

Но в данном случае подобный расчёт вряд ли целесообразен из-за практического отсутствия нагрузок на изогнутую полку уголка. На наш взгляд, не перегрузки, а коррозия металла уголка в зоне возможного образования микротрещин представляет собою более существенную угрозу его долговечности. Для предупреждения коррозии можно обезжирить и покрыть зону изгиба каким-либо защитным покрытием. Однако это мероприятие может оказаться чрезмерно дорогим по сравнению со стоимостью замены разрушившегося уголка, и потому здесь желателен экономический расчёт для определения целесообразности проведения антикоррозионных мероприятий.

Заключение. Существует ряд объективных причин, влияющих на работоспособность элементов верхнего строения подкранового пути козлового крана, в том числе и механической системы «колесо – рельс – уголок – закладная деталь – полушпала». К ним относятся: отклонение реальной мощности двигателей от номинальной после перемотки; одновременное начало работы электродвигателей; разница в тяговых силах на левом и правом маршевых двигателях, движение крана с грузом, несимметрично расположенным относительно рельсов; передвижение крановой тележки с грузом, особенно по консоли крана (со стороны площадки погрузки); перекосное движение; ветровая нагрузка и др. Эти объективные причины нельзя устранить, можно только уменьшить последствия их влияния на эксплуатационную надёжность посредством усиления конструкции подкранового пути. Указанные факторы являются как возможными причинами трещинообразования на железобетонных полушпалах, так и повышенного бокового износа рельсов.

Получено 25.09.2007

**ISBN 978-985-468-405-5. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 2. Гомель, 2008**

УДК 536.758

А. Н. КАМЛЮК, В. Л. КОШМАН

Белорусский государственный технологический университет, Минск

ВЛИЯНИЕ ЖЕСТКОСТИ ГИСТОНА И ДЛИНЫ НАВИВКИ НА НАТЯЖЕНИЕ МОЛЕКУЛЫ ДНК

В работе представлены зависимости для расчета натяжения молекулы ДНК, навивкой на гистоны. Молекула моделировалась упругим стержнем с постоянным поперечным сечением, а гистоны – пустотелой цилиндрической оболочкой. Проведен анализ влияния жесткости гистона и длины навивки на натяжение молекулы ДНК.

Введение. Эукариотическая хромосома содержит одну очень длинную молекулу двуспиральной ДНК, которая упакована при помощи белков. Средняя длина ДНК одной хромосомы человека составляет около 2 сантиметров, таким образом все 46 хромосом дают суммарную длину ДНК около метра, что намного превышает линейные размеры клетки, и, тем более, клеточного ядра. Упаковка ДНК реализуется на нескольких уровнях. Первым уровнем укладки является нуклеосома, которая включает 1,75 витка ДНК, намотанных на внешнюю поверхность белкового ядра, состоящего из восьми гистоновых белков. Миллионы «бусинок»-нуклеосом расположены вдоль всей хромосомной ДНК (рисунок 1). «Нить с бусинками» затем многократно складывается и в результате достигается уменьшение линейных размеров ДНК по сравнению с длиной хромосом в десятки тысяч раз [1, 2].

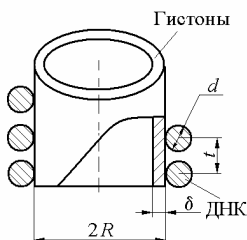


Рисунок – 1 Схема хромосомной ДНК, состоящей из «бусинок»-нуклеосом, расположенных вдоль общей оси (R – радиус гистонов, d – диаметр молекулы ДНК, δ – толщина стенки оболочки)

Возможность использования конденсации ДНК в геномной инженерии и биоэлектронике (см. обзор [3]) вызвала повышенный интерес к исследованию данного процесса как со стороны экспериментаторов [4], так и теоретиков [5].

Постановка задачи. Рассмотрим проблему оценки натяжения ДНК, навитой на гистоны. Для того чтобы решить данную задачу в замкнутой форме, необходимо принять следующие упрощающие предположения: 1) гистоны заменяются пустотелой цилиндрической оболочкой; 2) цилиндрическая оболочка предполагается длинной, так что влиянием ее концов и первых витков молекулы ДНК, находящихся в особых условиях, можно пренебречь; 3) молекула ДНК, навиваемая на цилиндрическую оболочку, заменяется упругим цилиндрическим стержнем с постоянным поперечным сечением; 4) витки упругого стержня, лежащие на оболочке по винтовой линии, заменяют кольцами (следовательно, задача рассматривается как осесимметричная).

В результате приходим к следующей задаче: на цилиндрическую оболочку одно за другим надеваются кольца (витки), начальное натяжение которых равно натяжению наматываемой молекулы ДНК T_0 . Этой величине равно на-

тяжение и последнего наложенного витка, а натяжение остальных витков неизвестно.

Рассмотрим, как изменяется натяжение некоторого витка A при наложении последнего витка (рисунок 2), используя методику, изложенную в работе [6]. Интенсивность нагрузки q_0 , передаваемой на цилиндрическую оболочку последним витком, прямо пропорциональна T_0 и обратно пропорциональна радиусу R . Это следует из условий равновесия полувитка молекулы ДНК (рисунок 2).

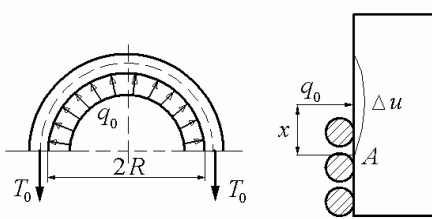


Рисунок 2 – Расчетная схема навивки ДНК на гистоны

Давление, обусловленное нагрузкой q_0 , вызовет радиальное смещение стенки цилиндрической оболочки Δu , определяемое соотношением

$$\Delta u = q_0 f(x) = \frac{T_0}{R} f(x),$$

где $f(x)$ – смещение, вызванное кольцевой нагрузкой единичной интенсивности на расстоянии x от места ее приложения. Это смещение определяется с учетом того, что ниже от места приложения нагрузки уже намотаны витки молекулы ДНК, представляющие собой упругое основание для стенки цилиндрической оболочки.

Изменение натяжения ΔT в витке A определим, рассматривая изменение длины витка. При изменении радиуса на Δu длина витка изменяется на $2\pi\Delta u$. Тогда относительное удлинение можно определить как

$$\varepsilon = -\frac{2\pi\Delta u}{2\pi R} = -\frac{\Delta u}{R}.$$

В результате изменение натяжения молекулы ДНК

$$\Delta T = E_k F \varepsilon = -\frac{E_k F}{R} \Delta u, \quad (1)$$

где E_k – приведенный модуль упругости молекулы ДНК; F – площадь поперечного сечения молекулы ДНК.

Подставляя в выражение для ΔT величину Δu , получим:

$$\Delta T = -T_0 \frac{E_k F}{R^2} f(x).$$

Полное натяжение в витке T равно сумме первоначального его натяжения T_0 и приращений натяжения при накладывании всех последующих витков, находящихся на расстояниях $t, 2t, 3t, \dots, (x-t), x$ от данного, т. е.

$$T = T_0 - T_0 \frac{E_k F}{R^2} (f(t) + f(2t) + \dots + f(x-t) + f(x)),$$

где t – шаг навивки.

Учитывая, что шаг навивки молекулы ДНК обычно мал, по сравнению с величиной $L = \sqrt{R\delta}$, характеризующей длину волн при изгибных деформациях стенки цилиндрической оболочки, можем сумму, стоящую в скобках, заменить приближенно интегралом:

$$f(t) + f(2t) + f(3t) + \dots + f(x-t) + f(x) \approx \frac{1}{t} \int_0^x f(x) dx.$$

Таким образом, для натяжения любого витка, находящегося на расстоянии x от последнего, получаем формулу

$$T = T_0 \left[1 - \frac{E_k F}{R^2 t} \int_0^x f(x) dx \right]. \quad (2)$$

Для применения формулы (2) необходимо знать функцию $f(x)$, т. е. величину радиального смещения на расстоянии x от места приложения кольцевой нагрузки единичной интенсивности.

Поиск функции $f(x)$. Вычисление функции $f(x)$ затрудняется в связи с тем, что деформации цилиндрической оболочки определяются не только приложенной единичной нагрузкой. Необходимо также учитывать, что при приложении нагрузки изменяется давление на оболочку, оказываемое ранее навитыми витками молекулы ДНК.

Для симметрично нагруженной цилиндрической оболочки справедливо следующее дифференциальное уравнение, определяющее ее радиальные смещения u :

$$u^{IV} + 4k^4 u = \frac{p}{D},$$

где $k^4 = \frac{3(1-\mu^2)}{\delta^2 R^2}$, $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$, p – внешнее давление, действующее на ци-

линдрическую оболочку, E – модуль упругости цилиндрической оболочки, μ – коэффициент Пуассона.

Внутренние усилия в сечении стенки оболочки, перпендикулярном к оси вращения, выражаются через смещение u по формулам:

$$M_x = D \frac{d^2 u}{dx^2}; \quad Q_x = D \frac{d^3 u}{dx^3},$$

где M_x и Q_x – соответственно изгибающий момент и поперечная сила, отнесенные к единице длины дуги.

Изменение радиальных смещений стенки оболочки Δu при положении единичной нагрузки определяется уравнением

$$(\Delta u)^{IV} + 4k^4 \Delta u = \frac{\Delta p}{D}.$$

Расположим начало координат в точке, где прикладывается единичная нагрузка, и направим ось x вверх (рисунок 3).

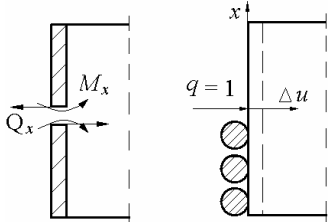


Рисунок 3 – К определению внутренних усилий в цилиндрической оболочке

На верхней части гистона, где молекулы ДНК еще нет, внешнее давление отсутствует, поэтому для этой части справедливо следующее уравнение:

$$(\Delta u)^{IV} + 4k^4 \Delta u = 0. \quad (3)$$

На нижнюю часть гистона давление оказывают ранее навитые витки молекулы ДНК. Интенсивность нагрузки на единицу длины витка, передаваемой на гистон, определяется как $q = T / R$. Эту нагрузку можно с достаточной точностью заменить давлением, распределенным по поверхности гистона $p = T / (R t)$.

Изменение этого давления в связи с приложением единичной нагрузки с учетом (1) имеет вид

$$\Delta p = -\frac{E_k F}{R^2 t} \Delta u.$$

Подставляя эту величину в дифференциальное уравнение смещений, получим для нижней, занятой молекулой ДНК, части гистона зависимость

$$(\Delta u)^{IV} + 4k^4 \Delta u = -\frac{E_k F}{DR^2 t} \Delta u$$

или

$$(\Delta u)^{IV} + 4k_1^4 \Delta u = 0, \quad (4)$$

где $4k_1^4 = \frac{12(1-\mu^2)}{R^2 \delta^2} \left(1 + \frac{E_k F}{E \delta t}\right)$.

Общее решение уравнения (4) для нижней части гистона можно представить в следующей форме:

$$\Delta u = e^{-k_1 x} (C_1 \sin k_1 x + C_2 \cos k_1 x) + e^{-k_1 x} (C_3 \sin k_1 x + C_4 \cos k_1 x), \quad (5)$$

где C_1, \dots, C_4 – постоянные интегрирования.

Так как цилиндрическую оболочку считаем длинной, то в решении должны отсутствовать члены, неограниченно возрастающие с удалением от начала координат. Следовательно, $C_3 = C_4 = 0$.

Точно также и на верхнем участке, для которого справедливо дифференциальное уравнение (3), получим решение, убывающее с удалением от начала координат:

$$\Delta u_2 = e^{kx} (B_1 \sin kx + B_2 \cos kx). \quad (6)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяем из условий сопряжения участков, т. е.:

- 1) равенства смещений $(\Delta u)_{x=0} = (\Delta u_2)_{x=0}$;
- 2) равенства углов поворота $(\Delta u)'_{x=0} = (\Delta u_2)'_{x=0}$;
- 3) равенства изгибающих моментов (моменты пропорциональны $(\Delta u)''$) $(\Delta u)''_{x=0} = (\Delta u_2)''_{x=0}$;
- 4) условия, связывающего между собой поперечные силы для нижнего и верхнего участков (следует из рассмотрения равновесия элемента оболочки, к которому приложена единичная нагрузка) $(\Delta u)'''_{x=0} - (\Delta u_2)'''_{x=0} = \frac{1}{D}$.

Из этих четырех условий с учетом выражений для Δu и Δu_2 , получены постоянные интегрирования:

$$C_1 = \frac{1}{2D(k_1 + k)(k_1^2 + k^2)} \frac{k}{k_1}, \quad C_2 = \frac{1}{2D(k_1 + k)(k_1^2 + k^2)}.$$

Подставляя C_1 и C_2 в формулу (5), получим величину смещения, вызванного единичной нагрузкой, т. е. функцию:

$$f(x) = \Delta u = \frac{1}{2D(k_1 + k)(k_1^2 + k^2)} e^{-kx} \left(\frac{k}{k_1} \sin k_1 x - \cos k_1 x \right).$$

Затем вычислим интеграл, который нужен для определения натяжения молекулы ДНК по формуле (2):

$$\int_0^x f(x) dx = \frac{1}{4Dk_1^2(k_1^2 + k^2)} \left[1 - e^{-k_1 x} \left(\cos k_1 x - \frac{k_1 - k}{k_1 + k} \sin k_1 x \right) \right].$$

Подставляя это выражение в формулу (2) и заменяя D , k и k_1 их значениями, получим искомое выражение для определения натяжения молекулы ДНК:

$$T = T_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{E_k F}{E \delta t}}} + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{E_k F}{E \delta t}}} \right) \left(\cos k_1 x - \frac{k_1 - k}{k_1 + k} \sin k_1 x \right) e^{-k_1 x} \right]. \quad (7)$$

Результаты расчетов и их обсуждение. Как видно из формулы (7), отношение натяжения молекулы ДНК, навитой на гистоны, к натяжению ее в процессе навивки зависит от длины навивки x и жесткости гистонов, определяемой через толщину стенки оболочки. Для численной оценки влияния указанных параметров положим $E_k = E$, $t = 8$ ангстрем, $R = 35$ ангстрем, а диаметр молекулы ДНК $d = 20$ ангстрем [1, 2].

Из-за наличия экспоненциального множителя в уравнении (7) второй член, содержащий x , быстро убывает с его возрастанием. Поэтому на некотором расстоянии от последнего витка натяжение молекулы ДНК, навитой на гистон, является практически постоянным:

$$T_1 = \frac{T_0}{\sqrt{1 + \frac{E_k F}{E \delta t}}} \quad (8)$$

По этой причине, чтобы явно исследовать влияние параметра x , устремим δ к нулю, что соответствует очень малой жесткости гистонов. В этом случае получаем зависимость, представленную на рисунке 4. С ростом x натяжение T уменьшается по отношению к T_0 . Для оценки жесткости гистонов воспользуемся уравнением (8). Как видно из рисунка 5, с ростом толщины стенки δ значение натяжения молекулы ДНК T возрастает и, в частном случае, при толщине стенки, равной радиусу гистонов, принимает значение $0,65 T_0$.

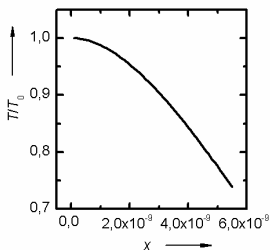


Рисунок 4 – Зависимость натяжения молекулы ДНК от расстояния до последнего витка

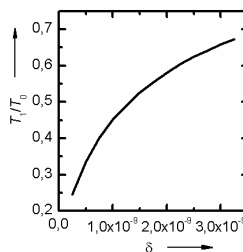


Рисунок 5 – Зависимость натяжения молекулы ДНК от условной толщины стенки гистона

Работа выполнена при поддержке гранта Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований Ф07М-024.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Зенгер, В.** Принципы структурной организации нуклеиновых кислот / В. Зенгер. – М. : Мир, 1987. – 584 с.
- 2 **Мушкамбаров, Н. Н.** Аналитическая биохимия / Н. Н. Мушкамбаров. М. : Экспедитор, 1996. – Т. 2. – 798 с.

3 **Трейф, В. Б.** Конденсация ДНК, вызванная адсорбцией лигандов / В. Б. Трейф, Д. Ю. Ландо // Мол. биол. – 2001. – Т. 35, № 2. – С. 285–297.

4 **Лиманская, Л. А.** S-форма ДНК – суперспиральная ДНК с 1.94–2.19 Å расстоянием между парами оснований вдоль оси дуплекса / Л. А. Лиманская, А. П. Лиманский // Мол. биол. – 2006. – Т. 40, № 1. – С. 122–136.

5 **Yu, Yang Yang** Elastic theory of nucleosomal DNA / Yang Yang Yu, L. S. Couchman // Proc.R.Soc.Lond.A. – 1997. V.453. – P. 225–254.

6 **Бидерман, В. Л.** Определение натяжения стального каната, навитого на барабан грузоподъемного устройства / В. Л. Бидерман. М. : Машиниздат. – 1985. – Вып. 2. – С. 47–54.

Получено 30.05.2007

**ISBN 978-985-468-405-5. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 2. Гомель, 2008**

УДК 656.225.073.4

О. В. КОЗУНОВА

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

УЧЕТ НЕЛИНЕЙНОСТИ ОСНОВАНИЯ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Рассматривается упругая балка конечной длины на упругом физически нелинейном основании под действием нагрузки. Балка симметрична относительно вертикальной оси. Балка массивная, условия прилипания: без отрыва балки от основания. *Граничные условия задачи:* на границе расчетной области основания перемещения равны нулю; на поверхности основания, вне контакта балки с основанием, реактивные давления равны нулю. Нелинейность основания описывается функцией пластичности. Решение краевой задачи строится в перемещениях, численно, с использованием метода последовательных приближений.

Из практики известно, что грунты представляют собой *неоднородное* твердое тело. Поэтому зависимость между напряжениями и деформациями для большинства видов грунтов имеет явно *нелинейный* характер и грунты следует рассматривать как *нелинейно* деформируемую среду, подчиняющуюся общим закономерностям теории малых упругопластических деформаций, разработанной А. А. Ильюшиным, В. В. Соколовским [1, 2].

Постановка краевой задачи. Рассматривается упругая балка конечной длины $2l$, на упругом физически нелинейном основании под действием нагрузки $q(x)$, P . Балка симметрична относительно оси Y , предполагаемая глина расчетной области $h = 3l$ (рисунок 1).