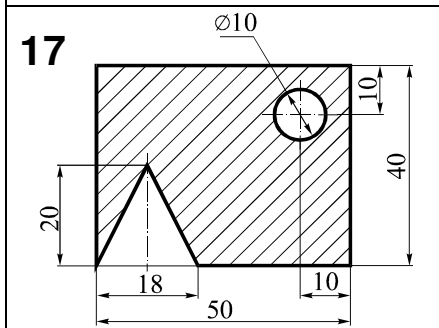
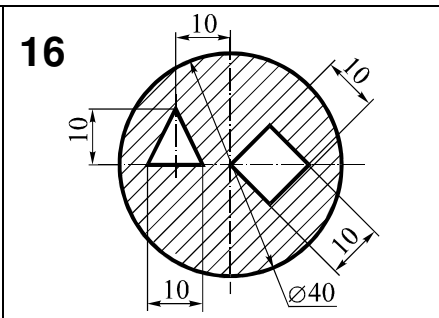
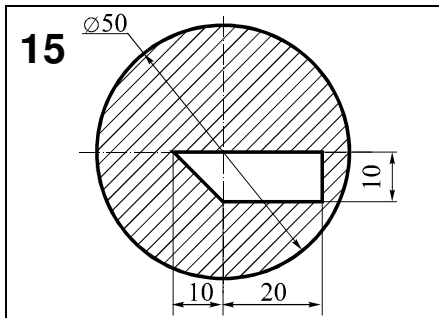
- Дано:* $G_1 = 0; G_2 = 20 \text{ кН}; G_3 = 45 \text{ кН};$
 $\alpha = 45^\circ; \beta = 60^\circ; f = 0,3.$

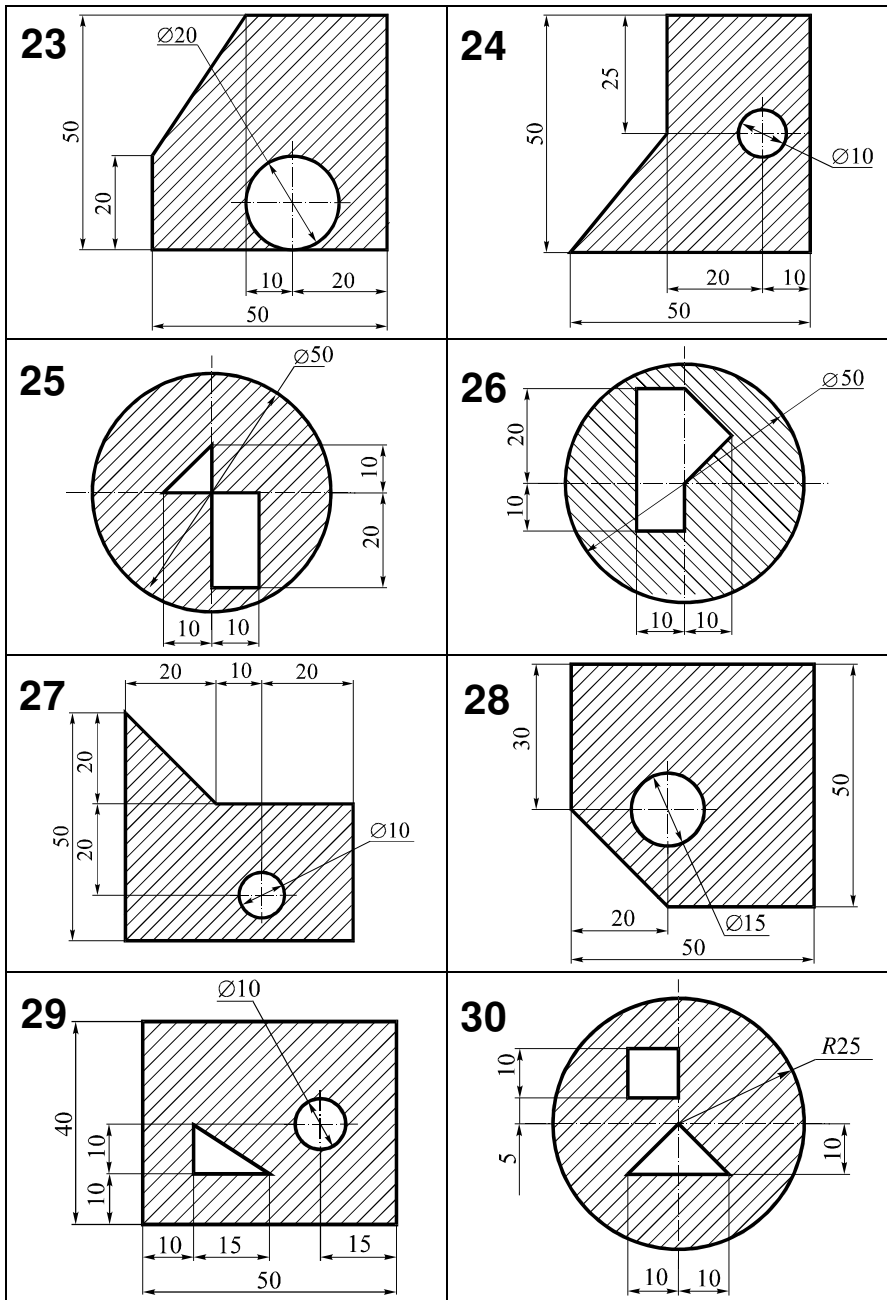
Задача ТМ-3. Расчет координат центра тяжести плоского сечения

Определить положение центра тяжести изображенной плоской фигуры по заданным ее размерам.









1.2 Кинематика

Кинематика – это раздел механики, в котором изучается движение тел без учета приложенных сил.

Движение точки по отношению к выбранной (одной) системе отсчета называют *простым*. Для описания такого движения используют векторный, координатный и естественный способы. При *векторном* способе задания движения положение точки определяется ее радиусом-вектором \vec{r} , проведенным из начала отсчета O . Зависимость $\vec{r} = \vec{r}(t)$, где t – время, называют законом движения точки в векторной форме. При *координатном* способе используют выражения координат как функций времени, например, в случае декартовых координат, $x = x(t)$, $y = y(t)$. *Естественный* способ применяется в тех случаях, когда известна траектория (*траекторией точки* называется линия, описываемая движущейся точкой в пространстве). Здесь в качестве закона движения точки выступает закон изменения дуговой координаты $s = f(t)$.

Линейная скорость точки характеризует быстроту изменения ее положения в пространстве. Она определяется соотношением

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Вектор скорости точки направляется по касательной к траектории в сторону движения точки и показывает направление движения точки в данный момент времени. Измеряется скорость в метрах в секунду (м/с).

Скорость точки в декартовых осях находится по формулам:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

При естественном способе задания движения имеем

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Линейное ускорение точки характеризует быстроту изменения ее линейной скорости и равно производной по времени от вектора скорости:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Направление вектора ускорения определяют путем геометрического суммирования его составляющих. Измеряется линейное ускорение в м/с².

При координатном способе задания движения используют формулы:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}; a_y = \frac{dv_y}{dt}; a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

При естественном способе задания движения определяют касательное и нормальное ускорения. *Касательное ускорение* точки \vec{a}_τ характеризует быстроту изменения скорости по величине и рассчитывается по формуле:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Вектор \vec{a}_τ направляется по касательной к траектории. Он сонаправлен с вектором скорости при ускоренном движении точки и противоположен ему в случае замедленного движения. Если точка движется с постоянной скоростью, то касательное ускорение отсутствует.

Нормальное ускорение \vec{a}_n характеризует быстроту изменения скорости по направлению. Для его расчета применяется формула

$$a_n = \frac{v^2}{\rho},$$

где ρ – радиус кривизны траектории, м; при движении точки по прямой $a_n = 0$.

Полное ускорение точки при известных касательном и нормальном

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Простейшими движениями твердого тела являются поступательное движение и вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.

Поступательным называется движение твердого тела, при котором любая прямая, проведенная на теле, остается параллельной некоторой неподвижной прямой. При поступательном движении скорости и ускорения всех точек твердого тела в каждый момент времени одинаковы. Поэтому описать движение тела можно, определив параметры движения любой его точки.

Вращательным является такое движение твердого тела, при котором по крайней мере две его точки в течение всего процесса движения остаются неподвижными. Линия, соединяющая неподвижные точки тела, называется *осью вращения*. Положение вращающегося тела в пространстве определяется его углом поворота φ , который измеряется в радианах (рад). Зависимость $\varphi = \varphi(t)$ называется кинематическим уравнением вращательного движения.

Быстроту изменения угла поворота характеризует *угловая скорость* ω . Она равна первой производной от угла поворота тела по времени

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

и измеряется в рад/с. Вектор угловой скорости тела $\vec{\omega}$ имеет модуль, соответствующий значению ω , и направляется по оси вращения по правилу правого винта.

Для характеристики быстроты изменения угловой скорости во времени служит *угловое ускорение*. Оно определяется дифференцированием по времени выражения угловой скорости тела

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Измеряется угловое ускорение в рад/с². Вектор углового ускорения вращающегося тела совпадает по направлению с вектором угловой скорости при ускоренном вращении и противоположен ему при замедленном.

Движущиеся точки вращающегося тела описывают окружности с центрами, находящимися на оси вращения. Их линейные скорости

$$v = \omega h,$$

где h – расстояние от конкретной точки до оси вращения тела.

Линейное ускорение точки вращающегося тела складывается из касательного и нормального ускорений

$$a_{\tau} = \epsilon h, \quad a_n = \omega^2 h, \quad a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} = h\sqrt{\epsilon^2 + \omega^4}.$$

Для изменения характеристик простейших движений тел используются механизмы с зубчатыми, ременными, цепными и др. передачами. При зубчатом зацеплении (рисунок 1.5) выполняется условие равенства линейных скоростей соприкасающихся точек зубьев обоих колес:

$$v_{A_1} = v_{A_2} \quad \text{или} \quad \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2.$$

Аналогичное соотношение справедливо и для цепной (ременной) передачи. Если же два жестко соединенных друг с другом колеса вращаются вокруг одной неподвижной оси, то их угловые скорости одинаковы: $\omega_1 = \omega_2$.

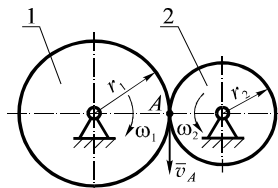


Рисунок 1.5 – Зубчатая передача

Сложным называется движение точки, при котором она участвует одновременно в нескольких простых движениях. При сложном движении точки выполняется теорема о сложении скоростей, согласно которой абсолютная скорость равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{пер}} + \vec{v}_{\text{отн}}.$$

Абсолютное ускорение точки $\vec{a}_{\text{абс}}$ равно геометрической сумме переносного $\vec{a}_{\text{пер}}$, относительного $\vec{a}_{\text{отн}}$ ускорений и ускорения Кориолиса $\vec{a}_{\text{кор}}$:

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{пер}} + \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{кор}}; \quad \vec{a}_{\text{кор}} = 2\vec{\omega}_{\text{пер}} \times \vec{v}_{\text{отн}}.$$

Плоскопараллельным (плоским) называется такое движение тела, при котором все его точки перемещаются в параллельных плоскостях. Это движение представляет собой комбинацию поступательного и вращательного движений. Один из способов определения скоростей при плоском движении связан с применением *мгновенных центров скоростей* (МЦС). МЦС – это точка тела, движущегося плоско, скорость которой в данный момент времени равна нулю (т. е. мгновенно неподвижная точка). Например, при качении колеса по неподвижной поверхности МЦС находится в месте соприкосновения тела с этой поверхностью. Используя МЦС, скорость любой точки тела можно рассчитать по формуле

$$v_A = \omega \cdot AP,$$

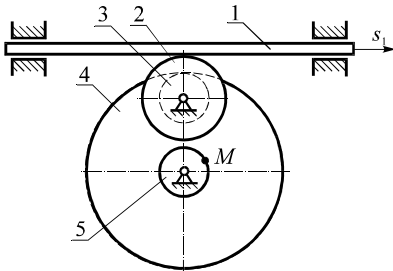
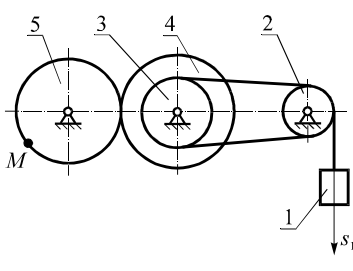
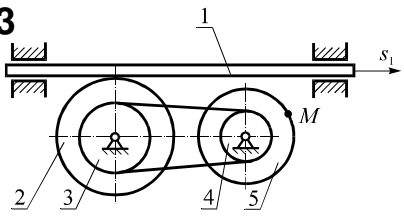
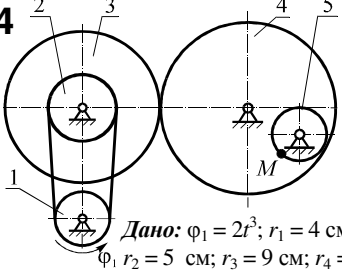
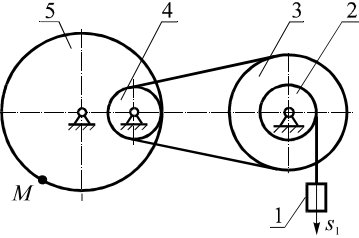
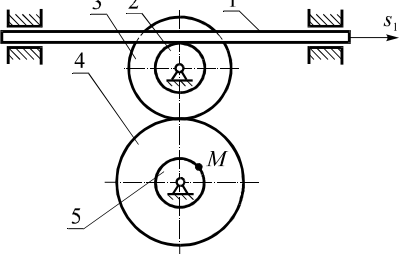
где AP – расстояние от рассматриваемой точки A до МЦС P .

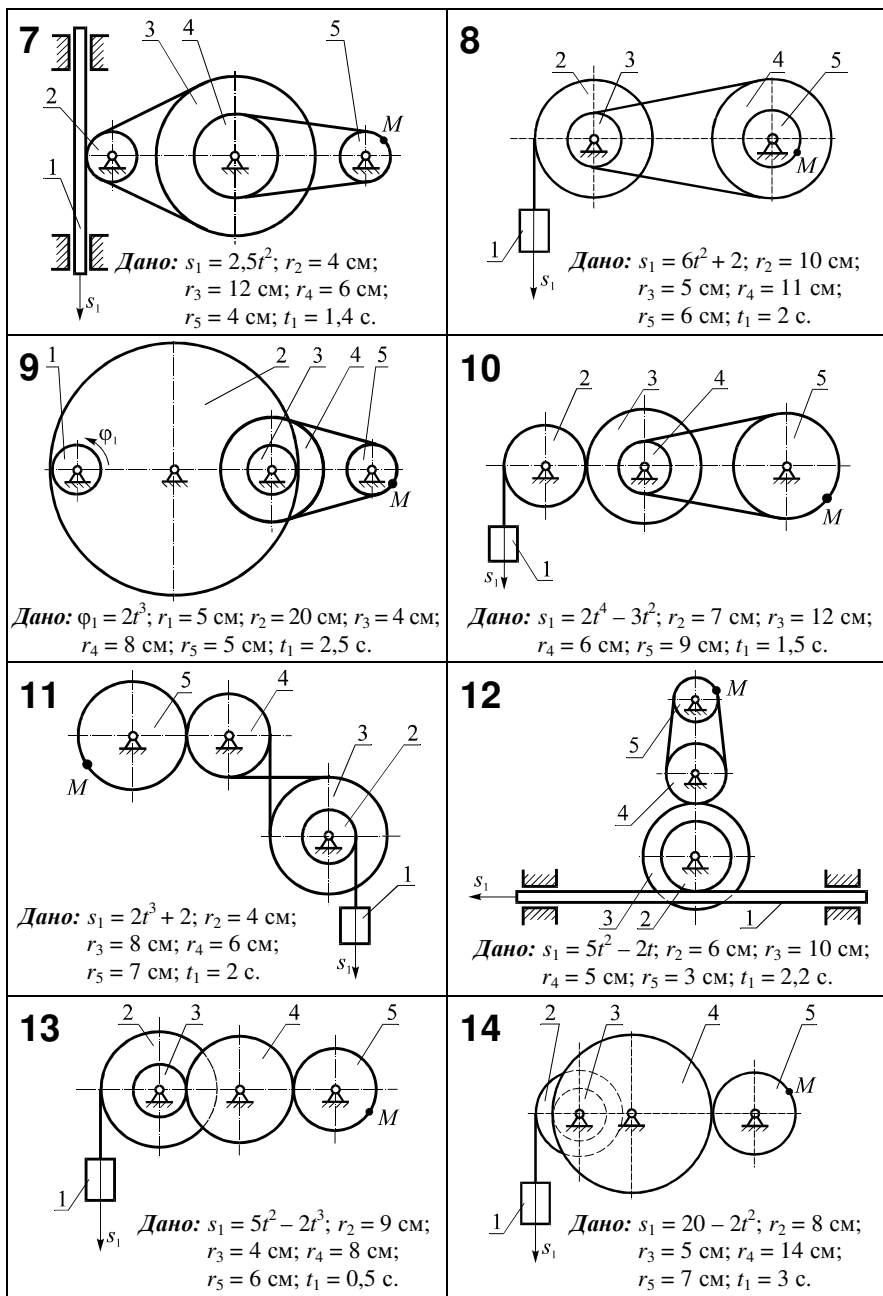
Дополнительная информация о расчете скоростей и ускорений при плоскопараллельном движении содержится в разделе 3 пособия.

Задача ТМ-4. Преобразование простейших движений твёрдого тела

Для изображенных механизмов заданы уравнение движения звена 1 и радиусы колес (координата s задана в сантиметрах, угол поворота φ – в радианах). Колеса, вращающиеся вокруг общей оси, жестко скреплены между собой.

Последовательно составить условия передачи движения и получить выражения угловых скоростей каждого вращающегося тела. Рассчитать скорость и ускорение выделенной точки M для заданного момента времени, на рисунке изобразить соответствующие векторы.

<p>1</p>  <p><i>Дано:</i> $s_1 = 1,5t^2 - t$; $r_2 = 6$ см; $r_3 = 4$ см; $r_4 = 12$ см; $r_5 = 3$ см; $t_1 = 1$ с.</p>	<p>2</p>  <p><i>Дано:</i> $s_1 = 5 - 6t^2$; $r_2 = 5$ см; $r_3 = 6$ см; $r_4 = 9$ см; $r_5 = 8$ см; $t_1 = 0,8$ с.</p>
<p>3</p>  <p><i>Дано:</i> $s_1 = 2t^2 - t^2$; $r_2 = 8$ см; $r_3 = 4$ см; $r_4 = 3$ см; $r_5 = 5$ см; $t_1 = 1$ с.</p>	<p>4</p>  <p><i>Дано:</i> $\varphi_1 = 2t^3$; $r_1 = 4$ см; $r_2 = 5$ см; $r_3 = 9$ см; $r_4 = 12$ см; $r_5 = 3$ см; $t_1 = 1$ с.</p>
<p>5</p>  <p><i>Дано:</i> $s_1 = 0,8t^2 + 4t$; $r_2 = 6$ см; $r_3 = 10$ см; $r_4 = 12$ см; $r_5 = 3$ см; $t_1 = 2$ с.</p>	<p>6</p>  <p><i>Дано:</i> $s_1 = 5,5t^2$; $r_2 = 6$ см; $r_3 = 4$ см; $r_4 = 12$ см; $r_5 = 3$ см; $t_1 = 0,5$ с.</p>



15

Дано: $s_1 = 12t^2 - t^3$; $r_2 = 9$ см;
 $r_3 = 7$ см; $r_4 = 10$ см;
 $r_5 = 3$ см; $t_1 = 1$ с.

16

Дано: $s_1 = 2t^3$; $r_2 = 9$ см; $r_3 = 4$ см;
 $r_4 = 13$ см; $r_5 = 5$ см; $t_1 = 0,5$ с.

17

Дано: $s_1 = 1,2t^3 - t$;
 $r_2 = 10$ см; $r_3 = 4$ см;
 $r_4 = 9$ см; $r_5 = 6$ см;
 $t_1 = 4$ с.

18

Дано: $\varphi_1 = 4t^2 - 6$; $r_1 = 6$ см;
 $r_2 = 10$ см; $r_3 = 4$ см;
 $r_4 = 11$ см; $r_5 = 5$ см; $t_1 = 3$ с.

19

Дано: $s_1 = 3t^3$; $r_2 = 4$ см; $r_3 = 9$ см;
 $r_4 = 6$ см; $r_5 = 3$ см; $t_1 = 1$ с.

20

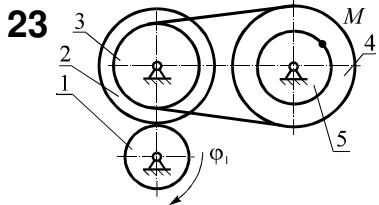
Дано: $s_1 = 2t^4 - t$; $r_2 = 3$ см;
 $r_3 = 10$ см; $r_4 = 5$ см;
 $r_5 = 8$ см; $t_1 = 1,4$ с.

21

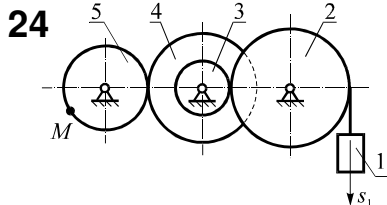
Дано: $s_1 = 6 - 0,75t^4$; $r_2 = 6$ см;
 $r_3 = 15$ см; $r_4 = 8$ см;
 $r_5 = 14$ см; $t_1 = 1,5$ с.

22

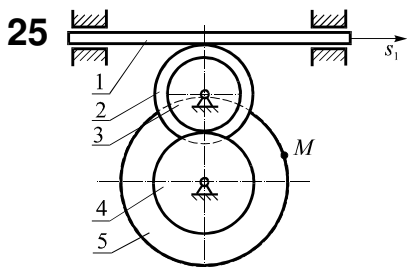
Дано: $\varphi_1 = 0,5t^2 - 3$; $r_1 = 5$ см; $r_2 = 8$ см;
 $r_3 = 12$ см; $r_4 = 4$ см; $r_5 = 9$ см;
 $t_1 = 1,5$ с.



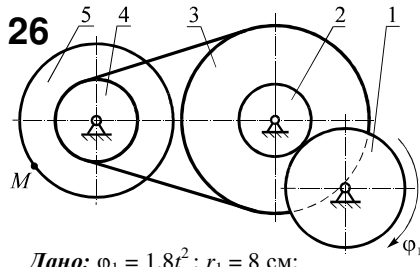
Дано: $\varphi_1 = 2t^3$; $r_1 = 4$ см; $r_2 = 10$ см;
 $r_3 = 8$ см; $r_4 = 12$ см;
 $r_5 = 6$ см; $t_1 = 1,5$ с.



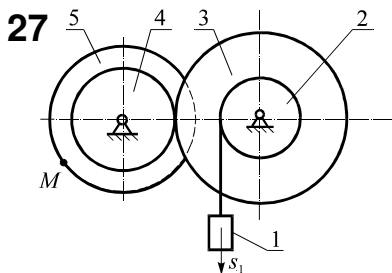
Дано: $s_1 = 5t^2 - 3t$; $r_2 = 10$ см; $r_3 = 4$ см;
 $r_4 = 8$ см; $r_5 = 6$ см; $t_1 = 1,2$ с.



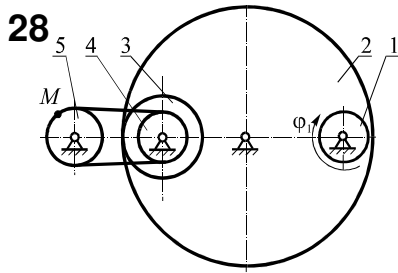
Дано: $s_1 = 10t^4 - t$; $r_2 = 8$ см; $r_3 = 6$ см;
 $r_4 = 9$ см; $r_5 = 14$ см; $t_1 = 0,5$ с.



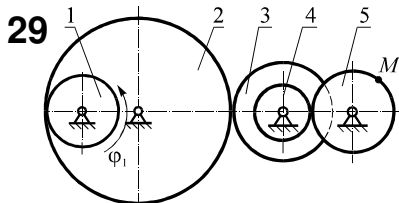
Дано: $\varphi_1 = 1,8t^2$; $r_1 = 8$ см;
 $r_2 = 5$ см; $r_3 = 18$ см; $r_4 = 7$ см;
 $r_5 = 14$ см; $t_1 = 1$ с.



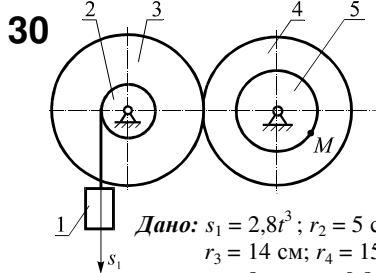
Дано: $s_1 = 2,2t^2 - 2t$; $r_2 = 5$ см; $r_3 = 13$ см;
 $r_4 = 8$ см; $r_5 = 11$ см; $t_1 = 2$ с.



Дано: $\varphi_1 = 2t^4$; $r_1 = 4$ см; $r_2 = 20$ см; $r_3 = 6$ см;
 $r_4 = 4$ см; $r_5 = 5$ см; $t_1 = 1$ с.



Дано: $\varphi_1 = 0,8t^4$; $r_1 = 5$ см; $r_2 = 14$ см;
 $r_3 = 8$ см; $r_4 = 4$ см; $r_5 = 6$ см;
 $t_1 = 1$ с.



Дано: $s_1 = 2,8t^3$; $r_2 = 5$ см;
 $r_3 = 14$ см; $r_4 = 15$ см;
 $r_5 = 8$ см; $t_1 = 0,8$ с.

1.3 Динамика

Динамика – раздел теоретической механики, в котором изучается движение материальных объектов под действием приложенных к ним сил.

Классическая динамика построена на основном законе динамики материальной точки (законе Ньютона):

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_i,$$

где m – масса, кг. Она является *мерой инертности материальной точки*.

Движение твердых тел описывается уравнениями, форма записи которых зависит от вида движения тела.

При поступательном движении

$$m\bar{a}_C = \sum \bar{F}_i,$$

где \bar{a}_C – ускорение центра масс тела, м/с^2 .

В случае вращательного движения

$$J_z \varepsilon = \sum M_{iz},$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси вращения z , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$; ε – угловое ускорение, рад/с^2 ; M_{iz} – момент силы относительно оси вращения, Н·м.

Момент инерции J_z является мерой инертности тела при вращательном движении и определяется интегралом:

$$J_z = \int_{(V)} dm h_z^2,$$

где h_z – расстояние от точки до оси вращения.

Если известен *радиус инерции i_z* , то момент инерции

$$J_z = m i_z^2.$$

Центральный момент инерции однородного диска массой m и радиусом R вычисляется по формуле

$$J_{Cz} = \frac{1}{2} m R^2.$$

Для кольца аналогичная формула имеет вид: $J_{Cz} = m R^2$.

Поскольку *плоскопараллельное движение* представляет собой комбинацию поступательного и вращательного движений, то в этом случае следует записать систему уравнений:

$$m\bar{a}_C = \sum \bar{F}_i, \quad J_{Cz} \varepsilon = \sum M_{iCz},$$

где M_{iCz} – момент силы относительно оси, проходящей через центр масс, Н·м.

При исследовании динамики материальных систем наряду с динамическими уравнениями движения широкое распространение находят общие теоремы динамики.

1 Теорема об изменении количества движения материальной системы

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \sum \bar{F}_j^{\text{внеш}},$$

где \bar{Q} – количество движения материальной системы,

$$\bar{Q} = \sum m_i \bar{v}_i,$$

2 Теорема об изменении момента количества движения материальной системы

$$\frac{d\bar{K}_O}{dt} = \sum \bar{M}_{Oj}^{\text{внеш}},$$

где K_O – момент количества движения относительно центра O .

3 Теорема об изменении кинетической энергии

$$T - T_0 = \sum A_j^{\text{внеш}} + \sum A_j^{\text{внут}},$$

где T_0, T – кинетическая энергия системы в начальном и конечном положениях; $A_j^{\text{внеш}}$, $A_j^{\text{внут}}$ – работа внешних и внутренних сил.

Кинетическая энергия системы, состоящей из нескольких тел, определяется суммированием их кинетических энергий:

$$T = \sum T_i.$$

Форма записи выражения кинетической энергии тела зависит от вида его движения. При поступательном движении

$$T = \frac{mv^2}{2}.$$

При вращательном движении

$$T = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

Кинетическая энергия при плоском движении тела получается суммированием энергией этих двух видов движений

$$T = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{J_{Cz} \omega^2}{2},$$

где v_C – скорость центра масс тела, м/с, J_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, кг/м².

Работа силы на конечном перемещении

$$A = \int \bar{F} \cdot d\bar{r},$$

(e)

где $d\bar{r}$ – вектор элементарного перемещения точки приложения силы F .

Работа силы положительна, если эта сила способствует движению, и отрицательна, если препятствует.

Работа постоянной силы

$$A = Fs \cos \alpha ,$$

где s – значение перемещения; α – угол между вектором силы и направлением перемещения.

Работа силы тяжести \bar{G} определяется как

$$A(\bar{G}) = mg\Delta h ,$$

где Δh – разница высот начального и конечного положений точки.

Работа момента пары сил находится по формуле

$$A(M) = M\varphi .$$

Здесь φ – угол поворота тела.

Если при движении точки на нее действует сила упругости пружины с коэффициентом жесткости c , то работа этой силы

$$A(F_{\text{упр}}) = \frac{c}{2} (\Delta l^2 - \Delta l_0^2) ,$$

где Δl_0 , Δl – деформация упругой связи в начальном и конечном положениях системы соответственно.

Аналитическая механика дает иные методы решения динамических задач по сравнению с классической. Например, введение в рассмотрение сил инерции позволяет решать задачи динамики, используя уравнения статики.

Сила инерции материальной точки равна произведению массы точки m на ее ускорение a и направляется противоположно вектору ускорения:

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a} .$$

В общем случае движение тела надо учитывать, что наряду с перемещением вместе с центром масс оно вращается вокруг центра масс. Соответственно следует принимать во внимание не только силу инерции, но и момент сил инерции

$$M^{\Phi} = J_{Cz}\epsilon ,$$

который направляется противоположно угловому ускорению тела.

В соответствии с *принципом Даламбера для материальной точки* при ее движении справедливо уравнение

$$\sum \bar{F}_i + \sum \bar{R}_i + \sum \bar{\Phi}_i = 0 ,$$

где F_i , R_i , Φ_i – активная сила, реакция связи и сила инерции.

Таким образом, уравнение имеет вид, совпадающий с уравнением равновесия тела под действием сходящихся сил.

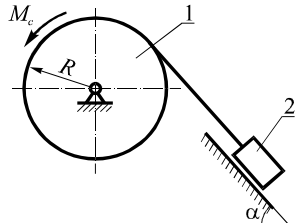
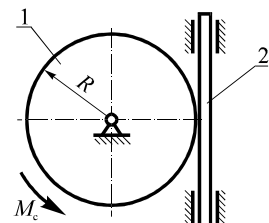
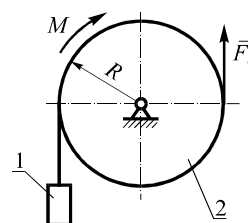
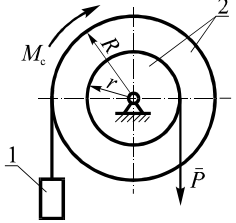
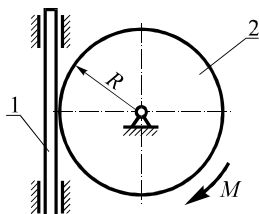
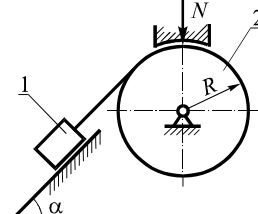
При движении материальной системы уравнение сохраняет свой вид, но принимать во внимание следует только внешние силы. Кроме того, для системы (как и для твердого тела) справедливо уравнение моментов

$$\sum M_o(\bar{F}_i) + \sum M_o(\bar{R}_i) + \sum M_o(\bar{\Phi}_i) = 0 ,$$

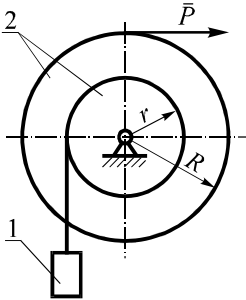
в котором также учитываются только внешние силы.

Задача ТМ-5. Динамика поступательного и вращательного движений твердого тела

Механическая система состоит из двух тел с массами m_1 и m_2 . На них могут действовать движущая сила P , вращающий момент M , момент и сила сопротивления M_c и F_c . В некоторых вариантах к барабану силой N прижимается тормозная колодка. Коэффициент трения скольжения между соприкасающимися поверхностями f . Определить указанное в условии варианта ускорение. Шкивы, для которых не задан радиус инерции i_{2x} , считать сплошными однородными дисками.

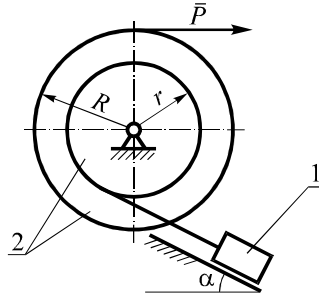
<p>1</p>  <p><i>Дано:</i> $m_1 = 3m$; $m_2 = 2m$; M_c; f; R; α. <i>Определить</i> ε_1.</p>	<p>2</p>  <p><i>Дано:</i> $m_1 = 2m$; $m_2 = 4m$; M_c; R. <i>Определить</i> a_2.</p>
<p>3</p>  <p><i>Дано:</i> $m_1 = 6m$; $m_2 = 3m$; F_c; M; R. <i>Определить</i> a_1.</p>	<p>4</p>  <p><i>Дано:</i> $m_1 = 3m$; $m_2 = 2m$; M_c; P; $R = 1,5r$; $i_{2x} = 1,1r$. <i>Определить</i> a_1.</p>
<p>5</p>  <p><i>Дано:</i> $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; M; R. <i>Определить</i> a_1.</p>	<p>6</p>  <p><i>Дано:</i> $m_1 = m$; $m_2 = 3m$; N; f; R; $i_{2x} = 0,8R$; α. <i>Определить</i> ε_2.</p>

7



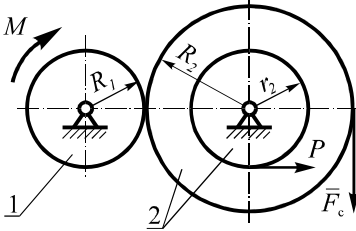
Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 3m$; P ; $R = 2r$;
 $i_{2x} = 1,5r$.
 Определить ε_2 .

8



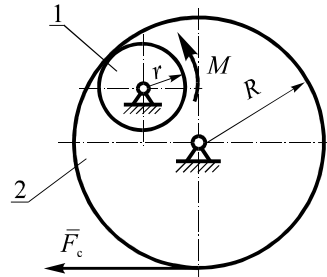
Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 3m$; P ; α ;
 $R = 1,6r$; $i_{2x} = r\sqrt{2}$.
 Определить a_1 .

9



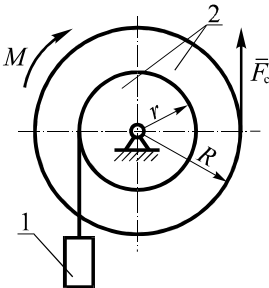
Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 3m$; F_c ; P ; M ;
 $R_1 = 1,5r$; $R_2 = 2r$; $r_2 = r$;
 $i_{2x} = r\sqrt{2}$.
 Определить ε_2 .

10



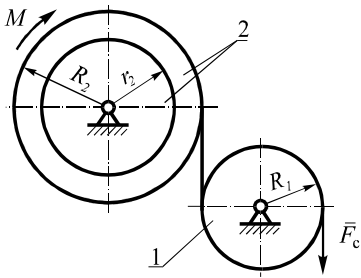
Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 4m$; M ; F_c ;
 $R = 2r$; $i_{2x} = r\sqrt{2}$.
 Определить ε_1 .

11



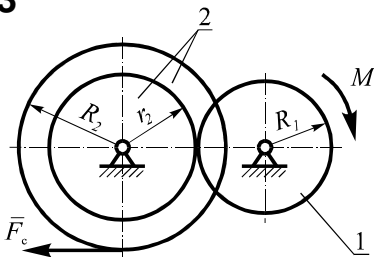
Дано: $m_1 = 3m$; $m_2 = m$; F_c ; M ;
 $R = 2r$; $i_{2x} = r\sqrt{2}$.
 Определить ε_2 .

12



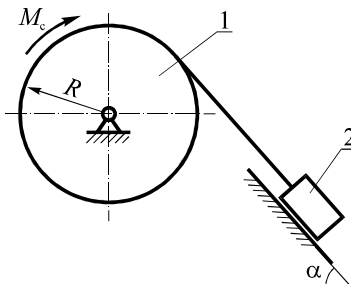
Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; M ; F_c ;
 $R_2 = 1,5r$; $r_2 = r$; $R_1 = r$; $i_{2x} = r$.
 Определить ε_2 .

13



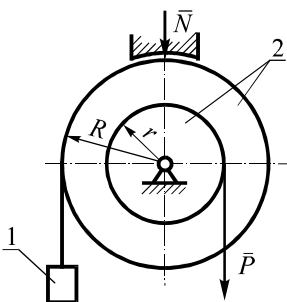
Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 5m$; $R_1 = 2r$; M ;
 F_c ; $r_2 = r$; $R_2 = 3r$; $i_{2x} = 1,5r$.
 Определить ε_1 .

14



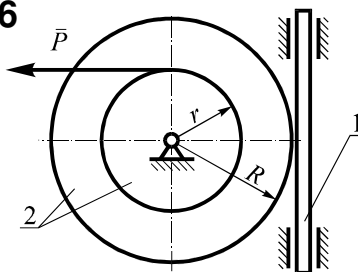
Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 4m$; f ; M_c ; α ; R .
 Определить a_2 .

15



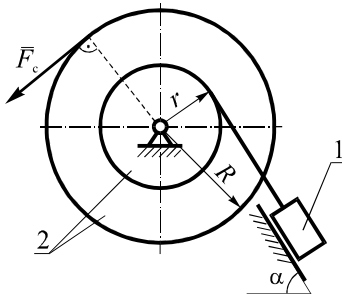
Дано: $m_1 = 3m$; $m_2 = 2m$; P ; N ; f ;
 $R = 3r$; $i_{2x} = r\sqrt{3}$.
 Определить a_1 .

16



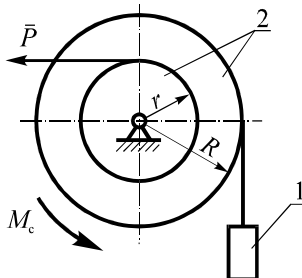
Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 3m$; P ; $R = 2r$;
 $i_{2x} = r\sqrt{2}$.
 Определить a_1 .

17



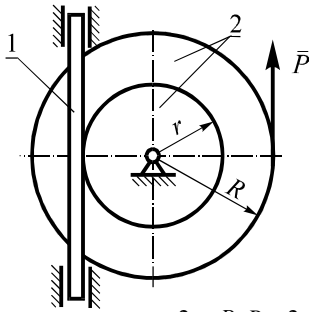
Дано: $m_1 = 3m$; $m_2 = 2m$; F_c ; α ; $R = 2r$;
 $i_{2x} = r\sqrt{2}$.
 Определить ε_2 .

18



Дано: $m_1 = 4m$; $m_2 = 3m$; M_c ; P ; $R = 2r$;
 $i_{2x} = r\sqrt{2}$.
 Определить a_1 .

19

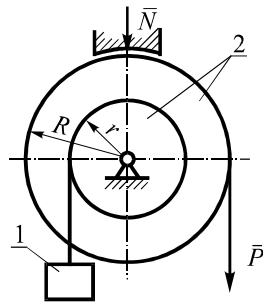


Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; P ; $R = 2r$;

$$i_{2x} = r\sqrt{2}.$$

Определить ε_2 .

20

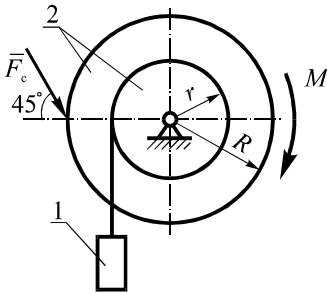


Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 3m$; P ; N ; f ;

$$R = 2r; i_{2x} = r\sqrt{3}.$$

Определить ε_2 .

21

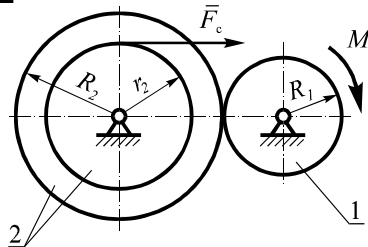


Дано: $m_1 = 4m$; $m_2 = 3m$; M ; F_c ; $R = 3r$;

$$i_{2x} = 1,5r.$$

Определить a_1 .

22

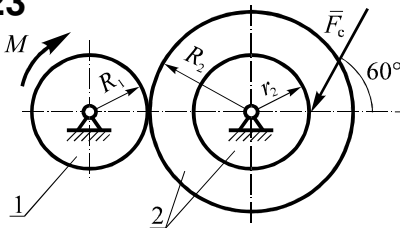


Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 3m$; M ; F_c ; $R_1 = r$;

$$R_2 = 2r; r_2 = r; i_{2x} = 1,5r.$$

Определить ε_2 .

23

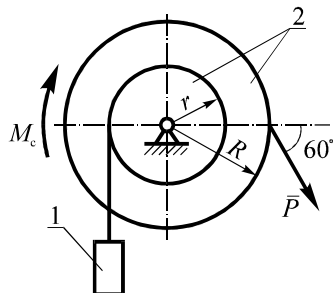


Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 6m$; M ; F_c ;

$$R_1 = r_2 = r; R_2 = 3r; i_{2x} = r\sqrt{3}.$$

Определить ε_1 .

24

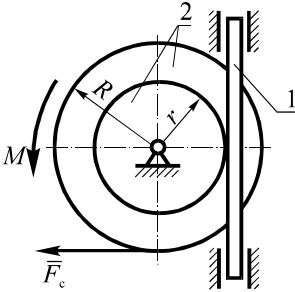


Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; M_c ; F ; $R = 2r$;

$$i_{2x} = r\sqrt{3}.$$

Определить a_1 .

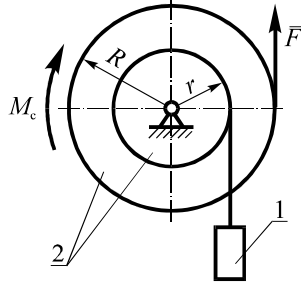
25



Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 3m$; M ; F_c ;
 $R = 1,5r$; $i_{2x} = r$.

Определить ε_2 .

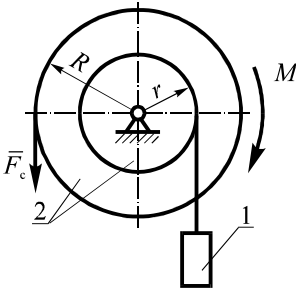
26



Дано: $m_1 = 6m$; $m_2 = 4m$; M_c ; F ; $R = 3r$;
 $i_{2x} = r\sqrt{3}$.

Определить ε_2 .

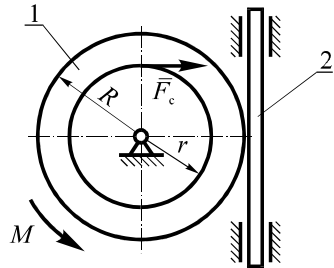
27



Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 3m$; M ; F_c ;
 $R = 2r$; $i_{2x} = 1,5r$.

Определить ε_2 .

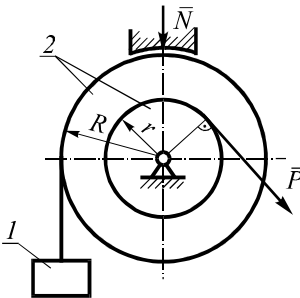
28



Дано: $m_1 = 2m$; $m_2 = 5m$; M ; F_c ;
 $R = 1,8r$; $i_{2x} = 0,8r$.

Определить ε_1 .

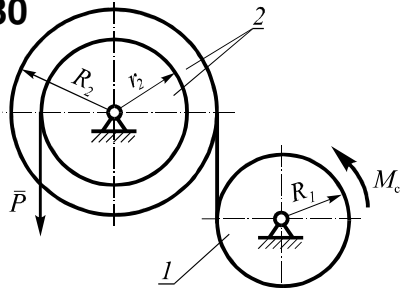
29



Дано: $m_1 = 8m$; $m_2 = 5m$; P ; N ; f ;
 $R = 2r$; $i_{2x} = r\sqrt{2}$.

Определить a_1 .

30



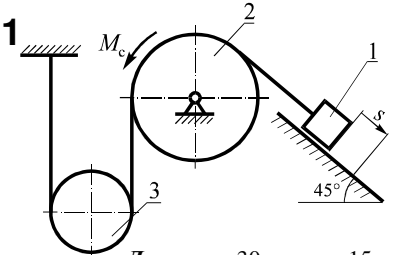
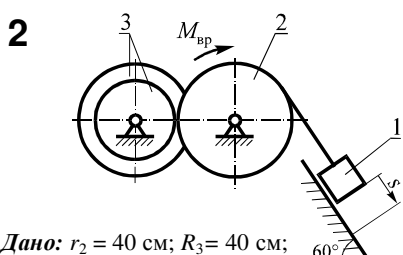
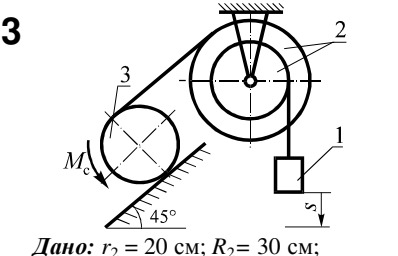
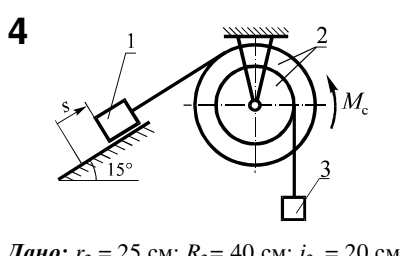
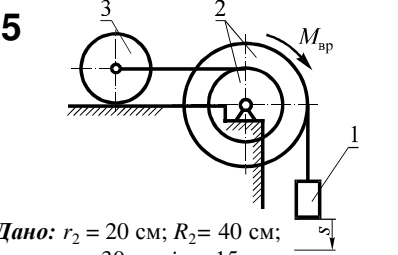
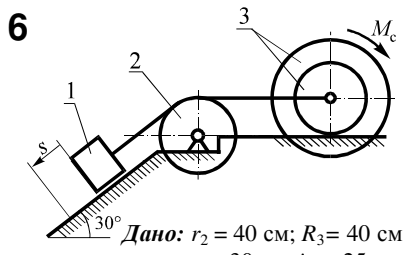
Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 3m$; P ; M_c ; $R_2 = 3r$;
 $r_2 = r$; $R_1 = r$; $i_{2x} = r\sqrt{2}$.

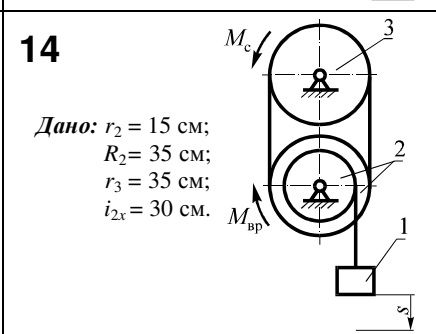
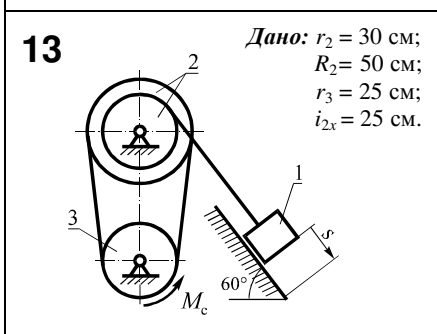
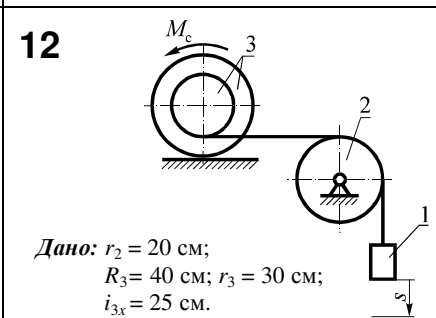
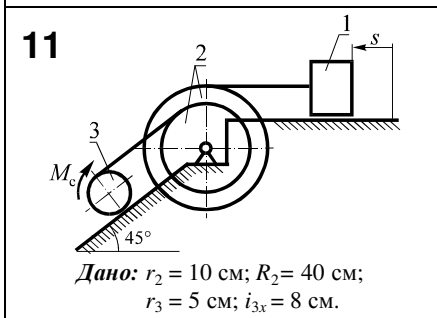
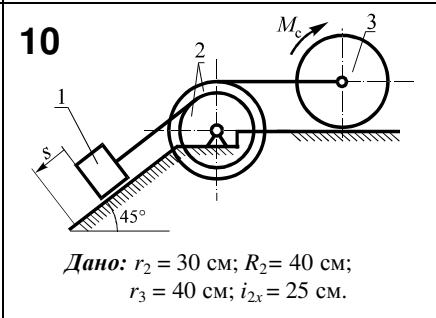
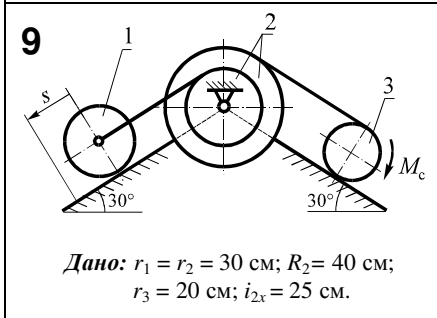
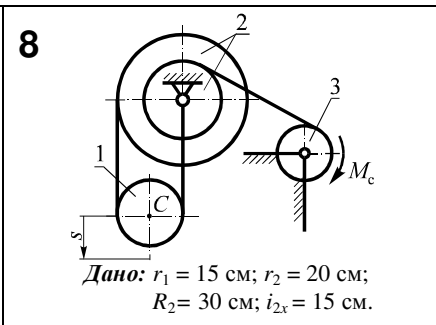
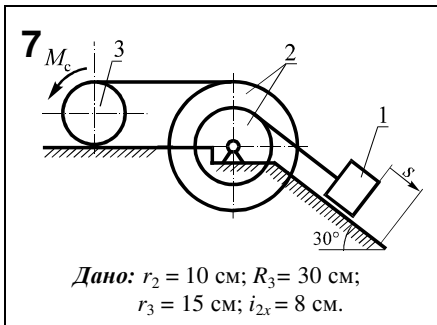
Определить ε_1 .

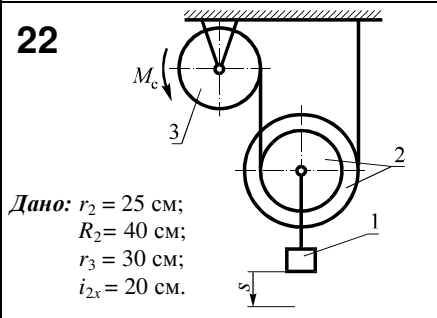
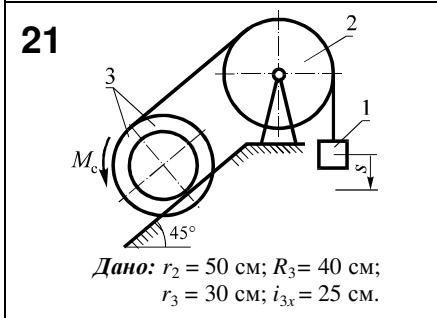
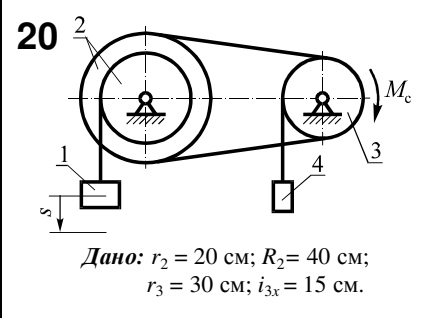
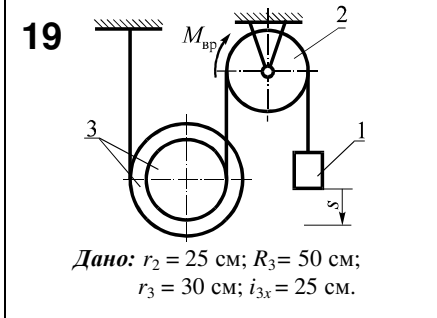
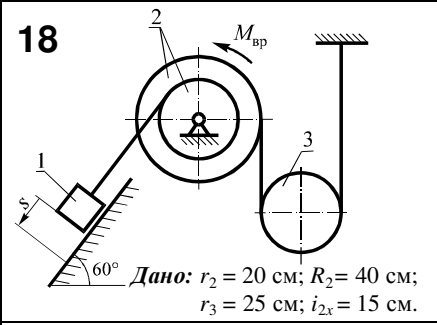
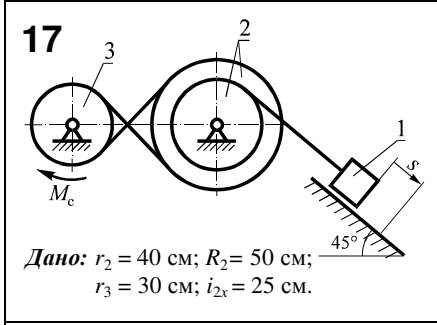
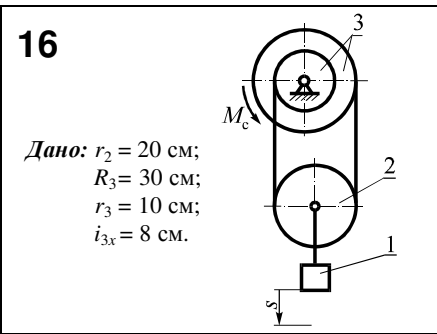
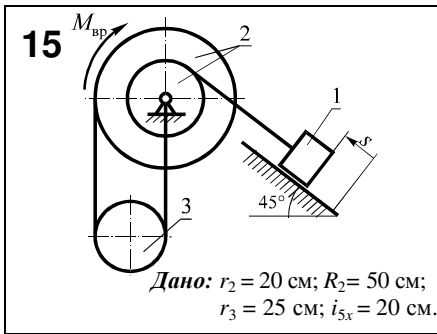
Задача ТМ-6. Теорема об изменении кинетической энергии материальной системы

В изображенной на рисунке системе массы всех пронумерованных тел одинаковы и равны m . Заданы радиусы тел вращения. В случае, если для такого тела не задан радиус инерции i_x , его надо считать сплошным однородным цилиндром. К некоторым из тел приложены вращающие моменты $M_{вр} = mgr_2$, либо моменты сопротивления $M_c = 0,1mgr_2$. Коэффициент трения скольжения тел по плоскости $f = 0,25$. Качение во всех случаях происходит без проскальзывания. В начальный момент система находилась в покое.

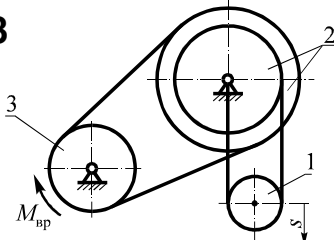
Определить зависимость скорости тела 1 от пройденного пути s .

<p>1</p>  <p style="text-align: center;"><i>Дано:</i> $r_2 = 30$ см; $r_3 = 15$ см.</p>	<p>2</p>  <p style="text-align: center;"><i>Дано:</i> $r_2 = 40$ см; $R_3 = 40$ см; $r_3 = 30$ см; $i_{3x} = 25$ см.</p>
<p>3</p>  <p style="text-align: center;"><i>Дано:</i> $r_2 = 20$ см; $R_2 = 30$ см; $r_3 = 25$ см; $i_{2x} = 15$ см.</p>	<p>4</p>  <p style="text-align: center;"><i>Дано:</i> $r_2 = 25$ см; $R_2 = 40$ см; $i_{2x} = 20$ см.</p>
<p>5</p>  <p style="text-align: center;"><i>Дано:</i> $r_2 = 20$ см; $R_2 = 40$ см; $r_3 = 30$ см; $i_{3x} = 15$ см.</p>	<p>6</p>  <p style="text-align: center;"><i>Дано:</i> $r_2 = 40$ см; $R_3 = 40$ см; $r_3 = 30$ см; $i_{3x} = 25$ см.</p>



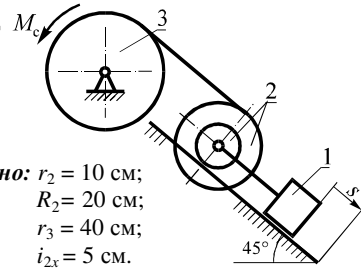


23



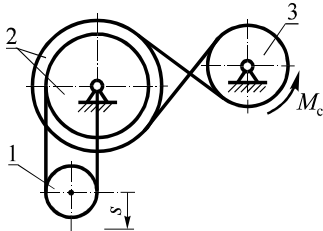
Дано: $r_2 = 40$ см; $R_2 = 50$ см;
 $r_3 = 30$ см; $i_{2x} = 35$ см.

24



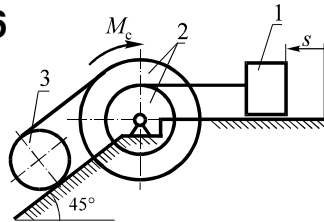
Дано: $r_2 = 10$ см;
 $R_2 = 20$ см;
 $r_3 = 40$ см;
 $i_{2x} = 5$ см.

25



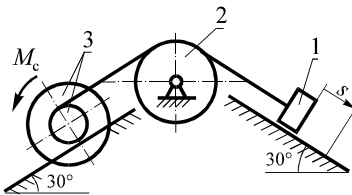
Дано: $r_2 = 40$ см; $R_2 = 40$ см;
 $r_3 = 30$ см; $i_{2x} = 25$ см.

26



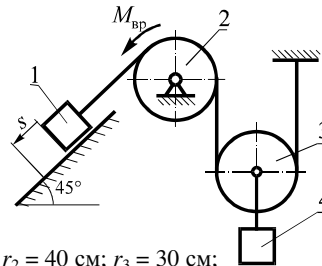
Дано: $r_2 = 15$ см; $R_2 = 40$ см;
 $r_3 = 20$ см; $i_{2x} = 25$ см.

27



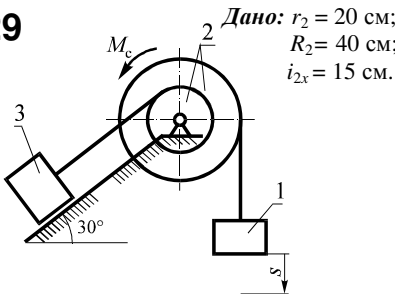
Дано: $r_2 = 20$ см; $R_3 = 35$ см;
 $r_3 = 15$ см; $i_{3x} = 20$ см.

28



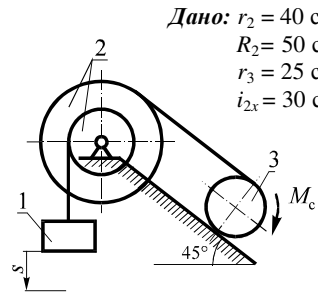
Дано: $r_2 = 40$ см; $r_3 = 30$ см;
 $i_{3x} = 25$ см.

29



Дано: $r_2 = 20$ см;
 $R_2 = 40$ см;
 $i_{2x} = 15$ см.

30



Дано: $r_2 = 40$ см;
 $R_2 = 50$ см;
 $r_3 = 25$ см;
 $i_{2x} = 30$ см.

Задача ТМ-7. Принцип Даламбера для материальной точки

<p>1 Груз массой 1500 кг перемещается вместе с мостовым краном со скоростью 1 м/с. Расстояние от центра тяжести груза до точки подвеса 3 м. При внезапной остановке крана груз продолжает движение и начинает качаться около точки подвеса. Определить натяжение троса в момент, когда груз находится в нижнем положении.</p>	<p>2 Вертикальный подъем груза массой $m = 1000$ кг осуществляется канатом, наматываемым на барабан радиуса $R = 0,3$ м, который вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 2t$ рад/с². Определить закон изменения силы натяжения каната и ее значение в момент времени $t_1 = 5$ с.</p>
<p>3 Грузовой автомобиль массой $m = 4000$ кг, движущийся со скоростью $v = 54$ км/ч по прямолинейному горизонтальному участку пути, начинает торможение. Определить время движения автомобиля до остановки, если сила сопротивления движению равна $F = 8t$ кН.</p>	<p>4 Человек массой 70 кг, находящийся на деревянном плоту массой 100 кг, отталкивается от берега. По истечении 0,5 с от начала движения скорость плота стала равной 2 км/ч. Считая силы, действующие на плот постоянными, определить их равнодействующую.</p>
<p>5 В вагоне поезда, идущего по криволинейному пути со скоростью 72 км/ч, производится взвешивание на пружинных весах некоторого груза. Его масса 5 кг, а радиус закругления пути 200 м. Определить показание пружинных весов (силу натяжения пружины).</p>	<p>6 Каков должен быть коэффициент трения f между шинами колес и дорогой, чтобы автомобиль, имеющий скорость 72 км/ч, двигаясь равномерно по горизонтальному участку дороги, на пути 50 м смог снизить скорость до 36 км/ч.</p>
<p>7 Вертикальный подъем груза массой $m = 600$ кг осуществляется посредством каната, наматываемого на барабан радиуса $R = 0,2$ м. Определить силу натяжения каната, если барабан вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 1$ рад/с².</p>	<p>8 Груз поднимается вертикально вверх равноускоренно с помощью подъемного крана так, что из состояния покоя за первые t секунд он проходит s метров. Определить предельную массу груза, если канат разрывается под действием силы T.</p>
<p>9 Судно движется равноускоренно по спусковой дорожке стапеля длиной 90 м, составляющего угол 0,07 рад с горизонтом, и проходит ее за 31 с. Чему равен коэффициент трения судна о стапель?</p>	<p>10 Каков должен быть коэффициент трения f между шинами колес автомобиля и дорогой, чтобы автомобиль массой в 6 т двигался с ускорением 0,2 м/с². Считать, что все колеса автомобиля ведущие.</p>

<p>11 Грузеный самосвал массой 60 т начал подниматься по уклону 1:50 длиной 1 км со скоростью 72 км/ч. В конце участка его скорость снизилась до 60 км/ч. Сила сопротивления движению составляет 0,1 от силы тяжести. Определить силу тяги самосвала.</p>	<p>12 Теплоход с баржой на буксире начинает двигаться равноускоренно из состояния покоя. За первые 80 с он разгоняется до скорости 18 км/ч. Масса баржи равна 100 т, а сила сопротивления воды составляет 12000 Н. Определить силу натяжения буксирного троса.</p>
<p>13 Аэростат массой m (с балластом) опускается вертикально с постоянным ускорением a. Определить массу балласта m_1, который следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, направленное вертикально вверх. Сопротивлением воздуха пренебречь.</p>	<p>14 Судно, имеющее массу 180 т, движется прямолинейно с постоянным ускорением $a = 1,5 \text{ м/с}^2$. Сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости и при скорости 1 м/с равна 4,9 кН. Определить значение движущей судно силы в момент, когда его скорость 36 км/ч.</p>
<p>15 Автомобиль массой $m = 15 \text{ т}$ при входе в кривую имел скорость $v = 18 \text{ км/ч}$. Определить в этот момент времени величину и направление силы трения, если между колесами и полотном дороги коэффициент трения $f = 0,4$. Движение автомобиля, принятого за материальную точку, осуществляется в горизонтальной плоскости по кривой радиуса $R = 100 \text{ м}$.</p>	<p>16 Грузовой автомобиль массой $m = 5000 \text{ кг}$ движется с постоянной скоростью $v = 36 \text{ км/ч}$ по дну оврага, представляющему вогнутую цилиндрическую поверхность с радиусом кривизны 20 м. Определить силу давления автомобиля на дорогу в момент, когда линия, соединяющая автомобиль с центром кривизны траектории, составляет угол 30° с вертикалью.</p>
<p>17 К динамометру, установленному в кабине лифта, подвешен груз массой m. Каковы будут показания динамометра при движении кабины вверх и вниз с ускорением $a = 0,5g$?</p>	<p>18 Груз массой 2 т равноускоренно перемещается вверх по вертикали с помощью троса. Определить силу натяжения троса, если за первые 4 с груз подняли на 8 м.</p>
<p>19 Мостовой кран движется равноускоренно и достигает скорости 2 м/с через 1,5 с после начала движения. Определить угол α отклонения троса, несущего груз, от вертикали, считая его постоянным. Весом троса пренебречь.</p>	<p>20 Ленточный подъемник поднимает руду при угле наклона ленты к горизонту, равном α. Каков должен быть коэффициент трения, чтобы руда не соскальзывала с ленты, которая движется с ускорением a?</p>

<p>21 Железнодорожный состав, начав двигаться по горизонтальному пути, приобрел скорость 72 км/ч за 1,5 мин. Масса вагонов – 200 т. Коэффициент сопротивления движению 0,02. Определить значение силы на сцепке между локомотивом и первым вагоном, считая движение равномерно ускоренным.</p>	<p>22 Автомобиль массой $m = 3$ т движется с постоянной скоростью $v = 36$ км/ч по выпуклому мосту. Радиус кривизны моста $\rho = 20$ м. Определить силу давления автомобиля на мост в тот момент, когда линия, соединяющая центр кривизны моста с автомобилем, составляет угол 15° с вертикалью.</p>
<p>23 Груз массой $m = 1,5$ кг опускается с ускорением $a = 0,6$ м/с² по плоскости, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. Канат тормозит спуск груза. Коэффициент трения груза о плоскость равен $f = 0,2$. Определить силу натяжения каната.</p>	<p>24 Какой угол α составляет с горизонтом уровень жидкости в цистерне, движущейся прямолинейно под действием постоянной горизонтальной силы F, если вес цистерны вместе с содержащейся в ней жидкостью равен G. Сопротивлением и весом колес пренебречь.</p>
<p>25 На вращающуюся плоскую горизонтальную платформу на расстоянии $r = 2$ м от оси вращения положили брусок. При какой постоянной угловой скорости вращения платформы брусок соскользнет с нее, если коэффициент трения между бруском и платформой $f = 0,4$?</p>	<p>26 Для совершения поворота на перекрестке автобус движется по кривой радиуса $R = 30$ м в горизонтальной плоскости. Определить наибольшую скорость движения автобуса по указанной траектории, если коэффициент трения колес о покрытие дороги $f = 0,3$.</p>
<p>27 Определить радиус виража (поворота с боковым креном) самолета в горизонтальной плоскости, если крылья наклонены к горизонту под углом α, а скорость самолета постоянна и равна v.</p>	<p>28 Под действием горизонтальной силы F брусок массой 3 кг начинает двигаться по шероховатой горизонтальной плоскости с ускорением $4,5$ м/с². Коэффициент трения скольжения равен 0,06. Определить значение силы F.</p>
<p>29 Автомобиль массой $m = 2$ т движется со скоростью $v = 72$ км/ч по дороге, профиль которой имеет вид двух сопряженных в вертикальной плоскости окружностей радиуса $R = 100$ м. Определить силу давления автомобиля на полотно дороги в нижней и высшей точках траектории.</p>	<p>30 Тело массой m движется прямолинейно с ускорением a по горизонтальной плоскости под действием некоторой силы F, образующей с горизонтом угол α. Определить значение этой силы, если коэффициент трения между передвигаемым телом и плоскостью равен f.</p>

2 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

В сопротивлении материалов рассматриваются инженерные, практически доступные методы расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость. *Прочность* – свойство материала сопротивляться разрушению при действии внешних сил. *Жесткость* конструкции считается обеспеченной, если изменение размеров конструкции под действием сил не превышает некоторые заданные величины. *Устойчивость* – способность конструкции сопротивляться возникновению больших отклонений от начального положения равновесия. *Объектом изучения* сопротивления материалов является *стержень*.

Деформацией называется изменение первоначальных размеров и форм тела под действием внешних нагрузок. Изменение линейных размеров тела или его частей называется *линейной* деформацией, а изменение угловых размеров – *угловой* деформацией. Деформации бывают упругими и пластическими. При *упругой* деформации элемент конструкции полностью восстанавливает свою первоначальную форму и размеры после прекращения действия внешних сил. Деформация является *пластической*, если после снятия нагрузки форма и размеры тела восстанавливаются не полностью. Основными видами деформаций стержней являются: растяжение (сжатие), сдвиг (срез), кручение, изгиб.

Для определения внутренних сил в поперечных сечениях стержней используется *метод сечений*. Его суть заключается в том, что стержень мысленно рассекают на две части и рассматривают равновесие любой полученной части под действием внешних и внутренних сил. При этом в поперечном сечении стержня могут возникать продольная сила N , поперечная сила Q , внутренний крутящий момент $M_{кр}$, внутренний изгибающий момент $M_{изг}$. По результатам ряда последовательных разрезов, выполненных в разных местах стержня, строят *эпюры* (графики) внутренних силовых факторов.

Величина, характеризующая интенсивность распределения внутренних сил в конкретной точке сечения, называется *напряжением* (измеряется в Па). Выделяют две составляющие напряжения: *нормальное* σ характеризует деформации, связанные со смещением точек, которые происходят по направлению, перпендикулярному плоскости сечения, *касательное* τ соответствует деформациям, связанным со смещениями, которые происходят в плоскости сечения. Анализ прочности конструкции связан с расчетом действующих в ней напряжений, которые для обеспечения долговечности не должны превышать допускаемые значения. Наряду с выполнением условий прочности должны выполняться и условия жесткости, в которых возникающие в конструкции деформации сравниваются с допускаемыми значениями.

В таблице 1.4 приведены условия прочности и жесткости при различных видах деформации. Не названные ранее величины, входящие в таблицу, можно подразделить на несколько групп:

деформации: Δl – абсолютная продольная, м; φ – угол закручивания, рад; y – поперечное смещение, м; $\varphi_{и}$ – угол поворота сечения при изгибе, рад;

модули упругости: E – при растяжении (Юнга), Па; G – сдвига, Па.

геометрические характеристики сечений: A – площадь поперечного сечения, м^2 ; $A_{\text{ср}}$ – площадь среза, м^2 ; W_{ρ} – полярный момент сопротивления, м^3 ; W_x – осевой момент сопротивления, м^3 ; J_x – осевой момент инерции, м^4 ; J_{ρ} – полярный момент инерции, м^4 ; S_x – статический момент площади относительно оси x , м^3 .

Таблица 1.4 – Условия прочности и жесткости при различных видах деформации

Вид деформации	Условие прочности	Условие жесткости
Растяжение (сжатие)	$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$	$\Delta l = \sum \frac{N_i l_i}{EA_i} \leq [\Delta l]$
Сдвиг (срез)	$\tau_{\text{ср}} = \frac{Q}{A_{\text{ср}}} \leq [\tau_{\text{ср}}]$	–
Кручение	$\tau_{\rho \text{max}} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_{\rho}} \leq [\tau_{\rho}]$	$\varphi = \sum \frac{M_{\text{кр}i} l_i}{GJ_{\rho i}} = [\varphi]$
Изгиб	$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{из}}}{W_x} \leq [\sigma], \tau_{\text{max}} = \frac{QS_x}{J_x b} \leq [\tau]$	$y \leq [y]$ $\varphi_{\text{и}} \leq [\varphi_{\text{и}}]$

Полярный момент инерции и момент сопротивления поперечного сечения определяются по формулам:

$$J_{\rho} = \int_A \rho^2 dA, \quad W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{\rho_{\text{max}}},$$

где ρ – расстояние от точки до оси стержня, м.

$$\text{Для круглого сечения: } J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32}, \quad W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}.$$

Осевые моменты инерции и моменты сопротивления поперечного сечения определяются по формулам:

$$J_x = \int_A y^2 dA; \quad J_y = \int_A x^2 dA; \quad W_x = \frac{J_x}{y_{\text{max}}}; \quad W_y = \frac{J_y}{x_{\text{max}}},$$

где x и y – координаты точки сечения, м.

Для прямоугольного и круглого сечения имеем

$$J_{x \text{ пр}} = \frac{bh^3}{12}, \quad W_{x \text{ пр}} = \frac{bh^2}{12}, \quad J_{x \text{ кр}} = \frac{\pi d^4}{64}, \quad W_{x \text{ кр}} = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Анализ жесткости стержней при изгибе можно выполнить, используя либо дифференциальное уравнение изогнутой оси балки, либо интеграл Мора [6, 7].

Для расчета критической силы $P_{\text{кр}}$, при которой обеспечивается устойчивость упругих длинных стержней, используют формулу Эйлера:

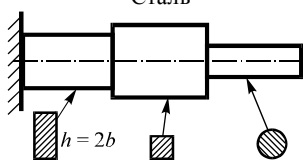
$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{min}}}{l_{\text{пр}}^2},$$

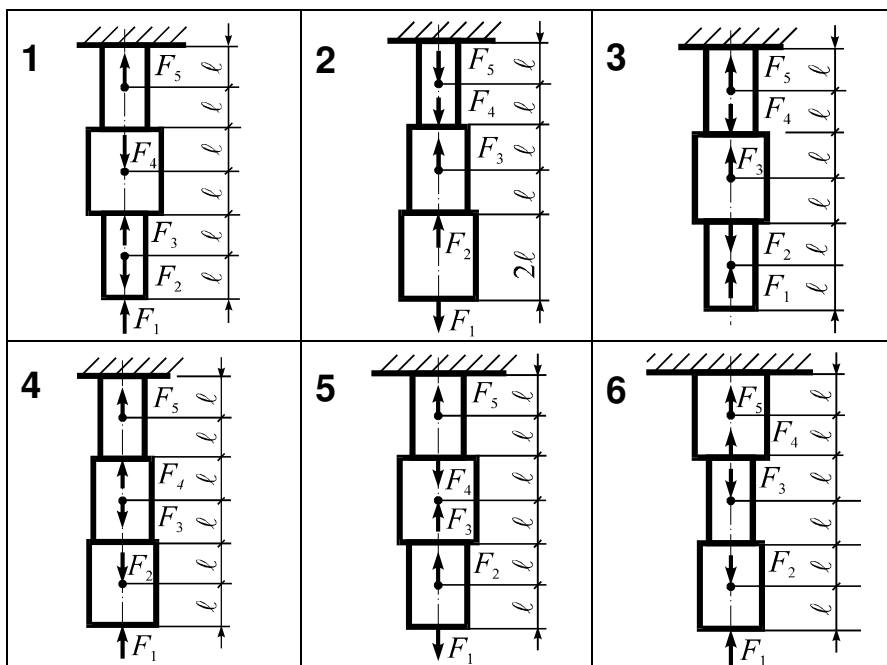
где J_x – минимальный момент инерции, м^4 ; $l_{\text{пр}}$ – приведенная длина стержня.

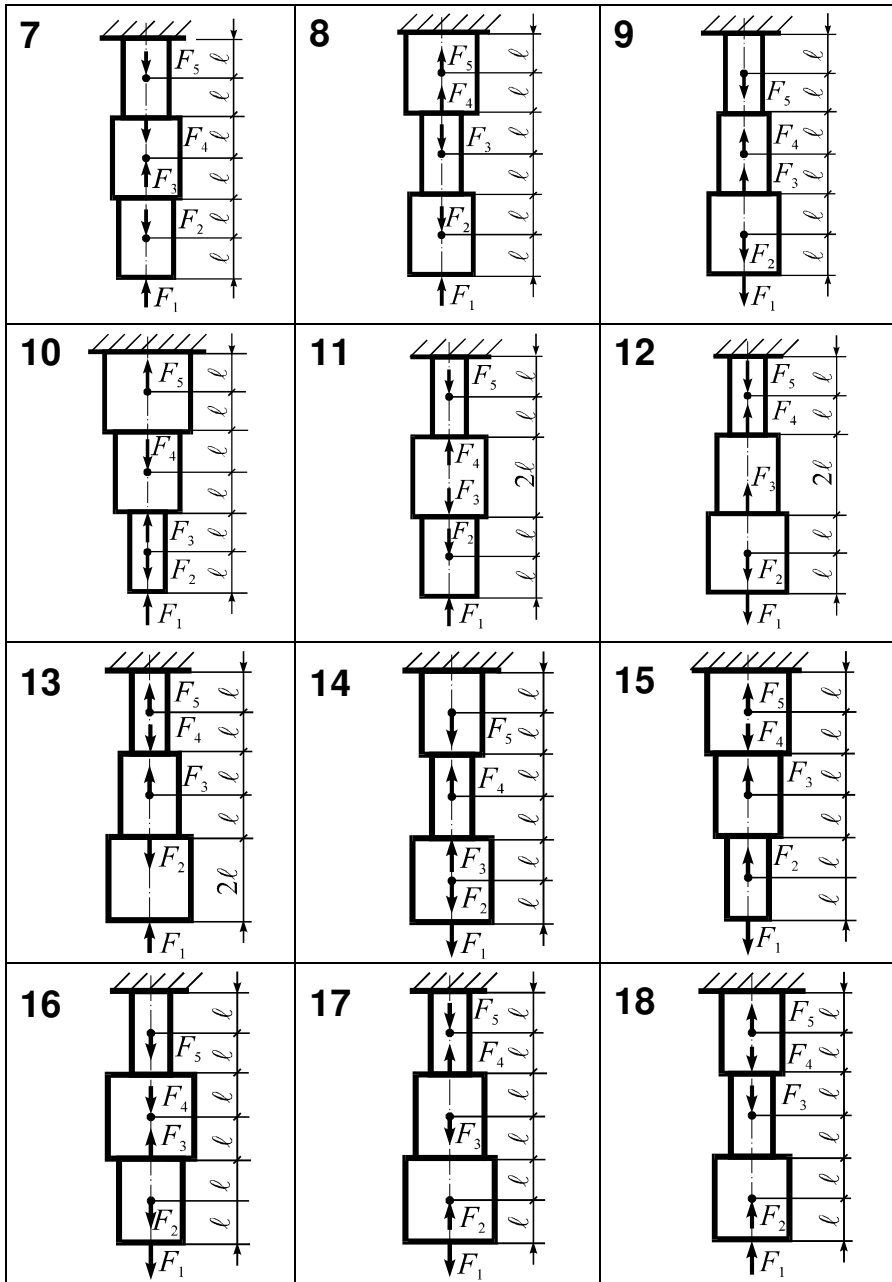
Задача СМ-1. Расчеты ступенчатого стержня на прочность и жесткость при деформации растяжения (сжатия)

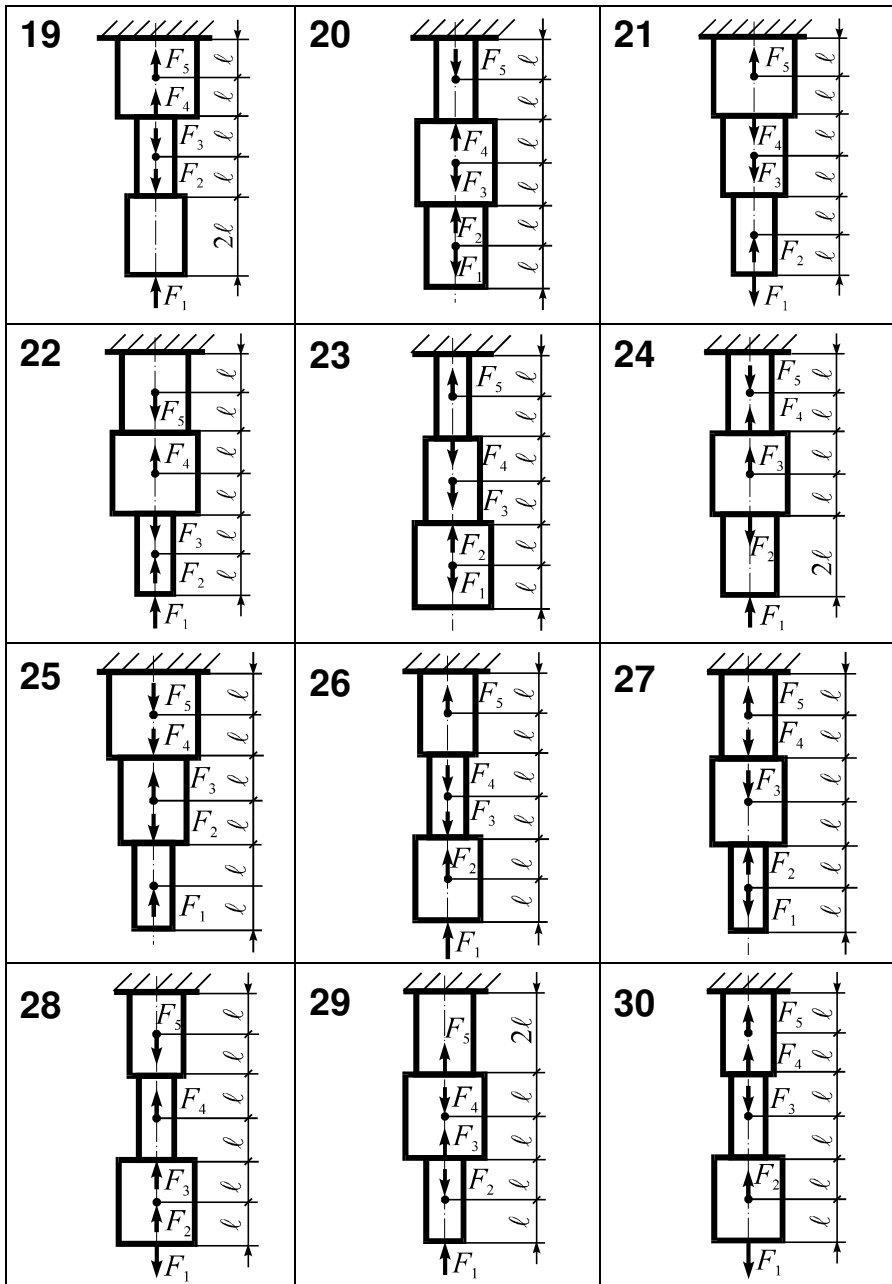
Построить эпюры внутренних сил для изображенных на схемах стержней. Подобрать размеры трех частей стержня в соответствии с исходными данными, приведенными в таблице 2.1. Вычертить в масштабе поперечные сечения стержня с размерами и его конфигурацию. Определить нормальные напряжения во всех поперечных сечениях, построить эпюру σ . Найти абсолютные деформации, построить эпюру Δl .

Таблица 2.1 – Исходные данные к задаче СМ-1

№ варианта	Значения внешних сил, кН					$l, \text{ м}$	Материал и форма сечения каждой части стержня
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5		
1	200	350	100	500	250	0,15	<div style="text-align: center;">Сталь</div> 
2	100	250	450	150	200	0,20	
3	450	50	200	350	100	0,30	
4	500	250	300	150	200	0,25	
5	600	400	200	300	100	0,40	
6	100	200	350	450	150	0,35	







Задача СМ-2. Расчеты вала на прочность и жесткость при деформации кручения

Для изображенных на схемах валов построить эпюры внутренних крутящих моментов. Подобрать размеры одного сплошного и двух кольцевых сечений составного вала (рисунок 2.1) в соответствии с исходными данными, приведенными в таблице 2.2 (материал – сталь). Вычертить в масштабе подобранные сечения вала и его конфигурацию, указать размеры. Определить максимальные касательные напряжения во всех поперечных сечениях, построить эпюру τ . Построить эпюру угла закручивания φ .

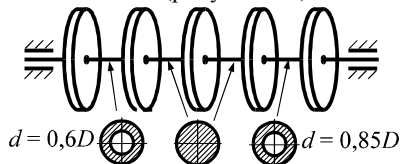
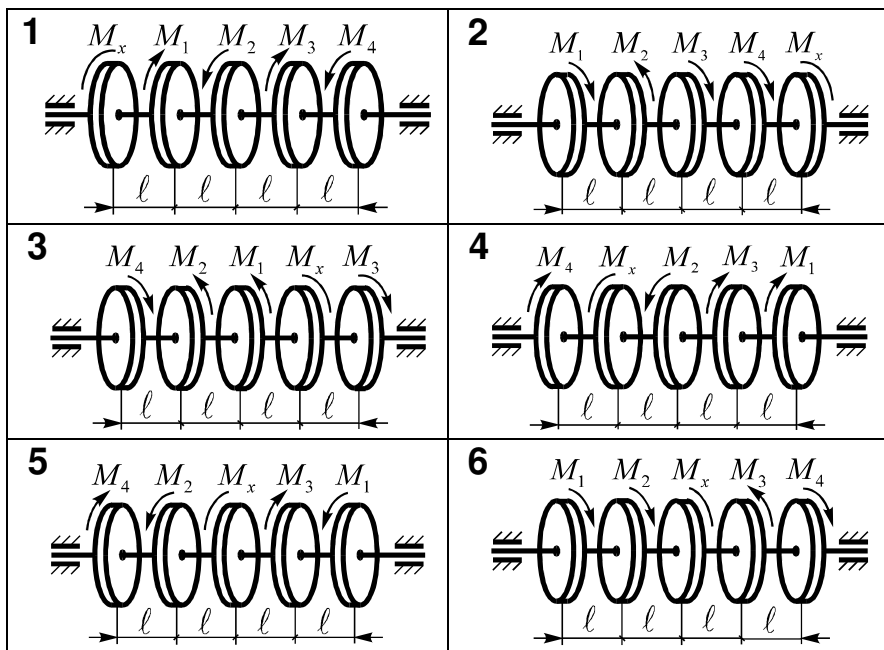


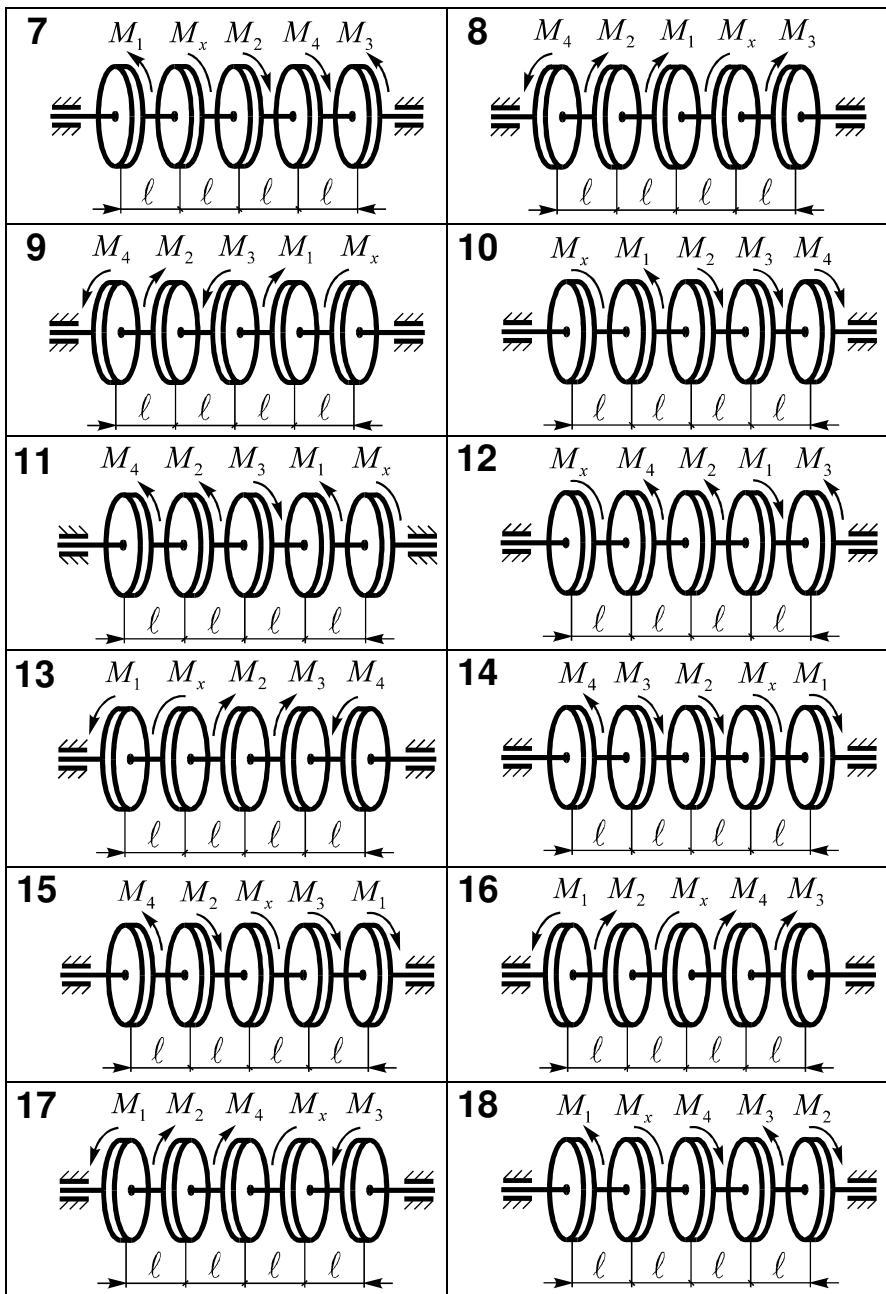
Рисунок 2.1 – Формы поперечных сечений рассчитываемого вала

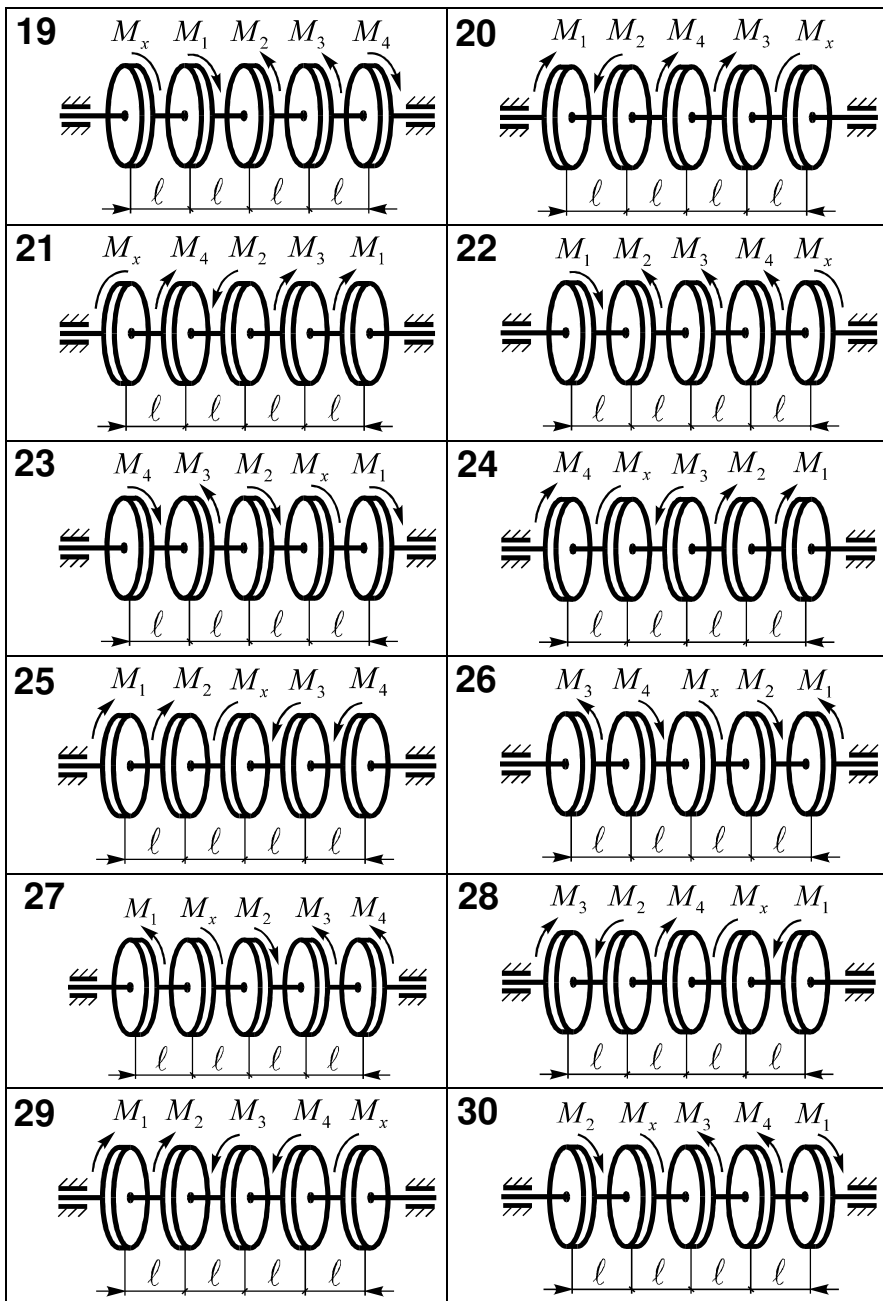
ми в таблице 2.2 (материал – сталь). Вычертить в масштабе подобранные сечения вала и его конфигурацию, указать размеры. Определить максимальные касательные напряжения во всех поперечных сечениях, построить эпюру τ . Построить эпюру угла закручивания φ .

Таблица 2.2 – Исходные данные к задаче СМ-2

Номер варианта	Значения моментов, кН·м				Длина участка l , м
	M_1	M_2	M_3	M_4	
1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29	10	15	30	25	0,40
2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30	5	10	12	8	0,25
3, 7, 11, 15, 19, 23, 27	20	12	10	16	0,30
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28	10	6	12	15	0,20





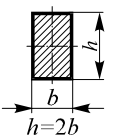
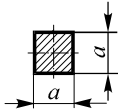
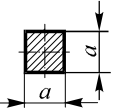
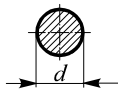
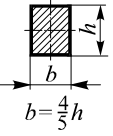
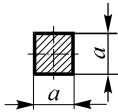
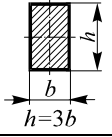
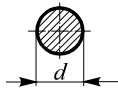


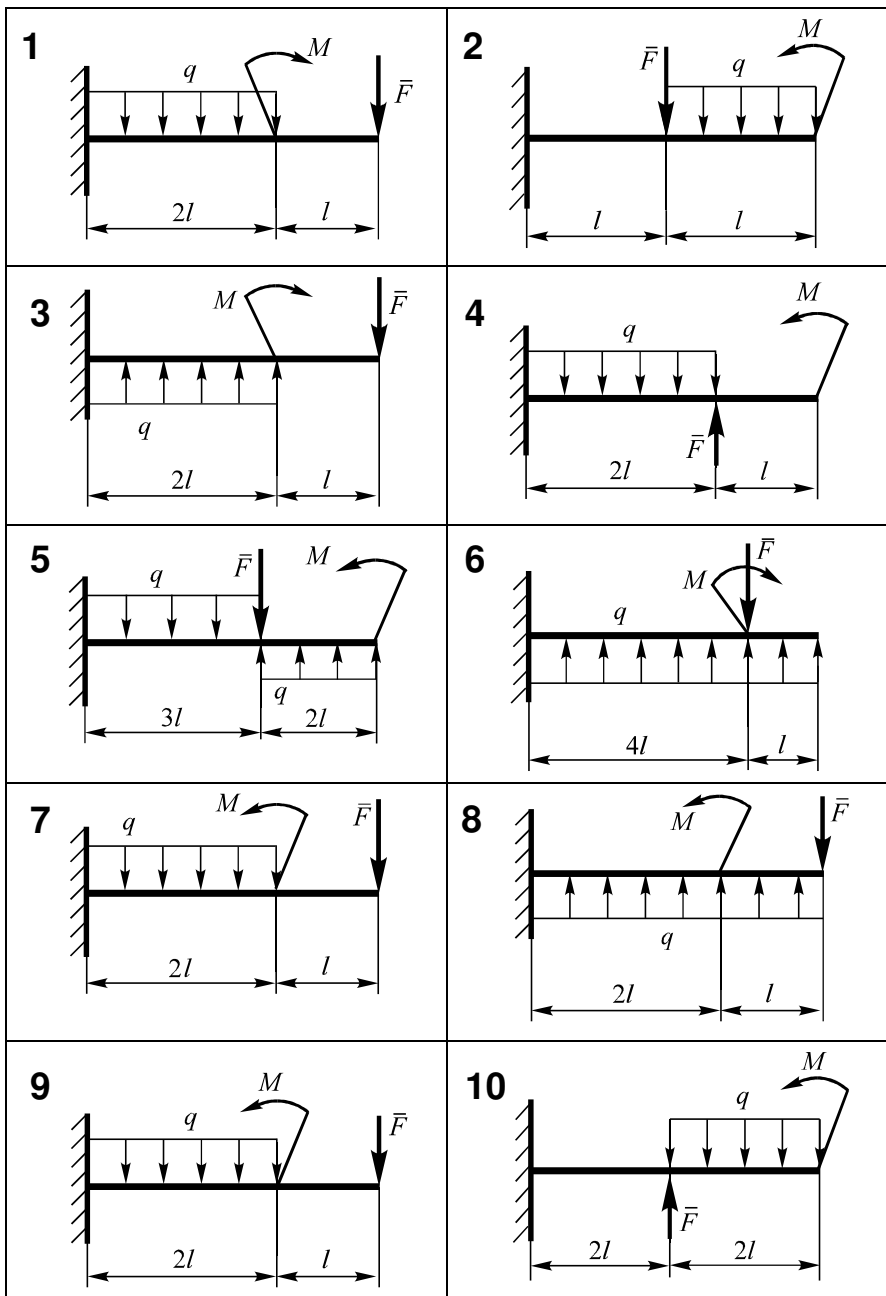
Задача СМ-3. Расчеты на прочность при деформации изгиба

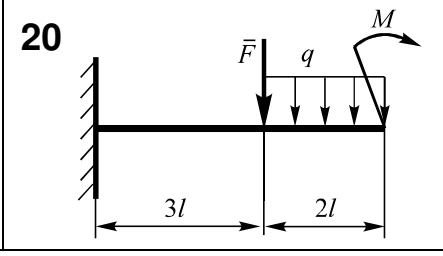
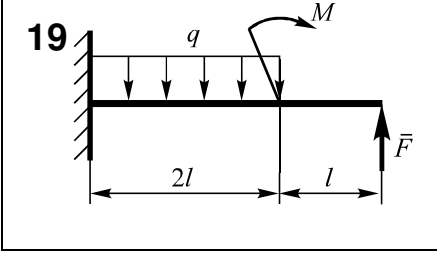
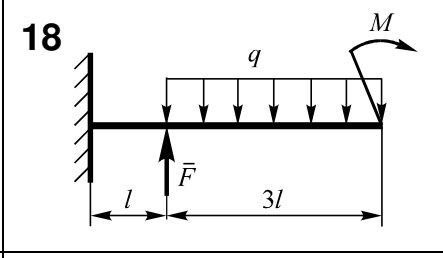
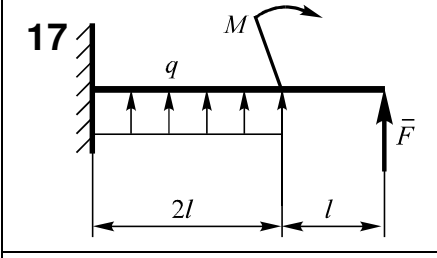
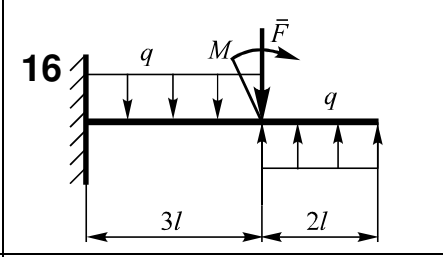
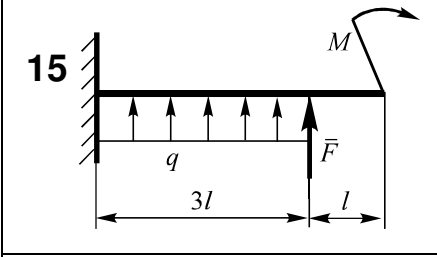
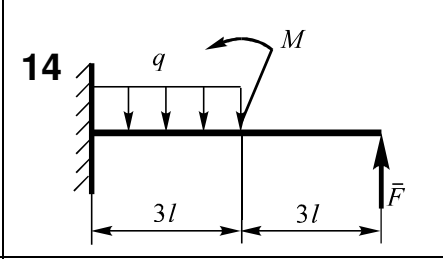
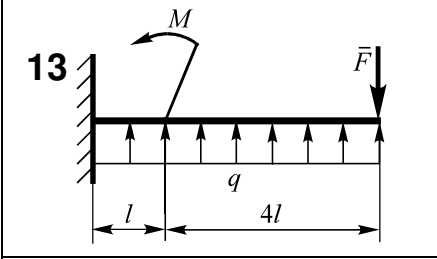
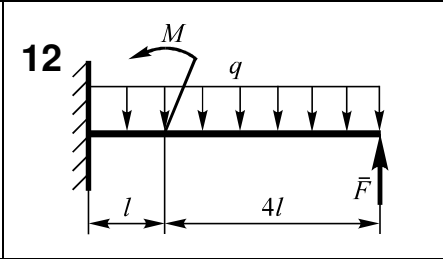
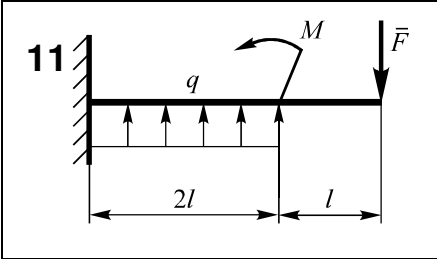
Считая, что изображенная на схеме балка выполнена из стали, для которой $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $E = 200 \text{ ГПа}$, с учетом исходных данных, приведенных в таблице 2.3, выполнить следующие расчеты:

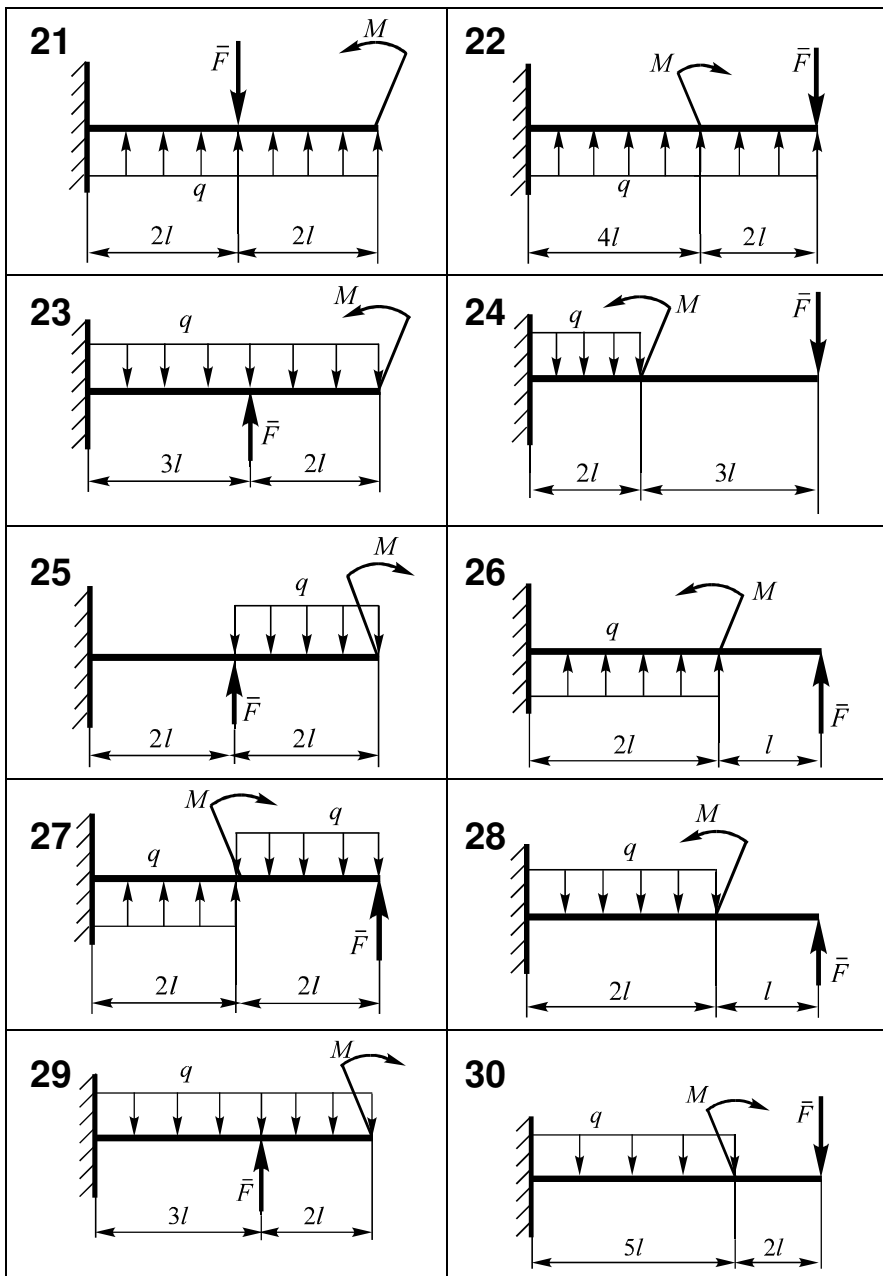
- 1 Определить силу и момент, возникающие в заделке.
- 2 Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
- 3 Подобрать поперечное сечение балки в виде, указанном в таблице 2.3 (сечение 1), вычертить его, указать размеры.
- 4 Заменить подобранное сечение равным ему по площади (сечение 2), вычертить его, указать размеры. Установить, как изменятся нормальные напряжения в балке в результате замены сечений, руководствуясь равенством площадей. Сделать вывод о правомерности такой замены.
- 5 Подобрать сложное сечение балки, составленное из сортаментных профилей (см. таблицу 2.3, сечение 3), вычертить его, указать размеры.
- 6 Оценить в процентах, насколько сечение 3 экономичнее сечения 1.
- 7 Определить касательные напряжения в нейтральном слое сечений, подобранных в п. 3 и п. 5.

Таблица 2.3 – Исходные данные к задаче СМ-3

Номер варианта	F , кН	q , $\frac{\text{кН}}{\text{м}}$	M , кН·м	l , м	Сечение 1	Сечение 2	Сечение 3
1	10	6	20	1			II
2	15	10	15	0,8			II
3	8	4	10	0,6			II
4	20	10	25	1			III







3 ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН. ДЕТАЛИ МАШИН

Теория механизмов и машин – раздел, в котором изучается преобразование механического движения, происходящего в машинах и механизмах, проводится их структурный анализ и синтез.

Машина – созданное человеком устройство для целесообразного преобразования энергии, материалов, информации. Для обеспечения работы машин используются механизмы. *Механизм* – система тел, предназначенная для преобразования движений одних тел в требуемые движения других. *Деталь* – часть механизма или машины, изготавливаемая без применения сборочных операций. Каждая подвижная деталь (или жестко соединенная группа деталей) называется *подвижным звеном*, а все неподвижные объединяются в одно *неподвижное звено*.

Подвижное соединение двух звеньев, ограничивающее их относительное перемещение, называется *кинематической парой*, а система звеньев, образующих между собой кинематические пары – *кинематической цепью*. Следовательно, любой механизм состоит из звеньев, соединенных кинематическими парами в кинематическую цепь.

Степень подвижности механизма W относительно неподвижного звена определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_n - p_v, \quad (3.1)$$

где n – число подвижных звеньев механизма; p_n, p_v – число низших и высших кинематических пар соответственно.

Основной целью кинематического анализа является исследование движения звеньев механизма без учета действующих на них сил.

План положений механизма строят на начальном этапе кинематического анализа с целью определения положений звеньев в различные моменты времени и траекторий движения некоторых точек. На их основе строят диаграммы. *Кинематическая диаграмма* – графическое изображение изменения одного из кинематических параметров (перемещения, скорости, ускорения) в пределах одного цикла работы механизма. *Диаграмма перемещений* представляет собой зависимость координаты точки или угла поворота звена от времени. Путем ее дифференцирования получают *диаграмму скоростей*. При дифференцировании диаграммы скорости получают *диаграмму ускорения*.

Для определения скоростей и ускорений точек и звеньев механизма в данном его положении *применяются планы скоростей и ускорений*. Основой для их построения является теория плоскопараллельного движения (см. п. 1.2).

Как отмечалось ранее, плоскопараллельное движение можно представить как результат сложения двух движений: поступательного вместе с некоторой точкой, принимаемой за *полюс*, и вращательного вокруг полюса. В таком случае скорость точки B может быть найдена в виде геометрической суммы векторов скорости точки A (полюса) и скорости в движении точки B вокруг точки A (рисунок 3.1):

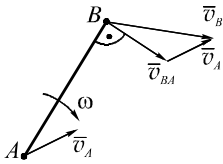


Рисунок 3.1 – Сложение скоростей

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}.$$

Вектор \vec{v}_{BA} направляется перпендикулярно отрезку AB в сторону вращения тела вокруг точки A . Численное значение этой скорости равно произведению угловой скорости тела на расстояние BA :

$$v_{BA} = \omega \cdot BA.$$

Построение плана скоростей для всего механизма производится путем последовательного построения треугольников скоростей для каждого его звена от ведущего к ведомому (рисунок 3.2). При этом векторы скоростей удобнее изображать не на звеньях, а откладывать их в одинаковом масштабе от произвольной точки P , символизирующей неподвижную систему координат.

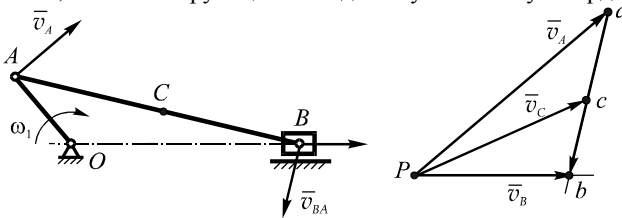


Рисунок 3.2 – Пример плана скоростей

Методика построения плана ускорений при шарнирном соединении подвижных звеньев также основана на теории плоскопараллельного движения твердого тела. Ускорение любой точки звена геометрически складывается из двух составляющих: заранее известного ускорения полюса и ускорения точки при вращении звена относительно полюса. В свою очередь ускорение полюса и относительное ускорение точки может быть разложено на нормальную и касательную составляющие:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA},$$

где $\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau$ – ускорение полюса; $\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$ – относительное ускорение точки B ($a_{BA}^\tau = \varepsilon \cdot AB$; $a_{BA}^n = \omega^2 \cdot AB$). Тогда

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau.$$

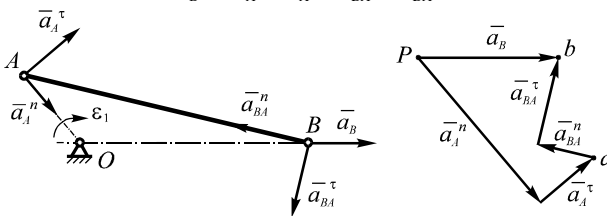


Рисунок 3.3 – Пример плана ускорений

В разделе “*Детали машин*” рассматриваются основы проектирования и конструирования деталей, узлов и механизмов машин, приборов и аппаратов.

Различные детали машин разделяют на несколько групп [4], как показано в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Классификация деталей машин

Механические передачи	Неподвижные соединения	Механизмы и приводные детали	Подшипники
Зубчатые Ременные Цепные Канатные	Резьбовые соединения Шпонки Шплинты Штифты Шлицы Стопорные кольца Хомуты Клинья Пружинные шайбы	Валы Механизмы Кулачки Сцепные муфты Тормоза Постоянные муфты	Качения Скольжения

Различают детали *общего* и *специального* назначения. К деталям общего назначения относятся детали механических передач, валы, муфты, корпусные детали, смазочные устройства, подшипники и подпятники, соединительные детали, которые используются во всех машинах. Детали специального назначения определяют специализацию машины и имеются только в ней (например, клапан, поршень и цилиндр двигателя внутреннего сгорания или поршневого насоса, лопатки турбин и т.д.).

Совокупность совместно работающих и объединенных одним назначением деталей, представляющая собой конструктивно обособленную единицу, называется *узлом (сборочной единицей)*. Примеры: подшипники в собственных корпусах, коробки скоростей, редукторы.

Механическая передача – механизм, передающий энергию от двигателя к рабочим органам машины и при этом целесообразно преобразующий параметры движения (рисунки 3.4, 3.5). Все механические передачи по способу передачи вращающего момента делят на две группы: передачи трением (фрикционные, ременные) и передачи зацеплением (цепные, зубчатые, червячные, винтовые).

Наиболее распространенным способом передачи вращательного движения являются *зубчатые передачи* (рисунок 3.5), что определяется такими их достоинствами, как возможность передачи больших мощностей, большой долговечностью и надежностью, постоянством мгновенного передаточного отношения, высоким коэффициентом полезного действия.

По взаимному расположению валов различают зубчатые передачи с *параллельными, пересекающимися или перекрещивающимися* валами. В зависимости от относительного расположения зубчатых колес передачи могут быть с *внутренним и внешним зацеплением*. По своей форме зубчатые колеса под-

разделяют на *цилиндрические, конические, эллиптические, секторные* (с неполным числом зубьев), а по форме профилей зубьев на *эвольвентные, циклоидные, круговые* (Новикова). По форме и расположению зубьев различают колеса *прямозубые, косозубые, шевронные, круговые*.

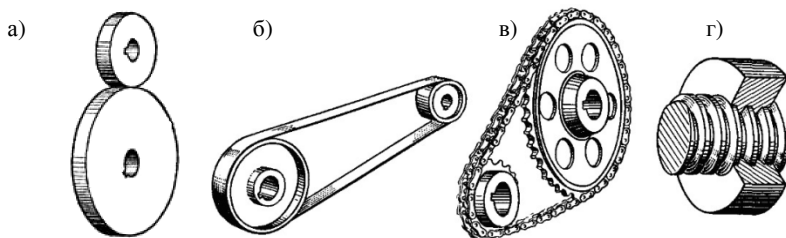


Рисунок 3.4 – Механические передачи:

a – фрикционная цилиндрическая; *б* – ременная плоскоремennая; *в* – цепная; *г* – винтовая

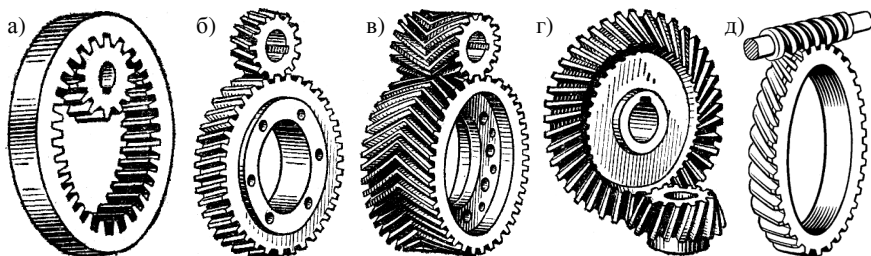


Рисунок 3.5 – Виды зубчатых передач:

a – цилиндрическая прямозубая с внутренним зацеплением; *б* – цилиндрическая косозубая с внешним зацеплением; *в* – шевронная; *г* – коническая косозубая; *д* – червячная

В каждой передаче имеется ведущий (входной) и ведомый (выходной) валы, а в многоступенчатых передачах имеются и промежуточные валы.

Передаточным отношением называется отношение угловых скоростей ведущего ω_1 и ведомого ω_2 вала

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Передача называется *понижающей*, если частота вращения n_1 ведущего вала больше частоты вращения n_2 ведомого (т. е. $u > 1$). Передача называется *повышающей*, если $n_1 < n_2$, и $u < 1$.

Мощность P_i , передаваемая валом, равна произведению крутящего момента на угловую скорость вала

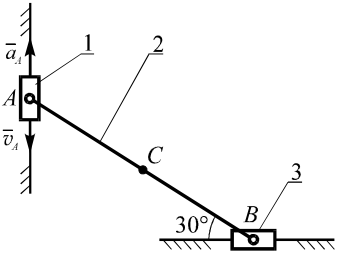
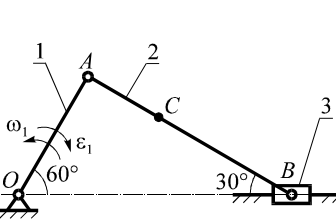
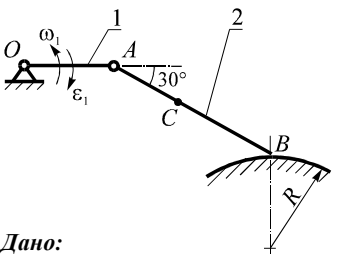
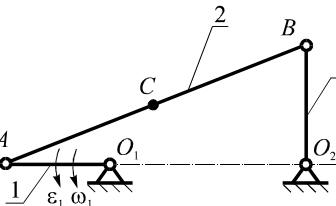
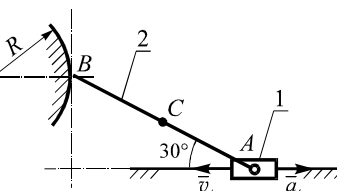
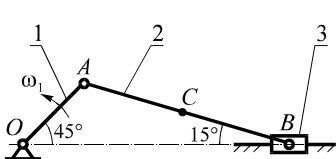
$$P = M \cdot \omega.$$

Отношение мощности на выходном валу к мощности на входном валу называется *коэффициентом полезного действия механической передачи*.

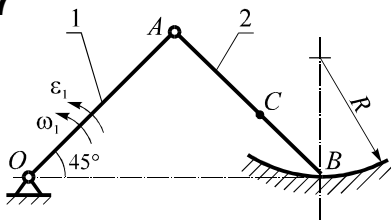
$$\eta = \frac{P_2}{P_1}.$$

Задача ММ-1. Кинематический анализ плоского механизма

На основании приведенных расчетных схем, а также исходных данных изобразить в масштабе механизм для заданного его положения; определить количество и вид кинематических пар; найти степень подвижности механизма; построить планы скоростей и ускорений.

<p>1</p>  <p>Дано: $v_A = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $a_A = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$; $AB = 30 \text{ см}$; $AC = BC$.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $\omega_1 = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$; $OA = 20 \text{ см}$; $AC = 12 \text{ см}$.</p>
<p>3</p>  <p>Дано: $\omega_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 6 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$; $OA = 15 \text{ см}$; $AB = 25 \text{ см}$; $BC = 15 \text{ см}$; $R = 20 \text{ см}$.</p>	<p>4</p>  <p>Дано: $\omega_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 7 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$; $O_1A = 15 \text{ см}$; $O_2B = 20 \text{ см}$; $O_2A = 40 \text{ см}$; $AC = BC$.</p>
<p>5</p>  <p>Дано: $v_A = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $a_A = 30 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$; $AB = 50 \text{ см}$; $BC = 25 \text{ см}$; $R = 40 \text{ см}$.</p>	<p>6</p>  <p>Дано: $\omega_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 0$; $OA = 10 \text{ см}$; $AC = BC$.</p>

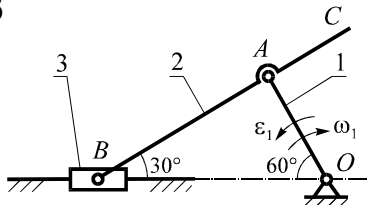
7



Дано: $\omega_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = OB = 40 \text{ см}$; $BC = 15 \text{ см}$; $R = 25 \text{ см}$.

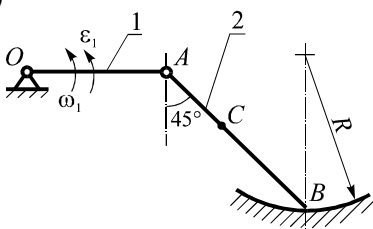
8



Дано: $\omega_1 = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$AB = 30 \text{ см}$; $BC = 45 \text{ см}$.

9

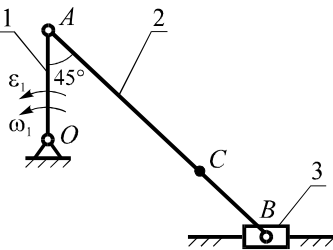


Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 25 \text{ см}$; $AB = 35 \text{ см}$;

$BC = 20 \text{ см}$; $R = 30 \text{ см}$.

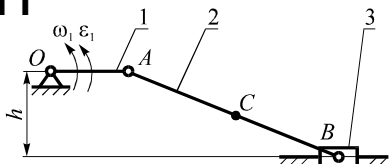
10



Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 12 \text{ см}$; $AB = 30 \text{ см}$; $BC = 10 \text{ см}$.

11

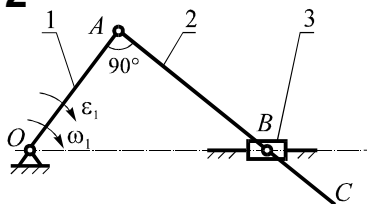


Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 10 \text{ см}$; $AB = 30 \text{ см}$;

$AC = 18 \text{ см}$; $h = 12 \text{ см}$.

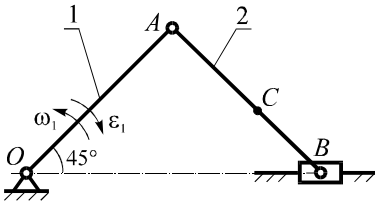
12



Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

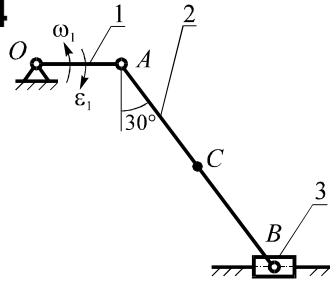
$OA = 15 \text{ см}$; $AB = 20 \text{ см}$; $BC = 10 \text{ см}$.

13



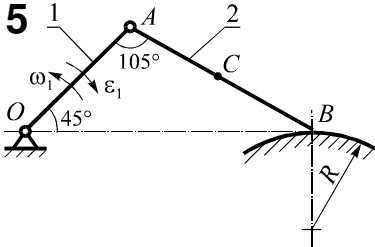
Дано: $\omega_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\epsilon_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;
 $OA = OB = 20 \text{ см}$; $BC = 8 \text{ см}$.

14



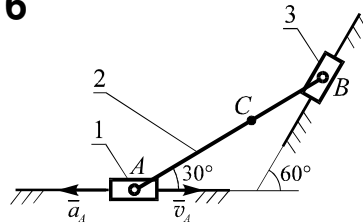
Дано: $\omega_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\epsilon_1 = 6 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;
 $OA = 10 \text{ см}$; $AB = 30 \text{ см}$; $BC = 15 \text{ см}$.

15



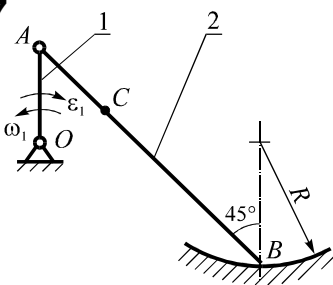
Дано: $\omega_1 = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\epsilon_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;
 $OA = 25 \text{ см}$; $AC = BC$; $R = 20 \text{ см}$.

16



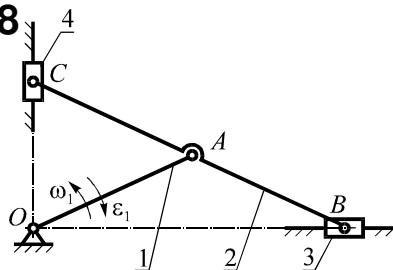
Дано: $v_A = 25 \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $a_A = 8 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$;
 $AB = 40 \text{ см}$; $AC = 25 \text{ см}$.

17



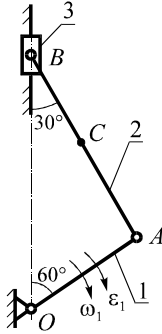
Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\epsilon_1 = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;
 $AB = 35 \text{ см}$; $OA = AC = 10 \text{ см}$;
 $R = 20 \text{ см}$.

18



Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\epsilon_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;
 $OC = 20 \text{ см}$; $OA = AB = AC = 25 \text{ см}$.

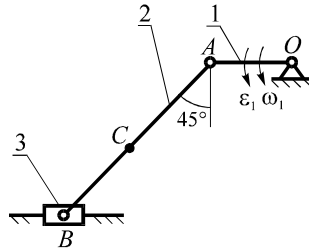
19



Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 20 \text{ см}$; $BC = 10 \text{ см}$.

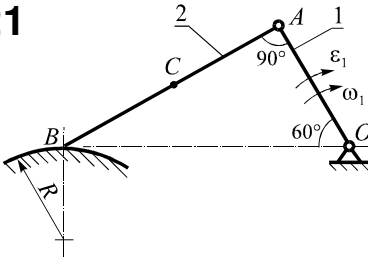
20



Дано: $\omega_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 6 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 15 \text{ см}$; $AB = 50 \text{ см}$; $BC = 20 \text{ см}$.

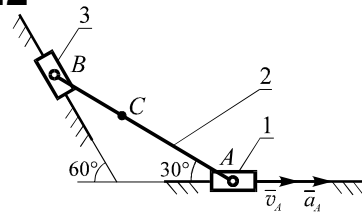
21



Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 30 \text{ см}$; $AC = BC$; $R = 25 \text{ см}$.

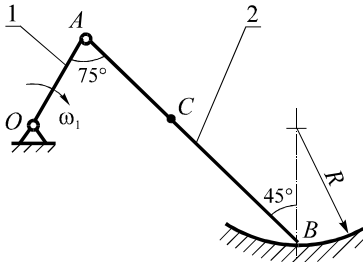
22



Дано: $v_A = 30 \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $a_A = 10 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$;

$AB = 25 \text{ см}$; $AC = 15 \text{ см}$.

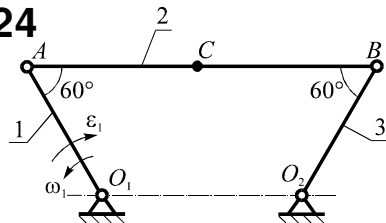
23



Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 0$; $OA = 15 \text{ см}$;

$AB = 45 \text{ см}$; $AC = 20 \text{ см}$; $R = 30 \text{ см}$.

24

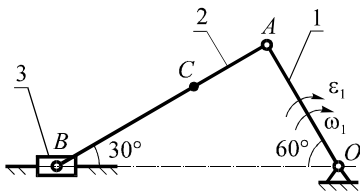


Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$O_1A = 20 \text{ см}$; $O_2B = 20 \text{ см}$;

$O_1O_2 = 40 \text{ см}$; $AC = BC$.

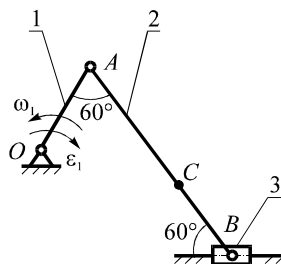
25



Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 25 \text{ см}$; $AC = 12 \text{ см}$.

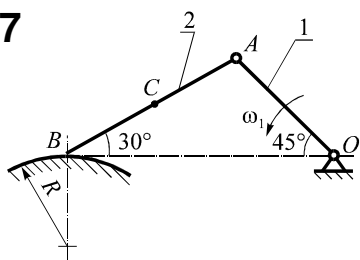
26



Дано: $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 15 \text{ см}$; $AB = 35 \text{ см}$; $BC = 10 \text{ см}$.

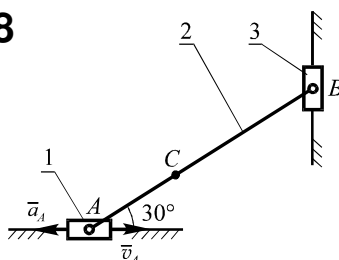
27



Дано: $\omega_1 = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 25 \text{ см}$; $AC = BC$; $R = 20 \text{ см}$.

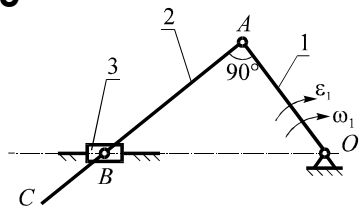
28



Дано: $v_A = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $a_A = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$;

$AB = 30 \text{ см}$; $AC = 10 \text{ см}$.

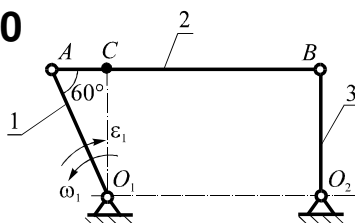
29



Дано: $\omega_1 = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$OA = 25 \text{ см}$; $AB = 30 \text{ см}$; $BC = 15 \text{ см}$.

30



Дано: $\omega_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon_1 = 10 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$;

$O_1A = 30 \text{ см}$; $O_2B = 30 \text{ см}$;

$O_1O_2 = 50 \text{ см}$.

Задача ММ-2. Анализ конструкции редуктора

В двухступенчатых механических передачах движение передается от электродвигателя (ЭД) к выходному валу. Даны P_1 – мощность электродвигателя; n_1 – частота вращения электродвигателя; z_i – числа зубьев соответствующих колес; d_i – диаметры шкивов или блоков.

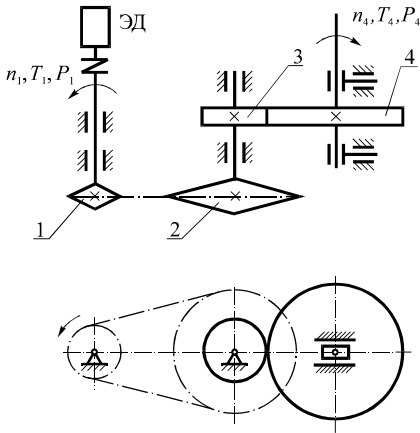
1 Определить, какие виды механических передач изображены на схеме.

2 Найти общее передаточное отношение передачи.

3 Рассчитать угловые скорости промежуточного и ведомого (выходного) валов передачи, а также момент и мощность на ведомом валу.

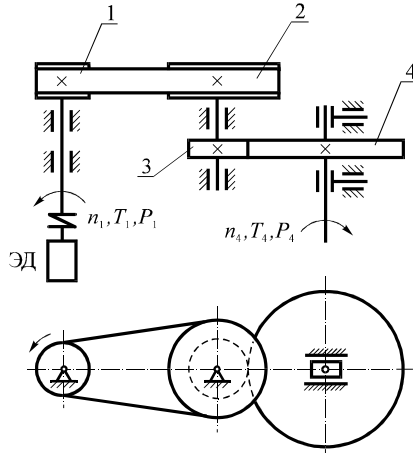
<p>1</p> <p>Дано: $P_1 = 8$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин; $z_1 = 20$; $z_2 = 50$; $d_3 = 30$ см; $d_4 = 60$ см.</p>	<p>2</p> <p>Дано: $P_1 = 8$ кВт; $n_1 = 1000$ об/мин; $z_1 = 30$; $z_2 = 70$; $d_3 = 20$ см; $d_4 = 45$ см.</p>
<p>3</p> <p>Дано: $P_1 = 15$ кВт; $n_1 = 3000$ об/мин; $z_1 = 27$; $z_2 = 130$; $d_3 = 25$ см; $d_4 = 74$ см.</p>	<p>4</p> <p>Дано: $P_1 = 2$ кВт; $n_1 = 2500$ об/мин; $d_1 = 16$ см; $d_2 = 50$ см; $z_3 = 27$; $z_4 = 130$.</p>

5



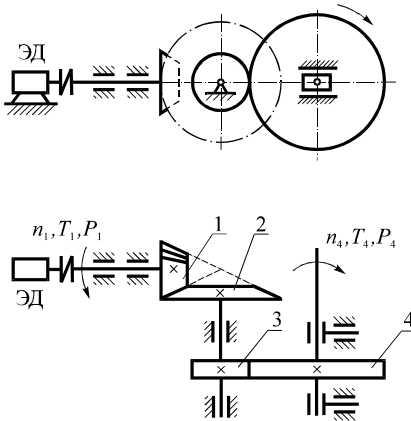
Дано: $P_1 = 10$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $z_1 = 55$; $z_2 = 120$;
 $d_3 = 20$ см; $d_4 = 45$ см.

6



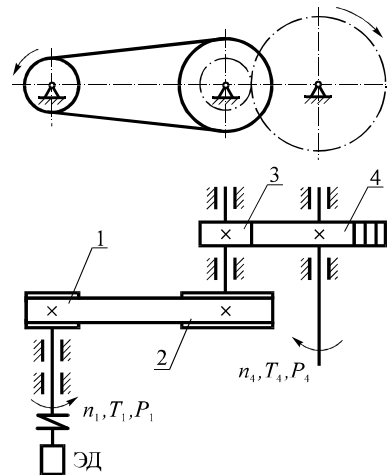
Дано: $P_1 = 7,5$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $d_1 = 50$ см; $d_2 = 140$ см;
 $d_3 = 17$ см; $d_4 = 46$ см.

7



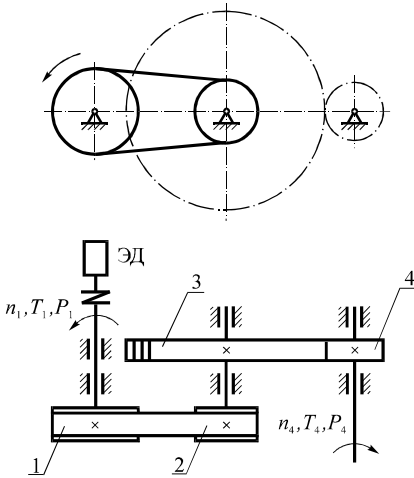
Дано: $P_1 = 9$ кВт; $n_1 = 1000$ об/мин;
 $z_1 = 20$; $z_2 = 60$;
 $d_3 = 16$ см; $d_4 = 64$ см.

8



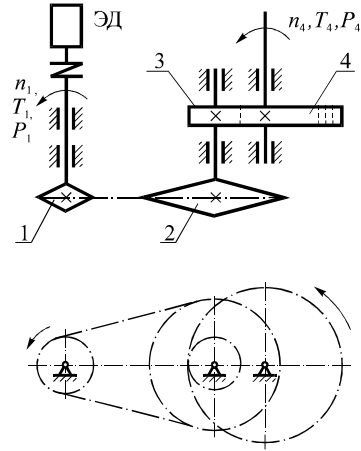
Дано: $P_1 = 1,1$ кВт; $n_1 = 750$ об/мин;
 $d_1 = 24$ см; $d_2 = 66$ см;
 $z_3 = 25$; $z_4 = 157$.

9



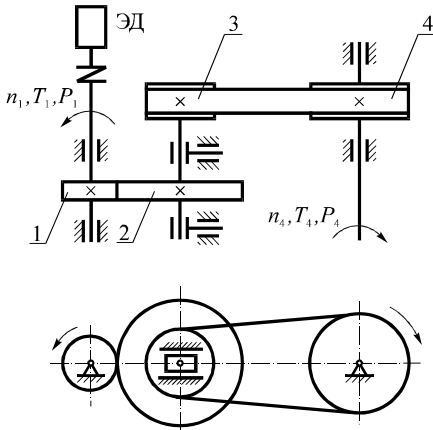
Дано: $P_1 = 3,0$ кВт; $n_1 = 3000$ об/мин;
 $d_1 = 50$ см; $d_2 = 20$ см;
 $z_3 = 200$; $z_4 = 80$.

10



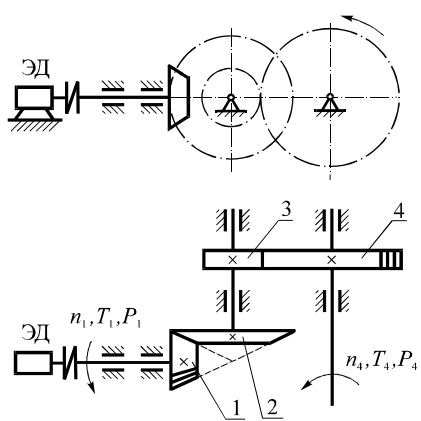
Дано: $P_1 = 3,0$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $z_1 = 15$; $z_2 = 50$;
 $d_3 = 12$ см; $d_4 = 63$ см.

11



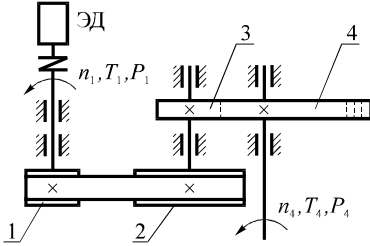
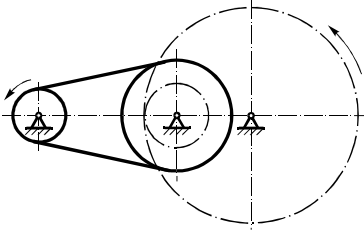
Дано: $P_1 = 3,0$ кВт; $n_1 = 750$ об/мин;
 $d_1 = 50$ см; $d_2 = 20$ см;
 $d_3 = 55$ см; $z_4 = 18$ см.

12



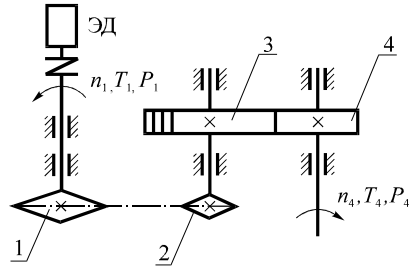
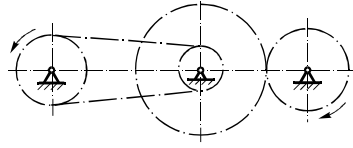
Дано: $P_1 = 2,0$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $z_1 = 21$; $z_2 = 54$;
 $z_3 = 18$; $z_4 = 36$.

13



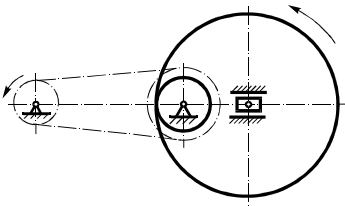
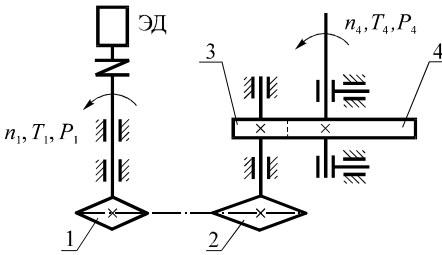
Дано: $P_1 = 3,0$ кВт; $n_1 = 3000$ об/мин;
 $d_1 = 25$ см; $d_2 = 50$ см;
 $z_3 = 36$; $z_4 = 144$.

14



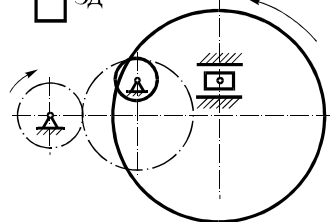
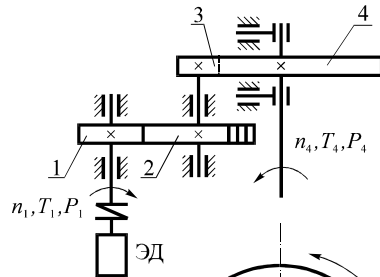
Дано: $P_1 = 3,0$ кВт; $n_1 = 750$ об/мин;
 $z_1 = 68$; $z_2 = 17$;
 $z_3 = 57$; $z_4 = 18$.

15



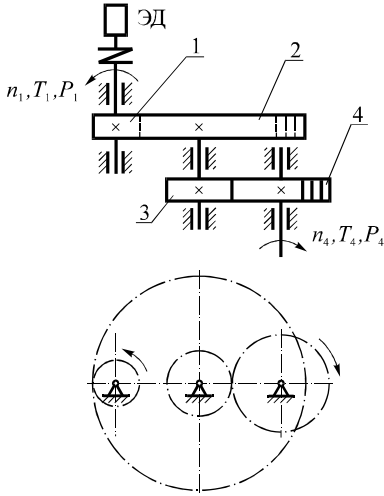
Дано: $P_1 = 2,0$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $z_1 = 25$; $z_2 = 75$;
 $d_3 = 14$ см; $d_4 = 56$ см.

16



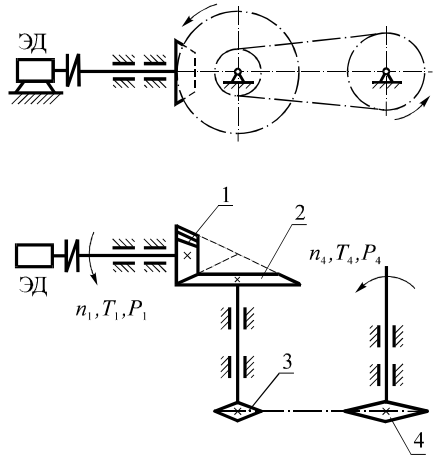
Дано: $P_1 = 1,5$ кВт; $n_1 = 3000$ об/мин;
 $z_1 = 25$; $z_2 = 79$;
 $d_3 = 15$ см; $d_4 = 42$ см.

17



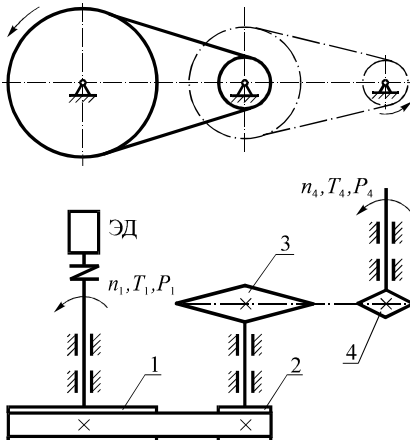
Дано: $P_1 = 1,5$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $z_1 = 20$; $z_2 = 142$;
 $z_3 = 17$; $z_4 = 68$.

18



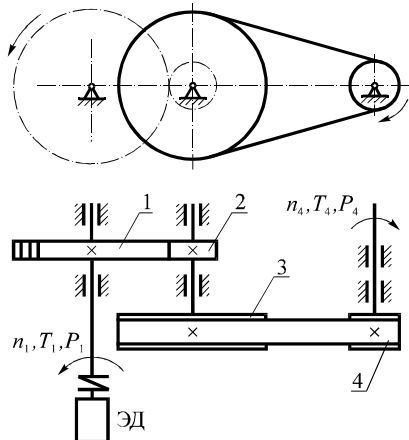
Дано: $P_1 = 2,5$ кВт; $n_1 = 3000$ об/мин;
 $z_1 = 40$; $z_2 = 112$;
 $z_3 = 25$; $z_4 = 79$.

19



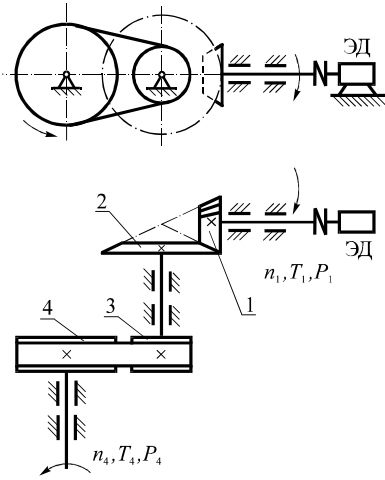
Дано: $P_1 = 2,0$ кВт; $n_1 = 750$ об/мин;
 $d_1 = 35$ см; $d_2 = 12$ см;
 $z_3 = 45$; $z_4 = 16$.

20



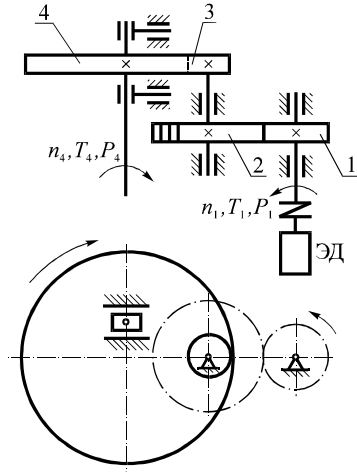
Дано: $P_1 = 2,0$ кВт; $n_1 = 750$ об/мин;
 $z_1 = 80$; $z_2 = 20$;
 $d_3 = 72$ см; $d_4 = 21$ см.

21



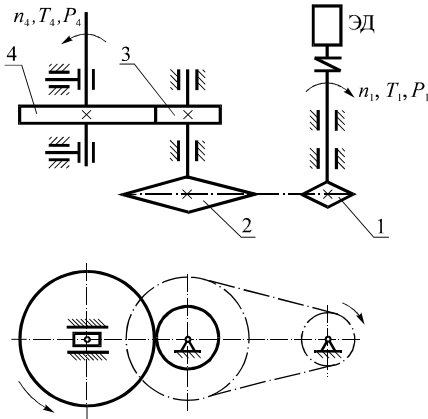
Дано: $P_1 = 10$ кВт; $n_1 = 3000$ об/мин;
 $z_1 = 37$; $z_2 = 125$;
 $d_3 = 30$ см; $d_4 = 70$ см.

22



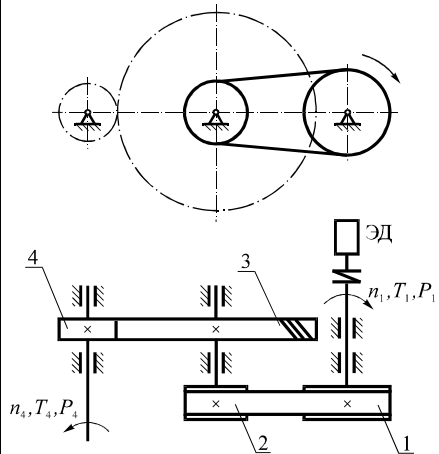
Дано: $P_1 = 2,2$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $z_1 = 25$; $z_2 = 79$;
 $d_3 = 15$ см; $d_4 = 37$ см.

23



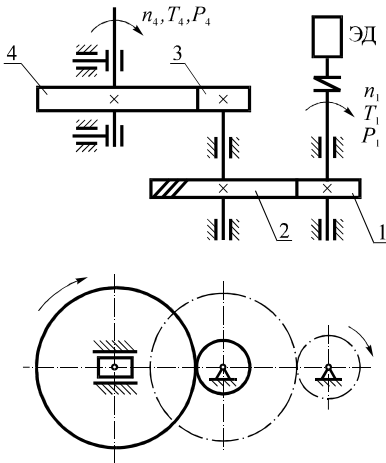
Дано: $P_1 = 11$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $z_1 = 55$; $z_2 = 120$;
 $d_3 = 20$ см; $d_4 = 54$ см.

24



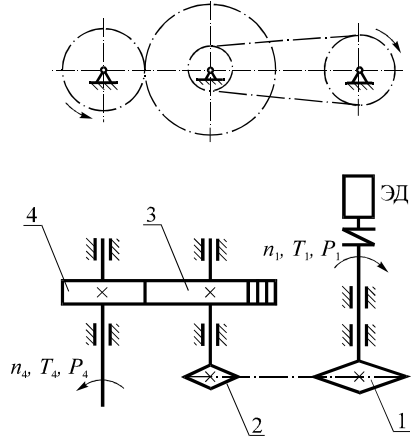
Дано: $P_1 = 3,0$ кВт; $n_1 = 3000$ об/мин;
 $d_1 = 50$ см; $d_2 = 20$ см;
 $z_3 = 85$; $z_4 = 34$.

25



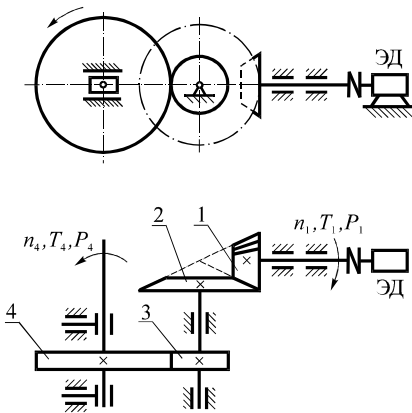
Дано: $P_1 = 8$ кВт; $n_1 = 1000$ об/мин;
 $z_1 = 31$; $z_2 = 75$;
 $d_3 = 16$ см, $d_4 = 34$ см.

26



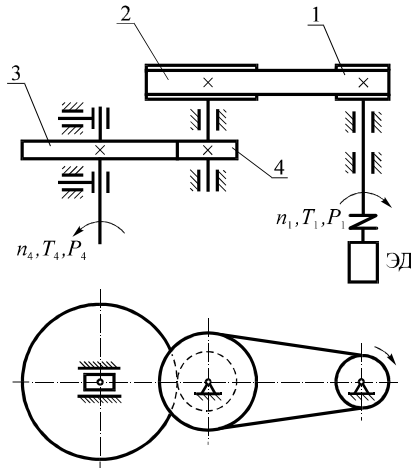
Дано: $P_1 = 3,0$ кВт; $n_1 = 750$ об/мин;
 $z_1 = 58$; $z_2 = 21$;
 $z_3 = 65$; $z_4 = 19$.

27

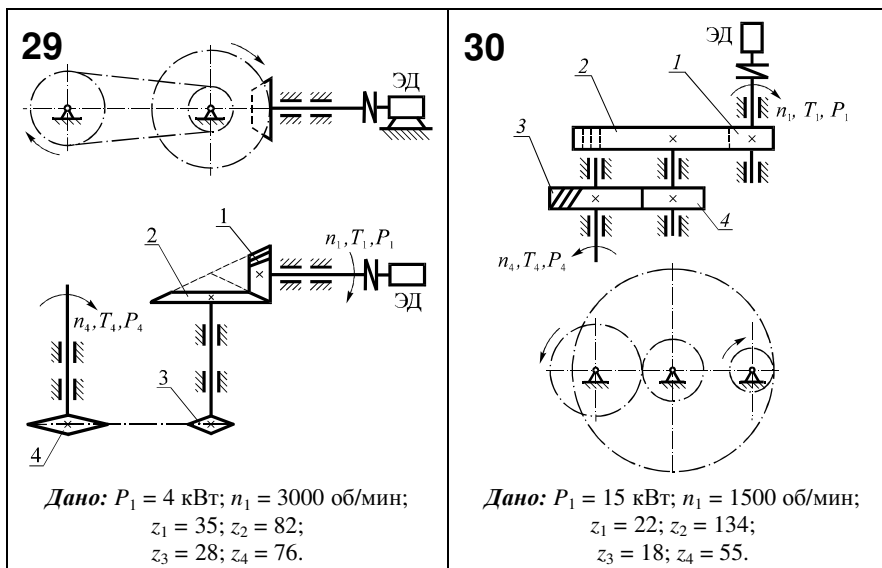


Дано: $P_1 = 5,5$ кВт; $n_1 = 1000$ об/мин;
 $z_1 = 22$; $z_2 = 61$;
 $d_3 = 16$ см; $d_4 = 42$ см.

28



Дано: $P_1 = 5,5$ кВт; $n_1 = 1500$ об/мин;
 $d_1 = 26$ см; $d_2 = 74$ см;
 $d_3 = 14$ см; $d_4 = 44$ см.



СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Артоболевский, И. И.** Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Эколит, 2011. – 639 с.
- 2 **Ефремова, З. Г.** Прикладная механика. Ч. 1 / З. Г. Ефремова. – Гомель : БелГУТ, 1999. – 111 с.
- 3 **Иванов, М. Н.** Детали машин : учеб. для академического бакалавриата: для студентов высших технических учебных заведений / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – М. : Юрайт, 2015. – 407 с.
- 4 **Клиффорд, М.** Справочник инженера – инженерная механика / М. Клиффорд. – М. : АСВ, 2003. – 280 с.
- 5 Прикладная механика : учеб. пособие для студентов немашиностроит. специальностей вузов / А. Т. Скойбеда [и др.]. – Минск : Выш. шк., 1997. – 522 с.
- 6 **Старовойтов, Э. И.** Механика материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2011. – 379 с.
- 7 **Степин, П. А.** Сопrotивление материалов : учеб. / П. А. Степин. – СПб. : Лань, 2014. – 319 с.
- 8 **Тарг, С. М.** Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – М. : Высш. шк., 2010. – 416 с.
- 9 **Тариков, Г. П.** Прикладная механика : учеб. пособие / Г. П. Тариков, А. Т. Бельский. – Гомель : ГГТУ, 2012. – 172 с.
- 10 Теоретическая механика : учеб. пособие для вузов по специальностям направлений подготовки "Транспортные машины и транспортно-технологические комплексы", "Эксплуатация наземного транспорта и транспортного оборудования", "Организация перевозок и управление на транспорте" и "Транспортное строительство" / В. Н. Тарасов [и др.]. – М. : ТрансЛит, 2010. – 558 с.

Учебное издание

ШИМАНОВСКИЙ Александр Олегович
ЯКУБОВИЧ Ольга Иосифовна
КУЗНЕЦОВА Марина Григорьевна

**Задания и методические указания для выполнения
самостоятельных работ по прикладной механике**

Учебно-методическое пособие

Технический редактор *В. Н. Кучерова*
Корректор *Т. А. Пугач*

Подписано в печать 19.12.2017 г. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 4,18. Уч.-изд. л. 4,23. Тираж 200 экз.
Зак. № 4704. Изд. № 58.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский государственный университет транспорта.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий

№ 1/361 от 13.06.2014.

№ 2/104 от 01.04.2014.

Ул. Кирова, 34, 246653, г. Гомель