Полученные соотношения для определения собственных частот колебаний камертонов могут стать основой для дальнейшего изучения электромеханических приборов систем ЖАТ. Поэтому изучение элементов теории колебаний связанных осцилляторов в курсе теоретической механики явится связующим звеном между общетеоретической и специальными дисциплинами. Такие связи крайне желательны с методической точки зрения, поскольку систематизируют и упорядочивают учебный процесс на протяжении всего срока обучения студента в вузе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Лисенков, В. М.** Безопасность технических средств в системах управления движением поездов / В. М. Лисенков. – М.: Транспорт, 1992. – 192 с.

2 **Пипуныров, В. Н.** История часов с древнейших времен до наших дней / В. Н. Пипуныров. – М.: Наука, 1982. – 496 с.

3 **Аксельрод, З. М.** Теория и проектирование приборов времени / З. М. Аксельрод. – М.: Машиностроение, 1969. – 480 с.

4 **Зельдович, Я. Б.** Высшая математика для начинающих / Я. Б. Зельдович. – М.: Физматгиз, 1963. – 500 с.

Получено 25.04.2006

ISBN 978-985-468-276-1. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Вып. 1. Гомель, 2007

УДК 378.141.2/.5:531

А. О. ШИМАНОВСКИЙ, И. Е. КРАКОВА
Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ 2006 года

Приведена информация о Международной олимпиаде по теоретической механике 2006 года, состоявшейся 10–13 апреля в Белорусском государственном университете транспорта: список участников, условия и решения задач, результаты олимпиады.

В 2005 г. БелГУТ впервые встречал участников Международной олимпиады по теоретической механике. Статус международной она приобрела в том же году, так как в ней приняли участие студенты нескольких государств. В 2006 году олимпиада проводилась с 10 по 13 апреля. В ней приняли участие 66 студентов, представлявшие 14 вузов Беларуси, России и Молдавии.

Традиционно олимпиада включала в себя два конкурса: теоретический (лично-командный) и «Брейн-ринг» (командный).

На теоретическом конкурсе участникам олимпиады были предложены восемь задач (две по статике, две по кинематике и четыре по динамике), на решение которых отводилось 4 часа. Условия задач и их решения приведены в приложениях А и В. Все задачи оценивались, в отличие от предыдущего года, разным числом баллов (от 4 до 8) в зависимости от уровня сложности. Проверка работ осуществлялась жюри, в состав которого были включены преподаватели вузов – участников олимпиады. Победитель в командном зачете определялся по сумме трех лучших результатов представителей вуза.

В конкурсе «Брейн-ринг» командам, состоящим из трех студентов, на 60 минут предлагались для решения тридцать мини задач – по десять соответственно по статике, кинематике и динамике. Команда-победитель определялась по сумме правильных ответов (решения не проверялись), причем при равном количестве правильных ответов предпочтение отдавалось студентам, которые раньше сдали свою работу. Условия задач конкурса «Брейн-ринг» и ответы к ним содержатся в приложениях Б и Г.

Студентам, не согласным с оценкой решений их задач теоретического конкурса, была предоставлена возможность апелляции. Окончательные результаты конкурсов приведены в приложениях Д и Е.

Анализ решений задач олимпиад 2005 и 2006 гг. показал, что уровень подготовки студентов – участников последней оказался более высоким. В 2006 году участники проявили большую активность при решении предложенных задач. В среднем 90 % студентов предпринимали попытку решать все восемь задач (в 2005 году эта цифра составила 71 %), однако следует признать, что не все попытки были удачными. В среднем только 7 % задач были доведены до правильного ответа или близкого к нему.

В 2005 г. больший процент решенных задач пришелся на задачи С-2 и К-1. Именно они оказались для участников олимпиады наименее сложными. В 2006 г. более простой для них оказалась задача К-1: 16,4 % решений были оценены достаточно высоким баллом. На диаграмме (рисунок 1) отражен в процентном отношении средний балл, набранный за решение каждой из задач лидерами, показавшими лучшие десять результатов, и всеми участниками олимпиады. Из диаграммы видно, что задача Д-2 оказалась наиболее сложной для всех. Лидеры лучше всего решили задачу С-2, а все участники в целом лучше разобрались с задачей С-1.

Основное преимущество лидеры получили за счет высоких баллов по задачам С-2, К-1 и Д-4. Их средний балл по названным задачам оказался в три раза выше среднего балла всех участников олимпиады. Победитель олимпиады 2006 г. набрал 66,3 % от максимально возможного числа баллов, что на

23 % больше числа баллов, набранных лидером в 2005 г. Это явилось следствием как более высокого уровня подготовки студента, так и несколько изменившейся системой оценки и сложностью задач. Результаты призеров олимпиады отличаются весьма незначительно, что свидетельствует о наличии высокой конкуренции при борьбе за высокие места.

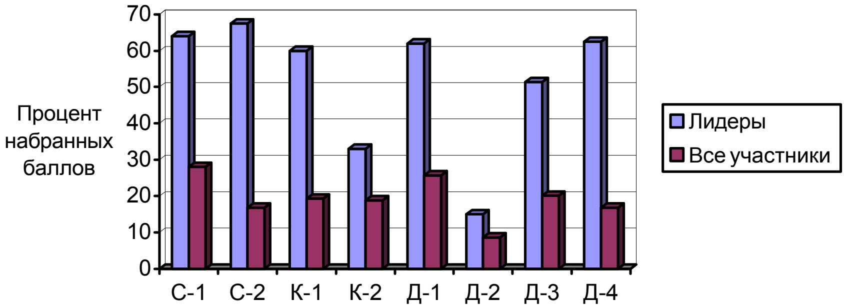


Рисунок 1 – Результативность решения задач олимпиады

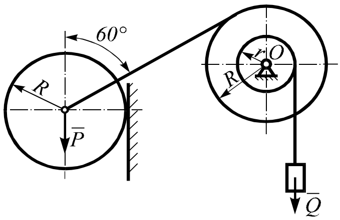
Накопившийся опыт проведения соревнований студентов по теоретической механике будет положен в основу организации очередной олимпиады, которая состоится в 2007 г.

Получено 15.06.2006

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(*справочное*)

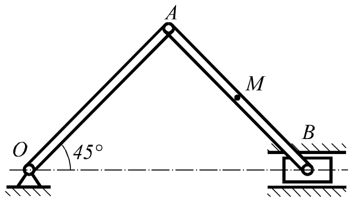
УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА ОЛИМПИАДЫ

Задача С1–2006 (5 баллов)



На блок, радиусы ступеней которого R и r, намотаны две нити. Одна из них прикреплена к цилиндру, сила тяжести которого P, другая – к грузу весом Q. Определить, при каких значениях силы Q система будет находиться в равновесии, если коэффициент трения сцепления цилиндра со стеной равен f, а коэффициент трения качения δ.

Задача С2–2006 (6 баллов)



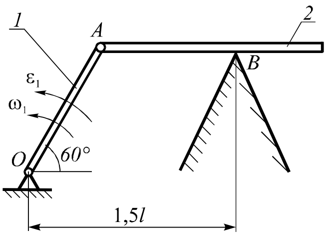
Кривошипно-шатунный механизм, в котором длины кривошипа OA и шатуна AB одинаковы, расположен в вертикальной плоскости. Точка M делит отрезок AB пополам. Силы тяжести кривошипа, шатуна и ползуна одинаковы и равны G. Пренебрегая трением, определить, какую минимальную силу надо приложить к точке M, для того чтобы механизм оставался в равновесии в изображенном на рисунке положении.

Задача К1–2006 (4 балла)

Точка движется в плоскости в соответствии с уравнениями: $\begin{cases} dx/dt = -2y; \\ dy/dt = 8x. \end{cases}$

При $t = 0$ координаты точки $x_0 = 0$; $y_0 = 4$ см.
Определить зависимости скорости и ускорения точки от времени.

Задача К2–2006 (6 баллов)

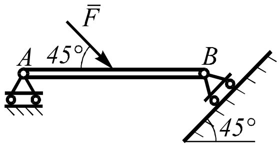


Стержень 1, имеющий длину l, в точке A соединен со стержнем 2, который в течение всего процесса движения опирается на остриё B. В изображенном на рисунке положении механизма угловые скорость и ускорение звена 1 – ω_1 и ε_1 соответственно. Определить для указанного положения механизма скорость и ускорение точки стержня 2, соприкасающейся с остриём.

Задача Д1–2006 (5 баллов)

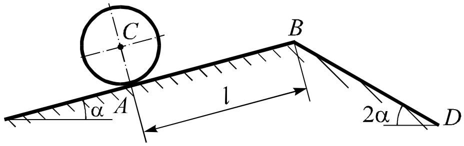
Велосипед движется с постоянной скоростью v по прямолинейному участку мокрой дороги. Его колёса, имеющие одинаковые радиусы R, катятся по поверхности земли без проскальзывания. Определить, на какую наибольшую высоту по отношению к уровню земли могут подниматься капли воды, отрывающиеся от колёс.

Задача Д2–2006 (6 баллов)



Однородная балка AB опирается на гладкие поверхности в точках A и B, как показано на рисунке. В некоторый момент, когда балка была неподвижной, равнодействующая активных сил F оказалась приложенной к средней точке балки. Какова в этот момент реакция опоры A?

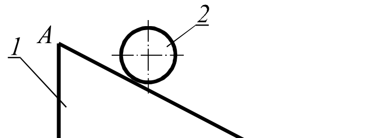
Задача Д3–2006 (8 баллов)



Шар с радиусом r катится без проскальзывания по наклонной плоскости AB, составляющей угол α с горизонтом. Длина участка AB равна l. Достигнув вершины B, шар начинает поворачиваться вокруг нее. Пренебрегая сопротивлением качению, определить, при каких значениях начальной скорости центра C шара он сможет перейти на плоскость BD, образующую угол 2α с горизонтом, не отрываясь от опорной поверхности.

Момент инерции шара относительно оси, проходящей через его центр масс $I_x = 0{,}4\ mr^2$.

Задача Д4–2006 (6 баллов)

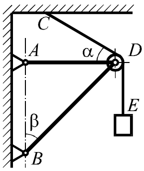
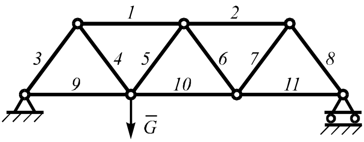
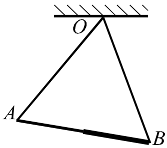
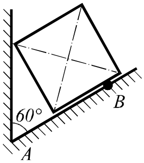
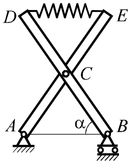
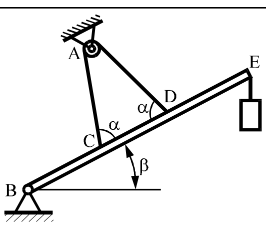


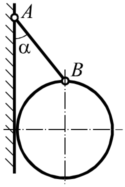
На гладкую горизонтальную плоскость CD помещена треугольная призма 1 массой m, которая может скользить по этой плоскости без трения. На грань AB призмы, составляющую с горизонтом угол $\alpha = 30°$, устанавливают сплошной однородный цилиндр 2 той же массы m. Определить, при каком из двух случаев: а) поверхность AB гладкая; б) качение цилиндра происходит по плоскости AB без проскальзывания – будет больше ускорение призмы и во сколько раз.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
(*справочное*)

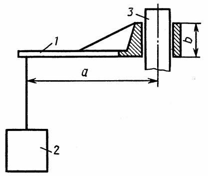
УСЛОВИЯ ЗАДАЧ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

СТАТИКА

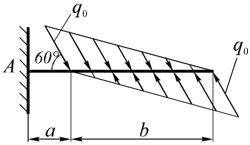
	**1** На кронштейне *ADB* укреплен блок, через который перекинут трос *CDE*, прикрепленный к потолку и несущий груз $G = 20$ кН. $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$. Определить реакцию стержня *AD*.
	**2** Укажите номера стержней, которые можно заменить тросами, если на ферму действует только сила *G*.
	**3** Стержень *AB,* имеющий длину *R*, составлен из двух однородных кусков одинаковой длины, один из которых весит вдвое больше другого. Стержень подвешен за концы на двух нитях *OA* и *OB*, имеющих одинаковые длины, равные *R*. Какой угол стержень образует с горизонталью в положении равновесия?
	**4** Куб весом 50 Н удерживается в равновесии при помощи гладких вертикальной и наклонной плоскостей. Определить расстояние *AB* от вершины угла до точки приложения реакции наклонной плоскости, если длина ребра куба 20 см.
	**5** *X*-образная конструкция закреплена в вертикальной плоскости. Стержни *AE* и *BD*, массы которых одинаковы и равны *m*, соединены шарниром *C*. $AC = CE = AB = BC = CD$. Известно значение угла α в положении равновесия. Определить силу сжатия пружины *DE*.
	**6** Однородная балка *BE* весом *G*, к концу которой в точке *E* подвешен груз весом *Q*, удерживается в равновесии под углом β к горизонту при помощи цилиндрического шарнира *B* и троса, переброшенного через неподвижный блок *A* и закрепленного в точках *C* и *D*. $BC = CD = DE = l$. Пренебрегая размерами блока и трением на оси, определить натяжение троса.



7 Определить, при каком минимальном коэффициенте трения между шаром и стеной возможно равновесие в изображенном на рисунке положении, если угол между стержнем *AB* и стеной равен α.



8 Невесомый рычаг 1, несущий на конце груз 2, надет на вертикальную стойку 3. Определить максимальный размер *b*, при котором возможно равновесие, если известны размер *a* и коэффициент трения *f*.



9 Определить момент заделки, возникающий вследствие действия распределенных нагрузок, изменяющихся по линейному закону, если известны значения q_0, a, b.

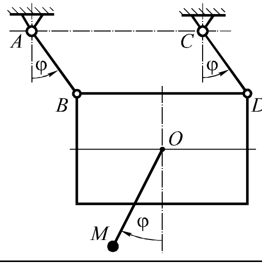
10 Определить, насколько изменится положение центра тяжести картонной коробки, имеющей форму куба со стороной *a*, если из нее вырезать одну из граней.

КИНЕМАТИКА

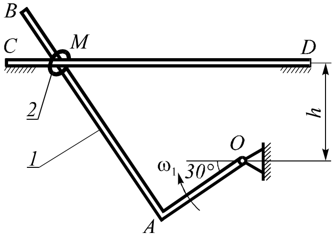
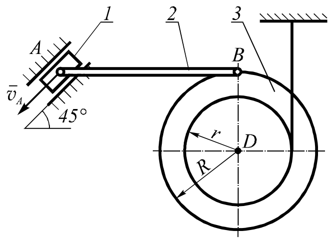
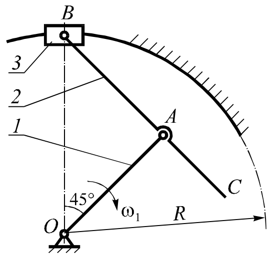
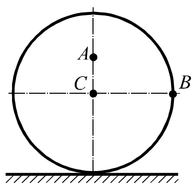
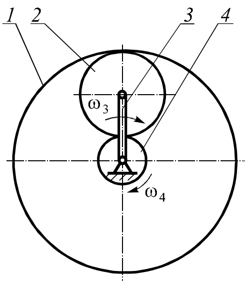
11 Принимая радиус Земли равным 6400 км, определить, на какой широте скорость точки земной поверхности за счет суточного вращения Земли на 200 м/с меньше, чем на экваторе.

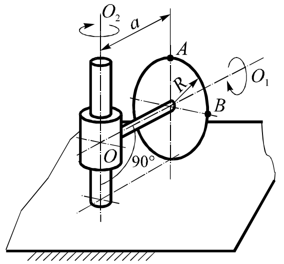
12 Точка**,** получив некоторую начальную скорость, начала двигаться равнопеременно по окружности радиусом 10 м. При этом за десять полных обходов окружности скорость точки уменьшилась вдвое. Какой путь прошла точка до момента остановки?

13 Диск, диаметр которого 4 см, вращается так, что угловая скорость его изменяется по закону $\omega = 2\pi t^2$ рад/с. Определить касательное ускорение точки на ободе диска в тот момент, когда диск повернулся на угол $\varphi = 18\pi$ рад.



14 В изображенном на рисунке механизме $AB = CD = 4$ см, $OM = 6$ см, $AC = BD$. Угол φ изменяется по закону $\varphi(t) = 6pt^2$ рад. Найти ускорение Кориолиса точки *M* в момент времени $t = \frac{1}{6}$ с.

	**15** Стержень OAB, изогнутый в точке A под прямым углом, вращаясь вокруг оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка с угловой скоростью $\omega_1 = 1$ рад/с, приводит во вращение кольцо M, надетое на этот стержень и на неподвижный стержень CD. $OA = h = 20$ см. Определить скорость колечка М в его движении относительно стержня OAB.
	**16** Определить скорость точки D при изображенном на рисунке положении механизма, если $v_A = 10$ см/с, $AB = 40$ см, $r = 15$ см, $R = 20$ см.
	**17** Звено 1 изображенного на рисунке механизма движется с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 2$ рад/с. $OA = AB = 30$ см, $AC = 20$ см. Найти ускорение точки С.
	**18** Колесо радиусом R катится с проскальзыванием по горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени скорости точек A и B одинаковы и равны v. Найти в этот момент скорость центра C колеса, если $AC = \dfrac{R}{2}$.
	**19** В изображенном на рисунке планетарном механизме звенья 3 и 4 вращаются с постоянными угловыми скоростями ω_3 и ω_4. Радиусы колес $r_4 = r$; $r_2 = 2r$. Найти угловую скорость колеса 1.



20 Найти отношение скорости точки B к скорости точки A диска, катящегося без проскальзывания по изображенной на рисунке поверхности, если известны размеры a и R.

ДИНАМИКА

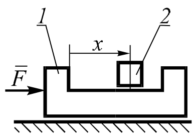
21 Период колебаний материальной точки равен 4 с. За время этого периода точка проходит путь, равный 20 см. Определить максимальную скорость точки при гармонических колебаниях.

22 Материальная точка находится у основания гладкой пластины длиной 1 м, наклоненной под углом 30° к горизонту. Пластина начинает двигаться с горизонтальным ускорением $a = 7$ м/с^2. За какое время материальная точка достигнет верхнего края пластины?

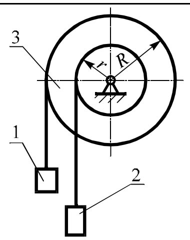
23 Материальная точка массой $m = 1$ кг движется под действием силы $F = 2\,t$ по гладкой горизонтальной плоскости. Найти работу силы F за время $t = 2$ с.

24 Автомобиль весит 1000 кг. Мощность, развиваемая его двигателем, при скорости 60 км/ч равна 120 кВт. Каково ускорение автомобиля при названной скорости?

25 Материальные точки массами m_1 и m_2 помещены на противоположных концах невесомого стержня длиной L. Стержень приводится во вращение вокруг оси, перпендикулярной ему. На каком расстоянии от точки массой m_1 должна проходить ось вращения, чтобы энергия, затрачиваемая на достижение заданной угловой скорости ω_0, была минимальной?

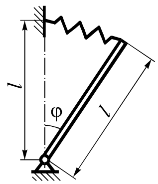
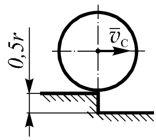


26 На тело 1 действует постоянная сила $F = 20$ Н. Относительно него под действием внутренних сил системы движется тело 2 согласно уравнению $x = \cos \pi t$. Массы тел: $m_1 = 4$ кг и $m_2 = 1$ кг. Определить ускорение тела 1 в момент времени $t = 0{,}5$ с.



27 Определить момент инерции ступенчатого блока 3 относительно его оси вращения из условия, чтобы натяжение нити, к концу которой подвешен груз 1, равнялось нулю. Известны масса груза 2 m_2 и радиусы блока r и R. Нити считать невесомыми, силы сопротивления не учитывать.

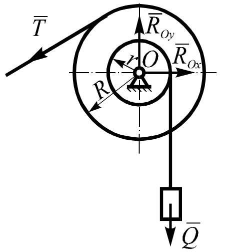
Окончание приложения Б

<table>
<tr><td colspan="2">28 Материальная точка движется по горизонтальной шероховатой плоскости. Получив начальную скорость $\overline{v}_1$, направленную вдоль плоскости, она проходит путь $s_1 = 4$ м, а при начальной скорости $\overline{v}_2$ – путь $s_2 = 9$ м. Какой путь пройдет эта точка по той же плоскости, если ей сообщить скорость $\overline{v} = \overline{v}_1 + \overline{v}_2$, причем скорости $\overline{v}_1$ и $\overline{v}_2$ совпадают по направлению.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>29 К концу однородного стержня массой m и длиной l прикреплена пружина с коэффициентом жесткости c. Длина пружины в недеформированном состоянии a. Составить выражение потенциальной энергии системы в функции угла φ.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>30 Сплошной однородный цилиндр радиусом r катится без скольжения по горизонтальной плоскости так, что скорость его центра v_C. Определить скорость его центра после того, как он скатится со ступеньки высотой 0,5 r, считая удар абсолютно неупругим.</td></tr>
</table>

ПРИЛОЖЕНИЕ В
(*справочное*)

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

Задача С-1–2006

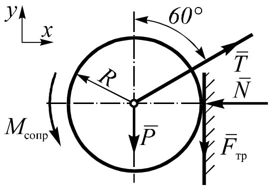


Рассматривая равновесие блока, получаем:

$$\sum M_{iO}=0\,;\ TR-Qr=0\,;$$

$$T=\frac{Qr}{R}\,. \qquad (1)$$

Определим значение $Q_{\max}$. При больших значениях силы Q цилиндр стремится двигаться вверх. Уравнения равновесия соответствующей системы сил имеют вид:



$$\sum F_{ix}=0\,;\ -N+T\cos 30°\,; \qquad (2)$$

$$\sum F_{iy}=0\,;\ T\cos 30^{\circ}-P-F_{\text{тр}}=0; \qquad (3)$$

$$\sum M_{iB}=0\,;PR+M_{\text{сопр}}-T\cos 60°R=0\,. \qquad (4)$$

Тогда из (2) $N=T\cos 30°=\frac{Qr}{R}\frac{\sqrt{3}}{2}$; из (3) $F_{\text{тр}}=T\cos 30°-P=\frac{Qr}{R}\frac{1}{2}-P$;

из (4) $M_{\text{сопр}}=T\cos 60°R-PR=\frac{Qr}{R}\frac{1}{2}R-PR=\frac{Qr}{2}-PR$.

Условия отсутствия скольжения и качения:

$$F_{\text{тр}}\le fN;\ \ M_{\text{сопр}}\le \delta N\,;$$

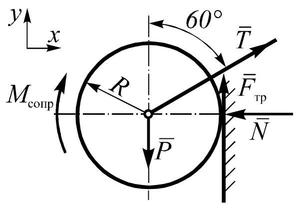
Отсюда

$$\frac{Qr}{2R}-P\le f\,\frac{Qr}{R}\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\frac{Qr}{2R}-\frac{Qr}{2R}f\sqrt{3}\le P\,;$$

$$\frac{Qr}{2}-PR\le\delta\frac{Qr}{R}\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\frac{Qr}{2}-\frac{Qr}{2}\frac{\delta\sqrt{3}}{R}\le P\,.$$

Следовательно:

$$\boxed{\left.\begin{aligned}&Q\le\frac{2R}{r}\frac{P}{(1-f\sqrt{3})}\\&Q\le\frac{2P}{r(1-\frac{\delta\sqrt{3}}{R})}\end{aligned}\right\}}. \qquad (5)$$



Определим значение $Q_{\min}$. При малых значениях силы Q цилиндр стремится двигаться вниз. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{ix} = 0;\ \ T\cos 30° - N = 0; \qquad (6)$$

$$\sum F_{iy} = 0;\ \ T\cos 60° + F_{\text{тр}} - P = 0; \qquad (7)$$

$$\sum M_{iB} = 0;\ \ PR - M_{\text{сопр}} - T\cos 60° R = 0. \qquad (8)$$

Отсюда из (6) $N = T\cos 30° = \dfrac{Qr}{R}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; из (7) $F_{\text{тр}} = P - T\cos 60° = P - \dfrac{Qr}{R}\dfrac{1}{2}$;

из (8) $M_{\text{сопр}} = PR - T\cos 60° R = PR - T\dfrac{1}{2}R = PR - \dfrac{Qr}{2}$.

Используя условия отсутствия скольжения и качения, получаем:

$$P - \frac{Qr}{2R} \le f\frac{Qr}{R}\frac{\sqrt{3}}{2};\quad \frac{Qr}{2R}(1 + f\sqrt{3}) \ge P;$$

$$PR - \frac{Qr}{2R} \le \delta\frac{Qr}{R}\frac{\sqrt{3}}{2};\quad \frac{Qr}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{3}\delta}{R}\right) \ge PR.$$

Следовательно:

$$\boxed{\left.\begin{aligned} Q &\ge \frac{P2R}{r(1 + f\sqrt{3})} \\ Q &\ge \frac{2PR}{r\left(1 + \dfrac{\delta\sqrt{3}}{R}\right)} \end{aligned}\right\}}. \qquad (9)$$

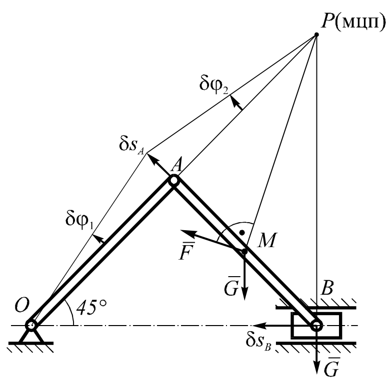
Равновесие будет иметь место при одновременном выполнении условий (5) и (9).

Задача С2-2006

Сообщим системе возможное перемещение.

Сила $\overline{F}$, уравновешивающая механизм, будет наименьшей, если её плечо максимально по отношению к мгновенному центру перемещений. Поэтому она должна быть перпендикулярна отрезку *PM*.

В соответствии с принципом возможных перемещений получаем:



$$-G\frac{OA}{2}\cos 45°\delta\varphi_1 - G\frac{AB}{2}\cos 45°\delta\varphi_2 + F\cdot PM\delta\varphi_2 = 0\,.$$

Поскольку $\delta s_A = \delta\varphi_1 OA = \delta\varphi_2 PA$ и $PA = OA$, то $\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$.

Отсюда, учитывая, что $PM = \sqrt{PA^2 + AM^2}$; $OA = AB = PA$; $AM = \dfrac{OA}{2}$, получаем:

$$-G\frac{OA}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - G\frac{OA}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + F\sqrt{OA^2 + \left(\frac{OA}{2}\right)^2} = 0\,;\; -\frac{GOA\sqrt{2}}{2} + FOA\frac{\sqrt{5}}{2} = 0\,;$$

$$\boxed{F = \frac{G\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{G\sqrt{10}}{5}}.$$

Задача К1-2006

Из первого уравнения получаем: $y = -\dfrac{1}{2}\dot{x}$.

Подставляя во второе уравнение, находим:

$$-\frac{1}{2}\ddot{x} = 8x\,,\text{ или } \ddot{x} + 16x = 0\,.$$

Общее решение этого дифференциального уравнения:

$$x = A\sin 4t + B\cos 4t\,.$$

При $t = 0$ имеем: $x_0 = B = 0$.

Тогда $x = A\sin 4t$;

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = 4A\cos 4t\,;\; y = -\frac{1}{2}4A\cos 4t = -2A\cos 4t\,.$$

При $t = 0$ $y_0 = -2A = 4$, отсюда $A = -2$.

Следовательно, $\begin{cases} x = -2\sin 4t; \\ y = 4\cos 4t, \end{cases}$

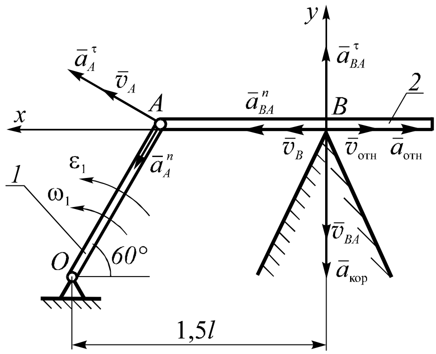
$$v_x = \frac{dx}{dt} = -8\cos 4t;\quad v_y = \frac{dy}{dt} = -16\sin 4t;$$

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 8\sqrt{\cos^2 4t + 4\sin^2 4t}}.$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 32\sin 4t\,;\quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -64\cos 4t\,;$$

$$\boxed{a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 32\sqrt{\sin^2 4t + 4\cos 4t}}.$$

Задача К2-2006



По теореме о проекциях векторов скоростей точек твердого тела:

$$v_{Ax} = v_{Bx} ;$$

$$v_A \cos 30° = v_B .$$

Отсюда

$$\boxed{v_B = \omega_1 l \cos 30°}.$$

Мысленно набросим колечко на стержень 2 и на остриё B. Тогда

$$\overline{v}_B = \overline{v}_{пер} ;\ \overline{v}_{абс} = 0 ;\ v_{отн} = -v_{пер} .$$

В таком случае ускорение колечка $\overline{a}_{абс} = 0$, но с другой стороны,

$$\overline{a}_{абс} = \overline{a}_{пер} + \overline{a}_{отн} + \overline{a}_{кор} , \tag{1}$$

где
$$\overline{a}_{пер} = \overline{a}_A^{\tau} + \overline{a}_A^{n} + \overline{a}_{BA}^{\tau} + \overline{a}_{BA}^{n} = \overline{a}_B .$$

Следовательно, проецируя (1) на оси x и y, получаем:

$$0 = a_{пер_x} - a_{отн} ;$$

$$0 = a_{пер_y} - a_{кор} .$$

Отсюда
$$a_{пер_y} = a_{B_y} = a_{кор} = 2\omega_{пер} v_{отн} = 2\omega_2 v_B .$$

Проецируя на ось y векторное равенство $\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{v}_{BA}$, находим:

$$0 = v_A \sin 30° - v_{BA} .$$

Тогда
$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{AB} = \frac{v_A \sin 30°}{AB} = \frac{\omega_1 l \frac{1}{2}}{l} = \frac{\omega_1}{2} ;$$

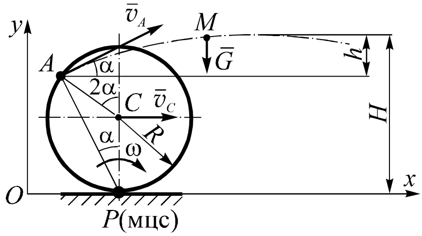
$$a_{By} = 2\frac{\omega_2}{2}\omega_1 l \cos 30° = \omega_1^2 l \frac{\sqrt{3}}{2} ;$$

$$a_{Bx} = a_A^{\tau} \cos 30° + a_A^{n} \cos 60° + a_{BA}^{n} = \varepsilon_1 l \frac{\sqrt{3}}{2} + \omega_1^2 l \frac{1}{2} + \frac{\omega_1^2}{4} l = \varepsilon_1 l \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4}\omega_1^2 l ;$$

$$a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} ;$$

$$\boxed{a_B = l\sqrt{\frac{3}{4}\varepsilon_1^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4}\omega_1^2 \varepsilon_1 + \frac{21}{16}\omega_1^4}}.$$

Задача Д1-2006



Скорость, с которой капля отделяется от колеса

$$v_A = \omega \cdot PA = \omega \cdot 2R\cos\alpha = 2v\cos\alpha .$$

Динамическое уравнение движения в проекции на ось Oy

$$ma_y = -G = -mg .$$

Поскольку $a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{v_y dv_y}{dy}$, то $\displaystyle\int_{v_A \sin\alpha}^{0} v_y dv_y = \int_0^h -g dy$,

$$\frac{v_A{}^2 \sin^2\alpha}{2} = gh; \quad h = \frac{v_A{}^2 \sin^2\alpha}{2g} .$$

Тогда максимальная высота подъёма капли, вылетающей из точки A:

$$H = PA\cos\alpha + h = 2R\cos^2\alpha + \frac{v_A^2 \sin\alpha}{2g} =$$

$$= 2R\cos^2\alpha + \frac{4v^2\cos^2\alpha\sin^2\alpha}{2g} = 2R\cos^2\alpha + \frac{v^2\sin^2 2\alpha}{2g}.$$

Для определения $H_{\max}$ дифференцируем полученное выражение по α:

$$\frac{\partial H}{\partial\alpha} = 2R\cdot 2\cos\alpha(-\sin\alpha) + \frac{v^2}{2g} 2\sin 2\alpha\cos 2\alpha \cdot 2 = 0 ;$$

$$-2R\sin 2\alpha + \frac{v^2}{g} 2\sin 2\alpha\cos 2\alpha = 0 ;$$

$$2\sin 2\alpha\left(\frac{v^2\cos 2\alpha}{g} - R\right) = 0 .$$

Произведение обращается в нуль, если равен нулю один из множителей:

$$\sin 2\alpha = 0 ; \alpha = 0;$$

$$\cos 2\alpha = \frac{gR}{v^2}; \quad \cos 2\alpha \le 1; \frac{gH}{v^2} \le 1 \Rightarrow v \ge \sqrt{gR}.$$

Таким образом, при $v \le \sqrt{gR}$ $\alpha = 0$ и $H_{\max} = 2R$.

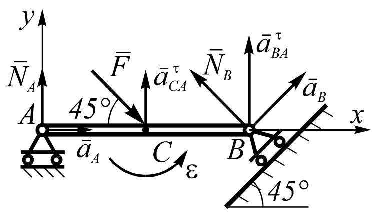
Если же $v \ge \sqrt{gR}$, имеем $\cos 2\alpha = \dfrac{gR}{v^2}$;

$$H_{max} = 2R\cos^2\alpha + \frac{v^2\sin^2 2\alpha}{2g} = R + R\cos 2\alpha + \frac{v^2}{2g}(1-\cos^2 2\alpha) =$$

$$= R + R\frac{gR}{v^2} + \frac{v^2}{2g}(1-\frac{g^2R^2}{v^4}) = R + \frac{gR^2}{v^2} + \frac{v^2}{2g} - \frac{gR^2}{2v^2}.$$

Окончательно получаем: $\boxed{H_{max} = \frac{gR^2}{2v^2} + \frac{v^2}{2g} + R}$.

Задача Д2-2006



Запишем динамические уравнения плоскопараллельного движения балки:

$$\begin{cases} ma_{cx} = F\cos 45° - N_B\cos 45°; \\ ma_{cy} = N_A - F\sin 45° + N_B\sin 45°; \\ I_c\varepsilon = N_B\cos 45°\frac{l}{2} - N_A\frac{l}{2}. \end{cases} \qquad (1)$$

Соотношение между ускорениями точек A и B имеет вид:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{BA} + \bar{a}^{n}_{BA},$$

где $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon l$;

$a^{n}_{BA} = 0$, так как балка находится в покое.

При проецировании получаем:

Ось Ax: $a_B\cos 45° = a_A$;

Ось Ay: $a_B\cos 45° = a^{\tau}_{BA} = \varepsilon l$.

Отсюда $\qquad a_A = \varepsilon l;\ \varepsilon = \frac{a_A}{l}$.

С другой стороны, ускорение центра масс тела

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{CA} + \bar{a}^{n}_{CA}.$$

Тогда, учитывая, что $a^{n}_{CA} = 0$, в результате проецирования на оси имеем:

$$a_{Cx} = a_A;\ a_{Cy} = a^{\tau}_{CA} = \varepsilon\frac{l}{2} = \frac{a_A}{l}\frac{l}{2} = \frac{a_A}{2}.$$

Подставляя выражения ускорений в систему (1), получаем:

$$\begin{cases} ma_A = F\cos 45° - N_B \cos 45°; \\ \dfrac{ma_A}{2} = N_A - F\sin 45° + N_B \sin 45°; \\ \dfrac{ml^2}{12}\dfrac{a_A}{l} = N_B \cos 45° \dfrac{l}{2} - N_A \dfrac{l}{2}. \end{cases}$$

Складывая первые два уравнения системы, находим:

$$\frac{3ma_A}{2} = N_A; \quad a_A = \frac{2}{3}\frac{N_A}{m}.$$

Делая подстановку в первое и третье уравнения, получаем:

$$N_B \cos 45° = F\cos 45° - ma_A = F\cos 45° - \frac{2}{3}N_A;$$

$$\frac{ml}{12}\frac{2}{3}\frac{N_A}{m} = \left(F\cos 45° - \frac{2}{3}N_A\right)\frac{l}{2} - N_A\frac{l}{2};$$

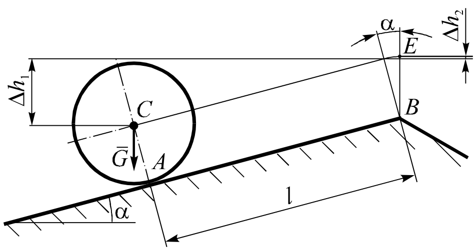
$$\frac{N_A}{9} = F\cos 45° - \frac{2}{3}N_A - N_A; \quad \left(\frac{2}{3} + 1 + \frac{1}{9}\right)N_A = F\cos 45°;$$

$$\boxed{N_A = \frac{9}{16}F\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{32}F}.$$

Задача Д3-2006

Для того чтобы шар мог перейти на плоскость BD, его центр тяжести должен подняться на высоту

$h = \Delta h_1 + \Delta h_2 = l\sin\alpha + r - r\cos\alpha$.



Тогда в соответствии с теоремой об изменении кинетической энергии, полагая, что в верхней точке E скорость бесконечно мала, получим:

$$T_E - T_C = -mgh;$$

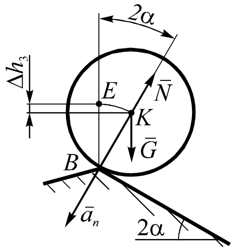
$$-\left(\frac{I_C\omega_0^2}{2} + \frac{mV_{C0\min}^2}{2}\right) = -mgh;$$

$$\frac{0{,}4mr^2 v_{C0\min}^2}{2r^2} + \frac{mv_{C0\min}^2}{2} = mg(l\sin\alpha + r - r\cos\alpha);$$

$$0{,}7v_{C0\min}^2 = g\left(l\sin\alpha + r - r\cos\alpha\right);$$

$$v_{C0\min} = \sqrt{\frac{g\left(l\sin\alpha + r - r\cos\alpha\right)}{0{,}7}}\ .$$

Найдена минимальная начальная скорость, удовлетворяющая условию перехода через положение E.



Отрыв может произойти в момент перехода с криволинейной траектории центра масс на прямолинейную. Динамическое уравнение движения имеет вид:

$$ma_n = G\cos 2\alpha - N\ .$$

В момент отрыва $N = 0$, тогда

$$\frac{mv_k^2}{r} = mg\cos 2\alpha\ . \qquad (1)$$

Скорость v_K определим из теоремы об изменении кинетической энергии:

$$T_K - T_E = mg(r - r\cos 2\alpha)\ ;$$

$$T = \frac{I_C\omega^2}{2} + \frac{mv_C^2}{2} = \frac{0{,}4mr^2v_C^2}{2r^2} + \frac{mv_C^2}{2} = 0{,}7mv_C^2\ .$$

Отсюда

$$0{,}7mv_K^2 - 0{,}7mv_E^2 = mg(r - r\cos 2\alpha)\ ;$$

$$v_K^2 = v_E^2 + \frac{gr}{0{,}7}(1 - \cos 2\alpha)\ .$$

Подставляя в (1), получим:

$$m\left(v_E^2 + \frac{gr}{0{,}7}(1 - \cos 2\alpha)\right) = mgr\cos 2\alpha\ .$$

Тогда максимальная скорость v_E, при которой не будет происходить отрыв шара от плоскости

$$v_E^2 = gr\left(\cos 2\alpha - \frac{1 - \cos 2\alpha}{0{,}7}\right) = gr\frac{7\cos 2\alpha - 10 + 10\cos 2\alpha}{7} = gr\frac{17\cos 2\alpha - 10}{7}.$$

Поскольку $v_E^2 \geq 0$, то при $17\cos 2\alpha - 10 < 0$ отрыв будет происходить в любом случае.

Если же $\cos 2\alpha > \dfrac{10}{17}$, то получаем:

$$0{,}7mv_E^2 - 0{,}7mv_O^2 = -mgh;$$

$$v_O^2 = v_E^2 + \frac{gh}{0{,}7} = gr\frac{17\cos 2\alpha - 10}{7} + \frac{10g(l\sin\alpha + r - r\cos\alpha)}{7} =$$

$$= \frac{g}{7}(17r\cos 2\alpha - 10r + 10r\sin\alpha + 10r - 10r\cos\alpha);$$

$$v_O = \sqrt{\frac{g}{7}(17r\cos\alpha + 10l\sin\alpha - 10r\cos\alpha)}\ .$$

Таким образом:

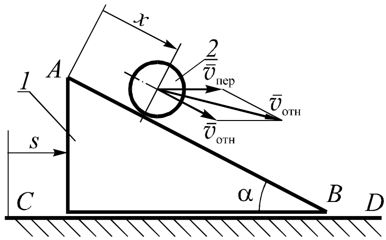
– при $\cos 2\alpha < \frac{10}{17}$ задача решения не имеет;

– при $\cos 2\alpha > \frac{10}{17}$ начальная скорость шара должна лежать в пределах

$$\boxed{\sqrt{\frac{g\left(l\sin\alpha + r - r\cos\alpha\right)}{0{,}7}} < v_{C0} < \sqrt{\frac{g}{7}(17r\cos\alpha + 10l\sin\alpha - 10r\cos\alpha)}}.$$

Задача Д4-2006

Случай а.



Если поверхность AB гладкая, то цилиндр 2 движется поступательно.

Применим уравнение Лагранжа II рода. Поскольку

$$T = \frac{m\dot{s}^2}{2} + \frac{m(\dot{s}^2 + \dot{x}^2 + 2\dot{s}\dot{x}\cos 30°)}{2};$$

$$\Pi = mgx\sin 30°,$$

то имеем:

$$\begin{cases} 2m\ddot{s} + m\ddot{x}\cos 30° = 0; \\ m\ddot{x} + m\ddot{s}\cos 30° = mg\sin 30°. \end{cases}$$

Решая систему, получаем

$$x = -\frac{4}{\sqrt{3}}\ddot{s}\ ;\ -\frac{4}{\sqrt{3}}\ddot{s} + \ddot{s}\frac{\sqrt{3}}{2} = g\frac{1}{2}\ ;\ \ddot{s} = -\frac{\sqrt{3}g}{5}\ .$$

Случай б.

$$T = \frac{m\dot{s}^2}{2} + \frac{m(\dot{s}^2 + \dot{x}^2 + 2\dot{s}\dot{x}\cos 30°)}{2} + \frac{I\dot{x}^2}{2r^2} = \frac{m(2\dot{s}^2 + \dot{x}^2 + 2\dot{s}\dot{x}\cos 30°)}{2} + \frac{m\dot{x}^2}{4};$$

$$\Pi = -mgx\sin 30°\ .$$

Отсюда

$$\begin{cases} 2m\ddot{s} + m\ddot{x}\cos 30° = 0; \\ \dfrac{3}{2}m\ddot{x} + m\ddot{s}\cos 30° = mg\sin 30°, \end{cases}$$

$$\ddot{x} = -\frac{4}{\sqrt{3}}\ddot{s}\ ; \quad -\frac{4}{\sqrt{3}}\frac{3}{2}\ddot{s} + \ddot{s}\frac{\sqrt{3}}{2} = g\frac{1}{2}\ ; \quad \ddot{s} = -\frac{\sqrt{3}g}{9}\ .$$

Таким образом, $\boxed{\text{ускорение больше в случае } a \text{ в } \dfrac{\sqrt{3}g}{5} : \dfrac{\sqrt{3}g}{9} = 1{,}8 \text{ раза}}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г
(*справочное*)

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

1. 7,32 кН. **2.** 4, 5, 7, 9, 10, 11. **3.** $\alpha = \arcsin\frac{5}{12} = 24{,}6°$. **4.** AB = 23,4 см.

5. $mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha$. **6.** $\frac{(2Q+G)\cos\beta}{2\sin\alpha}$. **7.** $f_{\min} = 1$. **8.** $b = 2fa$. **9.** $\frac{q_0 b^2\sqrt{3}}{12}$.

10. На $\frac{a}{10}$. **11.** 55°. **12.** 837,3 м. **13.** $a_\tau = 0{,}24\pi = 0{,}754$ см/с^2. **14.** 0.

15. 40 см/с. **16.** $v_D = 5{,}3 = \frac{15\sqrt{2}}{4}\frac{\text{см}}{\text{с}}$. **17.** $a_C = 40\sqrt{13} = 144{,}2\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. **18.** $v_C = 0{,}6v$.

19. $\omega_1 = \frac{1}{5}(6\omega_3 - \omega_4)$. **20.** $\frac{\sqrt{2a^2 + R^2}}{a}$. **21.** $v_{\max} = 2{,}5\pi = 7{,}85$ см/с.

22. $t = 2\sqrt{\frac{1}{7\sqrt{3} - g}} = 1{,}31$ с. **23.** 8 Дж. **24.** 7,2 м/с^2. **25.** $\frac{m_2 L}{m_1 + m_2}$.

26. $a_1 = \frac{20+\pi}{5} = 5{,}97$ м/с^2. **27.** $J = m(rR - r^2)$. **28**. 25 м.

29. $\Pi = mg\frac{l}{2}\cos\varphi + \frac{c\left(2l\sin\frac{\varphi}{2} - a\right)^2}{2} + C$. **30.** $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}gr + v_C^2}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

(*справочное*)

Результаты теоретического конкурса (личный зачет)

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Керимов Руслан Акимович	ВОЕНМЕХ	4	6	3,5	5	2	1	4	5	30,5	1
Приданников Андрей Витальевич	ЮУрГУ	4,5	4	3,5	3	4,5	1	6	3,5	30	2
Гилёв Евгений Евгеньевич	ЮУрГУ	3	6	3,5	2	5	0,5	4	4,5	28,5	3
Шадчин Александр Владимирович	ЮУрГУ	5	6	3,5	1,5	2	0,5	4	5	27,5	4
Токталиев Павел Дамирович	ВОЕНМЕХ	3,5	3	4	4	5	1	2	1,5	24	5
Дубинин Сергей Владимирович (вне конкурса)	БГТУ	5	3,5		1	2		7	4	22,5	в/к
Мандрик Евгений Сергеевич	БелГУТ		1	1	1	4,5	3	5	6	21,5	6
Половинкин Сергей Владимирович	ГГТУ	1	2	1	1	2	1	6	4,5	18,5	7
Нгуен Ань Фан	БНТУ	1,5	3	4	0,5	1	0	3	3,5	16,5	8
Желдак Виталий Анатольевич	БелГУТ	4,5	6	0	1	3	1			15,5	9
Буренок Николай Николаевич	БелГУТ	3	4,5	0,5	2	1,5	1	2,5	0	15	10
Борисенко Павел Владимирович	БелГУТ	2	1,5	0,5	2,5	3,5	0,5	4	0	14,5	11-14
Козьменко Максим Владимирович	ЮУрГУ	5	1	0,5	0,5	2	0,5	1	4	14,5	11-14
Петрачков Сергей Александрович	БелГУТ	1,5	1	1,5	1	4,5	2	3	0	14,5	11-14
Ширвель Анна Мечиславовна	БНТУ	1,5	0,5	4	2	0,5	1	4	1	14,5	11-14
Клус Сергей Александрович	БНТУ	3,5	2,5	0	0,5	5	0,5	1,5	0	13,5	15
Герасимова Татьяна Викторовна	ГГТУ	1,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	2	5,5	12,5	16-17
Черневец Валерия Игоревна	БРУ	2,5	0,5	4	1	0,5	0	4	0	12,5	16-17
Волков Евгений Сергеевич	БГТУ	1	0	4	1	2	0,5	0,5	1	10	18-19
Шинкарёв Андрей Алексеевич	МГУП		0,5	4	1			3,5	1	10	18-19

Сидоракин Алексей Олегович (личный зачет)	БелГУТ	2	2,5	0	1	1	1	2	0	9,5	20
Гедрис Константин Иванович (личный зачет)	БелГУТ	3		0	1			4	0,5	8,5	21
Багрин Олег Владимирович	ПГУ		0	0,5	0,5	0		7	0	8	22-27
Бояренко Константин Александрович	КИИМЧС	1	0,5	0	1	0,5	0,5	1	3,5	8	22-27
Гайсенко Артём Игоревич	ГГТУ	1	0	0	1	1,5	0,5	1	3	8	22-27
Семеняко Виталий Юрьевич	БРУ	1,5	0	0	3	1	0,5	2		8	22-27
Стенюхин Алексей Александрович	БелГУТ	2	1	0	0,5	0,5	1	3		8	22-27
Шурпатов Илья Григорьевич	ВОЕНМЕХ	1,5	0	0	1	2,5	0	2	1	8	22-27
Орлинский Андрей Анатольевич	ПГУ	1		0	1	2	0,5	2		6,5	28
Кузнецова Марина Григорьевна (личный зачет)	БелГУТ	2	0,5	0	1	0,5	1	0,5	0,5	6	29-35
Литвинов Денис Александрович (вне конкурса)	ГГТУ	1	0,5	2	1	0,5	1			6	29-35
Минченко Сергей Васильевич	МГУП	1,5	0	0	1	2	1	0,5	0	6	29-35
Сазыкин Дмитрий Иванович	БГТУ	1,5	0,5	0	2	0,5	0,5	1		6	29-35
Семернев Дмитрий Иванович (личный зачет)	БелГУТ	1,5	0	0	1,5	1	0,5	1,5	0	6	29-35
Телевич Дмитрий Александрович	БНТУ	1	0	0	1,5	2	0,5	0	1	6	29-35
Ширко Игорь Владимирович	БНТУ	0,5	0,5	0	1	1,5	0,5		2	6	29-35
Калинин Вячеслав Николаевич	ГГТУ	1	0	0	1,5	0,5	0	2	0	5	36-38
Матюшкин Дмитрий Викторович	БГТУ	0,5	3			1,5			0	5	36-38
Старовойтов Евгений Федорович	ГГТУ	1	0,5	0	1,5	0,5	0,5	1	0	5	36-38
Астапцова Светлана Викторовна	МГУП	0,5	0	0	2	0,5	0,5	1	0	4,5	39-40
Лосев Александр Викторович	БРУ		0	1	1	2	0,5			4,5	39-40
Гайнетдинов Андрей Валерьевич	БрГТУ	1	0,5	0	1	1	0,5	0	0	4	41-43
Напольских Игнат Владимирович	БГТУ	1,5	0		1	1,5		0		4	41-43
Присмаков Александр Александрович (вне конкурса)	БНТУ	0,5	0,5	0	0,5	1	0,5	0	1	4	41-43

Продолжение приложения Д

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Кандер Николай Александрович	КИИМЧС	0	0	0	1,5	0,5		0	1,5	3,5	44-49
Кисляченко Андрей Владимирович	ГГТУ	1	0	0	1	0,5	0	1	0	3,5	44-49
Куденко Сергей Николаевич	ВАРБ	0	0	0	1	2	0,5	0	0	3,5	44-49
Пахомов Владимир Александрович	КИИМЧС	0,5	1		1,5	0	0,5	0	0	3,5	44-49
Полоцкий Александр Иосифович	КИИМЧС	0,5	0,5	0	1		0,5	0	1	3,5	44-49
Сокол Виктор Александрович	БрГТУ	1,5	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	0	3,5	44-49
Блоцкая Наталья Ивановна	БГТУ	0	0	1		0,5	0,5	0,5	0,5	3	50-54
Дорошков Виталий Николаевич	БРУ	0,5	0	0	0,5	1	0	1		3	50-54
Лицкевич Евгений Эдуардович	КИИМЧС	0,5	0	0	1,5	0	0	0	1	3	50-54
Мартыненко Алексей Викторович	ПГУ	0,5	0	1,5	1	0		0	0	3	50-54
Старовойтова Надежда Владимировна	МГУП	0	0	0	1	0,5	0,5	1	0	3	50-54
Архутик Сергей Викторович	БрГТУ	0,5	0,5	0	1	0	0,5			2,5	55-60
Герасимук Дмитрий Валерьевич	БрГТУ		0		2	0	0,5			2,5	55-60
Ковальчук Денис Александрович	ВАРБ	0,5	0	0		0,5	0,5	1		2,5	55-60
Кривицкий Павел Васильевич	БрГТУ	1	0	1,5				0		2,5	55-60
Черняк Павел Владимирович	ВАРБ	1,5	0	0	0,5		0,5		0	2,5	55-60
Юращик Валерий Геннадьевич	БНТУ	0	0	0	0	1,5	0	1	0	2,5	55-60
Дриневский Артем Сергеевич	БрГТУ	0	0	0		0,5	0,5	1	0	2	61-62
Макуров Глеб Владимирович	МГУП	1,5	0	0	0	0	0,5		0	2	61-62
Грецкий Игорь Евгеньевич	КИИМЧС	0,5	0	0	0	0,5	0,5	0		1,5	63-64
Радько Александр Иванович	ВАРБ	0	0,5	0	0,5		0,5		0	1,5	63-64
Саук Дмитрий Ростиславович	ВАРБ	0,5	0	0	0		0		0	0,5	65

Окончание приложения Д

Результаты теоретического конкурса (командный зачет)

Команда	Сумма баллов	Место
ЮУрГУ	86	1
ВОЕНМЕХ	62,5	2
БелГУТ	52	3
БНТУ	44,5	4
ГГТУ	39	5
БРУ	25	6
БГТУ	21	7
МГУП	20,5	8
ПГУ	17,5	9
КИИ МЧС	15	10
БрГТУ	10	11
ВАРБ	8,5	12

Руководители команд – участниц олимпиады:

1 Веремейчик Андрей Иванович – Брестский государственный технический университет.

2 Илихменев Андрей Львович – Балтийский государственный технический университет (ВОЕНМЕХ).

3 Камлюк Андрей Николаевич – Белорусский государственный технологический университет.

4 Кракова Ирина Евгеньевна – Белорусский государственный университет транспорта.

5 Кроль Дмитрий Григорьевич – Гомельский государственный технический университет.

6 Леванович Николай Андреевич – Белорусско-Российский университет.

7 Орешко Элеонора Александровна – Командно-инженерный институт МЧС.

8 Протас Анатолий Яковлевич – Могилевский государственный университет продовольствия.

9 Рощанский Владимир Иванович – Санкт-Петербургский морской государственный технический университет.

10 Санько Андрей Анатольевич – Военная академия РБ.

11 Скляр Ольга Николаевна – Белорусский национальный технический университет.

12 Соковнич Сергей Михайлович – Приднестровский государственный университет.

13 Щевелёва Мария Петровна – Южно-Уральский государственный университет.

ПРИЛОЖЕНИЕ Е
(*справочное*)

Результаты конкурса «Брейн-ринг»

Порядок сдачи	Команда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Баллы	Место
20	ЮУрГУ	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	15	1
7	Военмех	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	10	2
19	БелГУТ-3	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	10	3
10	БелГУТ-2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	9	4
3	БРУ	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	8	5
11	МГУП	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	8	6
21	ГГТУ-2	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	8	7
18	БНТУ-2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	7	8
8	БГТУ-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	6	9
9	БелГУТ-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	5	10
15	БГТУ-2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	5	11
17	ПГУ	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	5	12
1	БрГТУ-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	4	13
4	БНТУ-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	4	14
13	Могилев	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	4	15
5	КИИ-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	16
14	КИИ-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3	17
2	ГГТУ-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	18
6	БрГТУ-2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	19
12	ВАРБ-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	20
16	ВАРБ-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	21

Примечание – При равенстве баллов более высокое место присуждалось команде, раньше сдавшей работу.

Окончание приложения Е

Составы команд конкурса «Брейн-ринг» (по порядку занятых мест)

1 ЮУрГУ
Гилёв Е.Е., Шадчин А.В., Приданников А.В.
2 ВОЕНМЕХ
Токталиев П., Шурпатов И., Керимов Р.
3 БелГУТ-3
Мандрик Е.С., Желдак В.А., Буренок Н.Н.
4 БелГУТ-2
Борисенко П.В., Петрачков С.А., Стенюхин А.А.
5 БРУ
Черневец В.И., Дорошков В.Н., Семеняко В.Ю.
6 МГУП
Минченко С.В., Шинкарёв А.А., Астапцова С.В.
7 ГГТУ-2
Половинкин С.В., Гайсенко А.О., Герасимова Т.В.
8 БНТУ-2
Ширвель А.М., Нгуен Фан Ань, Клус С.А.
9 БГТУ-1
Дубинин С.В., Волков Е.С., Сазыкин Д.И.
10 БелГУТ-1
Гедрис К.И., Кузнецова М.Г.
11 БГТУ-2
Матюшкин Д.В., Напольских И.В., Блоцкая Н.И.
12 ПГУ
Багрин О.В., Мартыненко А.В., Орлинский А.А.
13 БрГТУ-1
Гайнетдинов А.В., Дриневский А.С., Сокол В.А.
14 БНТУ-1
Присмаков А.А., Телевич Д.А., Ширко И.В.
15 Могилёв
Лосев А.В. (БРУ), Старовойтова Н.В. (МГУП), Макуров Г.В. (МГУП)
16 КИИ МЧС-1
Полоцкий А.Н., Лицкевич Е.Э., Грецкий И.Е.
17 КИИ МЧС-2
Пахомов В.А., Бодренко К.А., Кандер Н.А.
18 ГГТУ-1
Калинин В.Н., Литвинов Д.А., Кисляченко А.В.
19 БрГТУ-2
Архутик С.В., Кривицкий П.В., Герасимук Д.В.
20 ВАРБ-1
Ковальчук Д.А., Саук Д.Р.
21 ВАРБ-2
Худенко С.Н., Радько А.И., Черняк П.В.