

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Техническая физика и теоретическая механика»

А. О. ШИМАНОВСКИЙ, А. В. ЗАВОРОТНЫЙ,
М. Г. КУЗНЕЦОВА

ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

РАЗДЕЛ «СТАТИКА»

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области транспорта и транспортной деятельности в качестве учебно-методического пособия для студентов транспортных специальностей учреждений высшего образования, обучающихся по специальностям первой ступени высшего образования

2-е издание, исправленное и дополненное

Гомель 2016

УДК 531.2 (075.8)
ББК 22.21
Ш61

Рецензенты : кафедра «Техническая механика» Гомельского государственного технического университета им. П. О. Сухого;
профессор кафедры пожарной аварийно-спасательной техники Гомельского инженерного института МЧС Республики Беларусь, д-р техн. наук, профессор В. А. Ковтун.

*Рекомендовано научно-методическим советом Белорусского
государственного университета транспорта*

Шимановский, А. О.

ШБ1 Задачи для контрольных работ по теоретической механике. Раздел «Статика» : учеб.-метод. пособие для студентов транспортных специальностей.– 2-е изд., испр. и доп. / А. О. Шимановский, А. В. Заворотный, М. Г. Кузнецова; М-во транспорта и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2016. – 87 с.
ISBN 978-985-554-533-1

Предлагаются задачи, охватывающие все темы раздела «Статика» курса теоретической механики, изучаемые студентами транспортных специальностей. Также они могут быть полезны при обучении инженеров по иным специальностям. Условия задач предполагают их использование как в экспресс-режиме, так и при выполнении индивидуальных домашних заданий.

Предназначено для студентов дневной и заочной форм обучения.

УДК 531.2 (075.8)
ББК 22.21

ISBN 978-985-554-533-1

- © Ефремова З. Г., Шимановский А. О., Заворотный А. В., Дубко А. Н. , 1998
- © Шимановский А. О., Заворотный А. В., Кузнецова М. Г., 2016, с изменениями
- © Оформление. УО «БелГУТ», 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 <i>Сходящиеся силы на плоскости</i>	5
<i>Задача 1.</i> Равновесие узла стержневой конструкции	7
<i>Задача 2.</i> Равновесие твердого тела под действием системы сходящихся сил.	11
<i>Задача 3.</i> Применение теоремы о трех непараллельных силах.	15
2 <i>Равновесие твердого тела под действием произвольной плоской системы сил</i>	20
<i>Задача 4.</i> Равновесие невесомой балки	22
<i>Задача 5.</i> Равновесие рамы	26
3 <i>Расчет плоских ферм</i>	31
<i>Задача 6.</i> Равновесие фермы.	33
4 <i>Равновесие системы тел</i>	38
<i>Задача 7.</i> Равновесие систем тел без учета трения.	39
<i>Задача 8.</i> Равновесие рамной конструкции (система двух тел)	44
5 <i>Равновесие с учетом трения покоя</i>	49
<i>Задача 9.</i> Равновесие тела с учетом трения сцепления.	50
<i>Задача 10.</i> Равновесие системы тел с учетом трения покоя	55
6 <i>Пространственная система сил.</i>	60
<i>Задача 11.</i> Равновесие узла стержневой конструкции под действием системы сходящихся сил в пространстве	62
<i>Задача 12.</i> Равновесие твердого тела, на которое действует система произвольных сил в пространстве	67
7 <i>Приведение системы сил к центру.</i>	72
<i>Задача 13.</i> Расчет главного вектора и главного момента системы сил, действующих на твердое тело	73
8 <i>Центр тяжести.</i>	77
<i>Задача 14.</i> Расчет координат центра тяжести плоского сечения.	78
<i>Задача 15.</i> Определение положения центра тяжести объемного тела	82
Список рекомендуемой литературы	87

ВВЕДЕНИЕ

Авторы подготовили данный сборник задач для нужд высшей технической школы. Основой послужили идеи и замысел Ефремовой Зинаиды Герасимовны, занимавшей пост заведующего кафедрой технической физики и теоретической механики БелГУТа с 1997 по 2002 гг. Особое внимание было уделено чистоте инженерной терминологии и графике. Эти стороны учебной работы в вузе особенно значительны в процессе изучения теоретической механики – первой дисциплины из комплекса инженерных наук. Отсюда вытекает необходимость обучения студентов требуемой лексике и исполнению грамотных схем механизмов и элементов строительных сооружений.

Предлагаемый комплекс задач может служить основой для проведения коротких контрольных и самостоятельных работ при изучении теоретической механики студентами транспортных специальностей. Уровни сложности предложенных задач весьма умеренны и позволяют получать самостоятельные решения каждым добросовестно работающим студентом.

В отличие от предыдущих подобных выпусков задачи сгруппированы по тематике, по каждой из которой приведены краткие сведения из теории, необходимые для решения задач.

Приведенные в сборнике задания можно рекомендовать студентам очной и заочной форм обучения при подготовке к экзаменам и иным формам проверки их знаний. Небольшие по объему решения задач и охват ими всего учебного материала дают студентам возможность глубокой проработки учебного курса за относительно небольшое время.

Вполне возможно также использование предлагаемого издания при выполнении текущих домашних заданий по теоретической механике. Большое количество вариантов задач всех наименований позволяет выдать каждому студенту индивидуальное задание и тем самым подтолкнуть его к необходимости самостоятельной работы.

1 СХОДЯЩИЕСЯ СИЛЫ НА ПЛОСКОСТИ

Сила – это мера механического действия на данное тело со стороны других тел, характеризующая величину и направление этого действия.

Силы, приложенные к какой-нибудь одной точке тела, называются сосредоточенными.

Все силы, действующие на тела, делятся на активные силы, побуждающие тела к движению, и реакции механических связей, которыми связи (тела, ограничивающие свободу перемещения данного тела) действуют на рассматриваемое тело. Основными видами механических связей являются *гладкая поверхность* (опора без трения) (рисунок 1.1), *цилиндрический шарнир* (рисунок 1.2, а), *невесомый стержень* (рисунок 1.2, б), *гибкая нить* (рисунок 1.2, в). На указанных выше рисунках активными являются сила тяжести \vec{G} и сила \vec{F} , остальные силы представляют собой реакции соответствующих механических связей.

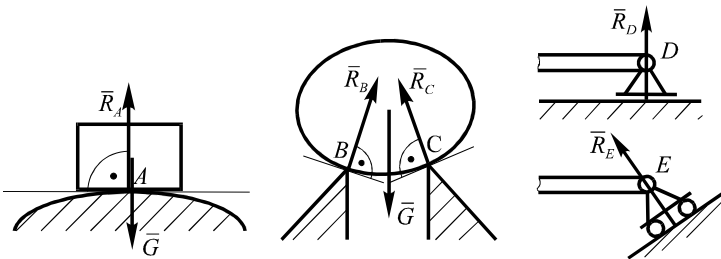


Рисунок 1.1 – Механическая связь вида «гладкая поверхность» (опора без трения)

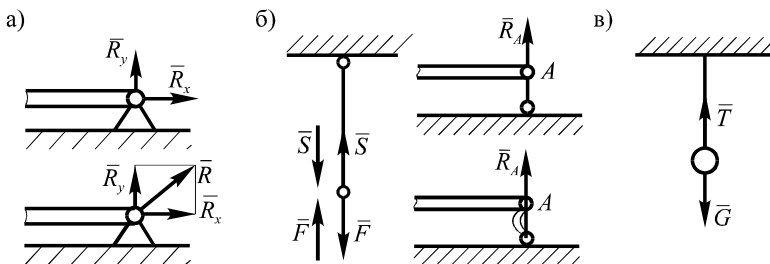


Рисунок 1.2 – Механические связи:

а – цилиндрический шарнир; б – невесомый стержень; в – гибкая нить

Реально все силы прикладываются к какой-либо площадке или распределены по объему тела. Эти силы называются распределенными и характе-

ризуются *интенсивностью* q . Интенсивность силы, приложенной к линии, представляет собой силу, приходящуюся на единицу длины линии и измеряется в ньютонах на метр – Н/м.

При решении задач статики распределенную нагрузку обычно заменяют сосредоточенной силой, приложенной к центру тяжести фигуры, образованной распределенной нагрузкой. Численное значение этой силы $Q = ql$, если распределенная нагрузка представляет собой прямоугольник или параллелограмм (рисунок 1.3, *a* и *б*), и $Q = q_{\max} \frac{l}{2}$, если распределенная сила изменяется по закону треугольника (рисунок 1.3, *в*).

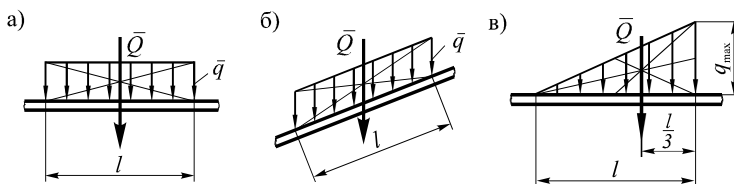


Рисунок 1.3 – Варианты законов распределения нагрузки: распределенная нагрузка с постоянной интенсивностью (*a* и *б*); неравномерно распределенная нагрузка (*в*)

Силы, действующие на тело, называются *сходящимися*, если линии их действия пересекаются в одной точке.

Для равновесия тела, находящегося под действием системы сходящихся сил, необходимо и достаточно, чтобы геометрическая сумма всех сил, приложенных к нему, была равна нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0.$$

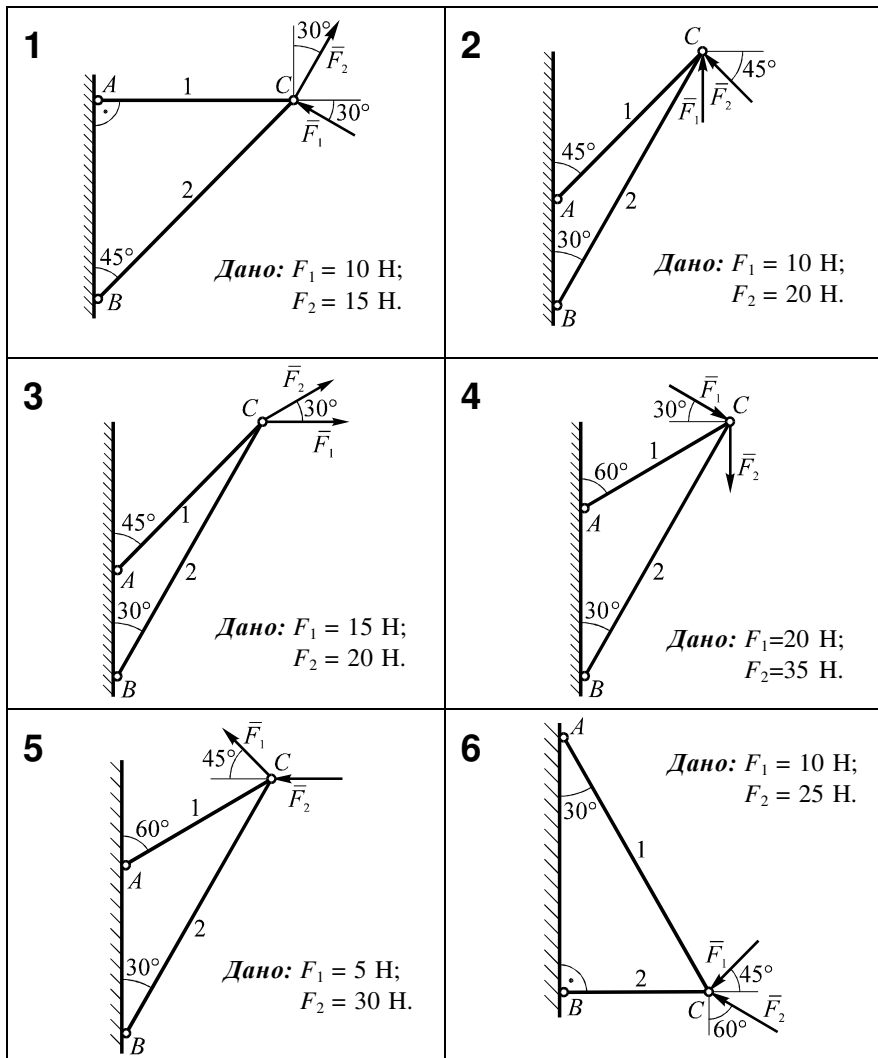
В аналитической форме уравнения равновесия тела, на которые действуют сходящиеся силы в плоскости, имеют вид

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \\ \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0. \end{cases}$$

Таким образом, для равновесия тела, находящегося *под действием системы сходящихся сил*, необходимо и достаточно, чтобы были равны нулю алгебраические суммы проекций всех сил на каждую из координатных осей.

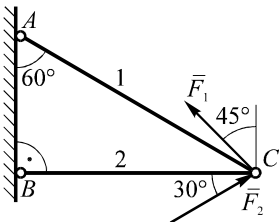
Задача 1. Равновесие узла стержневой конструкции

К узлу C стержневой конструкции приложены силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , значения которых приведены на рисунках. Определить реакции невесомых стержней 1 и 2.



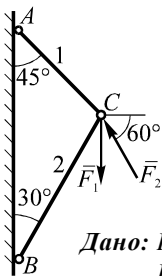
<p>7</p> <p>Дано: $F_1 = 5$ Н; $F_2 = 45$ Н.</p>	<p>8</p> <p>Дано: $F_1 = 25$ Н; $F_2 = 35$ Н.</p>
<p>9</p> <p>Дано: $F_1 = 5$ Н; $F_2 = 10$ Н.</p>	<p>10</p> <p>Дано: $F_1 = 5$ Н; $F_2 = 20$ Н.</p>
<p>11</p> <p>Дано: $F_1 = 15$ Н; $F_2 = 15$ Н.</p>	<p>12</p> <p>Дано: $F_1 = 20$ Н; $F_2 = 45$ Н.</p>
<p>13</p> <p>Дано: $F_1 = 5$ Н; $F_2 = 40$ Н.</p>	<p>14</p> <p>Дано: $F_1 = 25$ Н; $F_2 = 25$ Н.</p>

15



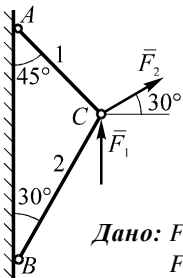
Дано: $F_1 = 20$ Н;
 $F_2 = 25$ Н.

16



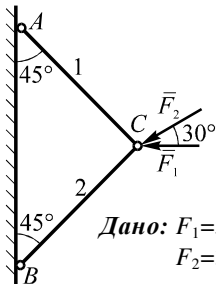
Дано: $F_1 = 15$ Н;
 $F_2 = 40$ Н.

17



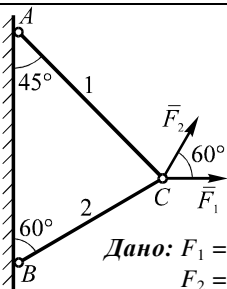
Дано: $F_1 = 10$ Н;
 $F_2 = 40$ Н.

18



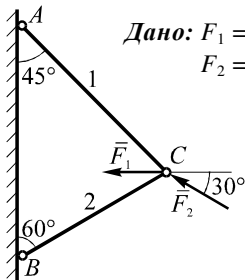
Дано: $F_1 = 5$ Н;
 $F_2 = 35$ Н.

19



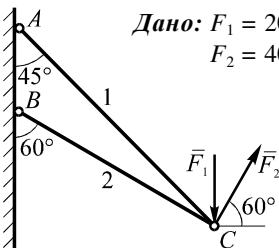
Дано: $F_1 = 10$ Н;
 $F_2 = 10$ Н.

20



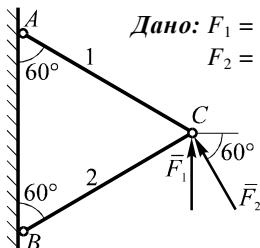
Дано: $F_1 = 25$ Н;
 $F_2 = 35$ Н.

21

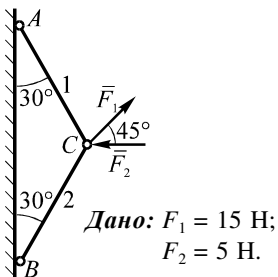
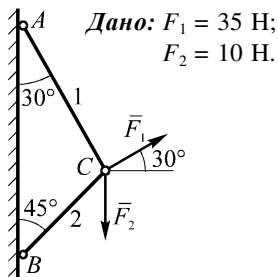
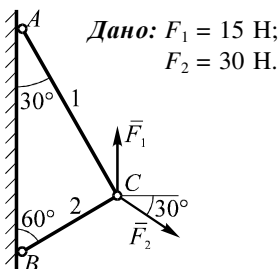
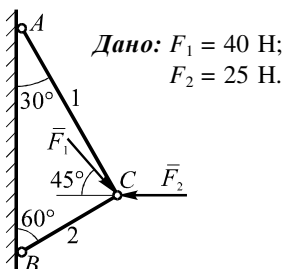
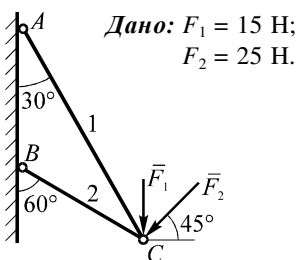
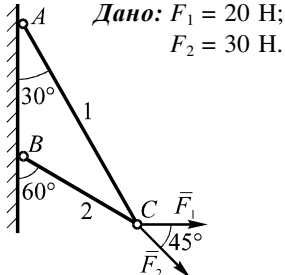
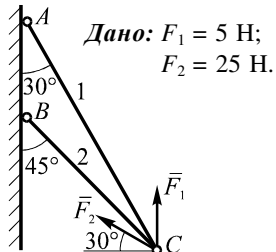
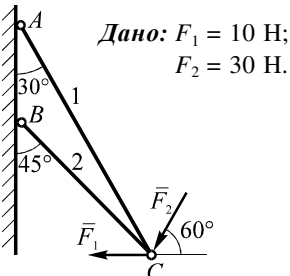


Дано: $F_1 = 20$ Н;
 $F_2 = 40$ Н.

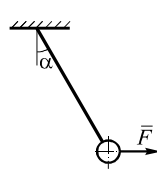
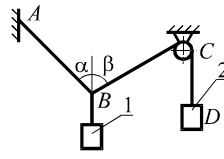
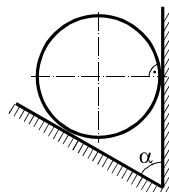
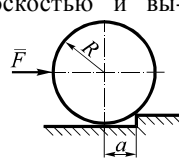
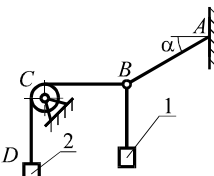
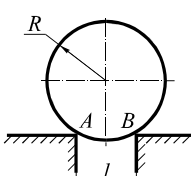
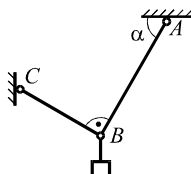
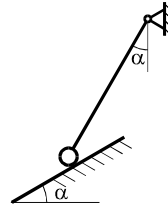
22



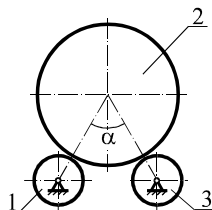
Дано: $F_1 = 15$ Н;
 $F_2 = 35$ Н.

23**24****25****26****27****28****29****30**

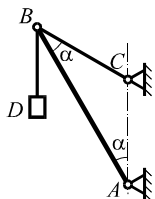
Задача 2. Равновесие твердого тела под действием системы сходящихся сил

<p>1 Шар весом $G = \sqrt{3}$ Н отклоняется от положения устойчивого равновесия под действием силы $F = 1$ Н. Определить силу натяжения нити и угол α.</p> 	<p>2 Нить $ABCD$ несет два груза – 1 и 2, причем $G_2 = 20$ Н, $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$. Определить вес груза 1 и натяжения ветви AB нити.</p> 
<p>3 Однородный шар весом 40 Н опирается на две плоскости, пересекающиеся под углом $\alpha = 60^\circ$. Определить силы давления шара на плоскости.</p> 	<p>4 Цилиндр весом 20 Н удерживается в равновесии силой $F = 5$ Н, горизонтальной плоскостью и выступом, расположенным так, что $a = 0,5R$. Определить реакции связей.</p> 
<p>5 Нить $ABCD$ несет два груза – 1 и 2. Вес $G_1 = 10$ Н; $\alpha = 30^\circ$. Определить вес груза 2 и силу натяжения ветви AB нити.</p> 	<p>6 Однородный шар весом 20 Н и радиусом $R = 20$ см опирается на поверхность в точках A и B. Найти реакции связей, если $l = 20$ см.</p> 
<p>7 Нить ABC удерживает груз весом 50 Н. Угол $\alpha = 60^\circ$. Определить силы натяжения ветвей нити AB и BC.</p> 	<p>8 Шарик весом 10 Н удерживается в равновесии нитью и наклонной плоскостью. Угол $\alpha = 30^\circ$. Определить реакции нити и плоскости.</p> 

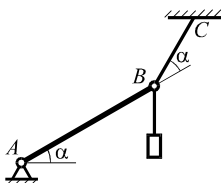
9 Однородный шар 2 весом 3 Н опирается на ролики 1 и 3. Определить силы давления шара на ролики, если $\alpha = 60^\circ$.



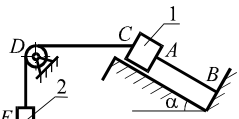
10 Стержень AB и нить BC удерживают в равновесии груз D весом 20 Н. Угол $\alpha = 30^\circ$. Определить силы, какими стержень и нить действуют на точку B .



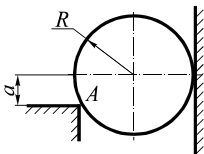
11 Конец A невесомого стержня AB закреплен шарниром, а к другому его концу привязана нить BC . К точке B также подвешен груз весом 50 Н. Определить реакции стержня и нити, если $\alpha = 30^\circ$.



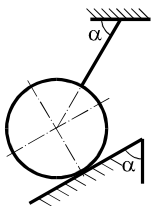
12 Груз 1 удерживается в равновесии наклонной плоскостью ($\alpha = 30^\circ$) и двумя нитями AB и CDE . Силы тяжести грузов 1 и 2 равны соответственно 5 и 20 Н. Определить силу натяжения нити AB и реакцию плоскости.



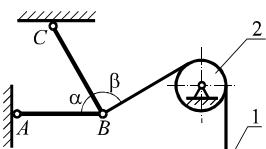
13 Цилиндр весом 20 Н, имеющий радиус R , опирается о вертикальную стенку и выступ A . Причем $a = 0,5R$. Определить реакции стены и выступа.



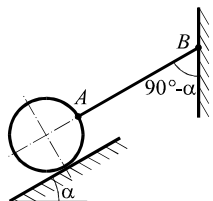
14 Цилиндр весом $G = 10$ Н удерживается в равновесии наклонной плоскостью и нитью. Углы $\alpha = 60^\circ$. Определить силу натяжения нити и реакцию плоскости.



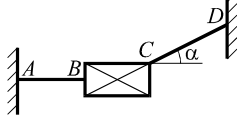
15 Груз 1 весом 10 Н подвешен на перекинутой через блок 2 нити, другой конец которой привязан к шарниру B . Определить реакции стержней AB и BC , если $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 90^\circ$.



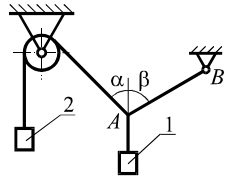
16 Однородный шар весом 12 Н удерживается в равновесии на наклонной плоскости с помощью нити AB . Определить давление шара на плоскость и силу натяжения нити, если $\alpha = 60^\circ$.



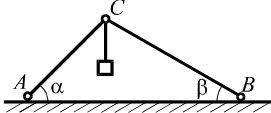
17 Пластина весом 10 Н удерживается в равновесии двумя тросами AB и CD , расположенными в вертикальной плоскости. Определить силы натяжения тросов CD и AB , если $\alpha = 30^\circ$.



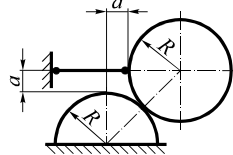
18 Грузы 1 и 2, силы тяжести которых G_1 и G_2 , удерживаются в равновесии с помощью нитей. Найти силу натяжения нити AB и вес груза G_1 , если $G_2 = 90$ Н, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$.



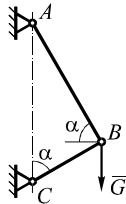
19 Груз удерживается в равновесии с помощью стержней AC и BC . Значение реакции стержня AC равно 40 Н. Определить реакцию стержня BC и вес груза, если $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.



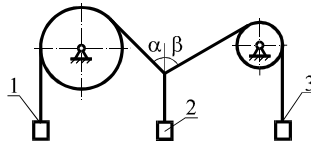
20 Цилиндр весом 10 Н удерживается в равновесии опорной цилиндрической поверхностью и нитью. Определить реакции обеих связей. Размеры указаны на рисунке.



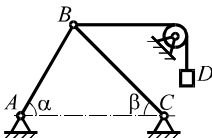
21 Стержни AB и BC соединены шарниром между собой и с неподвижным основанием, $\alpha = 30^\circ$. На узел B действует сила тяжести груза $G = 100$ Н. Определить силы, действующие со стороны стержней на узел.



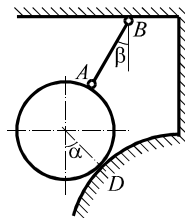
22 Грузы 1, 2 и 3 находятся в равновесии. Известны вес груза $G_1 = 50$ Н и углы $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Определить веса грузов G_2 и G_3 .



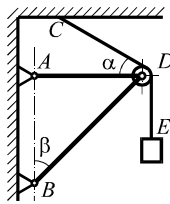
23 К невесомым стержням AB и BC прикреплена нить с грузом на свободном конце. Его вес $G = 20$ Н. Углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$. Определить силы, которыми стержни AB и BC действуют на узел B .



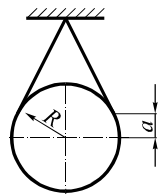
24 Цилиндр удерживается в равновесии с помощью стержня AB и опорной поверхности, значение реакции которой равно 40 Н. Определить силу натяжения нити AB и вес тела, если $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.



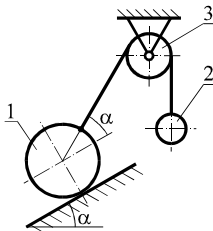
25 На кронштейне ADB укреплен блок, через который перекинут трос CDE , прикрепленный к потолку, и несущий груз $G = 20$ кН. Определить реакции стержней AD и BD , если углы $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.



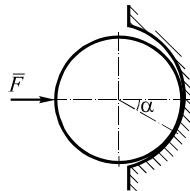
26 Труба весом $G = 100$ кН опущена веревочной петлей, прикрепленной к неподвижной точке A . Размер, определяющий положение точки схода веревки с цилиндра, $a = 0,5R$. Определить силы натяжения ветвей петли.



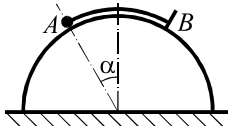
27 Шары 1 и 2 связаны невесомой нитью, перекинутой через блок 3, и находятся в равновесии. Вес шара 1 составляет 16 Н, $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая силами трения, определить вес шара 2 и реакцию поверхности.



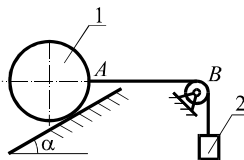
28 Сплошной однородный шар весом 5 Н удерживается в цилиндрическом пазу действием горизонтальной силы F . При этом положение точки контакта определяется углом $\alpha = 30^\circ$. Определить значения силы F и реакции поверхности.



29 Шар A весьма малого радиуса опущен на цилиндрическую поверхность и привязан к нити AB , точка B которой неподвижно закреплена. Вес шара $G = 5$ Н, угол $\alpha = 30^\circ$. Определить натяжение нити и силу нормальной реакции опорной поверхности.

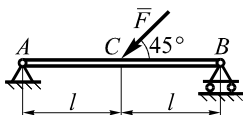


30 Цилиндры 1 и 2 привязаны к концам нити ABC . Их силы тяжести $G_1 = 1$ Н, $G_2 = \sqrt{3}$ Н. Определить угол α и значение реакции плоскости при равновесии изображенной конструкции.

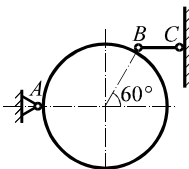


Задача 3. Применение теоремы о трех непараллельных силах

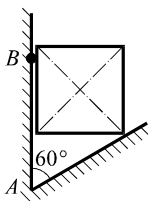
1 К невесомой балке AB приложена сила $F = 5$ кН. Определить реакции связей в точках A и B .



2 Диск весом 100 Н удерживается в равновесии шарниром A и невесомым стержнем BC , как это показано на рисунке. Определить реакции связей.

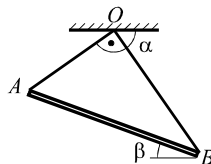


3 Куб весом 200 Н удерживается в равновесии при помощи двух гладких плоскостей. Определить реакции связей, а также расстояние AB от вершины угла до точки приложения реакции вертикальной плоскости, если длина ребра куба 50 см.

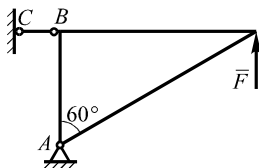


Определить реакции связей, а также расстояние AB от вершины угла до точки приложения реакции вертикальной плоскости, если длина ребра куба 50 см.

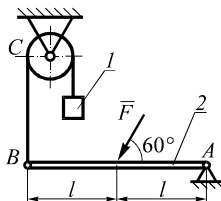
4 Однородный стержень AB , сила тяжести которого G , подвешен на двух нитях OA и OB , угол между которыми 90° . В положении равновесия нить OB составляет угол α с горизонталью. Определить силы натяжения нитей и угол β между стержнем и горизонтальной плоскостью.



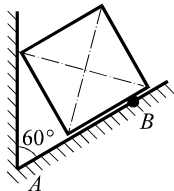
5 Невесомая треугольная пластина удерживается в равновесии при помощи стержня BC и шарнира A . Определить реакции связей, если $F = 20$ Н.



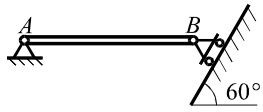
6 Невесомая балка 2 удерживается в горизонтальном положении шарниром A и нитью BC . Определить значение силы F и реакцию шарнира, если вес груза 1 равен 20 Н.



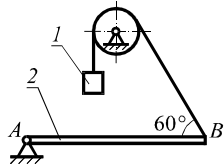
7 Куб весом 50 Н удерживается в равновесии при помощи гладких вертикальной и наклонной плоскостей. Определить реакции связей, а также расстояние AB от вершины угла до точки приложения реакции наклонной плоскости, если длина ребра куба 20 см .



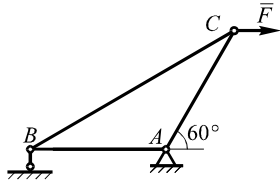
8 Однородная балка AB весом 180 Н находится в равновесии в положении, указанном на рисунке. Определить реакции связей в точках A и B .



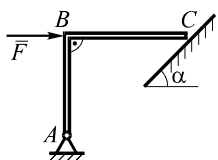
9 Определить вес груза 1, необходимый для удержания однородной балки 2 в равновесии в горизонтальном положении, если ее вес равен 300 Н . Рассчитать также, какова в этом случае реакция шарнира A .



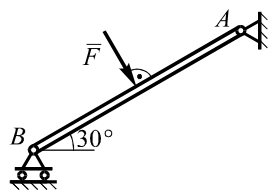
10 К невесомой пластине ABC , имеющей вид равнобедренного треугольника и закрепленной в точках A и B , приложена сила $F = 30\text{ кН}$. Определить реакции связей.



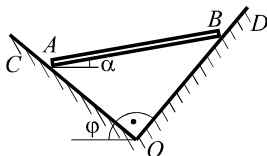
11 Изогнутый стержень ABC удерживается в равновесии при помощи шарнира A и гладкой поверхности. Определить реакции связей, если $F = 10\text{ Н}$, $AB = BC$, $\alpha = 45^\circ$.



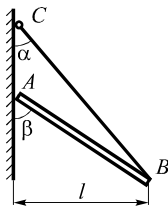
12 Невесомая балка AB удерживается в изображенном на рисунке положении связями A и B . Определить их реакции, если сила $F = 10\text{ кН}$ приложена посередине балки.



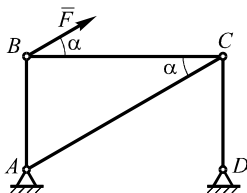
13 Однородная балка AB весом G опирается на гладкие наклонные плоскости OC и OD , угол между которыми 90° . Плоскость OC составляет с горизонтом угол φ . Определить реакции связей и угол α , который балка составляет с горизонталью при равновесии.



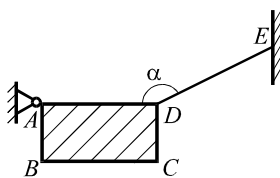
14 Верхний конец однородного стержня AB , сила тяжести которого G , упирается в гладкую вертикальную стену, а к нижнему его концу прикреплен трос BC , составляющий угол α с вертикалью. Определить силу натяжения троса и реакцию стены. Найти также угол β между стержнем и стеной.



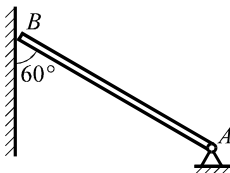
15 В стержневой шарнирной системе стержни AB и CD вертикальны, стержень BC горизонтален. На узел B действует сила F , параллельная стержню AC . Пренебрегая весами стержней, определить реакции шарнира A и стержня CD . Угол α известен.



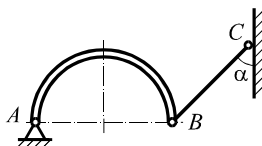
16 Однородный прямоугольный блок $ABCD$ весом 200 Н удерживается в равновесии с помощью шарнира B и нити DE . Определить реакции связей, если известно, что $\alpha = 150^\circ$.



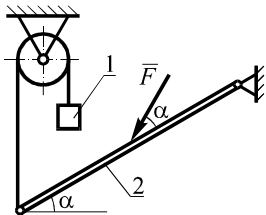
17 Однородный стержень AB веса 10 кН удерживается в равновесии с помощью шарнира A и гладкой стены. Определить реакции связей.



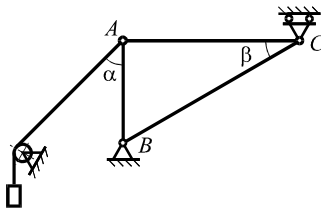
18 Один конец A криволинейного стержня AB весом 5 Н закреплен в шарнире A , а к другому концу B привязана нить BC . Определить реакции связей, если угол $\alpha = 45^\circ$.



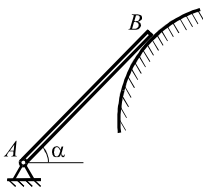
19 Сила $F = 200$ Н приложена к середине невесомой балки 2 под углом $\alpha = 30^\circ$. Определить вес груза 1, необходимый удержания балки 2 в равновесии в указанном положении.



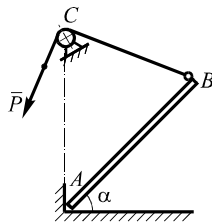
20 Стержневой прямоугольный треугольник ABC шарнирно закреплен в точке B , а в вершине C имеет опору. Определить реакции шарнира B и опоры C , если вес груза равен G . Углы α и β заданы. Весом стержней и трением на блоке пренебречь.



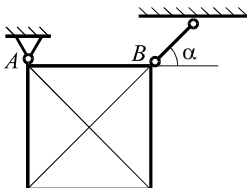
21 Однородный стержень, сила тяжести которого $1,5$ кН, закреплен шарниром A и опирается на гладкую поверхность концом B . Определить реакции связей. Угол $\alpha = 45^\circ$.



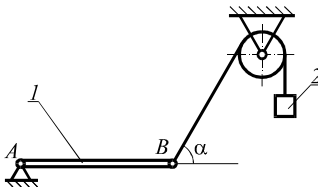
22 Стержень AB весом G удерживается в равновесии под углом $\alpha = 45^\circ$ при помощи нити BC и упирается в угол A . Определить реакции связей и силу P , если $AB = AC$.



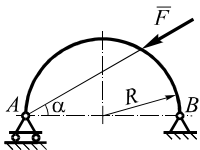
23 Квадрат весом 200 Н удерживается в равновесии при помощи нити BC и шарнира A . Определить реакции связей. Угол $\alpha = 45^\circ$.



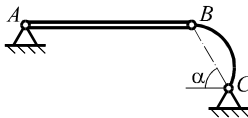
24 Однородная балка 1 весом 500 Н удерживается в горизонтальном положении тросом, перекинутым через блок и несущим груз 2. Определить вес груза и реакцию шарнира A . Угол $\alpha = 60^\circ$.



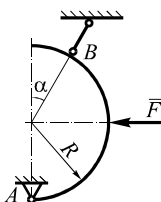
25 Арка радиусом $R = 2$ м, нагруженная силой $F = 40$ Н, находится в равновесии в положении, показанном на рисунке. Найти реакции связей в точках A и B , если $\alpha = 30^\circ$.



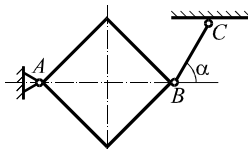
26 Однородная балка AB весом 200 Н удерживается в горизонтальном положении невесомым криволинейным стержнем BC . Определить реакции связей в точках A и B , если $\alpha = 60^\circ$.



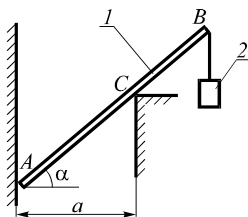
27 Невесомый криволинейный стержень радиусом $R = 1$ м удерживается в равновесии при помощи шарнира A и нити BC . На него действует горизонтальная сила $F = 50$ Н. Угол $\alpha = 30^\circ$. Найти реакции связей в точках A и B .



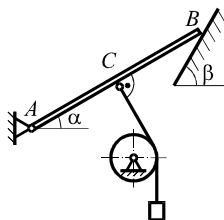
28 Квадрат весом 100 Н удерживается в равновесии при помощи нити BC и шарнира A . Определить реакции связей, если $\alpha = 60^\circ$.



29 Стержень 1 длины l , к концу которого прикреплен груз 2 весом G , опирается в точке A на гладкую вертикальную плоскость, а в точке C – на уступ. Определить, пренебрегая весом стержня и трением, реакции опор и расстояние a при равновесии, если стержень образует с горизонтом угол α .



30 Невесомая балка в точке A укреплена шарнирно, а в точке B опирается на наклонную стенку. К середине балки C прикреплен невесомый трос, перекинутый через блок и несущий груз весом 3 кН. Определить реакции связей в точках A и B , если $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$.



2 РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Моментом силы относительно точки называется произведение модуля силы на ее плечо:

$$M_o(\vec{F}) = Fh.$$

Плечо силы h – это длина перпендикуляра, опущенного из точки, относительно которой определяется момент, на линию действия силы. Если сила стремится повернуть тело по отношению к точке *против хода часовой стрелки* (рисунок 2.1, а), то момент силы относительно этой точки считается *положительным*: $M_A(\vec{F}) = Fh$, если *по часовой стрелке* (рисунок 2.1, б) – отрицательным: $M_B(\vec{F}) = -Fh$. Если линия действия силы проходит через данную точку (рисунок 2.1, в), то момент силы относительно этой точки равен нулю: $M_C(\vec{F}) = 0$.

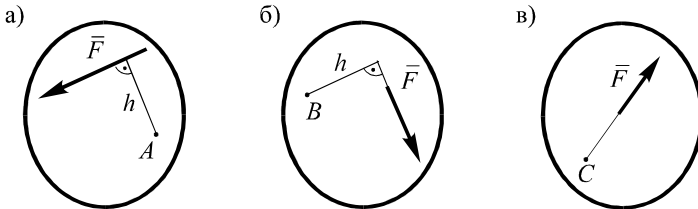
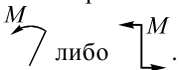


Рисунок 2.1 – Момент силы относительно точки:
а – положительный; б – отрицательный; в – равен нулю

В случаях, когда нахождение плеча затруднено, для вычисления момента силы относительно точки целесообразно использовать *теорему Вариньона*: *момент равнодействующей силы относительно некоторой точки равен алгебраической сумме моментов сил, составляющих систему, относительно той же точки*: $M_o(\vec{R}) = \sum M_o(\sum \vec{F}_i)$.

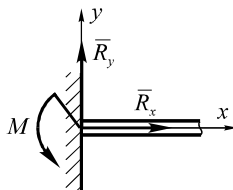
Пара сил – это система двух равных по модулю, параллельных и противоположных по направлению сил. Момент пары считается положительным, если она стремится повернуть тело при действии против хода часовой стрелки, и отрицательным – при действии по ходу часовой стрелки.

На расчетных схемах для обозначения пар сил применяются символы



Также пара сил является одной из реакций механической связи «заделка» (рисунок 2.2). Эта механическая связь препятствует поступательным перемещениям тела по всем направлениям и повороту тела.

Рисунок 2.2 – Механическая связь вида «заделка» (жесткое защемление)



Для **равновесия тела**, находящегося под действием произвольной плоской системы сил, необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на координатные оси, лежащие в плоскости действия сил, и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно произвольной точки плоскости равнялись нулю:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \\ \sum M_{iA} = 0. \end{cases}$$

При решении задач о равновесии тела, на которое действует произвольная плоская система сил, можно использовать и иные наборы уравнений, включающие:

– равенство нулю алгебраических сумм моментов всех сил относительно любых трех точек, не лежащих на одной прямой:

$$\begin{cases} \sum M_{iA} = 0; \\ \sum M_{iB} = 0; \\ \sum M_{iC} = 0 \quad (A \notin BC); \end{cases}$$

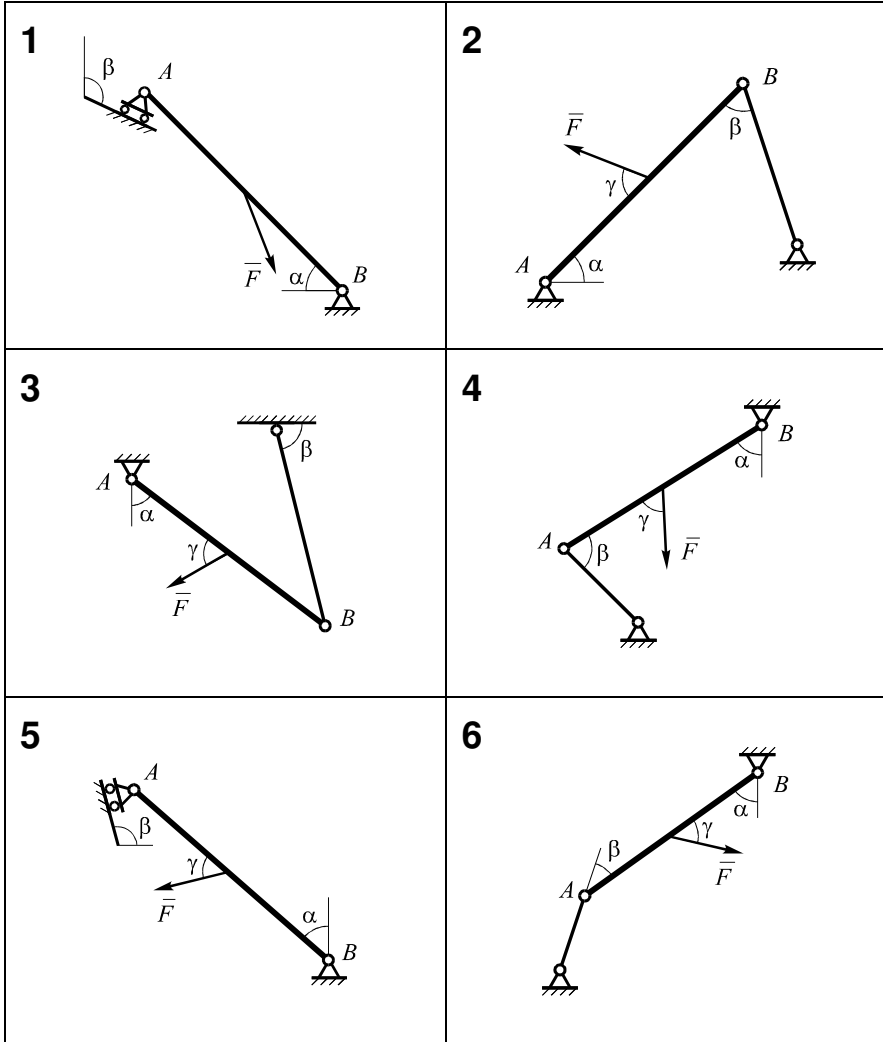
– равенство нулю алгебраических сумм моментов всех сил системы относительно двух любых точек и алгебраической суммы их проекций на ось, не перпендикулярную прямой, проходящей через две выбранные точки:

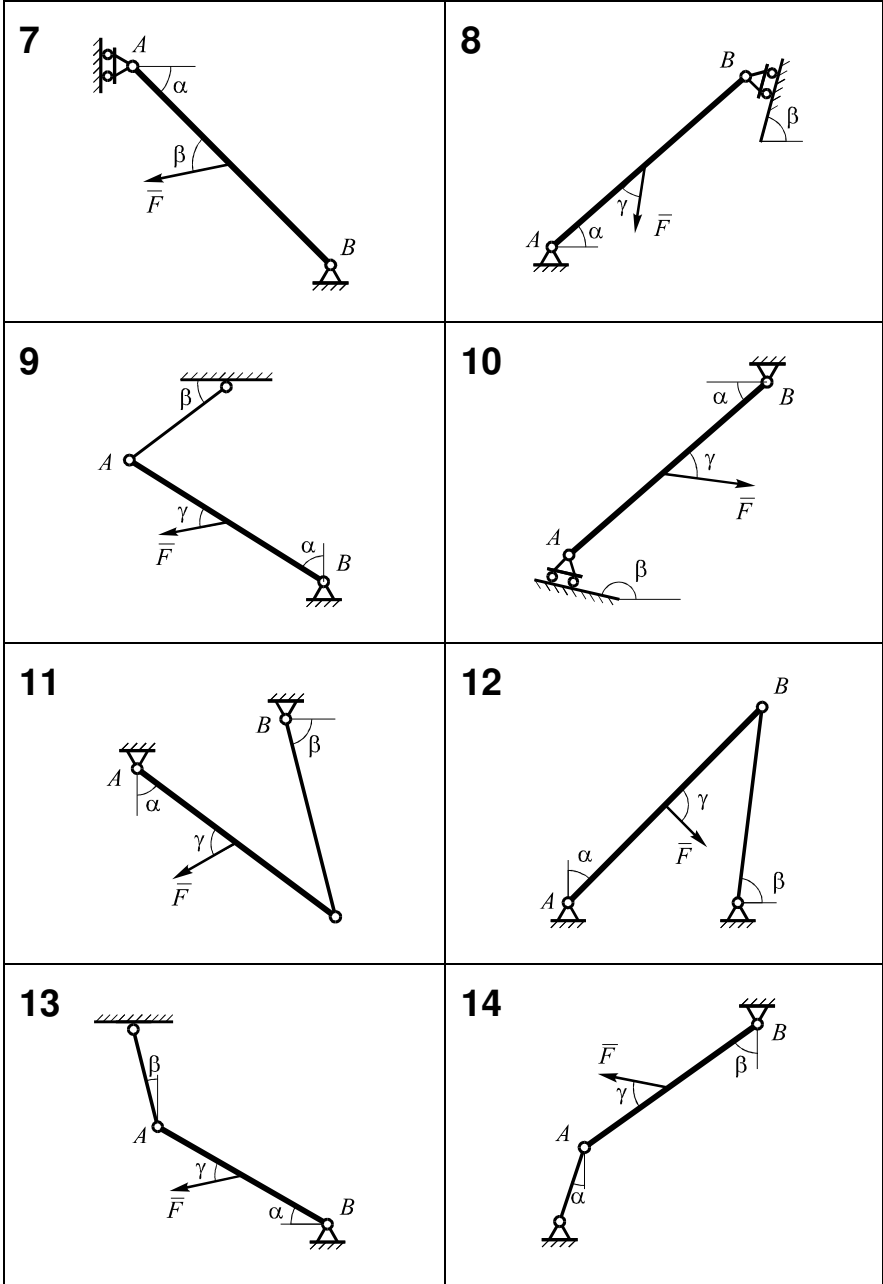
$$\begin{cases} \sum M_{iA} = 0; \\ \sum M_{iB} = 0; \\ \sum F_{ix} = 0. \end{cases}$$

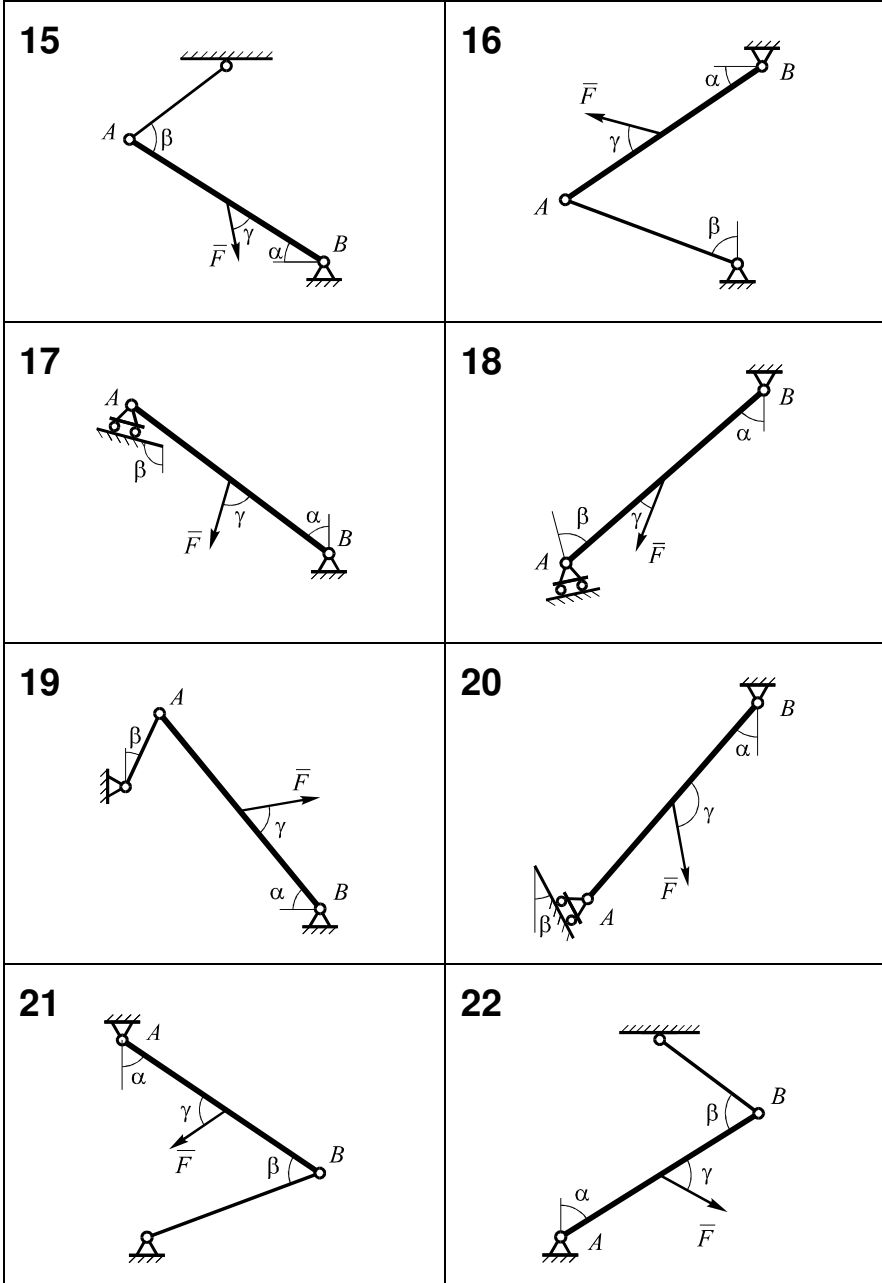
Задача 4. Равновесие невесомой балки

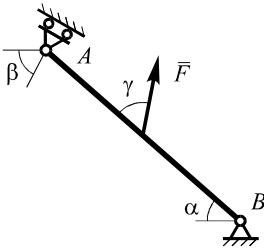
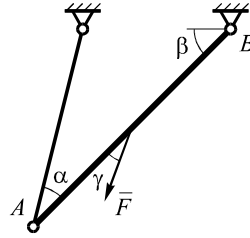
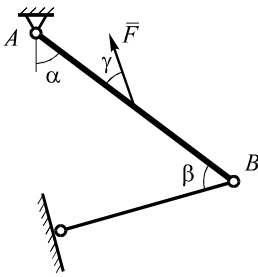
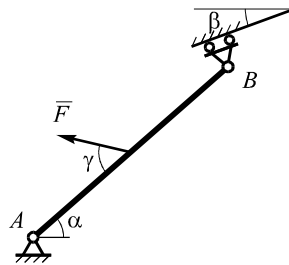
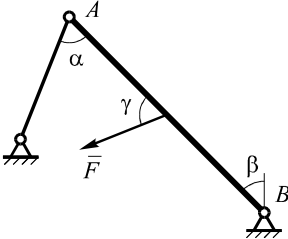
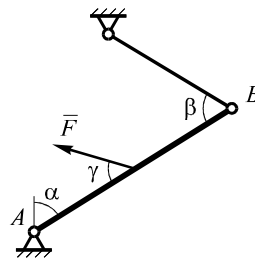
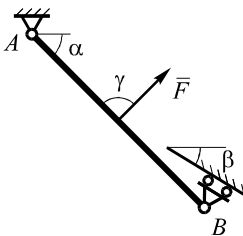
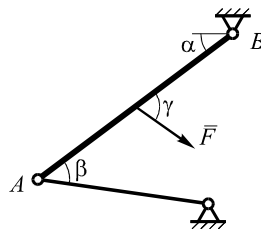
К середине невесомой балки AB длины l приложена активная сила \vec{F} . Углы α , β , γ известны.

Выразить реакции связей, удерживающих балку в равновесии, через заданные величины.



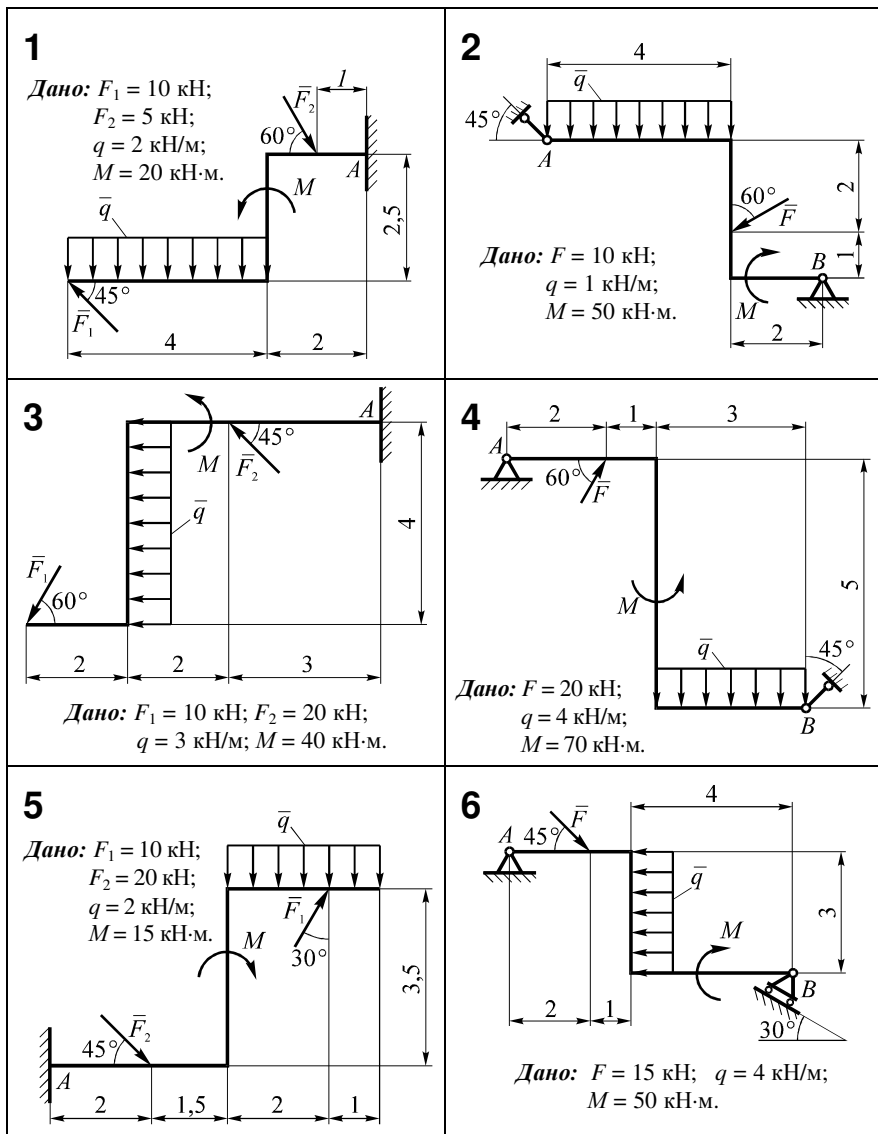




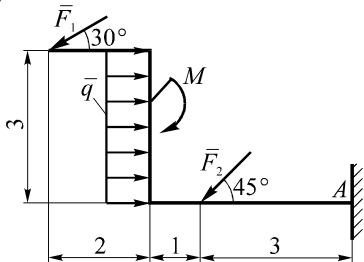
23**24****25****26****27****28****29****30**

Задача 5. Равновесие рамы

Рассчитать значения реакций связей изображенной на рисунке рамы с использованием приведенных на схемах исходных данных.

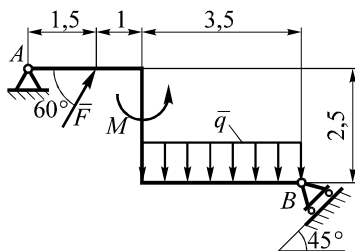


7



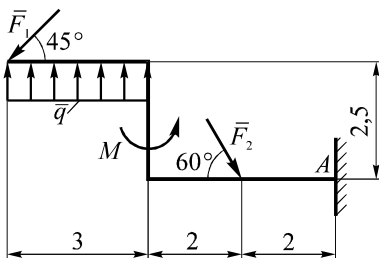
Дано: $F_1 = 5$ кН;
 $F_2 = 10$ кН;
 $q = 3$ кН/м;
 $M = 15$ кН·м.

8



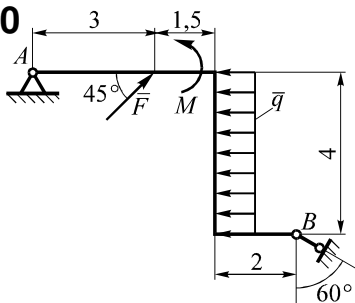
Дано: $F = 20$ кН;
 $q = 4$ кН/м;
 $M = 30$ кН·м.

9



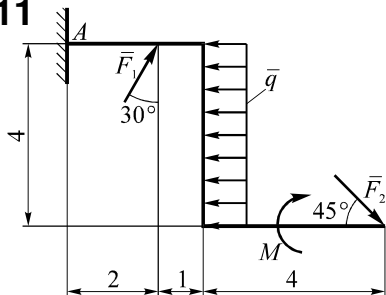
Дано: $F_1 = 20$ кН; $F_2 = 10$ кН;
 $q = 3$ кН/м; $M = 20$ кН·м.

10



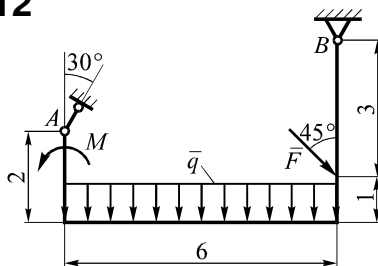
Дано: $F = 10$ кН; $q = 2,5$ кН/м;
 $M = 20$ кН·м.

11

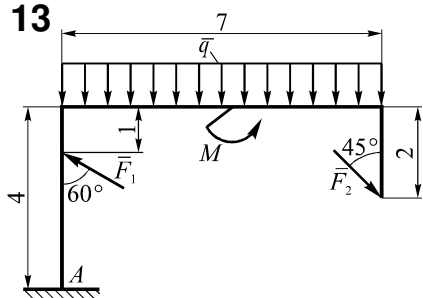


Дано: $F_1 = 30$ кН; $F_2 = 5$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 25$ кН·м.

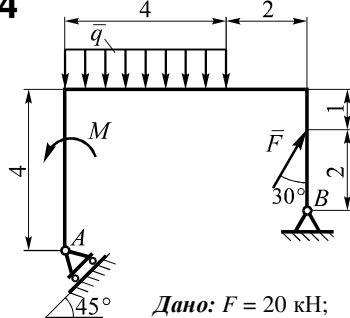
12



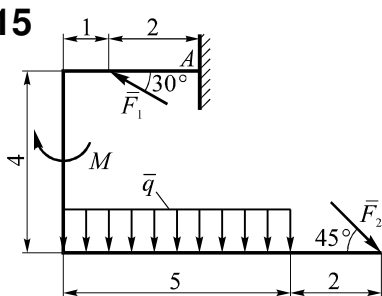
Дано: $F = 15$ кН; $q = 2$ кН/м;
 $M = 90$ кН·м.

13

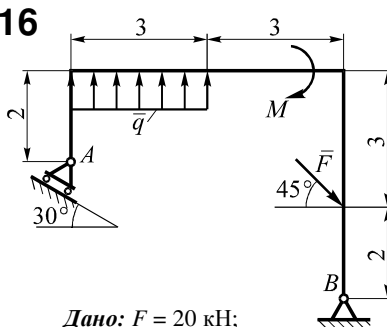
Дано: $F_1 = 15 \text{ кН}$; $F_2 = 30 \text{ кН}$;
 $q = 2 \text{ кН/м}$; $M = 40 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

14

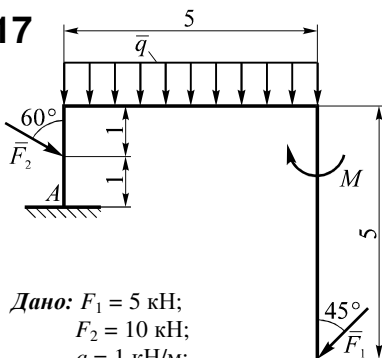
Дано: $F = 20 \text{ кН}$;
 $q = 3 \text{ кН/м}$;
 $M = 45 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

15

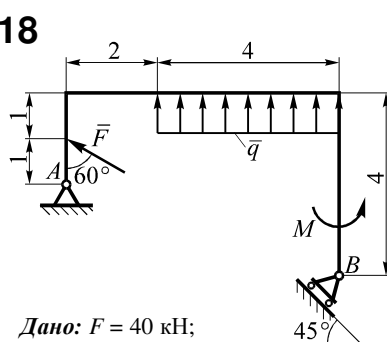
Дано: $F_1 = 30 \text{ кН}$; $F_2 = 20 \text{ кН}$;
 $q = 4 \text{ кН/м}$; $M = 50 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

16

Дано: $F = 20 \text{ кН}$;
 $q = 5 \text{ кН/м}$;
 $M = 50 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

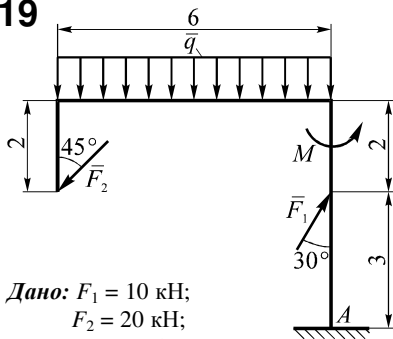
17

Дано: $F_1 = 5 \text{ кН}$;
 $F_2 = 10 \text{ кН}$;
 $q = 1 \text{ кН/м}$;
 $M = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

18

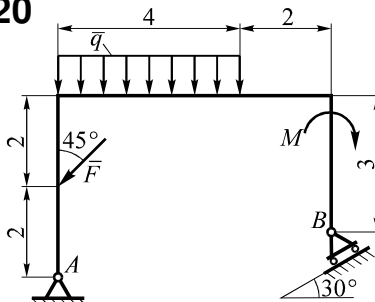
Дано: $F = 40 \text{ кН}$;
 $q = 2 \text{ кН/м}$;
 $M = 120 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

19



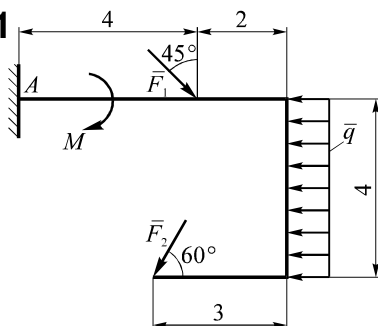
Дано: $F_1 = 10$ кН;
 $F_2 = 20$ кН;
 $q = 1$ кН/м;
 $M = 25$ кН·м.

20



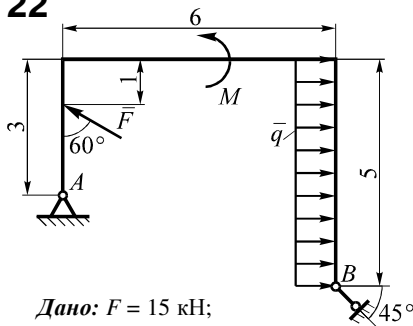
Дано: $F = 25$ кН; $q = 3$ кН/м;
 $M = 30$ кН·м.

21



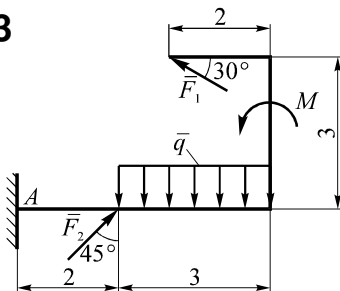
Дано: $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 5$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 20$ кН·м.

22



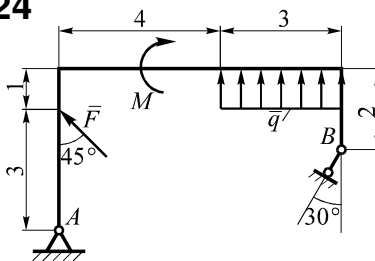
Дано: $F = 15$ кН;
 $q = 2$ кН/м;
 $M = 25$ кН·м.

23

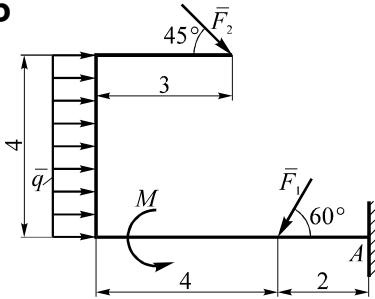


Дано: $F_1 = 25$ кН; $F_2 = 40$ кН;
 $q = 5$ кН/м; $M = 50$ кН·м.

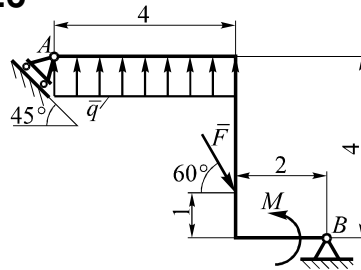
24



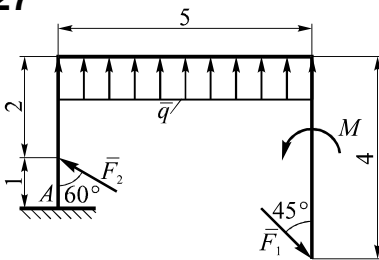
Дано: $F = 10$ кН;
 $q = 2$ кН/м;
 $M = 20$ кН·м.

25

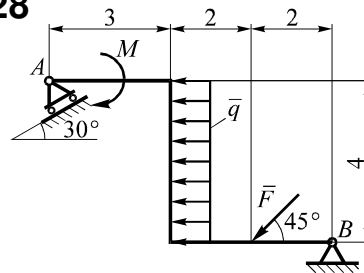
Дано: $F_1 = 30$ кН; $F_2 = 20$ кН;
 $q = 2,5$ кН/м; $M = 40$ кН·м.

26

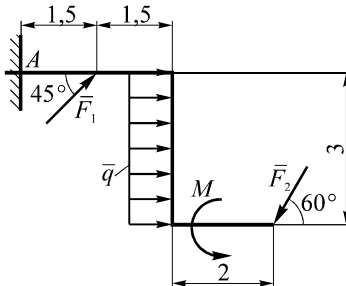
Дано: $F = 50$ кН;
 $q = 2,5$ кН/м;
 $M = 60$ кН·м.

27

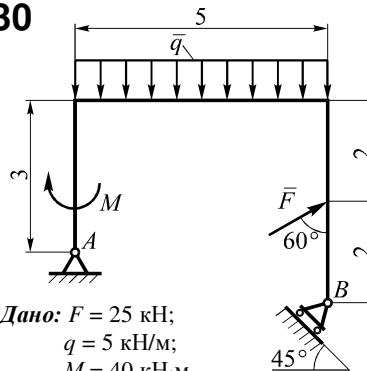
Дано: $F_1 = 25$ кН; $F_2 = 15$ кН;
 $q = 2,5$ кН/м; $M = 40$ кН·м.

28

Дано: $F = 25$ кН;
 $q = 2,5$ кН/м;
 $M = 60$ кН·м.

29

Дано: $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 50$ кН;
 $q = 10$ кН/м; $M = 150$ кН·м.

30

Дано: $F = 25$ кН;
 $q = 5$ кН/м;
 $M = 40$ кН·м.

3. РАСЧЕТ ПЛОСКИХ ФЕРМ

Фермой называется конструкция, состоящая из стержней, которые образуют геометрически неизменяемую систему (рисунок 3.1). Места соединения двух или более стержней называют узлами. При расчете сил, действующих на узлы ферм, обычно исходят из следующих упрощающих предположений:

- внешние силы приложены только к узлам фермы;
- вес стержней пренебрежимо мал (его можно учесть, разнося по узлам соответствующих стержней);
- в узлах фермы находятся шарниры, трение в которых отсутствует.

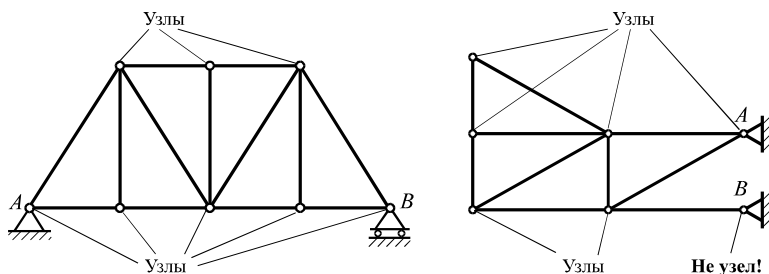


Рисунок 3.1 – Фермы

При таких допущениях силы, действующие на узлы фермы со стороны стержней, всегда направлены вдоль линий, проходящих через концы стержней. Прямолинейные стержни фермы при этом либо растягиваются, либо сжимаются.

Расчет фермы включает две задачи: определение реакций внешних связей и вычисление сил реакций стержней. К основным методам расчета *внутренних сил* относятся способы вырезания узлов и сечений.

Поэтому при необходимости расчета внутренних сил фермы *способом вырезания узлов* следует придерживаться такой последовательности:

1 Изображается ферма, показываются действующие на нее активные силы и силы реакций внешних связей (рисунок 3.2, а). Составляются уравнения равновесия фермы в целом, из которых вычисляются силы реакций внешних связей.

2 Выбирается узел, в котором имеется *не более двух неизвестных* внутренних сил. Он изображается с действующими на него внешними силами и силами реакций стержней. Для удобства расчета силы реакций стержней целесообразно направлять от рассматриваемого узла (рисунок 3.2, б).

3 Составляются уравнения равновесия выбранного узла фермы:

$$\sum F_{ix} = 0; \sum F_{iy} = 0.$$

4 Вычисляются неизвестные реакции стержней, входящие в записанные уравнения равновесия. Полученный при расчетах знак “минус” говорит о том, что действительное направление силы противоположно изображенному на рисунке.

5 Если определены не все искомые силы, повторяются операции, указанные в пп. 3–5.

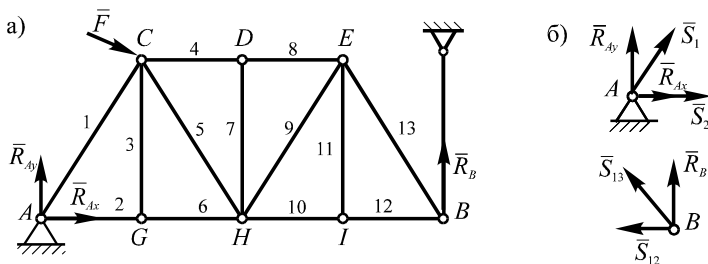


Рисунок 3.2 – Реализация метода вырезания узлов для расчета фермы:
 а – ферма с наложенной внешней силой F и реакциями связей в точках опоры;
 б – узлы, с рассмотрения которых следует начинать решение задачи

Порядок расчета простых плоских ферм *способом сечений*:

1 На схеме фермы показываются действующие на нее активные силы и силы реакций внешних связей. Составляются уравнения равновесия фермы как единого целого, из которых вычисляются силы реакций внешних связей.

2 Ферма мысленно рассекается на две части, причем в каждой должно быть не менее двух узлов и в сечении не должно быть *более трех стержней с неизвестными силами*, например, как показано на рисунке 3.3.

3 Изображается одна из частей фермы по ту или иную сторону от сечения с действующими на нее активными силами и силами реакций рассеченных стержней.

4 Записываются уравнения равновесия для рассматриваемой части фермы.

5 Из полученных уравнений определяются искомые реакции.

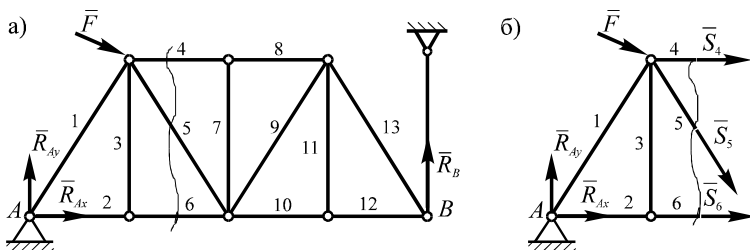
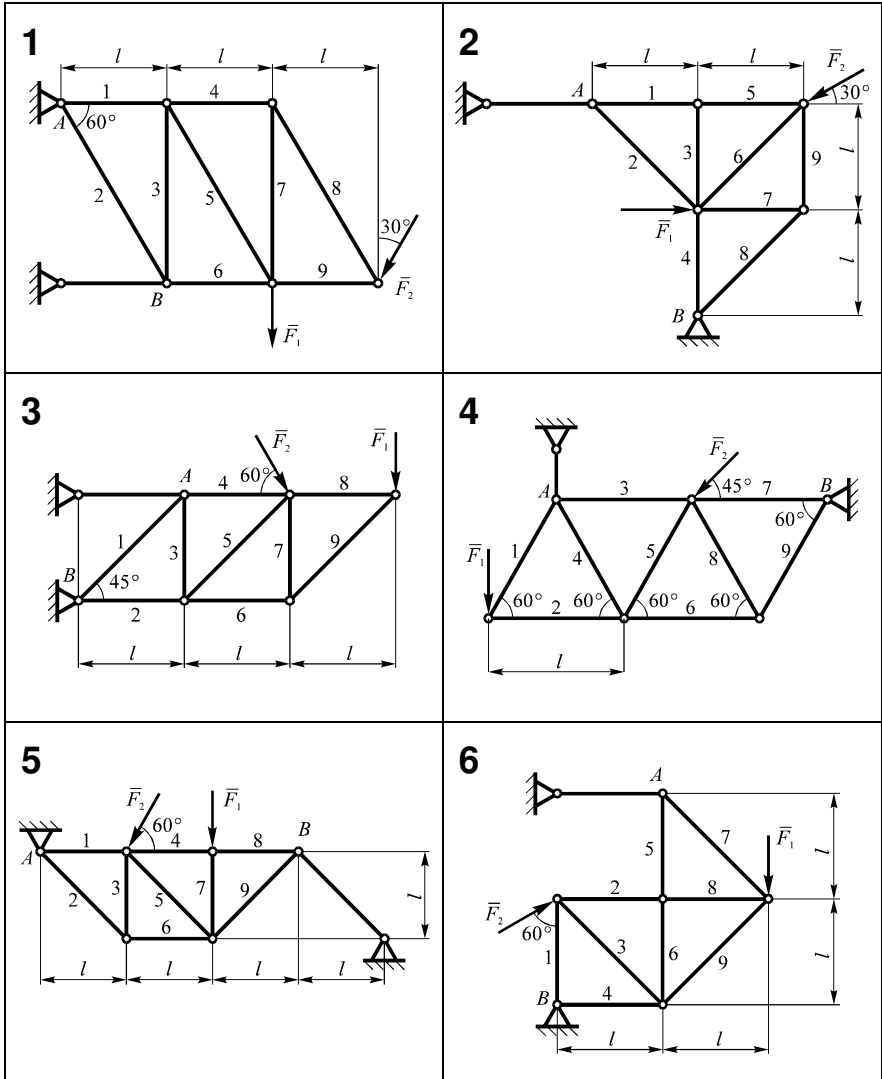
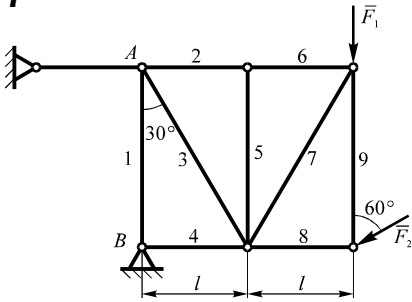
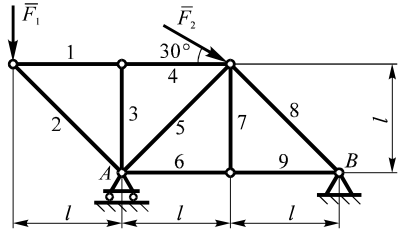
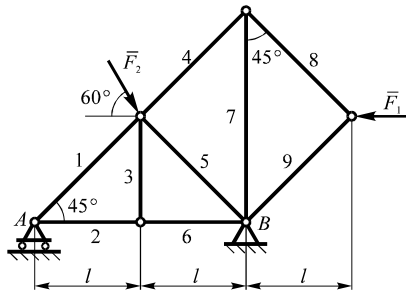
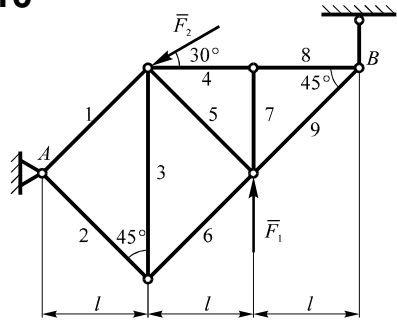
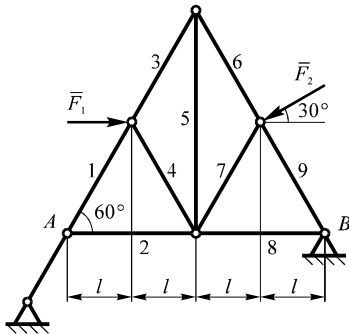
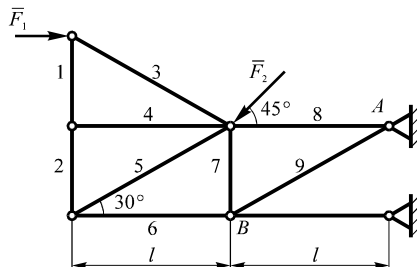


Рисунок 3.3 – Реализация метода сечений для расчета фермы:
 а – рассечение фермы; б – рассмотрение одной из частей фермы

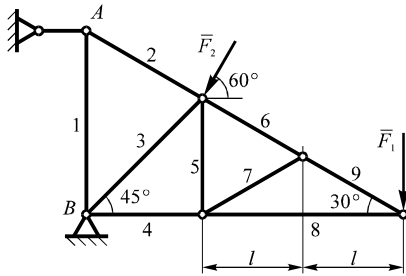
Задача 6. Равновесие фермы

Вычислить реакции внешних и внутренних связей изображенной на рисунке фермы. Считать, что значения приложенных к ней сил $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 20$ кН.

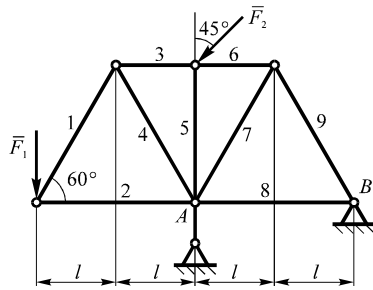


7**8****9****10****11****12**

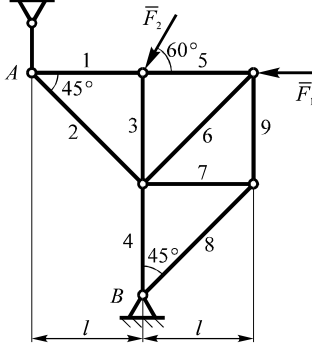
13



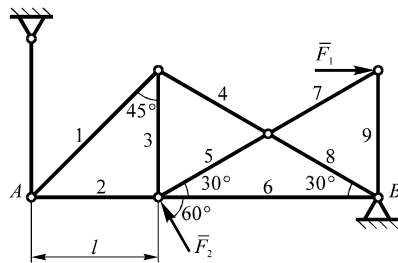
14



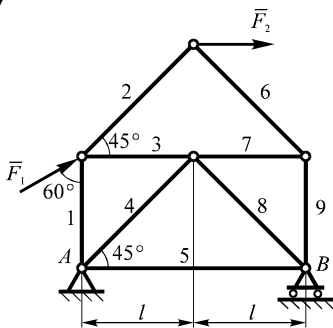
15



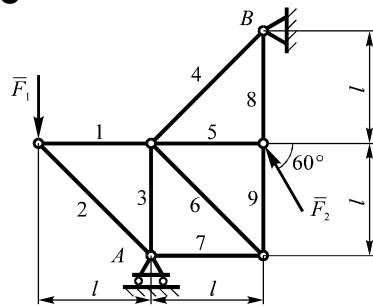
16

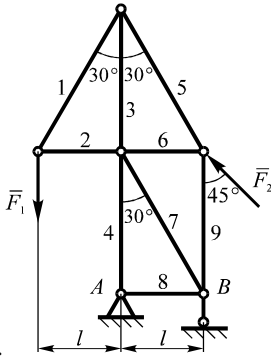
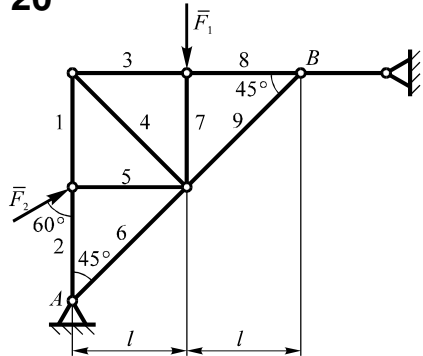
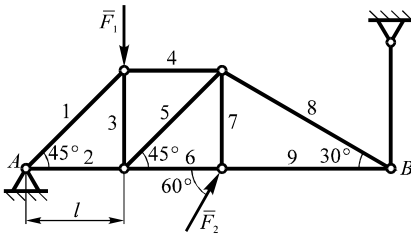
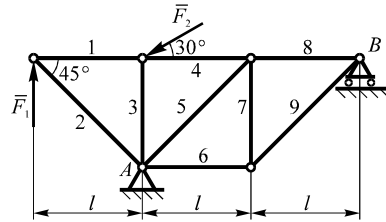
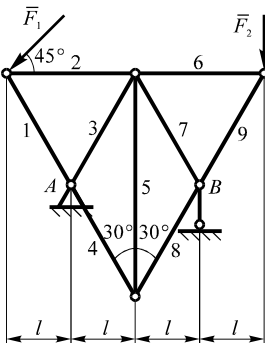
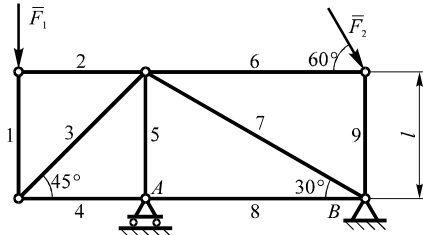


17

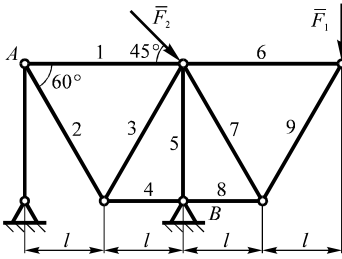


18

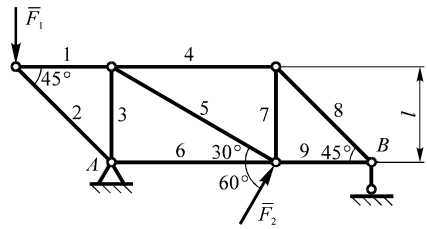


19**20****21****22****23****24**

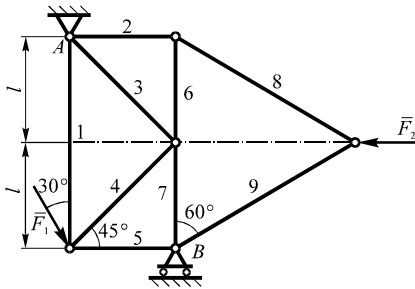
25



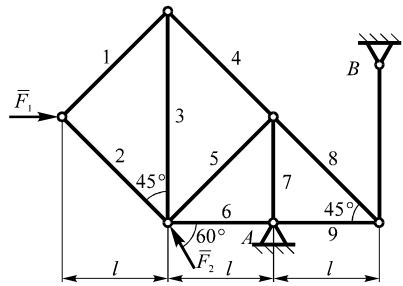
26



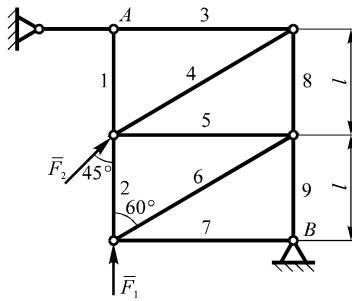
27



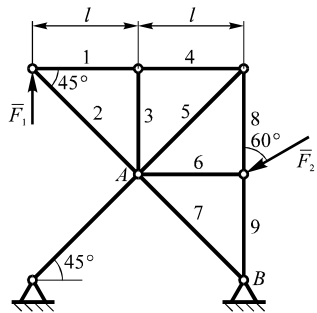
28



29



30



4. РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛ

Системой тел называется конструкция, состоящая из нескольких твердых тел, взаимодействующих между собой через какие-нибудь связи, допускающие относительные перемещения этих тел (они могут соединяться шарнирами, гибкими нитями, опираться друг на друга и т.п.).

Силы, действующие на тела системы, делятся на внешние и внутренние. *Внешними* называются силы, действующие на тела механической системы со стороны тел, не принадлежащих этой системе (рисунок 4.1, а). *Внутренними* – силы взаимодействия между телами системы. Они изображаются при рассмотрении частей системы (рисунок 4.1, б). На рисунке, изображающем всю систему тел, внутренние силы не изображаются, поскольку скомпенсированы.

При равновесии системы тел и каждое тело, и вся система в целом находятся в равновесии. В связи с этим имеется *два способа решения задач*, связанных с исследованием равновесия системы тел:

1 Поскольку каждое тело системы находится в равновесии, то составляются уравнения равновесия каждого из тел (тогда уравнения равновесия системы в целом могут быть использованы для проверки правильности решения).

2 Сначала записываются уравнения равновесия системы в целом, а затем – уравнения равновесия отдельных тел (в этом случае нет необходимости в составлении уравнений равновесия по крайней мере одного из тел системы, но они могут быть применены для проверки).

Замечания:

1 При составлении уравнений равновесия всей системы в целом не учитываются силы взаимодействия между отдельными телами системы.

2 Силы, которыми тела системы действуют друг на друга, в соответствии с аксиомой о действии и противодействии (третий закон Ньютона), равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

3 Если сосредоточенная внешняя сила приложена в месте взаимодействия двух тел, то ее следует относить только к одному из тел системы.

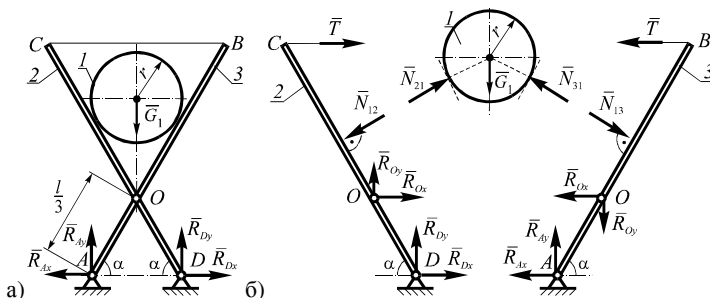
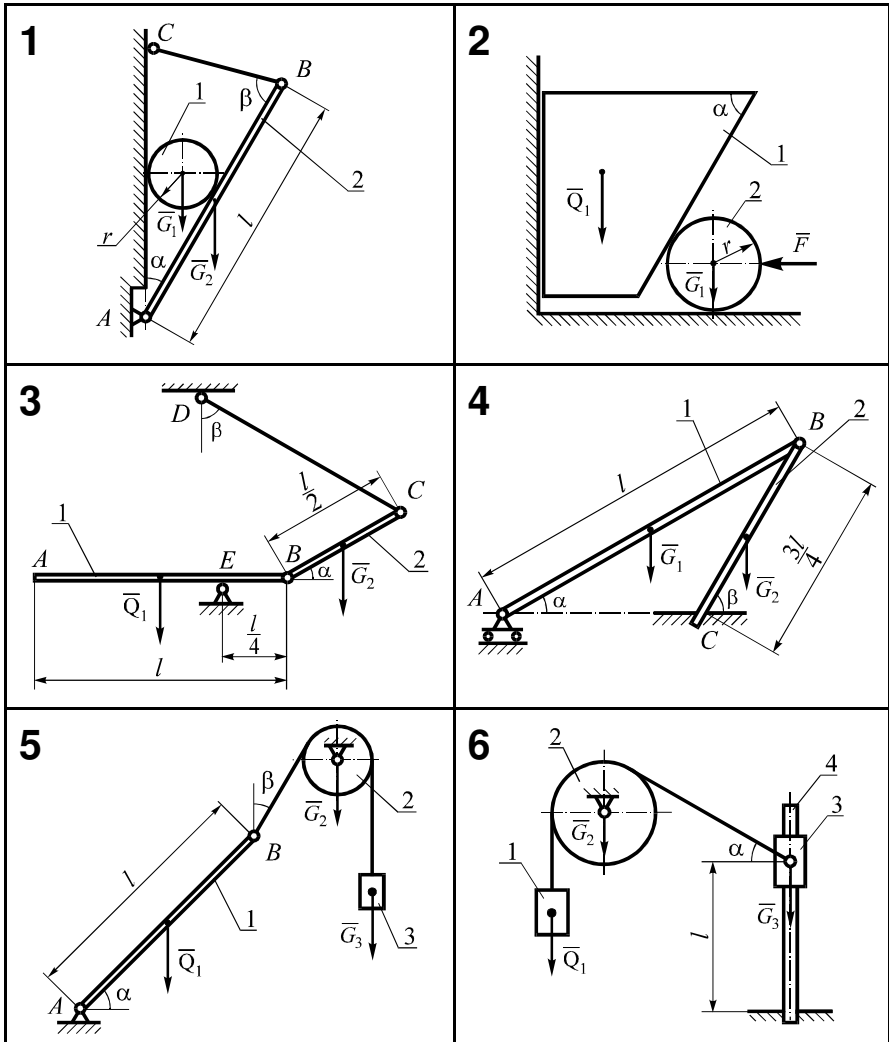


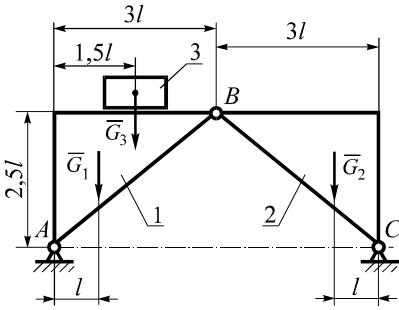
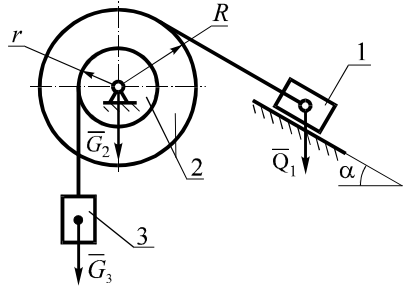
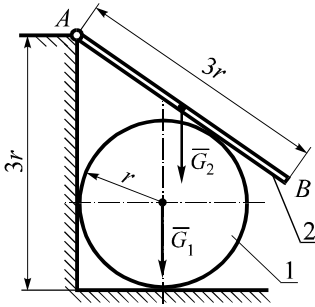
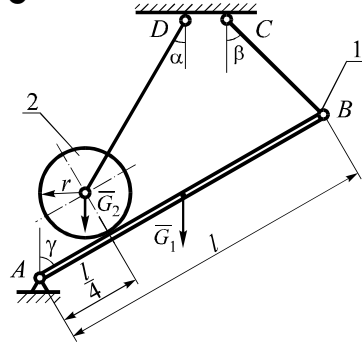
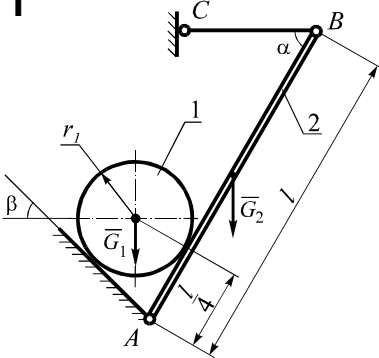
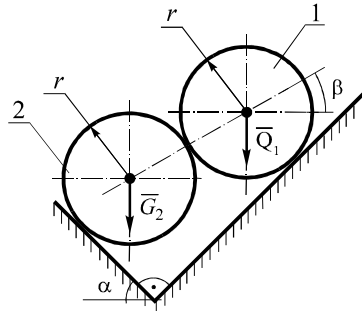
Рисунок 4.1 – Система тел:

а – конструкция в сборе с указанными внешними силами; б – части системы

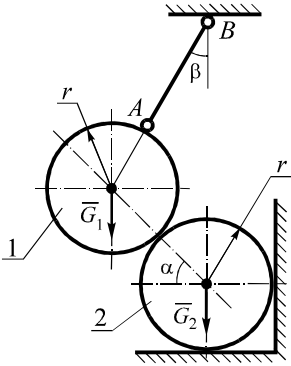
Задача 7. Равновесие систем тел без учета трения

Система тел находится в равновесии под действием изображенных на рисунке активных сил и моментов, а также реакций связей. Составить уравнения равновесия каждого из тел системы. Рассчитать значения реакций внешних и внутренних связей и величину уравновешивающей силы Q_1 (если она изображена на рисунке). Все поверхности гладкие.

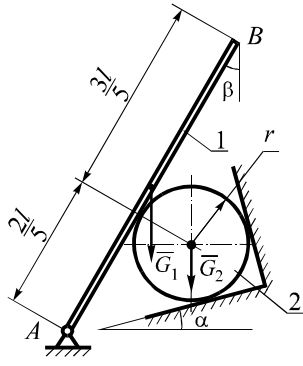


7**8****9****10****11****12**

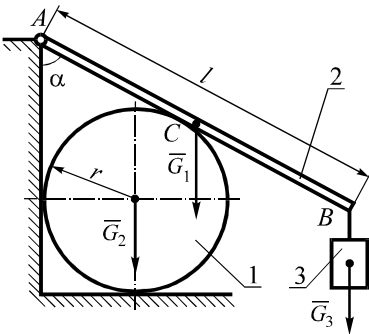
13



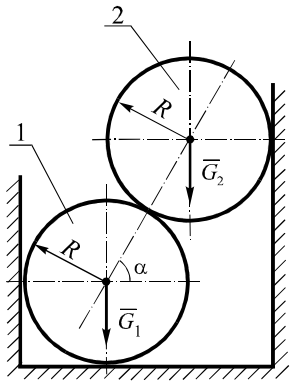
14



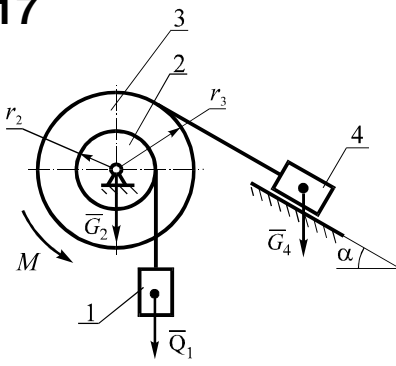
15



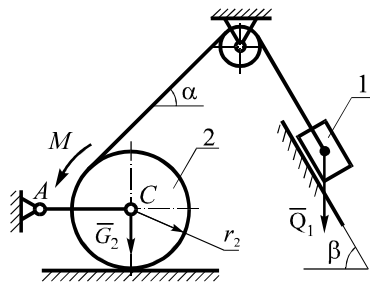
16



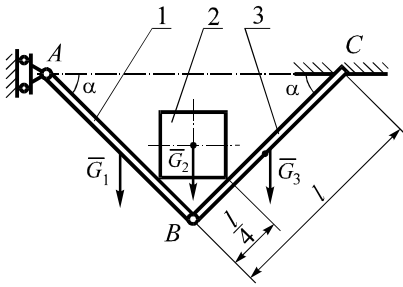
17



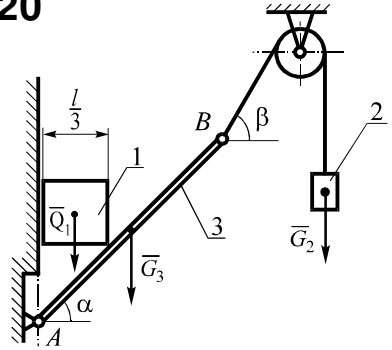
18



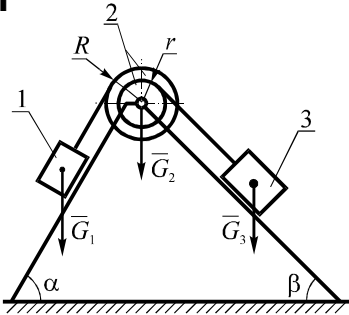
19



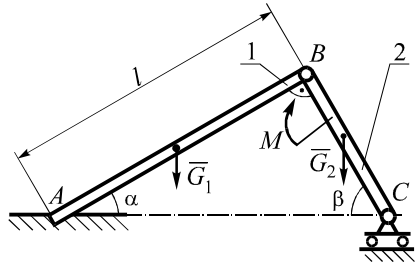
20



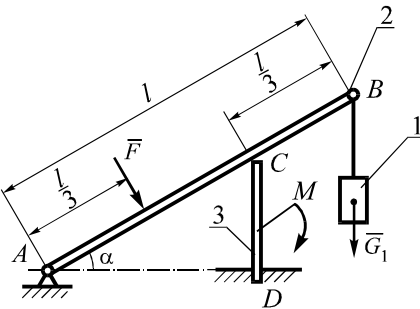
21



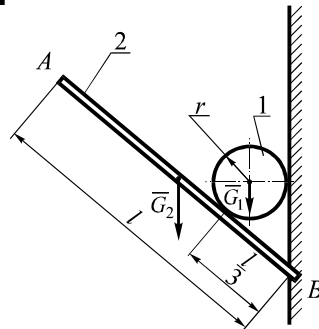
22



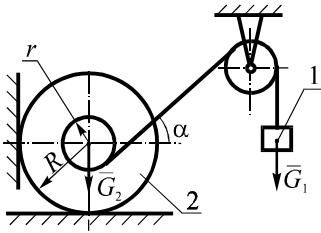
23



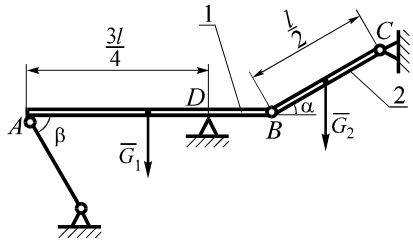
24



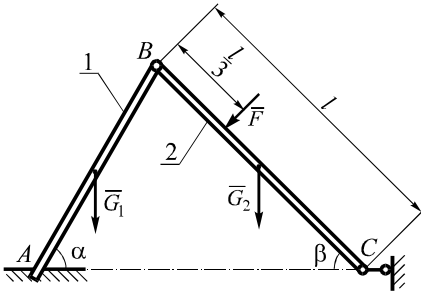
25



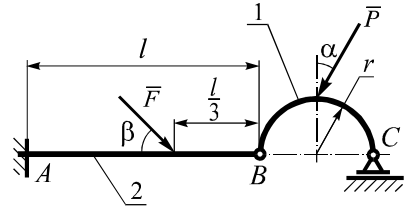
26



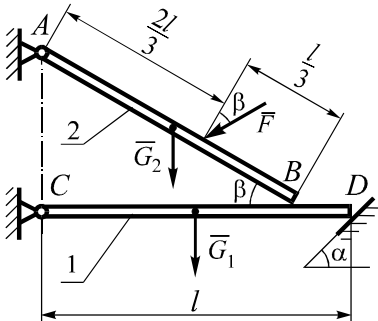
27



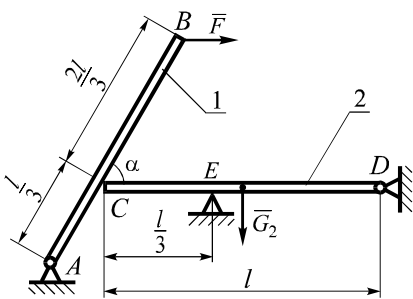
28



29

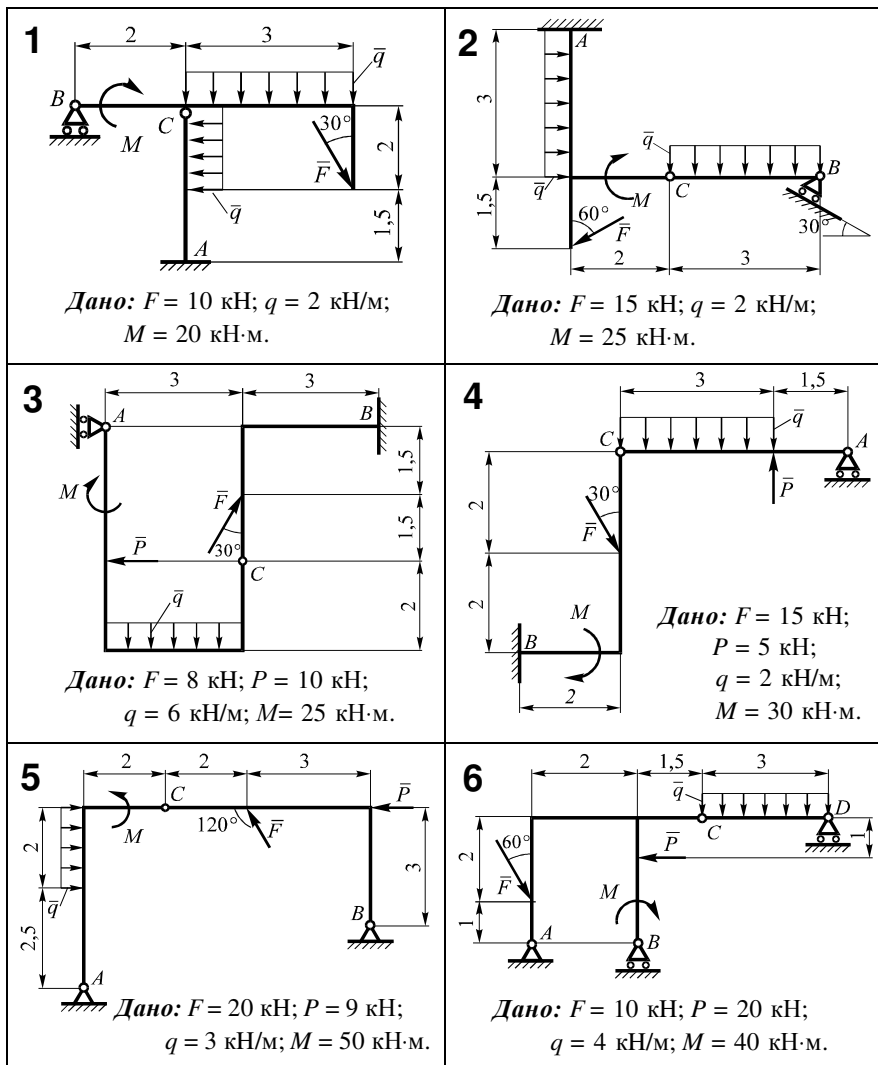


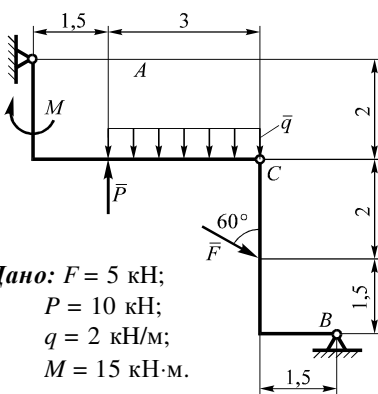
30



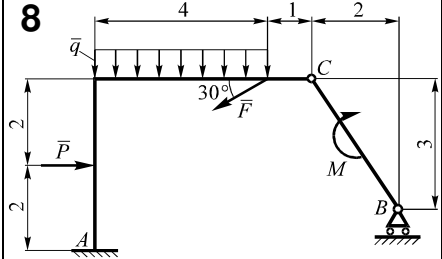
Задача 8. Равновесие рамной конструкции (система двух тел)

Рамная конструкция состоит из двух частей, соединенных с помощью шарнира в точке C . Она нагружена сосредоточенными силами F и P , равномерно распределенной силой интенсивностью q и сосредоточенным моментом пары сил M . Определить реакции внешних и внутренних связей.

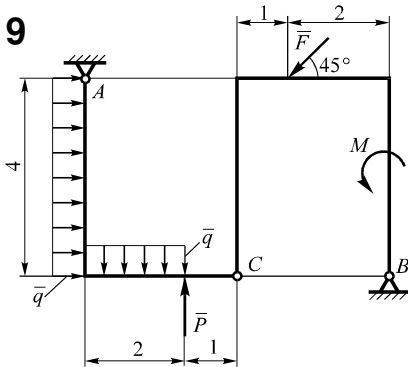


7

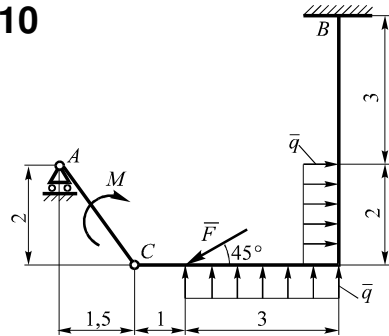
Дано: $F = 5$ кН;
 $P = 10$ кН;
 $q = 2$ кН/м;
 $M = 15$ кН·м.

8

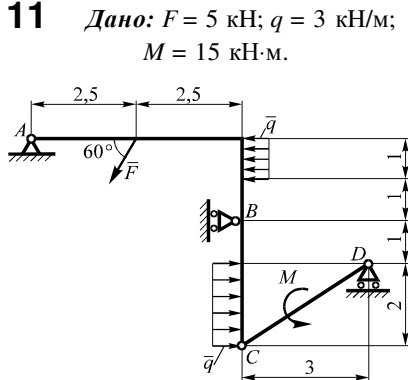
Дано: $F = 10$ кН;
 $P = 15$ кН;
 $q = 2$ кН/м;
 $M = 55$ кН·м.

9

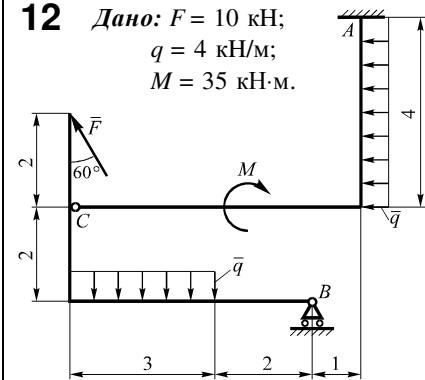
Дано: $F = 5$ кН; $P = 15$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 25$ кН·м.

10

Дано: $F = 15$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 30$ кН·м.

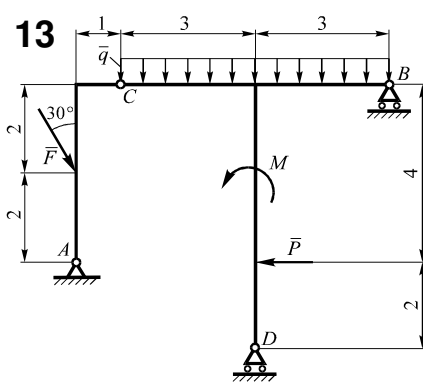
11

Дано: $F = 5$ кН; $q = 3$ кН/м;
 $M = 15$ кН·м.

12

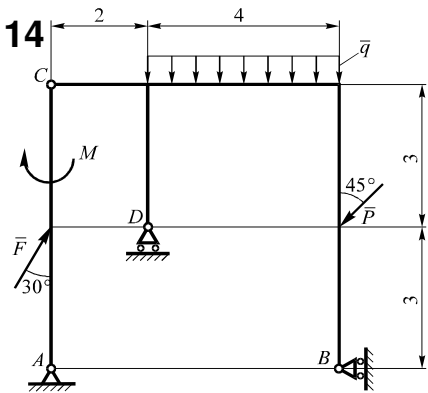
Дано: $F = 10$ кН;
 $q = 4$ кН/м;
 $M = 35$ кН·м.

13



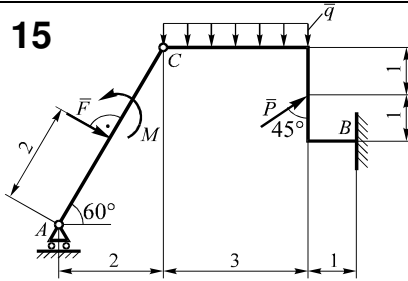
Дано: $F = 20$ кН; $P = 15$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 25$ кН·м.

14



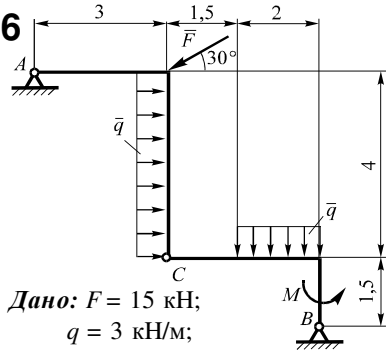
Дано: $F = 10$ кН; $P = 15$ кН;
 $q = 1,5$ кН/м; $M = 25$ кН·м.

15



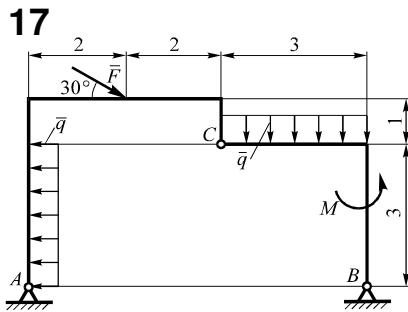
Дано: $F = 10$ кН; $P = 15$ кН;
 $q = 4$ кН/м; $M = 45$ кН·м.

16



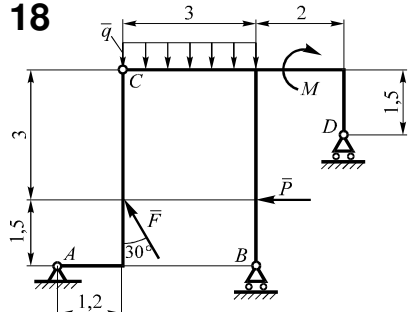
Дано: $F = 15$ кН;
 $q = 3$ кН/м;
 $M = 25$ кН·м.

17



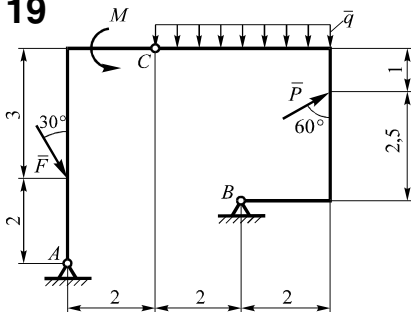
Дано: $F = 20$ кН; $q = 6$ кН/м;
 $M = 50$ кН·м.

18



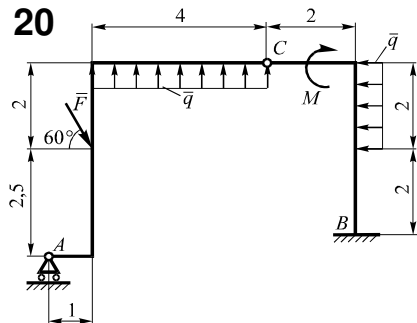
Дано: $F = 5$ кН; $P = 25$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 30$ кН·м.

19



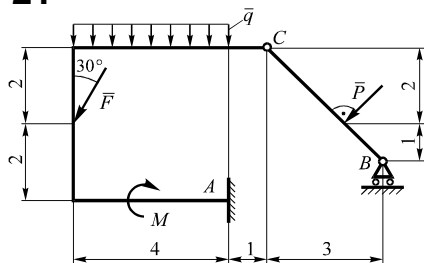
Дано: $F = 10$ кН; $P = 20$ кН;
 $q = 3$ кН/м; $M = 30$ кН·м.

20



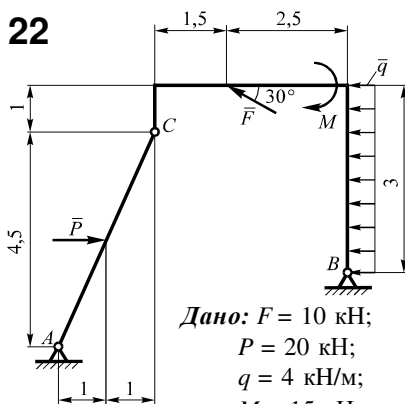
Дано: $F = 15$ кН; $P = 10$ кН;
 $q = 5$ кН/м; $M = 40$ кН·м.

21



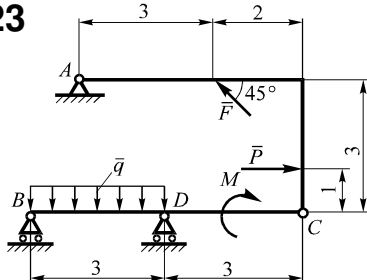
Дано: $F = 5$ кН; $P = 10$ кН;
 $q = 1,5$ кН/м; $M = 20$ кН·м.

22



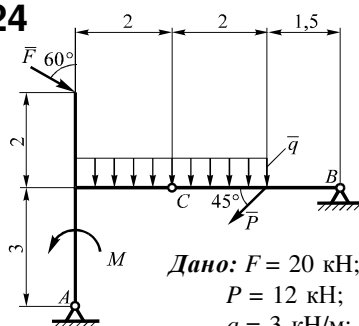
Дано: $F = 10$ кН;
 $P = 20$ кН;
 $q = 4$ кН/м;
 $M = 15$ кН·м.

23



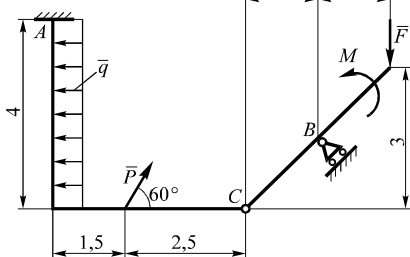
Дано: $F = 10$ кН; $P = 5$ кН;
 $q = 4$ кН/м; $M = 20$ кН·м.

24



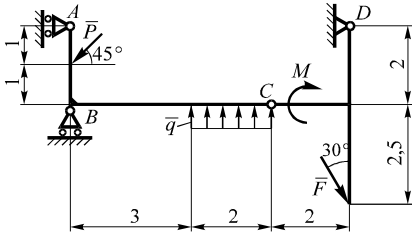
Дано: $F = 20$ кН;
 $P = 12$ кН;
 $q = 3$ кН/м;
 $M = 45$ кН·м.

25



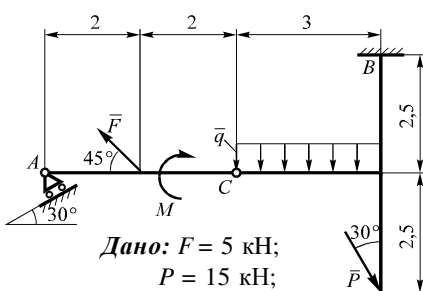
Дано: $F = 5$ кН; $P = 15$ кН;
 $q = 5$ кН/м; $M = 20$ кН·м.

26



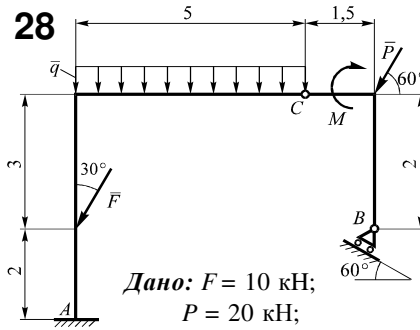
Дано: $F = 5$ кН; $P = 10$ кН;
 $q = 3$ кН/м; $M = 25$ кН·м.

27



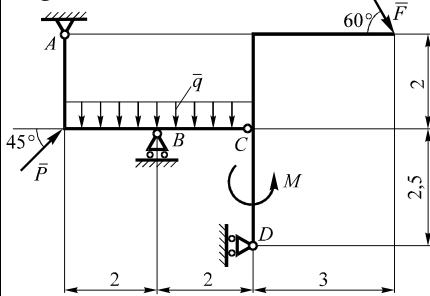
Дано: $F = 5$ кН;
 $P = 15$ кН;
 $q = 4$ кН/м;
 $M = 20$ кН·м.

28



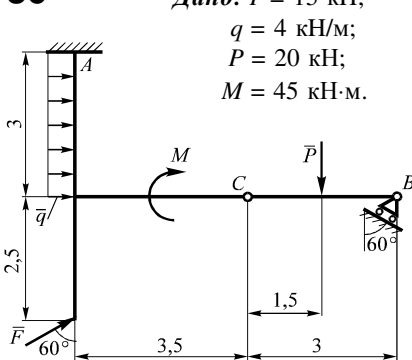
Дано: $F = 10$ кН;
 $P = 20$ кН;
 $q = 2$ кН/м;
 $M = 25$ кН·м.

29



Дано: $F = 10$ кН; $P = 15$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $M = 30$ кН·м.

30



Дано: $F = 15$ кН;
 $q = 4$ кН/м;
 $P = 20$ кН;
 $M = 45$ кН·м.

5 РАВНОВЕСИЕ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ ПОКОЯ

Сила взаимодействия тела с шероховатой поверхностью включает две составляющие: нормальную реакцию \vec{N} , перпендикулярную поверхности контакта, и силу трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, лежащую в плоскости соприкосновения тел (рисунок 5.1).

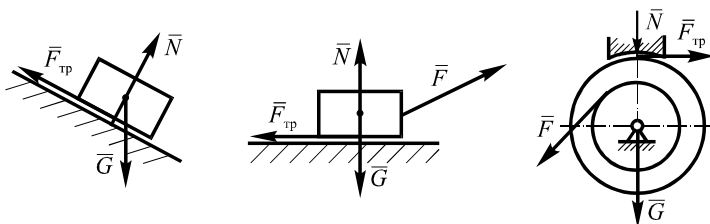


Рисунок 5.1 – Механическая связь вида «шероховатая поверхность»

Сила трения препятствует скольжению одного тела по поверхности другого и соответственно *направляется в сторону, противоположную возможному относительному смещению* тела или взаимодействующих точек соприкасающихся тел. Поэтому, чтобы показать силу трения на расчетной схеме, нужно мысленно представить, куда будет двигаться тело при отсутствии трения, а затем направить вектор силы трения в сторону, противоположную направлению возможного движения точек контакта с поверхностью.

В соответствии с законом Кулона максимальное значение силы трения сцепления пропорционально нормальной силе взаимодействия между телами:

$$F_{\text{тр.max}} = fN.$$

Безразмерный коэффициент f называется *коэффициентом трения скольжения*. Его значение определяется физическими свойствами материалов тел и размерами неровностей их поверхностей.

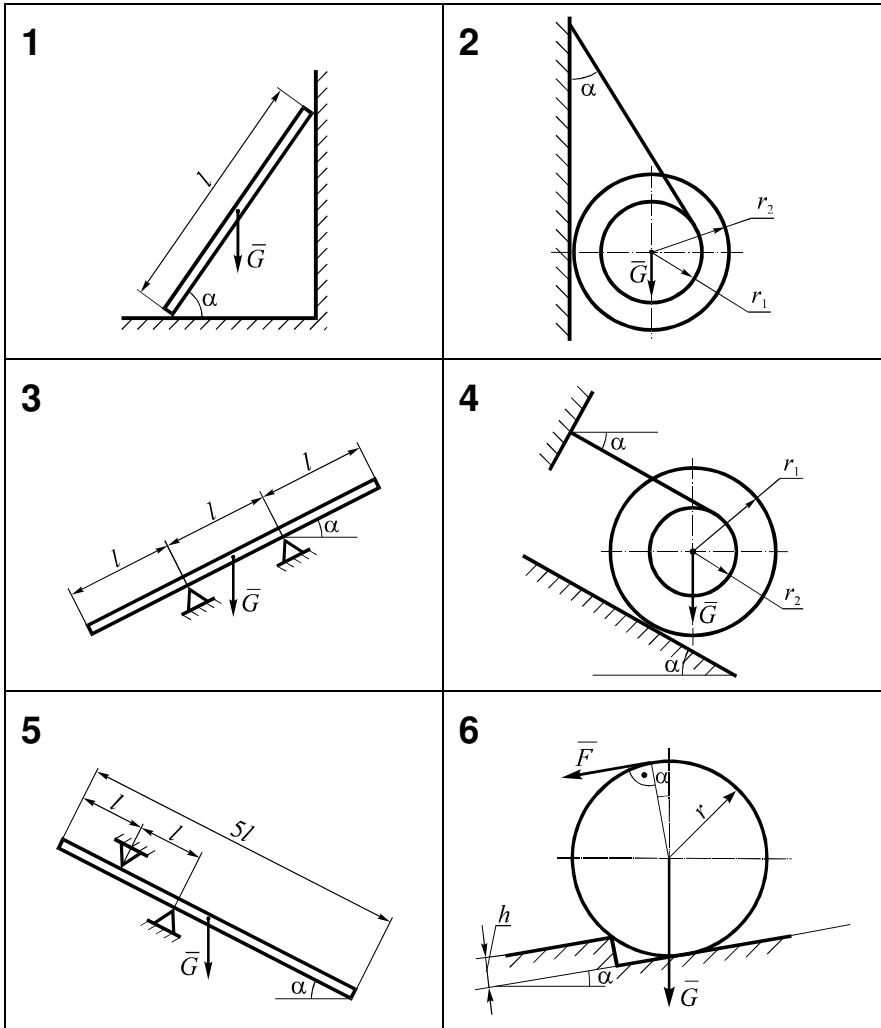
Значение силы трения равно произведению коэффициента трения на силу нормальной реакции только в том случае, если заранее известно, что при бесконечно малом изменении приложенных активных сил начнется движение тела. В общем случае значение силы трения определяется неравенством

$$F_{\text{тр.max}} \leq fN.$$

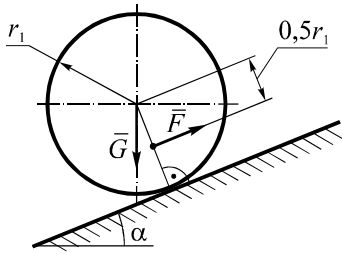
Таким образом, при равновесии $F_{\text{тр}} \leq F_{\text{тр.max}}$, а при выходе из равновесия $F_{\text{тр}} = F_{\text{тр.max}}$.

Задача 9. Равновесие тела с учетом трения сцепления

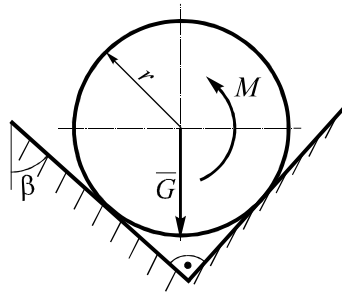
Однородное тело (или система тел) находится в равновесии. Поверхности, на которые опирается тело, негладкие. Составить уравнения равновесия тела. Преобразовать их к выражению, из которого при подстановке исходных данных можно вычислить наименьшее значение коэффициента трения. Все силовые факторы, а также линейные размеры и углы, изображенные на рисунках, считать известными.



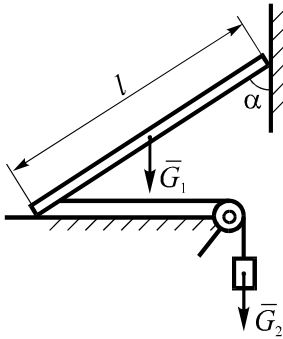
7



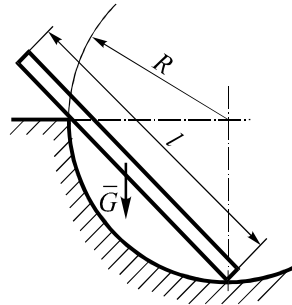
8



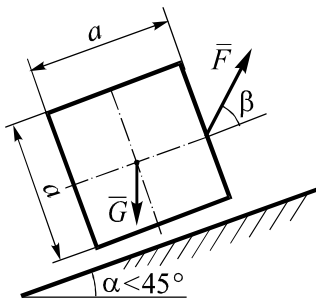
9



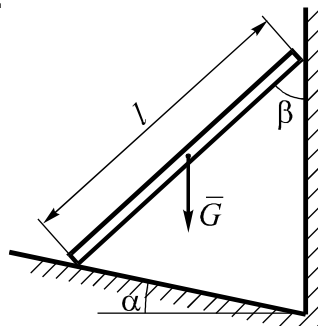
10



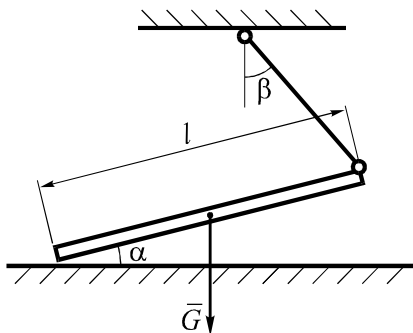
11



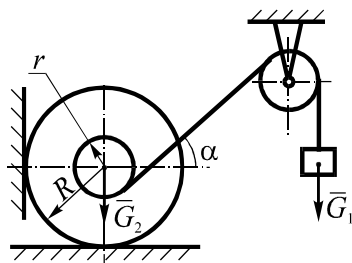
12



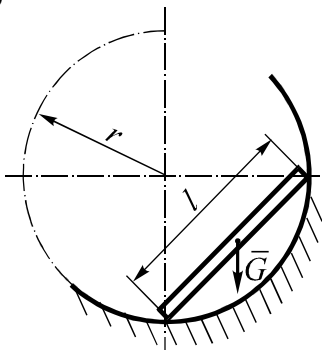
13



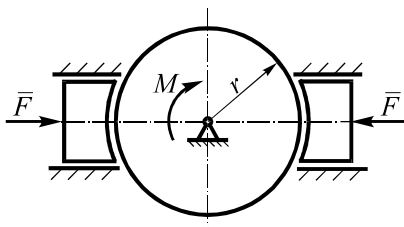
14



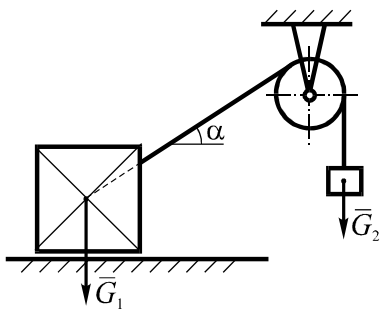
15



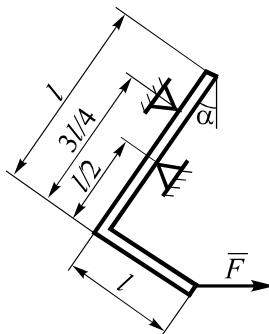
16



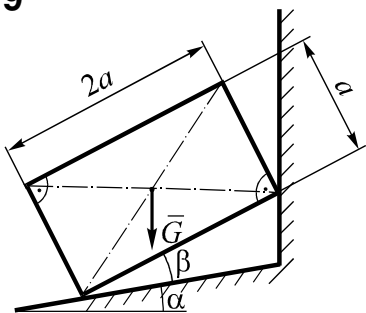
17



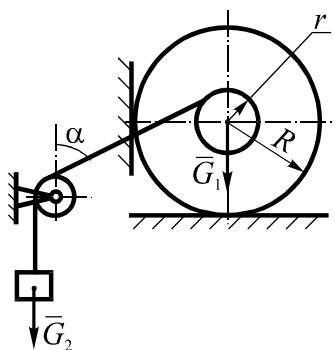
18



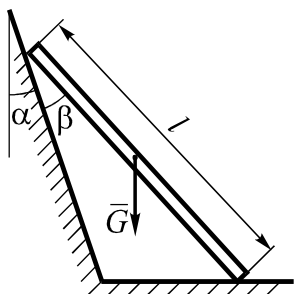
19



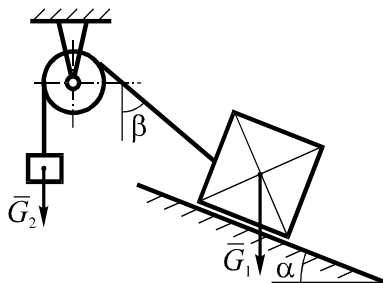
20



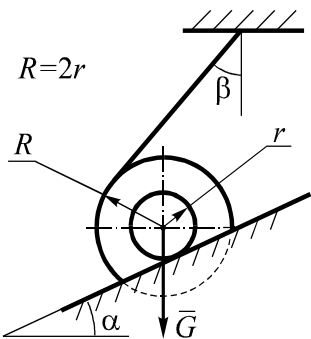
21



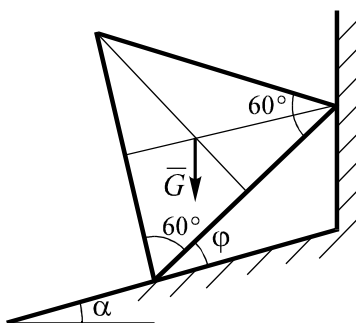
22

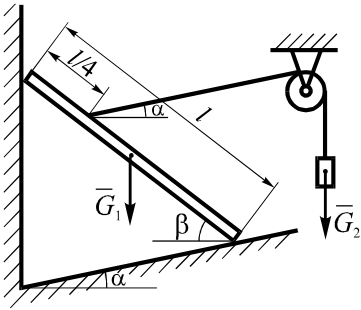
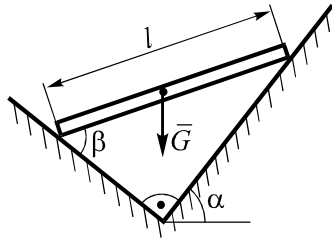
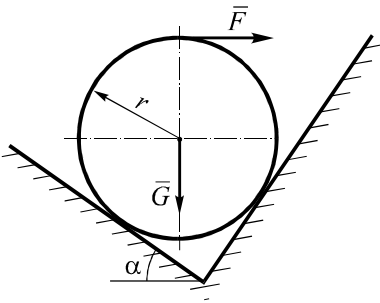
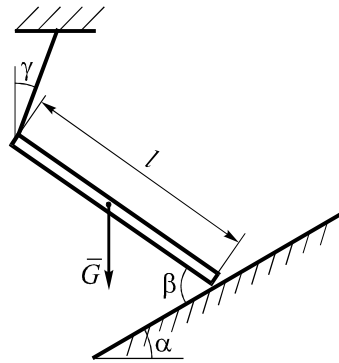
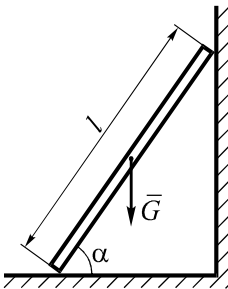
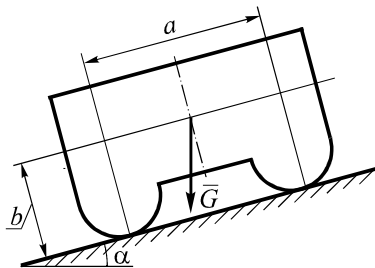


23



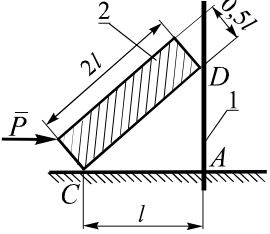
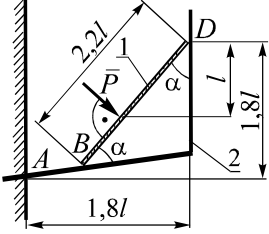
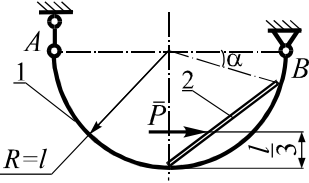
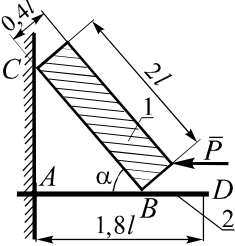
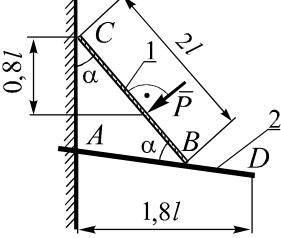
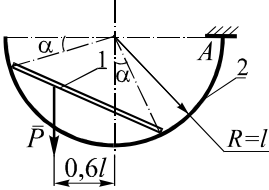
24

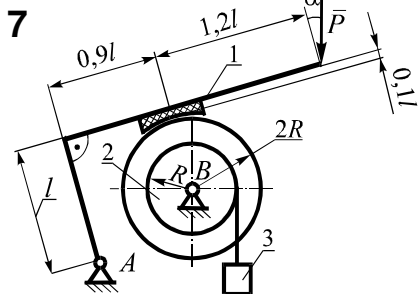


25**26****27****28****29****30**

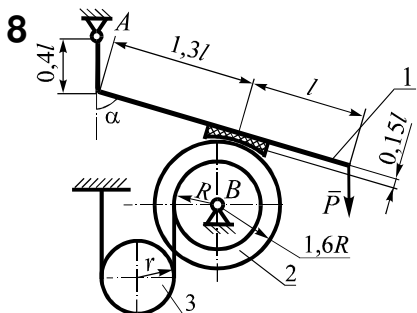
Задача 10. Равновесие системы тел с учетом трения покоя

В соответствии с исходными данными необходимо определить реакции всех механических связей, а также предельное значение силы P , при котором система тел находится в равновесии.

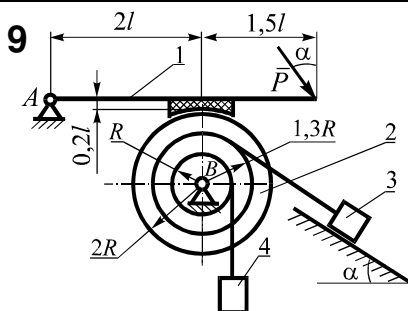
<p>1</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 0$; $G_2 = 70$ кН; $l = 2$ м; $f = 0,3$.</p>	<p>2</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 60$ кН; $G_2 = 0$; $l = 1$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,25$.</p>
<p>3</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 0$; $G_2 = 50$ кН; $l = 2,4$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,15$.</p>	<p>4</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 80$ кН; $G_2 = 0$; $l = 2,2$ м; $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,2$.</p>
<p>5</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 60$ кН; $G_2 = 0$; $l = 1,2$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,4$.</p>	<p>6</p>  <p><i>Дано:</i> $G_1 = 70$ кН; $G_2 = 0$; $l = 2,6$ м; $\alpha = 15^\circ$; $f = 0,3$.</p>



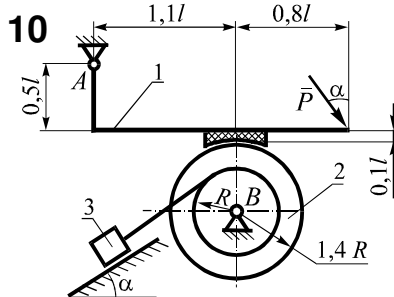
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 15$ кН;
 $G_3 = 90$ кН; $l = 0,8$ м;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,35$.



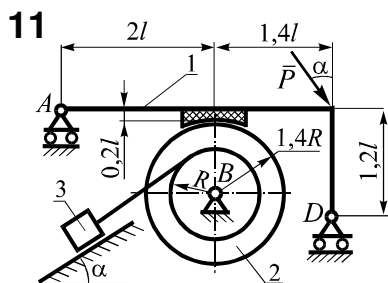
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН;
 $G_3 = 80$ кН; $l = 1,4$ м;
 $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,25$.



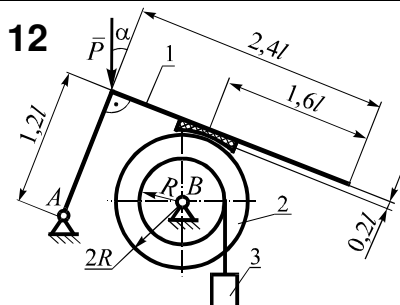
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 40$ кН;
 $G_3 = 50$ кН; $G_4 = 20$ кН;
 $l = 1,6$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,2$.



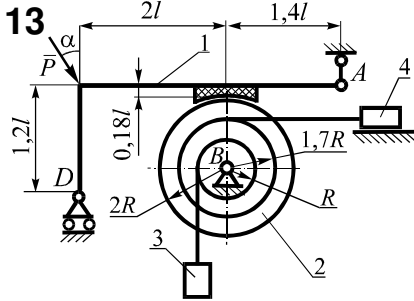
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 45$ кН;
 $G_3 = 70$ кН; $l = 1,2$ м;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,4$.



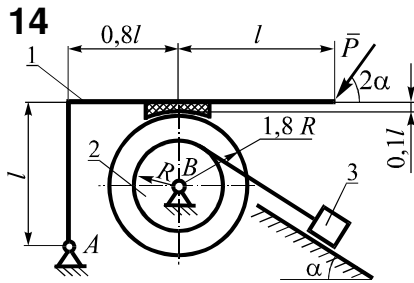
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 60$ кН;
 $G_3 = 90$ кН; $l = 0,7$ м;
 $\alpha = 45^\circ$; $f = 0,16$.



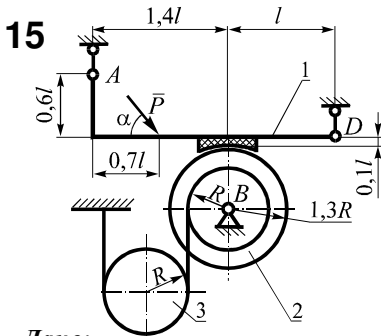
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 35$ кН;
 $G_3 = 70$ кН; $l = 0,8$ м;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,5$.



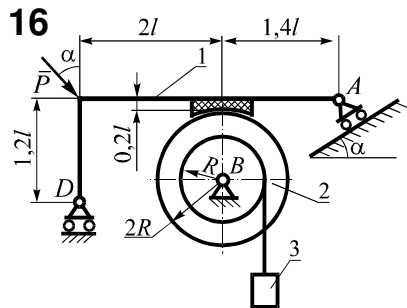
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 40$ кН;
 $G_3 = 80$ кН; $G_4 = 15$ кН;
 $l = 1,5$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,32$.



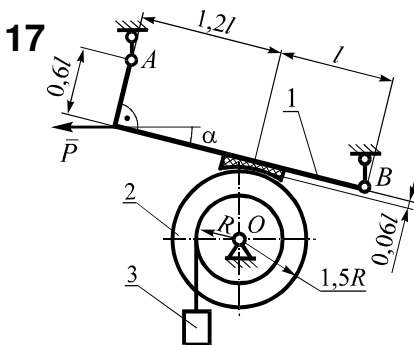
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 50$ кН;
 $G_3 = 70$ кН; $l = 2$ м;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,2$.



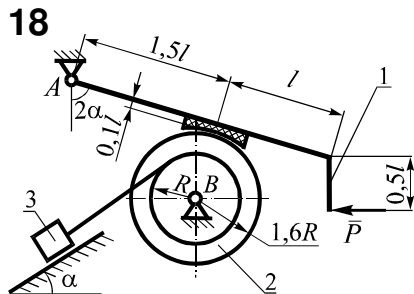
Дано:
 $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН; $G_3 = 40$ кН;
 $l = 0,6$ м; $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,4$.



Дано:
 $G_1 = 0$; $G_2 = 30$ кН; $G_3 = 60$ кН;
 $l = 0,8$ м; $\alpha = 45^\circ$; $f = 0,3$.

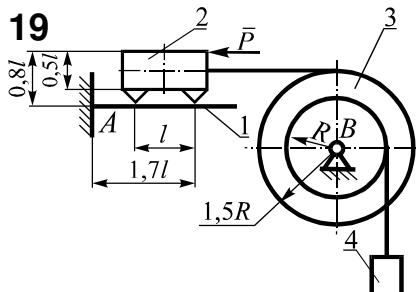


Дано:
 $G_1 = 0$; $G_2 = 60$ кН; $G_3 = 90$ кН;
 $l = 1,3$ м; $\alpha = 15^\circ$; $f = 0,25$.



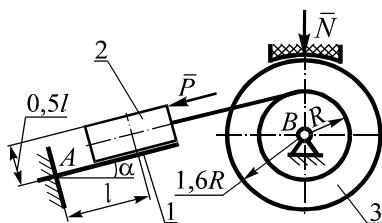
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 10$ кН;
 $G_3 = 50$ кН; $l = 2$ м;
 $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,2$.

19



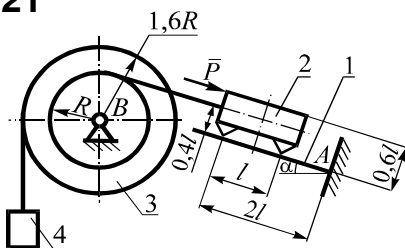
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 30$ кН;
 $G_3 = 20$ кН; $G_4 = 60$ кН;
 $l = 0,8$ м; $f = 0,2$.

20



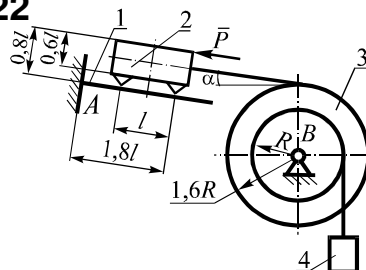
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 40$ кН;
 $G_3 = 10$ кН; $N = 20$ кН;
 $l = 1,6$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,35$.

21



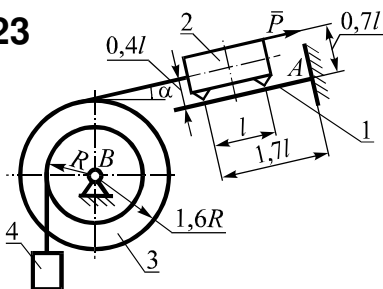
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН;
 $G_3 = 30$ кН; $G_4 = 70$ кН;
 $l = 2,2$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,25$.

22



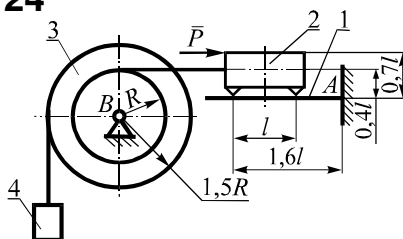
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 15$ кН;
 $G_3 = 25$ кН; $G_4 = 80$ кН;
 $l = 2$ м; $\alpha = 15^\circ$; $f = 0,3$.

23



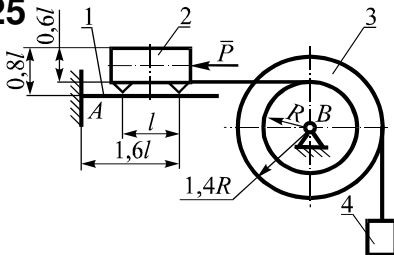
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 25$ кН;
 $G_3 = 20$ кН; $G_4 = 60$ кН;
 $l = 1$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,25$.

24



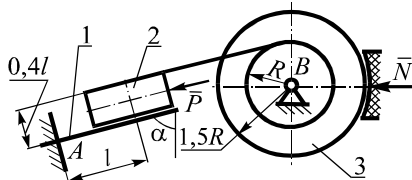
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 30$ кН;
 $G_3 = 45$ кН; $G_4 = 90$ кН;
 $l = 0,6$ м; $f = 0,2$.

25



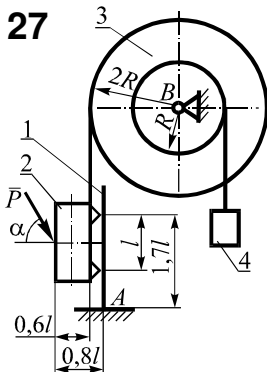
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН;
 $G_3 = 10$ кН; $G_4 = 25$ кН;
 $l = 0,7$ м; $f = 0,3$.

26



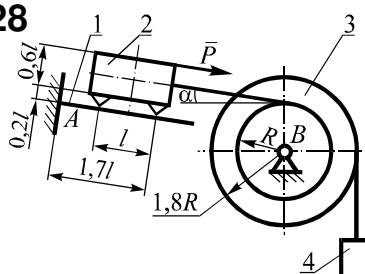
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 60$ кН;
 $G_3 = 20$ кН; $N = 10$ кН;
 $l = 0,9$ м; $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,4$.

27



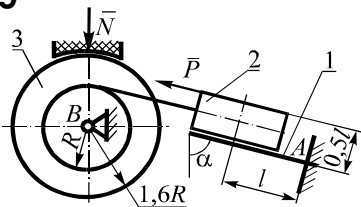
Дано:
 $G_1 = 0$;
 $G_2 = 30$ кН;
 $G_3 = 25$ кН;
 $G_4 = 70$ кН
 $l = 1,2$ м;
 $\alpha = 60^\circ$;
 $f = 0,5$.

28



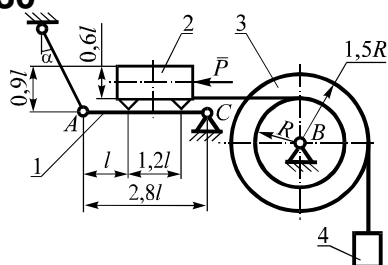
Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 40$ кН;
 $G_3 = 2$ кН; $G_4 = 5$ кН;
 $l = 1$ м; $\alpha = 15^\circ$; $f = 0,6$.

29



Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 60$ кН;
 $G_3 = 5$ кН; $N = 30$ кН;
 $l = 1,4$ м; $\alpha = 60^\circ$; $f = 0,25$.

30



Дано: $G_1 = 0$; $G_2 = 20$ кН;
 $G_3 = 15$ кН; $G_4 = 50$ кН;
 $l = 0,5$ м; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,3$.

6 ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ

Если на тело действует **система сходящихся сил в пространстве**, то должны быть равны нулю алгебраические суммы проекций всех сил на три оси координат:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \\ \sum F_{iz} = 0. \end{cases}$$

В тех случаях, когда в условии задачи отсутствует готовый угол между вектором силы и осью, часто используется метод двойного проецирования. Суть его заключается в том, что сначала определяется проекция вектора силы на координатную плоскость, угол между которой и вектором силы известен. Затем она, в свою очередь, проецируется на координатные оси.

Для равновесия тела, находящегося под действием **произвольной пространственной системы сил**, необходимо и достаточно, чтобы были равны нулю алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат и суммы моментов всех сил относительно этих осей:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \\ \sum F_{iz} = 0; \\ \sum M_{Ox} = 0; \\ \sum M_{Oy} = 0; \\ \sum M_{Oz} = 0. \end{cases}$$

Чтобы найти момент силы относительно оси, следует спроецировать эту силу на плоскость, перпендикулярную оси, а затем определить момент полученной проекции относительно точки пересечения оси с названной плоскостью.

Момент силы относительно оси считается положительным, если при наблюдении с конца оси видно, что сила стремится повернуть тело против хода часовой стрелки. При действии по ходу часовой стрелки момент считается отрицательным. Если вектор силы параллелен оси или пересекает ее, то момент силы относительно оси равен нулю.

Как и в случае нахождения момента силы относительно точки, так и для определения момента силы относительно оси, при необходимости можно применить теорему Вариньона, согласно которой *момент равнодействующей*

щей силы относительно оси равен алгебраической сумме моментов слагаемых сил относительно той же оси.

В пространственных конструкциях встречаются два вида шарниров: цилиндрический (рисунок 6.1, а) и сферический (рисунок 6.1, б).

Цилиндрический шарнир (подшипник) не допускает перемещения связываемого тела в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. Поэтому его реакция лежит в этой плоскости. При решении задач рассчитывают проекции реакции цилиндрического шарнира на две оси координат.

Сферический шарнир закрепляет одну точку тела и допускает лишь его поворот вокруг этой точки. Точно также и *подпятник* (рисунок 6.1, в) не допускает перемещения связанной точки тела. Поэтому реакции этих связей направляются произвольным образом в пространстве. При решении задач вычисляют проекции реакций сферического шарнира и подпятника на оси координат.

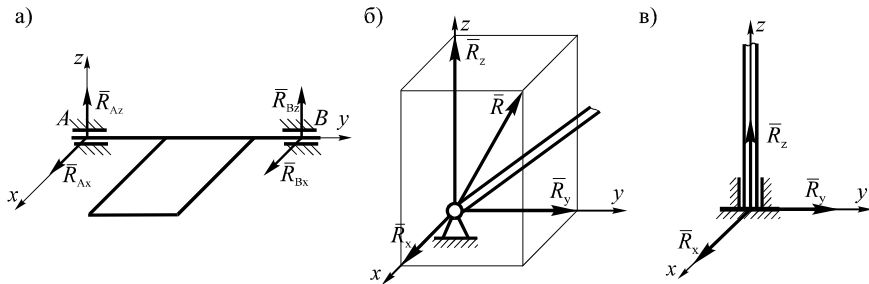


Рисунок 6.1 – Механические связи:

а – цилиндрический шарнир (подшипник); б – сферический (шаровой) шарнир; в – подпятник

Заделка запрещает линейные и угловые перемещения по любому направлению. Поэтому реакция заделки в пространстве включает три проекции силы реакции на оси координат и три момента пар сил реакции относительно осей координат (рисунок 6.2).

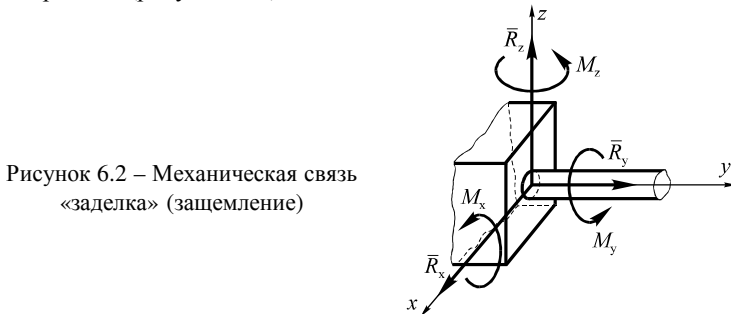
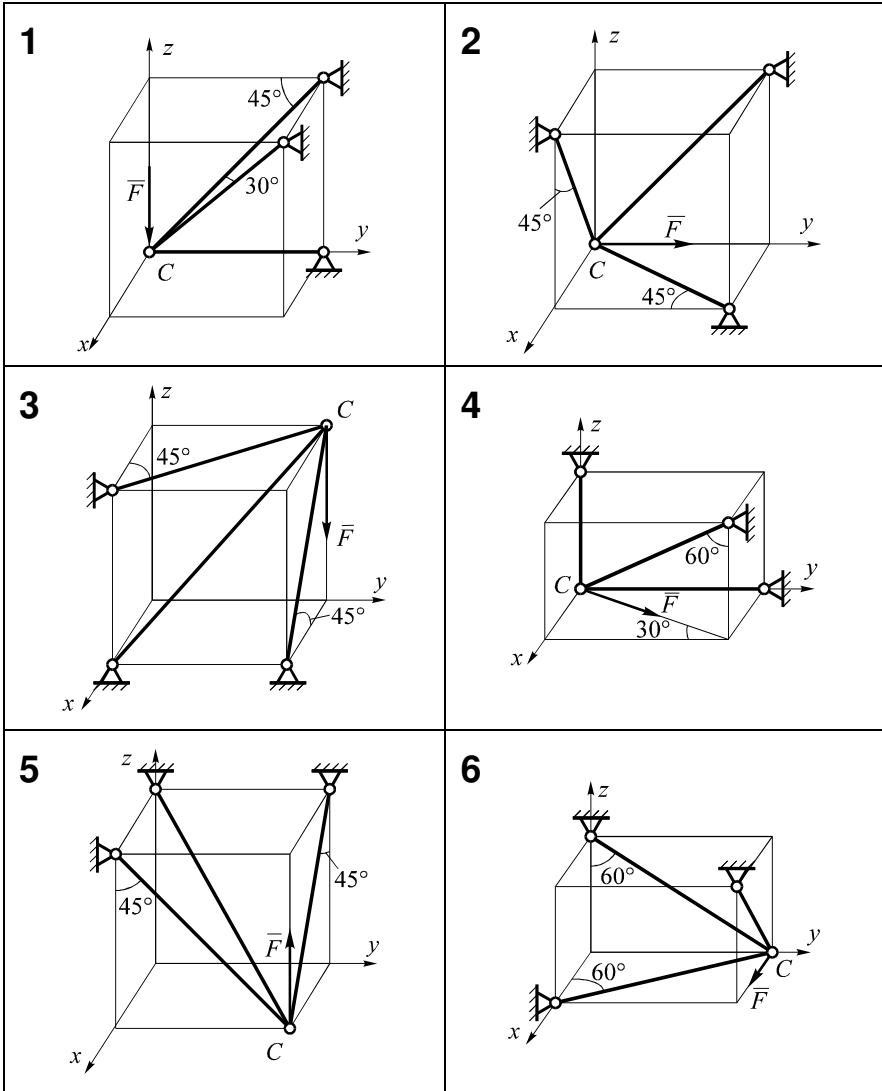


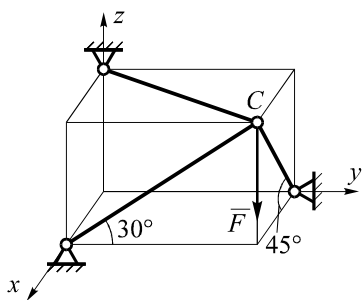
Рисунок 6.2 – Механическая связь «заделка» (защемление)

Задача 11. Равновесие узла стержневой конструкции под действием системы сходящихся сил в пространстве

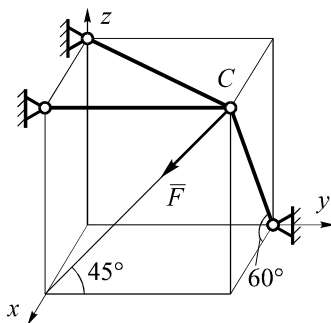
Рассчитать реакции стержней изображенной на рисунке конструкции, к узлу C которой приложена сила $F_1 = 100 \text{ Н}$.



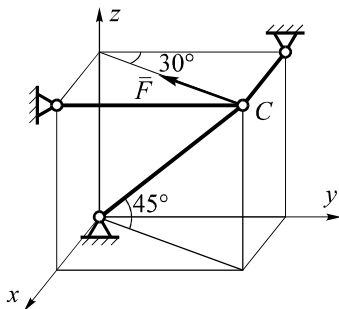
7



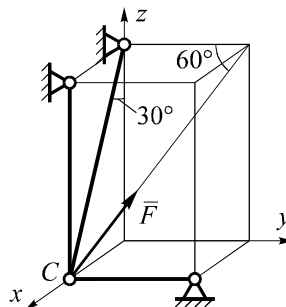
8



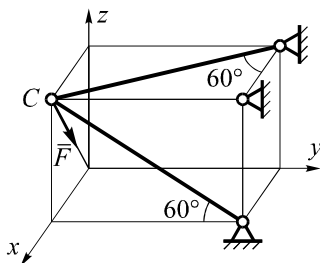
9



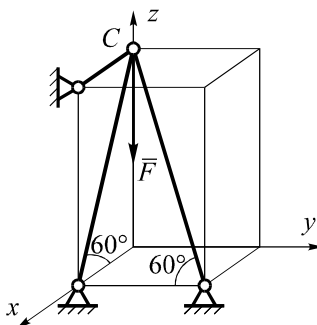
10

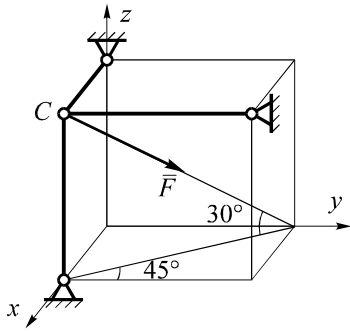
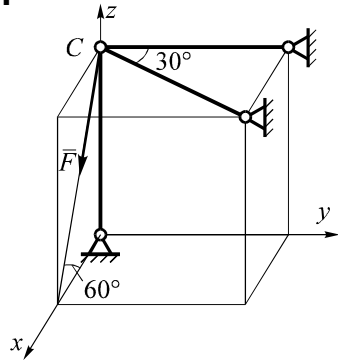
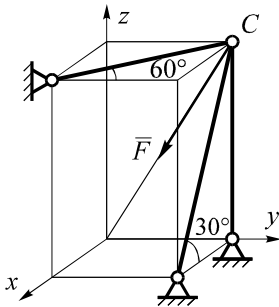
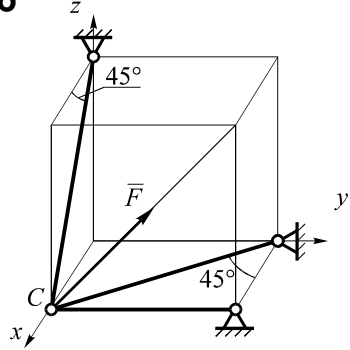
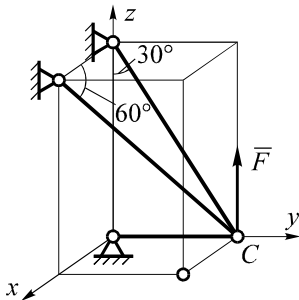
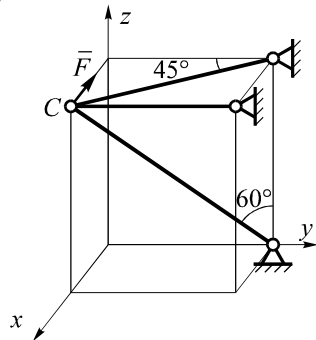


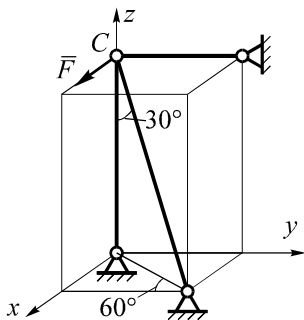
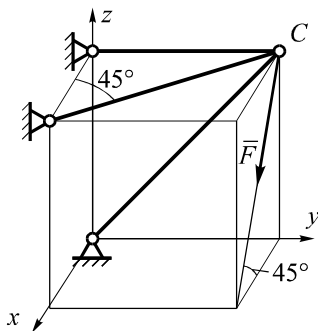
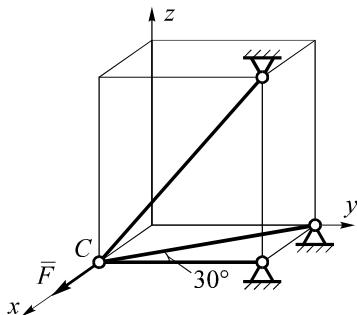
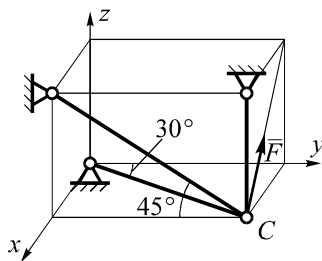
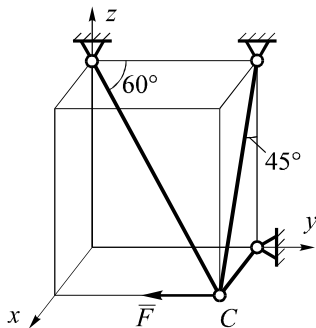
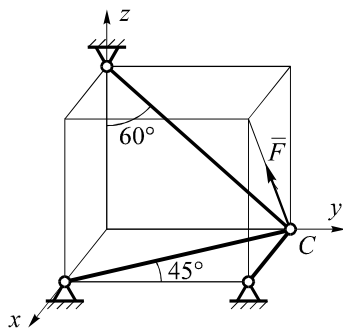
11



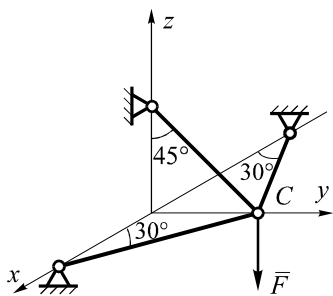
12



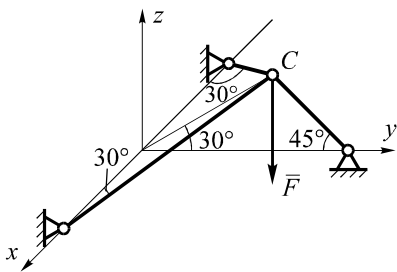
13**14****15****16****17****18**

19**20****21****22****23****24**

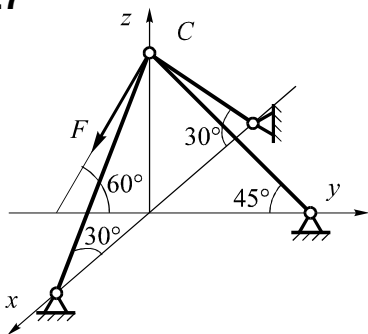
25



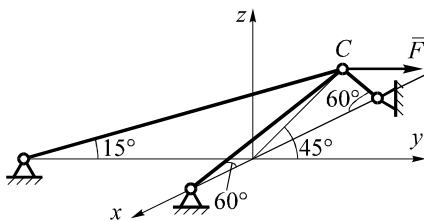
26



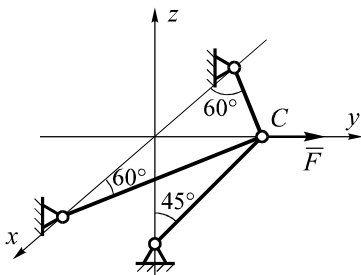
27



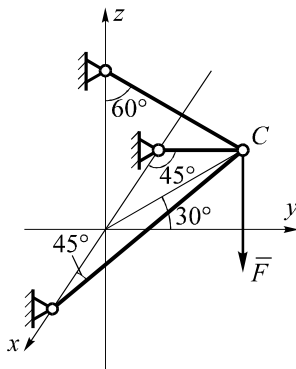
28



29

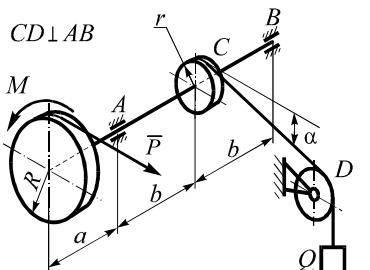
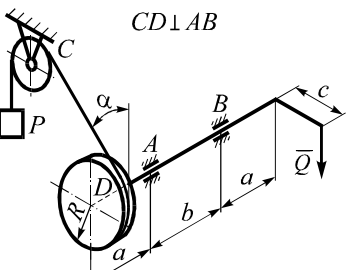
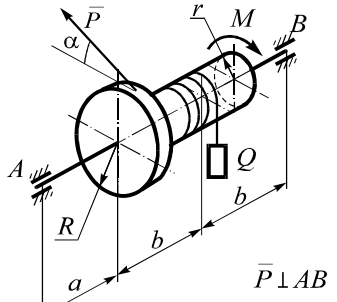
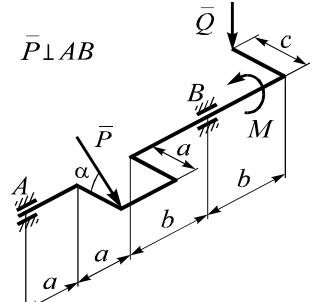
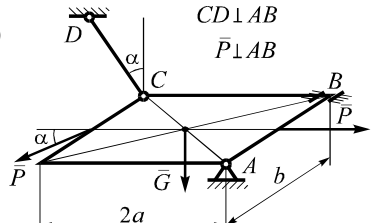
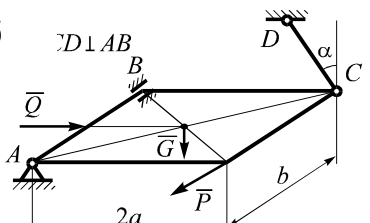


30

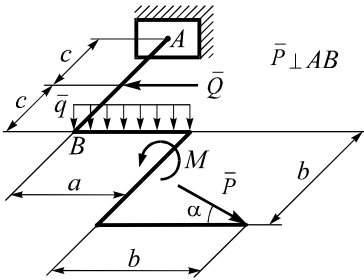


Задача 12. Равновесие твердого тела, на которое действует система произвольных сил в пространстве

Тело находится в равновесии под действием сосредоточенных сил: \vec{P} , \vec{G} , \vec{Q} , равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью \vec{q} , пары сил с моментом M . Определить реакции связей твердого тела.

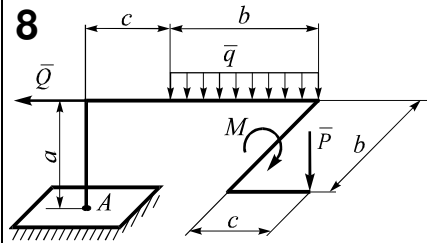
<p>1 $CD \perp AB$</p>  <p><i>Дано:</i> $P = 20 \text{ кН}$; $M = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $\alpha = 15^\circ$; $a = 0,6 \text{ м}$; $b = 0,8 \text{ м}$; $r = 0,2 \text{ м}$; $R = 2r$.</p>	<p>2 $CD \perp AB$</p>  <p><i>Дано:</i> $P = 40 \text{ кН}$; $a = 0,4 \text{ м}$; $b = 0,6 \text{ м}$; $c = 0,3 \text{ м}$; $R = 0,15 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.</p>
<p>3</p>  <p><i>Дано:</i> $P = 30 \text{ кН}$; $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 0,4 \text{ м}$; $b = 0,6 \text{ м}$; $r = 0,2 \text{ м}$; $R = 0,3 \text{ м}$;</p>	<p>4 $\vec{P} \perp AB$</p>  <p><i>Дано:</i> $P = 25 \text{ кН}$; $M = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $\alpha = 45^\circ$; $a = 0,2 \text{ м}$; $b = 0,4 \text{ м}$; $c = 0,3 \text{ м}$.</p>
<p>5 $CD \perp AB$ $\vec{P} \perp AB$</p>  <p><i>Дано:</i> $P = 13 \text{ кН}$; $G = 22 \text{ кН}$; $a = 1,5 \text{ м}$; $b = 2 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.</p>	<p>6 $CD \perp AB$</p>  <p><i>Дано:</i> $P = 8 \text{ кН}$; $Q = 18 \text{ кН}$; $G = 15 \text{ Н}$; $a = 1,2 \text{ м}$; $b = 2 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.</p>

7



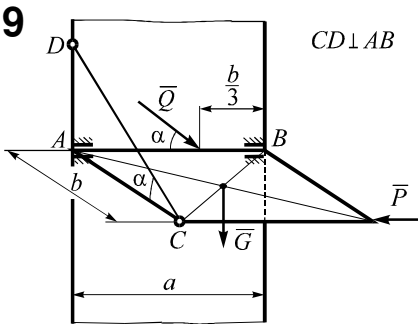
Дано: $P = 20$ кН; $Q = 16$ кН; $\alpha = 30^\circ$;
 $q = 4$ кН/м; $M = 20$ кН·м;
 $a = 0,5$ м; $b = 0,6$ м; $c = 0,3$ м.

8



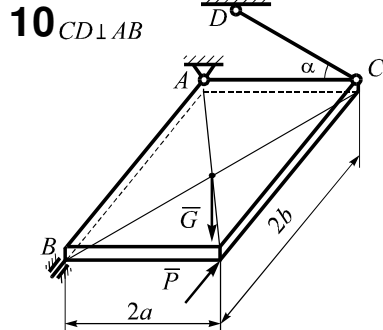
Дано: $P = 10$ кН; $Q = 12$ кН;
 $q = 6$ кН/м; $M = 18$ кН·м;
 $a = 0,8$ м; $b = 1$ м; $c = 0,6$ м.

9



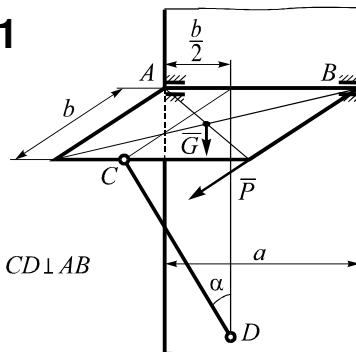
Дано: $P = 6$ кН; $G = 4$ кН; $Q = 6$ кН;
 $a = 2$ м; $b = 1,2$ м; $\alpha = 30^\circ$.

10



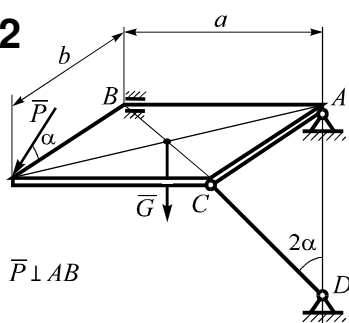
Дано: $P = 15$ кН; $G = 25$ кН;
 $a = 0,6$ м; $b = 2$ м; $\alpha = 30^\circ$.

11



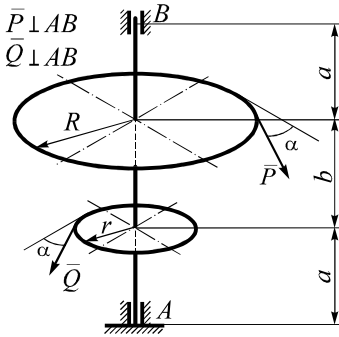
Дано: $P = 10$ кН; $G = 25$ кН;
 $a = 1,4$ м; $b = 1$ м; $\alpha = 60^\circ$.

12



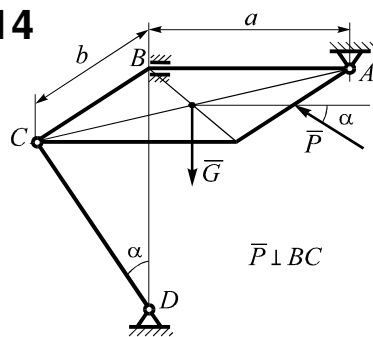
Дано: $P = 20$ кН; $G = 15$ кН;
 $a = 2$ м; $b = 1,4$ м; $\alpha = 30^\circ$.

13



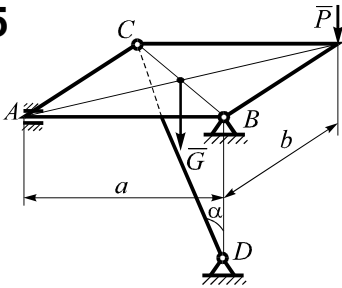
Дано: $P = 30 \text{ кН}$; $Q = 50 \text{ кН}$;
 $a = 0,6 \text{ м}$; $b = 0,8 \text{ м}$; $r = 0,25 \text{ м}$
 $R = 0,4 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.

14



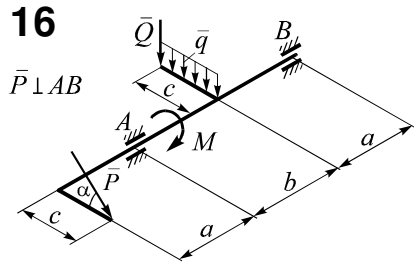
Дано: $P = 15 \text{ кН}$; $G = 30 \text{ кН}$;
 $a = 1,4 \text{ м}$; $b = 1,8 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.

15



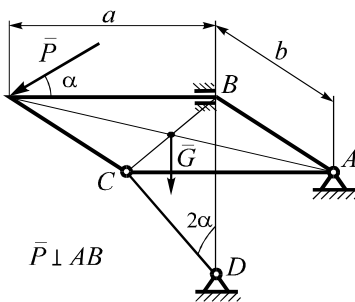
Дано: $P = 17 \text{ кН}$; $G = 24 \text{ кН}$;
 $a = 2,4 \text{ м}$; $b = 2 \text{ м}$; $\alpha = 15^\circ$.

16



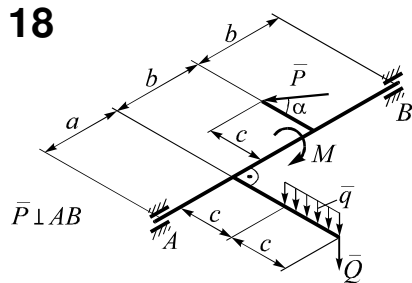
Дано: $P = 22 \text{ кН}$; $q = 20 \text{ кН/м}$;
 $M = 25 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 0,6 \text{ м}$; $b = 1 \text{ м}$;
 $c = 0,4 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$.

17



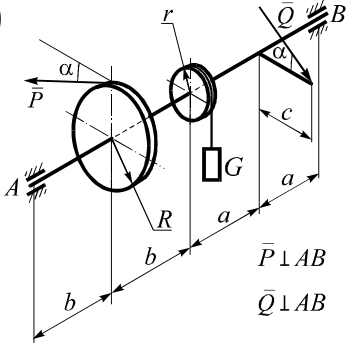
Дано: $P = 30 \text{ кН}$; $G = 20 \text{ кН}$;
 $a = 2 \text{ м}$; $b = 1,6 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.

18



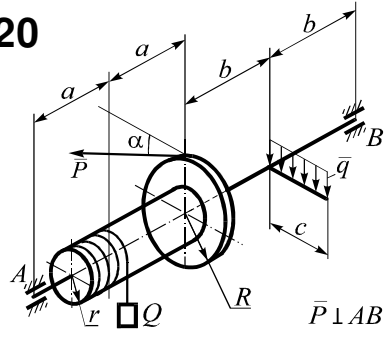
Дано: $P = 60 \text{ кН}$; $M = 4 \text{ кН}\cdot\text{м}$;
 $q = 20 \text{ кН/м}$; $a = 0,3 \text{ м}$;
 $b = 0,5 \text{ м}$; $c = 0,25 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$.

19



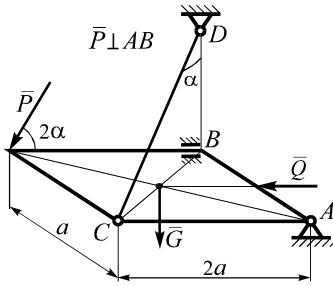
Дано: $P = 30 \text{ кН}$; $G = 25 \text{ кН}$; $\alpha = 45^\circ$;
 $a = 0,6 \text{ м}$; $b = 0,7 \text{ м}$; $c = 0,4 \text{ м}$;
 $r = 0,1 \text{ м}$; $R = 0,3 \text{ м}$.

20



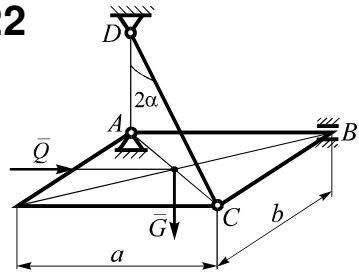
Дано: $P = 15 \text{ кН}$; $q = 15 \text{ кН/м}$;
 $a = 0,6 \text{ м}$; $b = 0,7 \text{ м}$; $c = 0,4 \text{ м}$;
 $r = 0,1 \text{ м}$; $R = 0,2 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$.

21



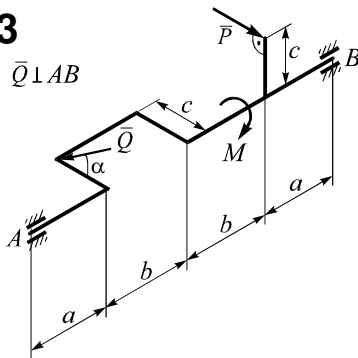
Дано: $P = 22 \text{ кН}$; $Q = 15 \text{ кН}$;
 $G = 40 \text{ кН}$; $a = 1,8 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.

22



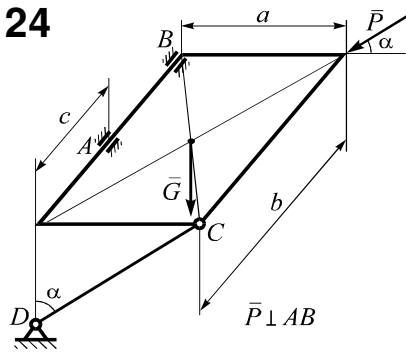
Дано: $Q = 18 \text{ кН}$; $G = 25 \text{ кН}$;
 $a = 1,2 \text{ м}$; $b = 1 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.

23

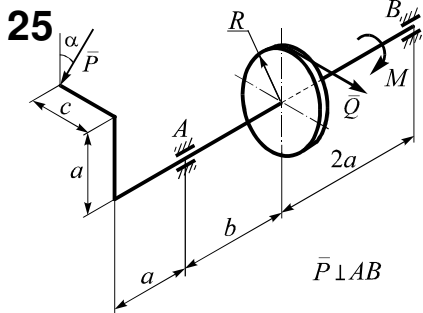


Дано: $P = 25 \text{ кН}$; $M = 30 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $\alpha = 60^\circ$;
 $a = 0,5 \text{ м}$; $b = 0,7 \text{ м}$; $c = 0,4 \text{ м}$.

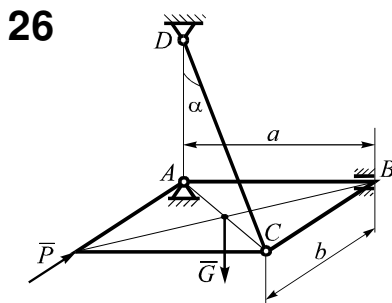
24



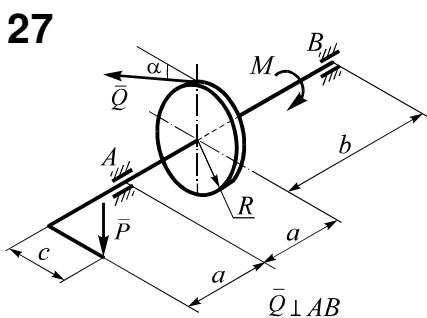
Дано: $P = 9 \text{ кН}$; $G = 22 \text{ кН}$; $\alpha = 30^\circ$;
 $a = 0,6 \text{ м}$; $b = 1,2 \text{ м}$; $c = 0,5 \text{ м}$.



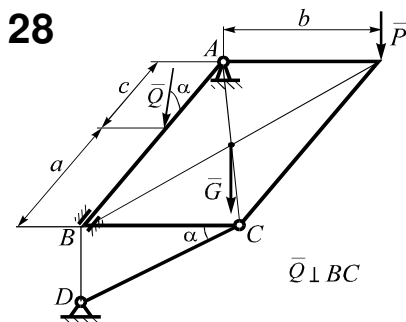
Дано: $P = 35$ кН; $M = 20$ кН·м; $a = 1$ м;
 $R = 0,6$ м; $b = 2c = 1,6$ м; $\alpha = 30^\circ$.



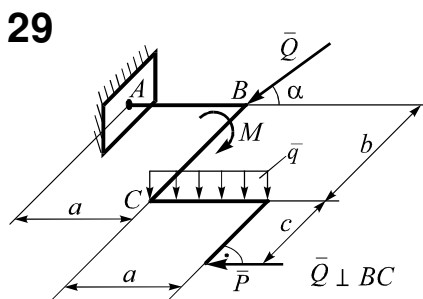
Дано: $P = 10$ кН; $G = 42$ кН;
 $a = 2$ м; $b = 1,5$ м; $\alpha = 60^\circ$.



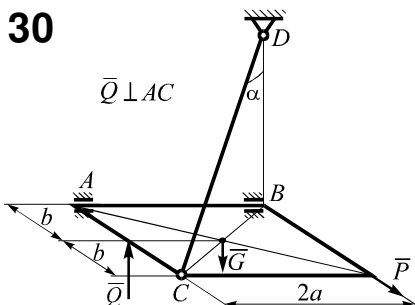
Дано: $P = 15$ кН; $M = 50$ кН·м;
 $a = 1,2$ м; $b = 1,8$ м; $c = 0,8$ м;
 $R = 0,6$ м; $\alpha = 30^\circ$.



Дано: $P = 25$ кН; $Q = 38$ кН;
 $G = 60$ кН; $a = 1$ м; $b = 1,4$ м;
 $c = 0,6$ м; $\alpha = 30^\circ$.



Дано: $P = 10$ кН; $Q = 26$ кН; $\alpha = 45^\circ$;
 $q = 9$ кН/м; $M = 40$ кН·м; $a = 1$ м;
 $b = 1,5$ м; $c = 1,2$ м.



Дано: $P = 15$ кН; $Q = 18$ кН;
 $G = 26$ кН; $a = 1$ м; $b = 0,8$ м;
 $\alpha = 30^\circ$.

7 ПРИВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ СИЛ К ЦЕНТРУ

Основная теорема статики (теорема Пуансо) гласит о том, что произвольная система сил, действующих на абсолютно твердое тело, эквивалентна системе, включающей одну силу, равную главному вектору системы сил, и одну пару сил, момент которой равен главному моменту системы сил относительно выбранного центра приведения.

В соответствии с леммой о переносе сил на параллельную линию действия, силы, приложенные к любому телу (рисунок 7.1, а), можно перенести в одну точку и заменить равнодействующей, а получающиеся при переносе сил присоединенные пары сил заменить одной парой в соответствии с правилом сложения пар сил (рисунок 7.1, б). Таким образом, заданная система сил эквивалентна одной силе и одной паре сил.

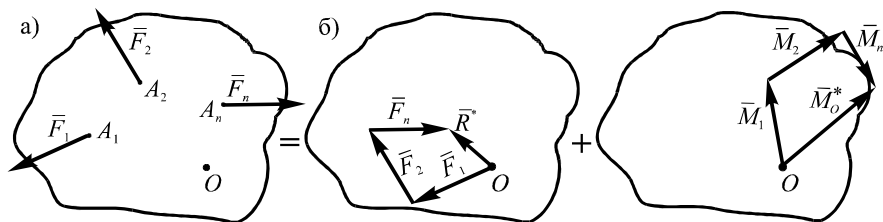


Рисунок 7.1 – Приведение системы сил к главному вектору и главному моменту системы:

а – заданная система сил; б – приведенная система сил

Вектор \vec{R}^* , равный геометрической сумме сил системы ($\vec{R}^* = \sum \vec{F}_i$), называют *главным вектором системы сил*.

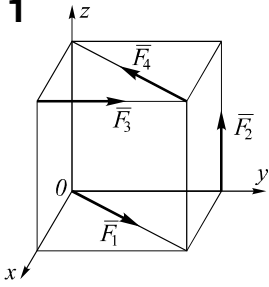
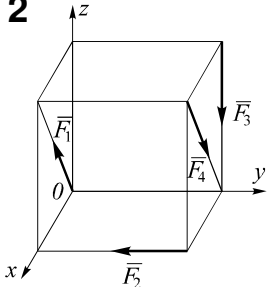
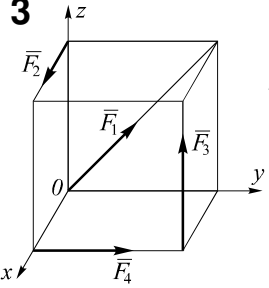
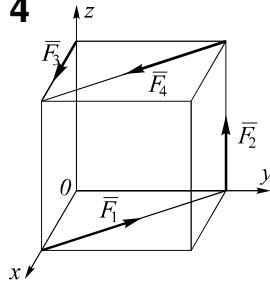
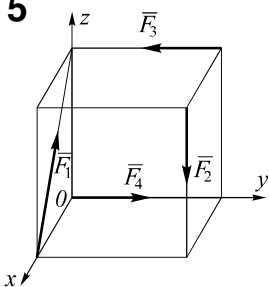
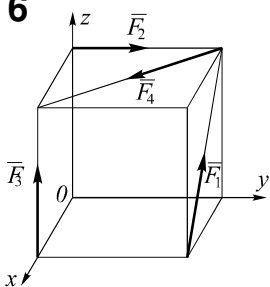
Вектор \vec{M}_O^* , равный геометрической сумме моментов всех сил системы относительно центра O ($\vec{M}_O^* = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_i)$), называют *главным моментом системы сил* относительно центра O.

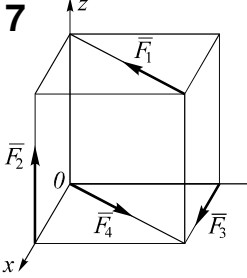
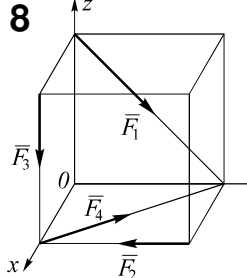
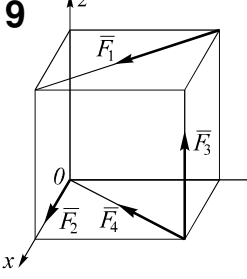
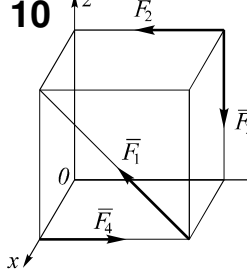
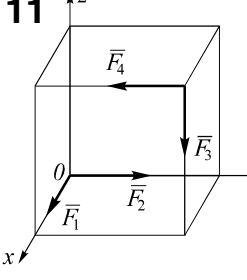
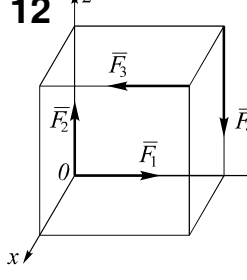
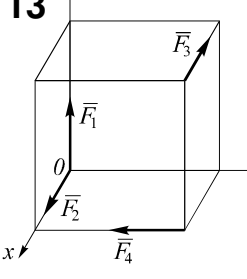
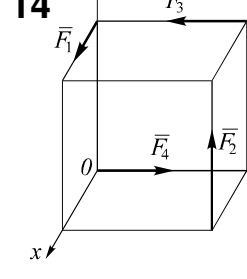
Замечание.

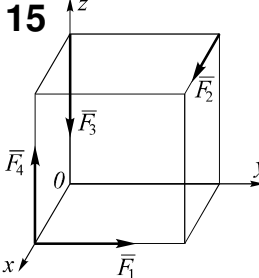
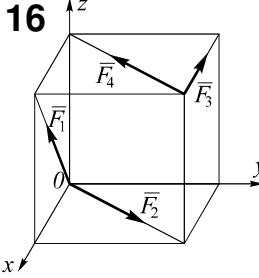
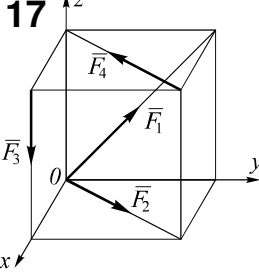
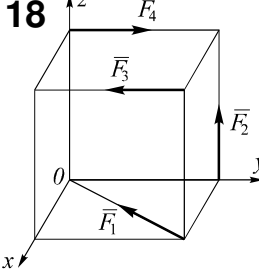
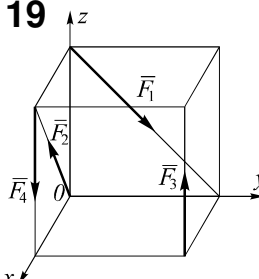
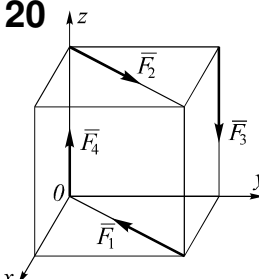
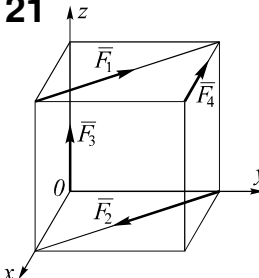
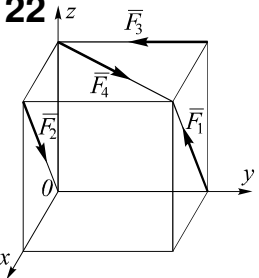
Понятия «главный вектор» и «равнодействующая сила» не равноценны, несмотря на одинаковую формулу для их расчета. Равнодействующая – это одна сила, эквивалентная системе сил. Главный вектор в общем случае без главного момента не может заменить действия всей системы сил.

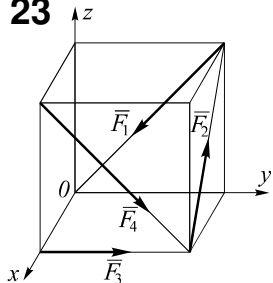
Задача 13. Расчет главного вектора и главного момента системы сил, действующей на твердое тело

Определить главный вектор и главный момент системы сил, приложенных к кубу с ребром $a = 2$ м. Указать также, к какому простейшему виду может быть сведена заданная система сил.

<p>1</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 25$ Н; $F_2 = 3$ Н; $F_3 = 10$ Н; $F_4 = 12$ Н.</p>	<p>2</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 40$ Н; $F_2 = 30$ Н; $F_3 = 20$ Н; $F_4 = 40$ Н.</p>
<p>3</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 10\sqrt{2}$ Н; $F_2 = 40$ Н; $F_3 = 10$ Н; $F_4 = 20$ Н.</p>	<p>4</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 2\sqrt{2}$ Н; $F_2 = 2$ Н; $F_3 = 2$ Н; $F_4 = 2\sqrt{2}$ Н.</p>
<p>5</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 4\sqrt{2}$ Н; $F_2 = 4$ Н; $F_3 = 4$ Н; $F_4 = 4$ Н.</p>	<p>6</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 3\sqrt{2}$ Н; $F_2 = 3$ Н; $F_3 = 3$ Н; $F_4 = 3\sqrt{2}$ Н.</p>

<p>7</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 5\sqrt{2}$ Н; $F_2 = 5$ Н; $F_3 = 5$ Н; $F_4 = 5\sqrt{2}$ Н.</p>	<p>8</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 8\sqrt{2}$ Н; $F_2 = 8$ Н; $F_3 = 8$ Н; $F_4 = 8\sqrt{2}$ Н.</p>
<p>9</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 6\sqrt{2}$ Н; $F_2 = 6$ Н; $F_3 = 6$ Н; $F_4 = 6$ Н.</p>	<p>10</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 7\sqrt{2}$ Н; $F_2 = 7$ Н; $F_3 = 7$ Н; $F_4 = 14$ Н.</p>
<p>11</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 15$ Н; $F_2 = 15$ Н; $F_3 = 15$ Н; $F_4 = 15$ Н.</p>	<p>12</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 9$ Н; $F_2 = 9$ Н; $F_3 = 9$ Н; $F_4 = 9$ Н.</p>
<p>13</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 12$ Н; $F_2 = 12$ Н; $F_3 = 12$ Н; $F_4 = 12$ Н.</p>	<p>14</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 10$ Н; $F_2 = 10$ Н; $F_3 = 10$ Н; $F_4 = 10$ Н.</p>

<p>15</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 8 \text{ Н};$ $F_2 = 8 \text{ Н};$ $F_3 = 8 \text{ Н};$ $F_4 = 8 \text{ Н}.$</p>	<p>16</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 5\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_2 = 5\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_3 = 5 \text{ Н};$ $F_4 = 5\sqrt{2} \text{ Н}.$</p>
<p>17</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 5\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_2 = 5\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_3 = 5 \text{ Н};$ $F_4 = 10\sqrt{2} \text{ Н}.$</p>	<p>18</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 4\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_2 = 4 \text{ Н};$ $F_3 = 4 \text{ Н};$ $F_4 = 8 \text{ Н}.$</p>
<p>19</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 9\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_2 = 9\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_3 = 9 \text{ Н};$ $F_4 = 9 \text{ Н}.$</p>	<p>20</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 4\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_2 = 4\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_3 = 4 \text{ Н};$ $F_4 = 4 \text{ Н}.$</p>
<p>21</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 3\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_2 = 3\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_3 = 3 \text{ Н};$ $F_4 = 3 \text{ Н}.$</p>	<p>22</p>  <p><i>Дано:</i> $F_1 = 5\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_2 = 10\sqrt{2} \text{ Н};$ $F_3 = 5 \text{ Н};$ $F_4 = 5\sqrt{2} \text{ Н}.$</p>

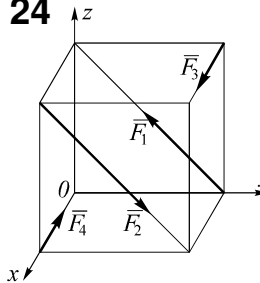
23*Дано:*

$F_1 = 7\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_2 = 7\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_3 = 7 \text{ Н};$

$F_4 = 7\sqrt{2} \text{ Н}.$

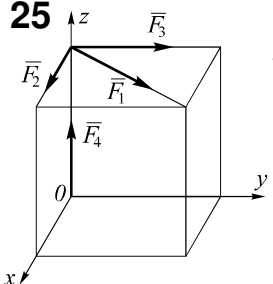
24*Дано:*

$F_1 = 5\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_2 = 6\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_3 = 6 \text{ Н};$

$F_4 = 6 \text{ Н}.$

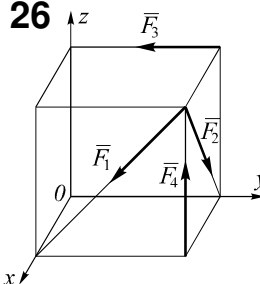
25*Дано:*

$F_1 = 11\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_2 = 4 \text{ Н};$

$F_3 = 4 \text{ Н};$

$F_4 = 10 \text{ Н}.$

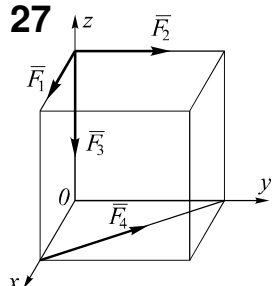
26*Дано:*

$F_1 = 16\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_2 = 16\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_3 = 4 \text{ Н};$

$F_4 = 16 \text{ Н}.$

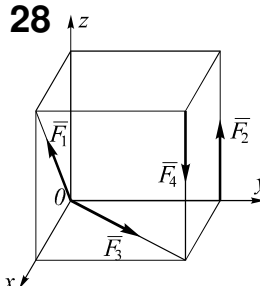
27*Дано:*

$F_1 = 8 \text{ Н};$

$F_2 = 8 \text{ Н};$

$F_3 = 16 \text{ Н};$

$F_4 = 8\sqrt{2} \text{ Н}.$

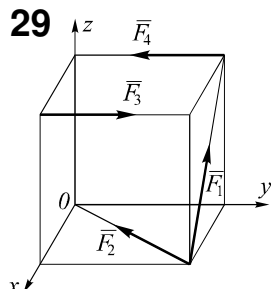
28*Дано:*

$F_1 = 14\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_2 = 14 \text{ Н};$

$F_3 = 14\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_4 = 14 \text{ Н}.$

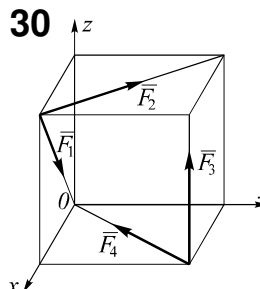
29*Дано:*

$F_1 = 5\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_2 = 5\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_3 = 5 \text{ Н};$

$F_4 = 5 \text{ Н}.$

30*Дано:*

$F_1 = 3\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_2 = 3\sqrt{2} \text{ Н};$

$F_3 = 3 \text{ Н};$

$F_4 = 3\sqrt{2} \text{ Н}.$

8 ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Центром тяжести тела называется точка приложения его силы тяжести.

Для нахождения положения центра тяжести используют следующие способы:

1 *Метод симметрии.* У однородного тела, имеющего плоскость, ось или центр симметрии, центр тяжести находится соответственно в плоскости, на оси или в центре симметрии.

2 *Метод разбиения на части.* Если тело имеет сложную форму, его разбивают на части, положения центров тяжести которых известны (формулы для расчета площадей и координат центров тяжести некоторых плоских фигур приведены в таблице 8.1):

$$x_C = \frac{\sum x_i G_i}{\sum G_i}; \quad y_C = \frac{\sum y_i G_i}{\sum G_i}; \quad z_C = \frac{\sum z_i G_i}{\sum G_i},$$

где x_i, y_i, z_i – координаты центров тяжести элементарных частей, м;

G_i – сила тяжести, действующая на i -ю часть, Н.

Координаты центра тяжести объемного тела постоянной плотности находятся по формулам

$$x_C = \frac{\sum x_i V_i}{\sum V_i}; \quad y_C = \frac{\sum y_i V_i}{\sum V_i}; \quad z_C = \frac{\sum z_i V_i}{\sum V_i},$$

где x_i, y_i, z_i – координаты центров тяжести элементарных частей,

V_i – объем i -й части.

Если тело представляет собой однородную пластину постоянной толщины, то координаты ее центра тяжести

$$x_C = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}; \quad y_C = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i},$$

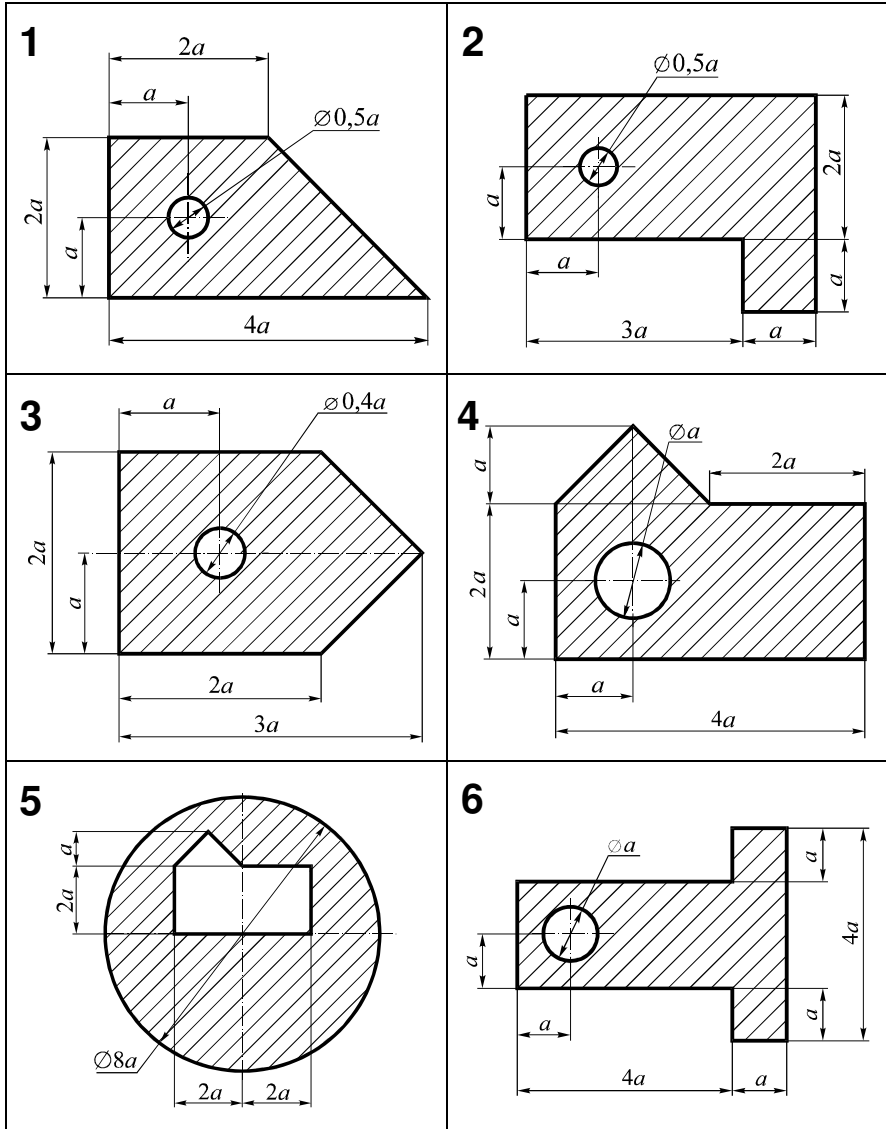
где A_i – площадь i -го элемента.

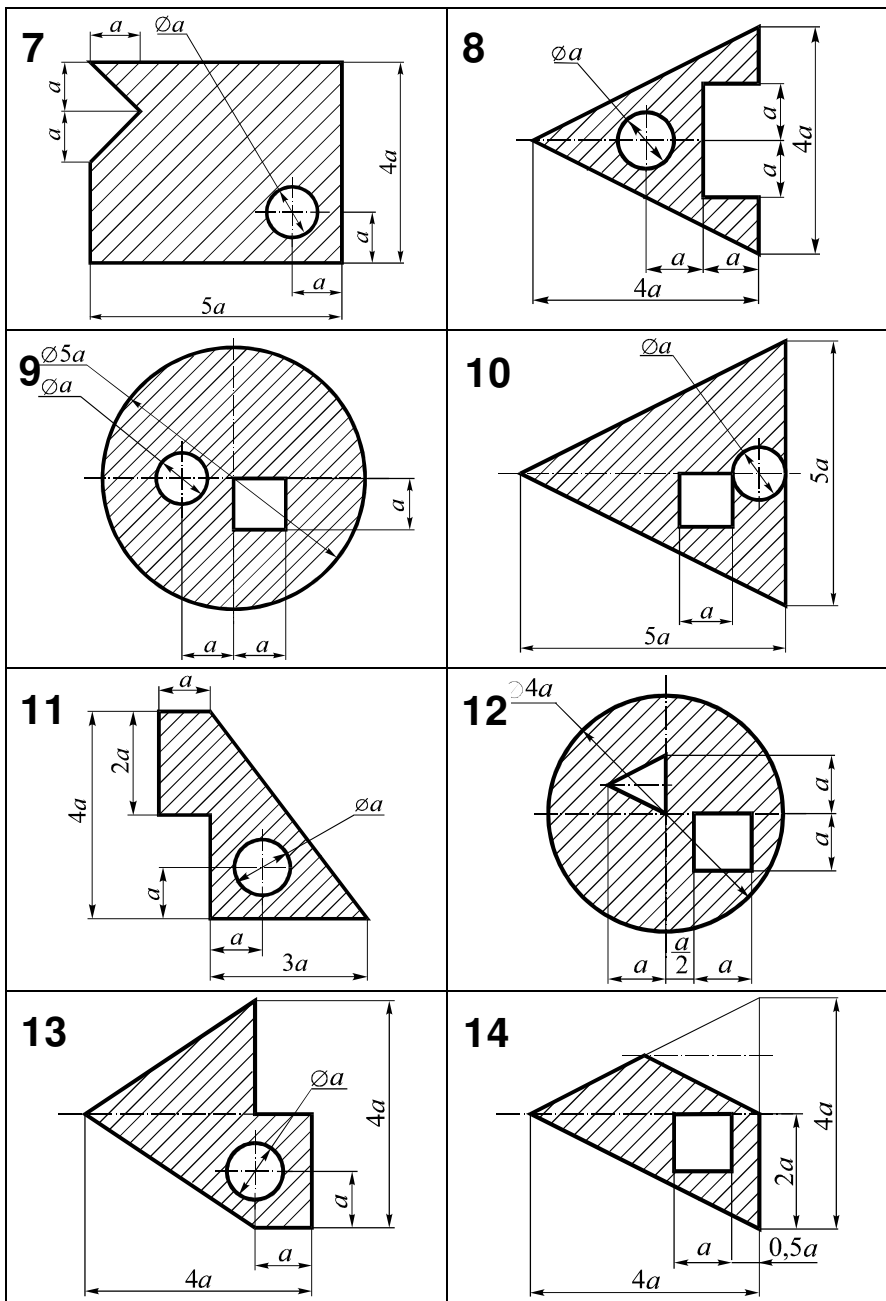
3 *Метод отрицательных сил тяжести.* При нахождении положения центра тяжести тела, имеющего вырезы, полости, отверстия и т.п., используется метод разбиения на части, причем считается, что полости (их площади, объемы) имеют отрицательный вес.

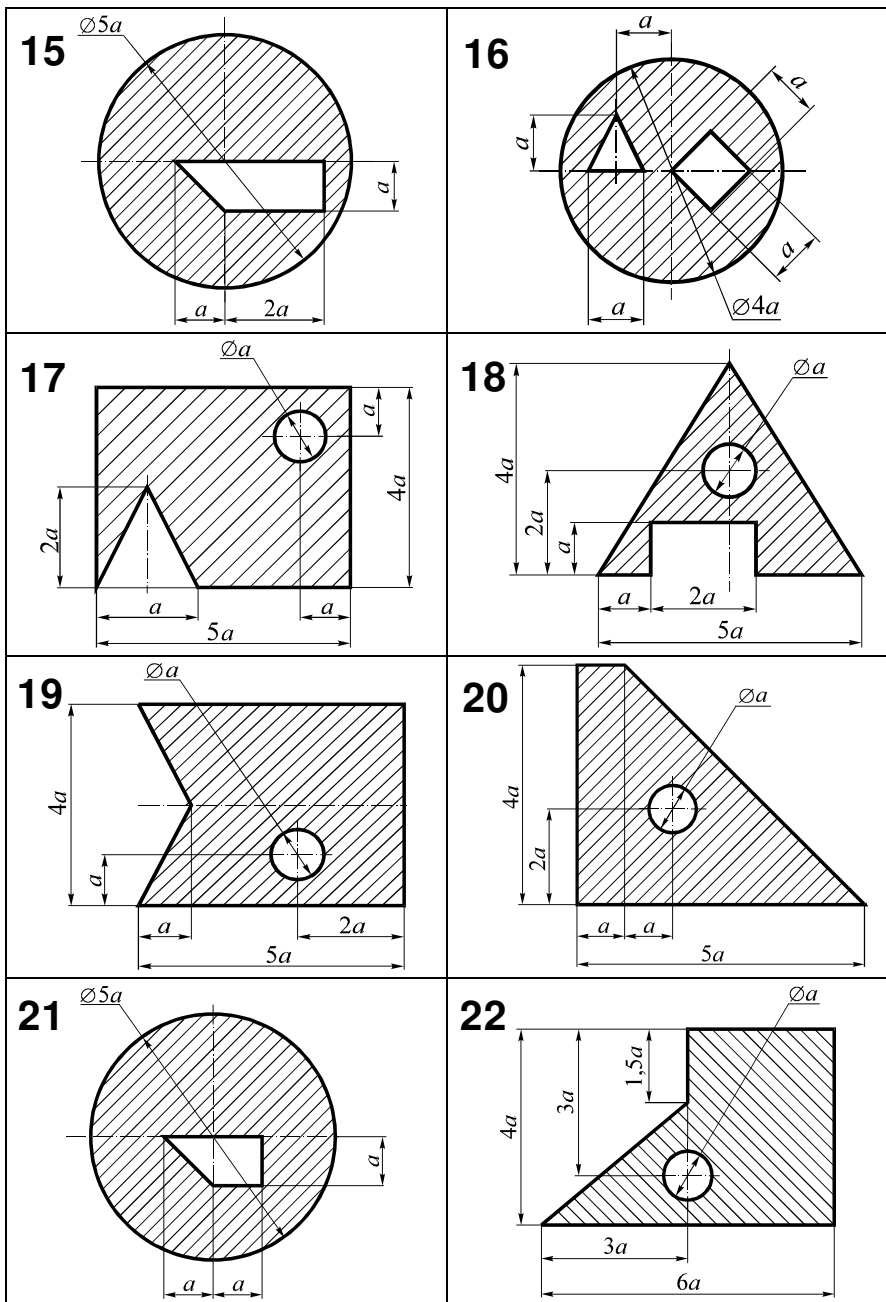
У плоских фигур центр тяжести находится на пересечении медиан в треугольнике, в центре окружности для круглой пластины, на пересечении диагоналей в прямоугольнике.

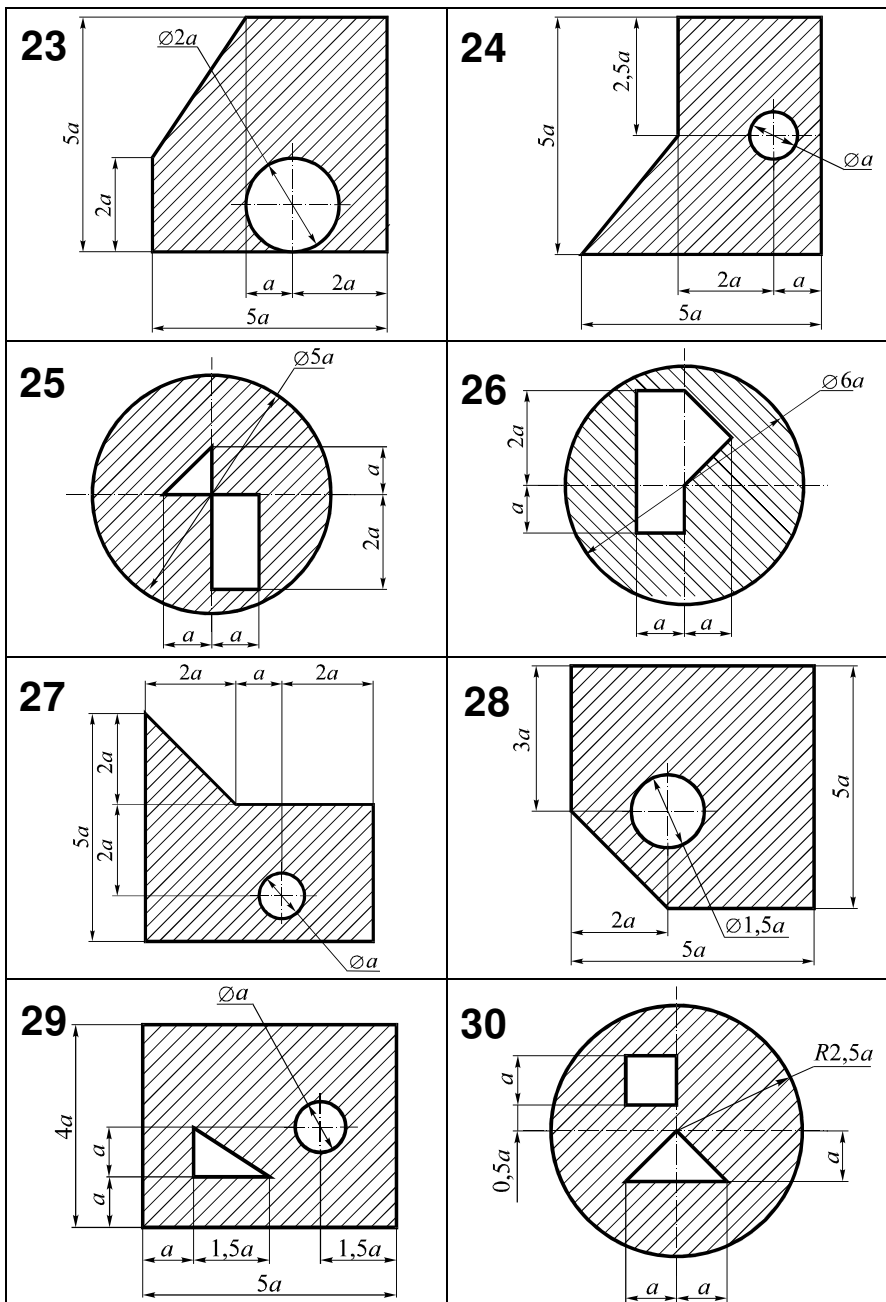
Задача 14. Расчет координат центра тяжести плоского сечения

Определить положение центра тяжести изображенной плоской фигуры, считая размер a известным.



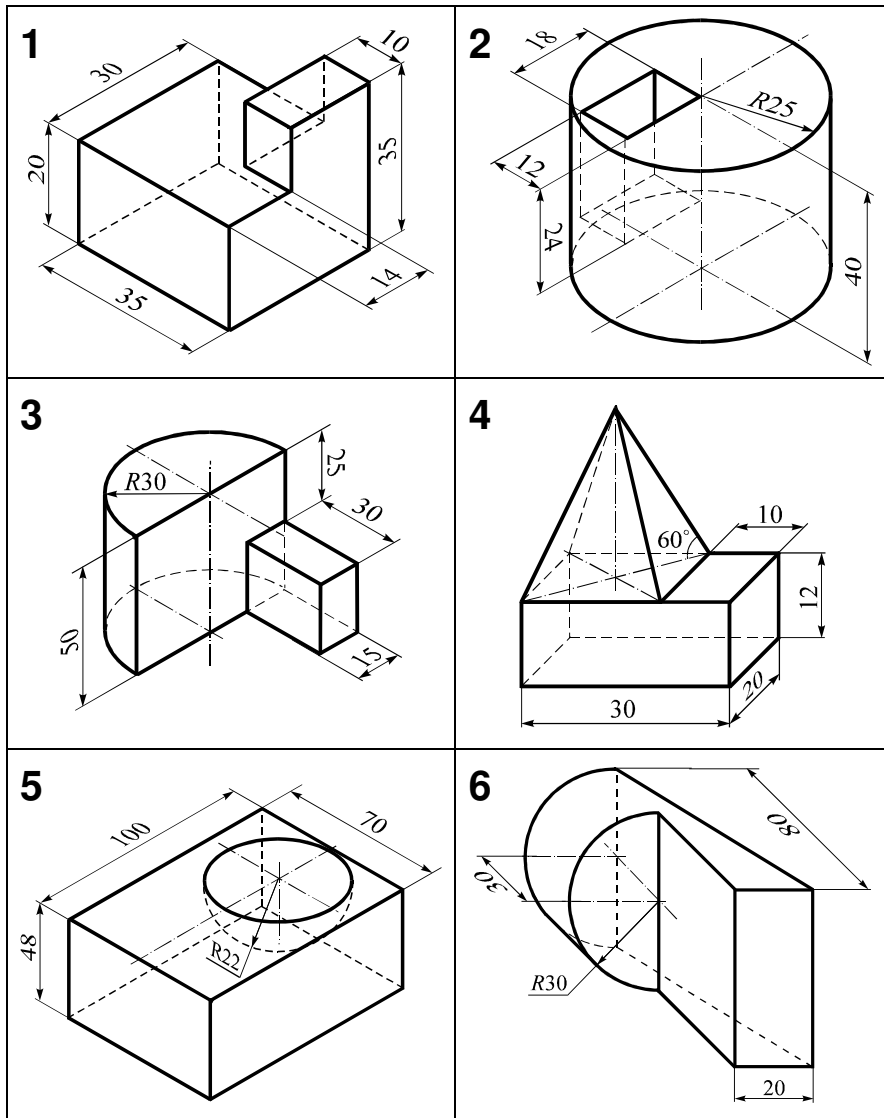




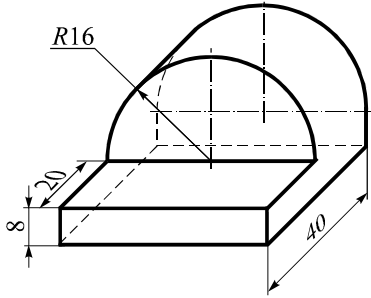


Задача 15. Определение положения центра тяжести объемного тела

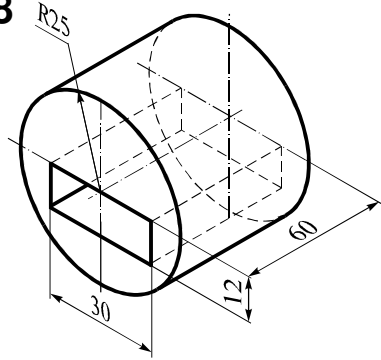
Определить положение центра тяжести твердого тела. Размеры указаны на чертеже.



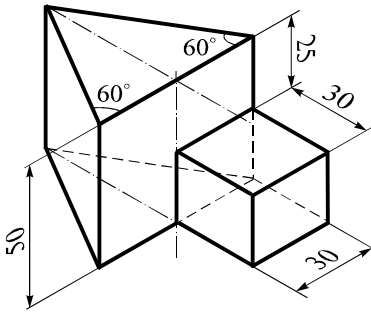
7



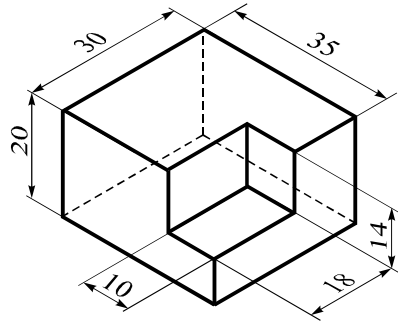
8



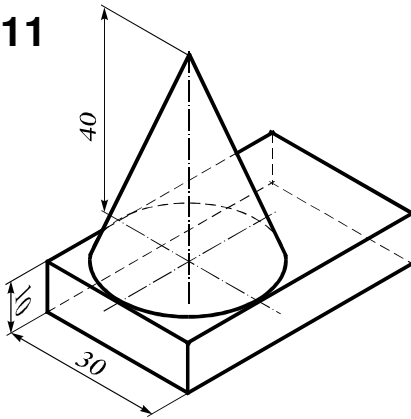
9



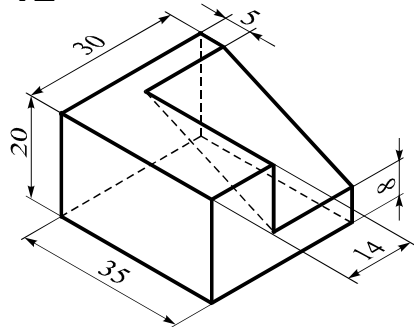
10



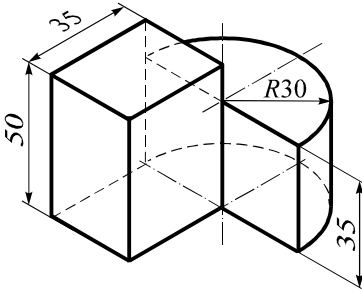
11



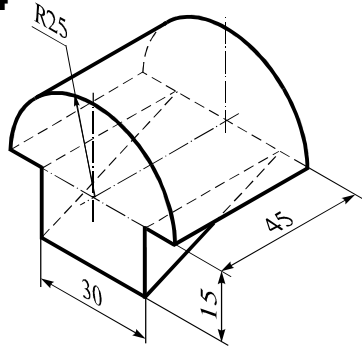
12



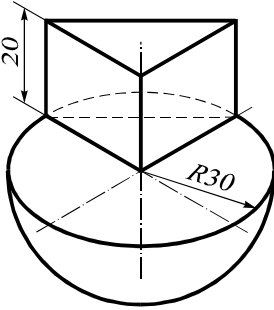
13



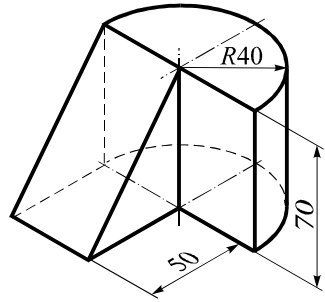
14



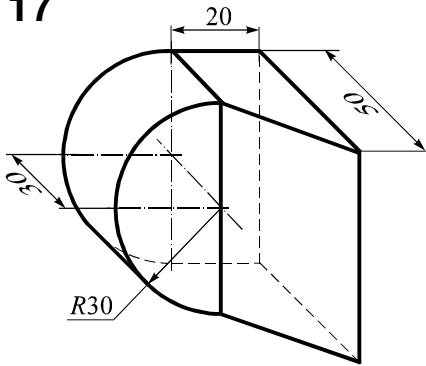
15



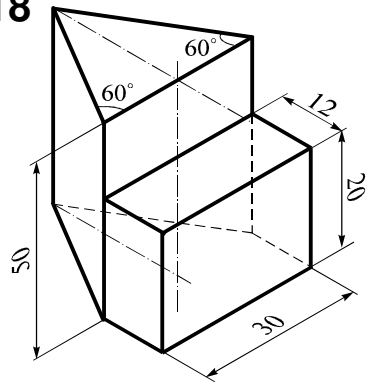
16



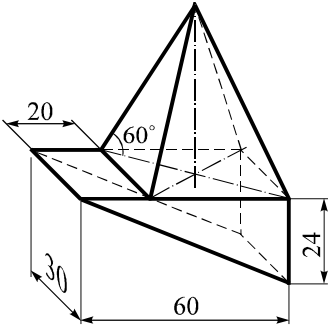
17



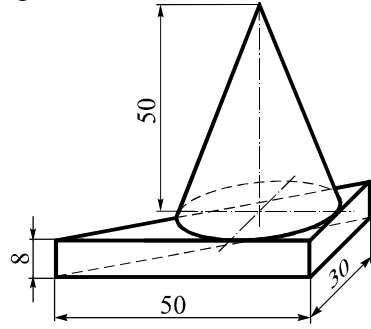
18



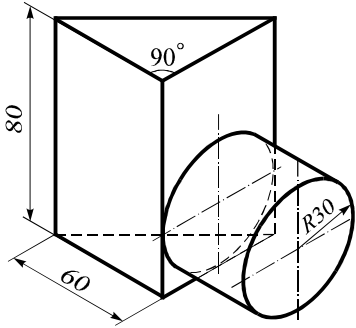
19



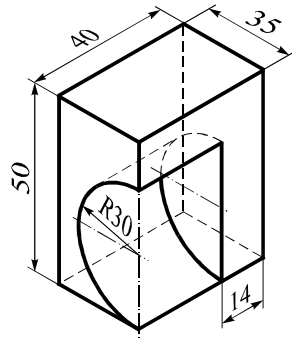
20



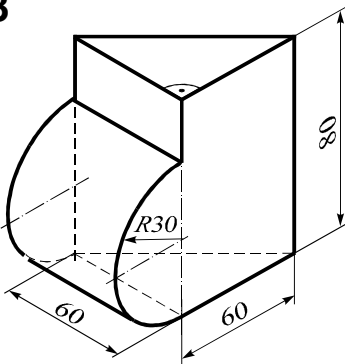
21



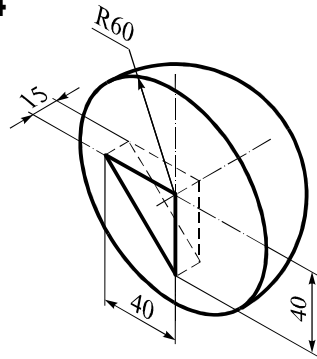
22



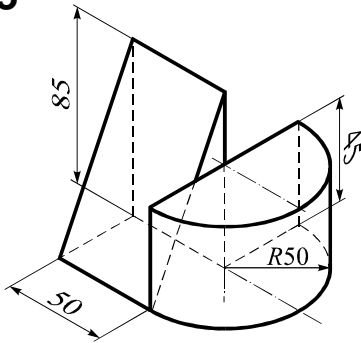
23



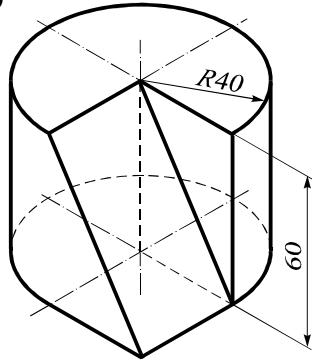
24



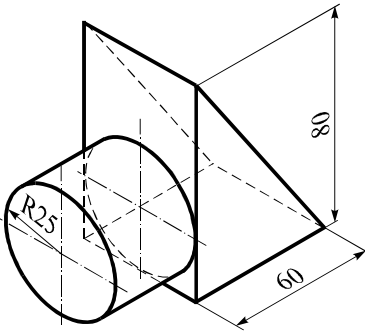
25



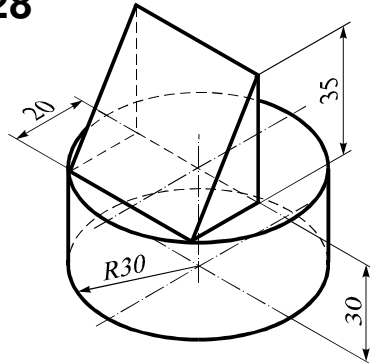
26



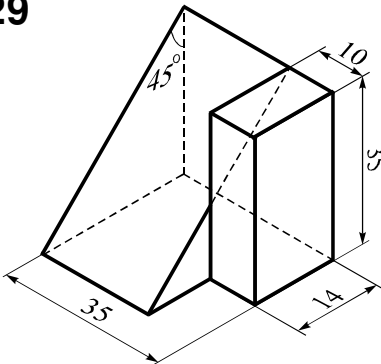
27



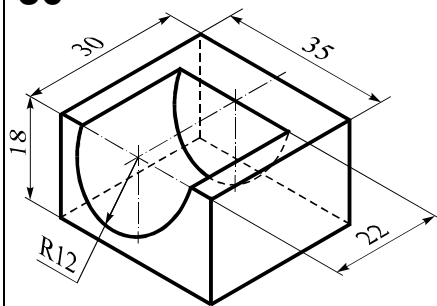
28



29



30



СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Бать, М. И.** Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон.– М. : Наука, 1991. – 638 с.
- 2 **Бутенин, Н. В.** Курс теоретической механики / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – СПб. : Лань, 1998. – 736 с.
- 3 **Диевский, В. А.** Теоретическая механика. Сборник заданий : учеб. пособие. – 2-е изд., исправл. / В. А. Диевский, И. А. Малышева. – СПб. : Лань, 2009. – 192 с.
- 4 Сборник задач для контрольных работ по теоретической механике. Раздел «Статика» : практ. для студентов технических вузов / З. Г. Ефремова [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 1998. – 56 с.
- 5 **Кузёмкина, Г. М.** Теоретическая механика. Раздел «Статика» (Обзор материала и задания для контрольных работ) : учеб.-метод. пособие.– 2-е изд., испр. / Г. М. Кузёмкина, И. Е. Кракова, Д. А. Черноус. – Гомель : БелГУТ, 2007. – 68 с.
- 6 **Мещерский, И. В.** Задачи по теоретической механике : учеб. пособие. – 51-е изд., стер. / И. В. Мещерский; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. – СПб. : Лань, 2012. – 448 с.
- 7 **Тарг, С. М.** Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – М. : Высшая школа, 1995. – 416 с.
- 8 **Шимановский, А. О.** Теоретическая механика. Ч. 1. Статика / А. О. Шимановский. – Гомель : БелГУТ, 1998.— 72 с.
- 9 **Эрдеди, А. А.** Теоретическая механика. Сопротивление материалов : учеб. пос. для студ. учрежд. средн. проф. образ. / А. А. Эрдеди, Н. А. Эрдеди. – М. : Академия, 2007. – 320 с.

Учебное издание

ШИМАНОВСКИЙ Александр Олегович
ЗАВОРОТНЫЙ Александр Владимирович
КУЗНЕЦОВА Марина Григорьевна

Задачи для контрольных работ по теоретической механике.

Раздел «Статика»

Учебно-методическое пособие для студентов транспортных специальностей

Редактор *И. И. Эвентов*

Технический редактор *В. Н. Кучерова*

Подписано в печать 05.05.2016 г. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 5,12. Уч.-изд. л. 4,87. Тираж 300 экз.
Зак. № . Изд. № 14.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский государственный университет транспорта.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий

№ 1/361 от 13.06.2014.

№ 2/104 от 01.04.2014.

Ул. Кирова, 34, 246653, г. Гомель