

I. A. VOROZHUN, A. V. ZAVOROTNY

MATHEMATICAL COLLISION SIMULATION OF PLATFORM WITH THREE-TIERED TUBES AND CAR WALL

In this paper using the method of mathematical simulation the influence of fastening element rigidity on the longitudinal displacement of tube tiers and the dynamic forces in tube mounting to the platform frame during its collision with a group of stationary cars has been investigated. The estimated results are given.

Получено 07.12.2009

**ISBN 978-985-468-707-0. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 4. Гомель, 2010**

УДК 612.76

Д. В. ГЛИНСКИЙ, Д. А. ЧЕРНОУС

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

АНАЛИЗ РАВНОВЕСИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ОПОРНО-ДВИГАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА

Разработана новая биомеханическая модель руки человека в виде стержневого двухзвенника, содержащего две упругие связи, соответствующие мышцам бицепса и трицепса. На основе соотношений статики твердого тела произведен анализ данной модели при выполнении физического упражнения – «подъем груза». Получены расчетные зависимости координат звеньев модели, силы натяжения в пассивной мышце и реакций в суставах от значения сжимающей силы, генерируемой в одной из мышц при активизации сократительной функции.

Введение. Снижение травматизма, повышение уровня безопасности и комфортности производственных процессов подразумевает не только оптимизацию конструкции технических систем, но и возможность прогнозировать нагрузки, действующей на организм человека при выполнении различных операций. Подобранный прогноз может быть осуществлен на основе биомеханических моделей опорно-двигательного аппарата [1–3]. Данные модели представляют собой системы шарнирно соединенных абсолютно жестких массивных стержней. В большинстве известных биомеханических моделей [2, 3] действие мышц и соединительных тканей сводится к активным и реактивным парам сил, приложенным в суставах. В отдельных публикациях [4] анализируемые стержневые системы содержат упругие связи, моделирующие мышцы в пассивном состоянии. Однако в известных работах отсутствует описание элементов опорно-двигательного аппарата при комплексном учете упругости мышц в пассивном состоянии и генерации в мышце сжимающей силы при активизации сократительной активности. Учет этих явлений позволит существенно повысить информативность результатов использования биомеханических моделей.

Одним из основных фрагментов опорно-двигательного аппарата, определяющих эффективность выполнения различных манипуляций, является скелетно-мышечная система верхней конечности (руки). В связи с этим, цель работы – создание и анализ биомеханической модели руки человека, содержащей элементы, моделирующие как активные сжимающие силы в мышцах, так и упругость мышц, находящихся в пассивном состоянии.

Описание модели. В работах [3–5] показано, что рука человека может рассматриваться как система двух жестких шарнирно соединенных стержней (рисунок 1). Звено 1 массой m_1 и длиной l_1 в данной системе моделирует плечевую кость, а звено 2 массой m_2 и длиной l_2 – кости предплечья. Шарнир A соответствует плечевому суставу, а шарнир B – локтевому. Для описания процесса поднятия груза 3 массой m_3 в рассматриваемую систему введем две упругие связи 4 и 5. Связь 4 моделирует мышцы бицепса. При активизации сократительной активности в связи 4 генерируется сжимающая активная сила T , что и обуславливает подъем груза. Связь 5 моделирует мышцы трицепса. В процессе подъема груза связь 5 функционирует как упругая нить. То есть, при удлинении связи 5 в ней возникает реакция F .

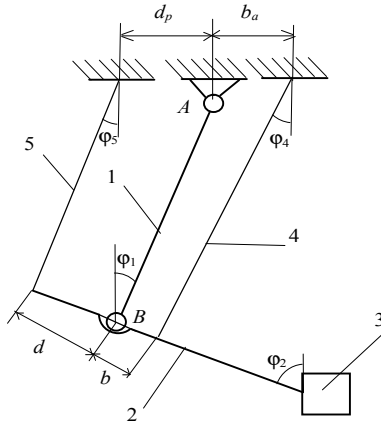


Рисунок 1 – Биомеханическая модель руки человека

Составляя для звеньев 1 и 2 рассматриваемой модели по три уравнения равновесия, получим систему:

$$\begin{aligned}
 R_{Ax} + R_{Bx} &= 0, & R_{Ay} + R_{By} - m_1 g &= 0, \\
 -R_{By} l_1 \sin \varphi_1 + R_{Bx} l_1 \cos \varphi_1 + m_1 g \frac{l_1}{2} \sin \varphi_1 &= 0, \\
 T \sin \varphi_4 + F \sin \varphi_5 - R_{Bx} &= 0, & T \cos \varphi_4 + F \cos \varphi_5 - R_{By} - (m_2 + m_3) g &= 0, \\
 T b \sin(\varphi_2 + \varphi_4) - F d \sin(\varphi_2 + \varphi_5) - [m_2 \left(\frac{l_2}{2} - d\right) + m_3 (l_2 - d)] g \sin \varphi_2 &= 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь R_{Ax} , R_{Ay} – составляющие реакции в плечевом суставе (шарнире A); R_{Bx} , R_{By} – составляющие реакции в локтевом суставе (шарнире B); φ_4 , φ_5 — углы, которые составляют связи 4 и 5 с вертикалью. Значения углов φ_4 , φ_5 связаны со значениями углов φ_1 , φ_2 . Так, при заданных углах φ_1 , φ_2 значения угла φ_4 и текущей длины l_4 связи 4 можно вычислить в результате решения системы двух нелинейных геометрических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} l_1^2 + b_a^2 + 2l_1b_a \sin \varphi_1 &= l_4^2 + b^2 - 2l_4b \cos(\varphi_2 + \varphi_4), \\ l_1^2 + b^2 + 2l_1b \cos(\varphi_1 + \varphi_2) &= l_4^2 + b_a^2 - 2l_4b_a \sin \varphi_4. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Угол φ_5 и длина трицепса l_5 являются решениями системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} l_1^2 + d_p^2 - 2l_1d_p \sin \varphi_1 &= l_5^2 + d^2 + 2l_5d \cos(\varphi_2 + \varphi_5), \\ l_1^2 + d^2 - 2l_1d \cos(\varphi_1 + \varphi_2) &= l_5^2 + d_p^2 + 2l_5d_p \sin \varphi_5. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Сила F прямо пропорциональна относительному удлинению трицепса ε

$$F = \begin{cases} k\varepsilon, & \varepsilon > 0; \\ 0, & \varepsilon \leq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь k – коэффициент жесткости, определяемый упругими свойствами материалов мышечной ткани и геометрическими параметрами мышц. Относительное удлинение

$$\varepsilon = l_5 / l_0 - 1. \quad (5)$$

Здесь l_5 , l_0 – текущая и начальная (при $T = 0$) длины связи 5 соответственно. Длина l_5 определяется как функция углов φ_1 , φ_2 в результате решения системы (3).

При заданных массах (m_1 , m_2 , m_3), геометрических размерах модели (l_1 , l_2 , b_a , b , d_p , d) и силе T , генерируемой в бицепсе, выражения (1) представляют собой систему нелинейных уравнений с шестью неизвестными. С учетом уравнений (2)–(5) в системе (1) неизвестными будут являться: составляющие реакции в плечевом суставе (R_{Ax} , R_{Ay}); составляющие реакции в локтевом суставе (R_{Bx} , R_{By}); углы φ_1 , φ_2 . Набор значений данных величин позволяет описать состояние исследуемой системы при заданной силе T .

Силую нагруженности руки человека будем характеризовать реакциями R_A , R_B в суставах и реакцией F в пассивной мышце. Эквивалентные силы в суставах определяются следующим образом:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2}, \quad R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2}. \quad (6)$$

Сила F вычисляется согласно функциям (4) и (5) после решения системы (3) при значениях углов φ_1 , φ_2 , полученных из системы (1).

Основным геометрическим параметром, характеризующим текущее состояние исследуемой системы при рассматриваемом физическом упражнении

(подъем груза), является вертикальное смещение груза Δh от исходного (при $T = 0$) положения:

$$\Delta h = l_1(1 - \cos \varphi_1) + l_2(1 - \cos \varphi_2). \quad (8)$$

Используем разработанную модель для анализа состояния руки человека в процессе подъема груза при следующих исходных данных: $l_1 = 0,35$ м; $l_2 = 0,37$ м; $b_p = 0,03$ м; $d_a = 0,01$ м; $b = d = 0,01$ м; $m_1 = m_2 = 1$ кг. Данные значения соответствуют средним биометрическим показателям, приведенным в работах [2–5]. Массу поднимаемого груза выберем равной $m_3 = 5$ кг. При заданном значении генерируемой в бицепсе силы T основные параметры, определяющие состояние исследуемой системы ($\varphi_1, \varphi_2, R_A, R_B, F$), вычисляются в результате совместного решения систем (1), (2) и (3). Решение данных систем нелинейных уравнений осуществлено в программной среде MathCAD. При этом в качестве начального приближения выбирались значения искомым, соответствующие исходному ($T = 0$) состоянию системы: $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$; $R_{Ax} = R_{Bx} = F = 0$; $R_{Ax} = (m_1 + m_2 + m_3)g$; $R_{Bx} = (m_2 + m_3)g$.

Полученные расчетные зависимости смещения груза Δh , реакции в плечевом суставе R_A и относительного удлинения трицепса ϵ от значения генерируемой силы T представлены на рисунке 2. Можно отметить (рисунок 2, а), что зависимость смещения Δh от силы T существенно нелинейна и может быть описана степенной функцией $\Delta h \sim T^3$. Наличие в системе упругой связи 5 приводит к уменьшению смещения Δh . Кроме того, действие реакции F обуславливает явление «зашемления». То есть, начиная с некоторого значения T (для рассматриваемого примера ≈ 450 Н), дальнейшее увеличение данной силы не приводит к подъему груза. Для дальнейшего вертикального смещения Δh необходима генерация сжимающей силы не только в бицепсе, но и в других группах мышц опорно-двигательного аппарата. Явление «зашемления» подтверждается экспериментальными биомедицинскими исследованиями [1, 2].

На графике зависимости $R_A(T)$ (рисунок 2, б) можно выделить два характерных участка. При $T < (m_1 + m_2 + m_3)g$ рост силы в бицепсе вызывает снижение реакции в плечевом суставе. При дальнейшей генерации сжимающей силы реакция R_A практически линейно возрастает с ростом силы T . Наличие упругой связи 5 приводит к увеличению значения реакции R_A при $T > (m_1 + m_2 + m_3)g$. Начало «зашемления» сопровождается снижением скорости роста реакции по мере увеличения силы T .

Относительное удлинение мышц трицепса ϵ , зависимость которого от силы T представлена на рисунке 2, в, определяет в соответствии с уравнением (4) значение реакции F в связи 5. Зависимость $\epsilon(T)$ при $k > 0$ практически линейна. При «зашемлении» увеличение относительного удлинения ϵ с ростом силы T прекращается.

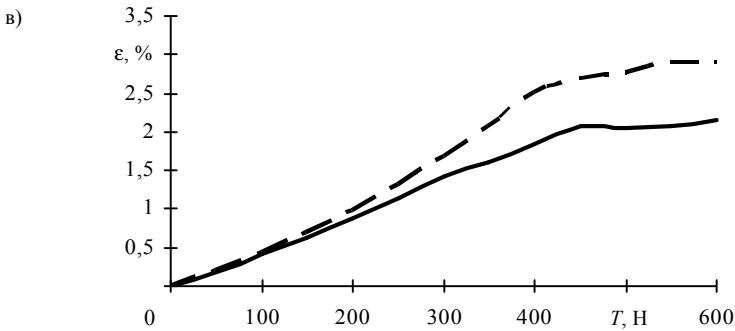
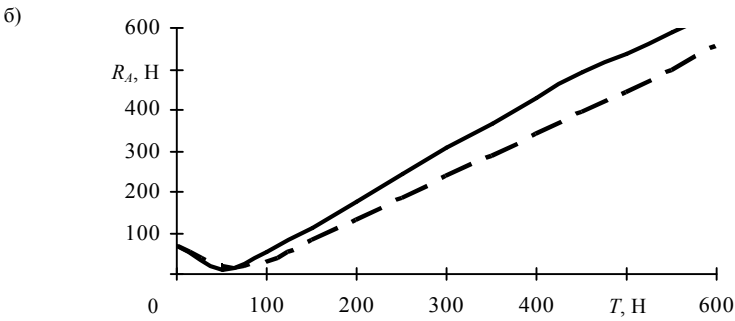
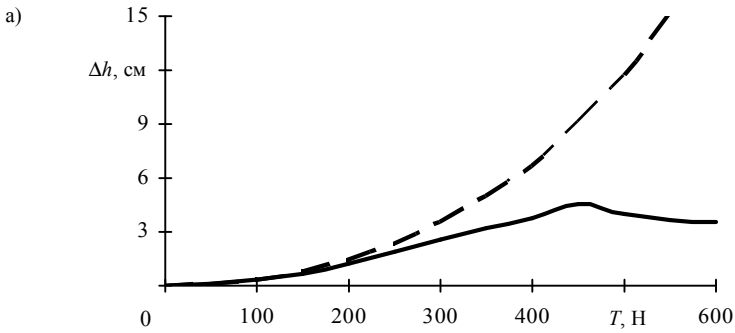


Рисунок 2 – Зависимость смещения груза Δh (а), реакции в плечевом суставе R_A (б) и относительного удлинения трицепса ϵ (в) от силы T при $k = 5 \text{ Н/мм}$ (сплошные кривые) и $k = 0$ (пунктирные)

Заключение. В результате использования разработанной биомеханической модели руки человека установлено, что при учете упругости мышц, находящихся в пассивном состоянии, расчетные значения смещения поднимаемого груза оказываются ниже, а суставных реакций – выше, чем при отсутствии в модели соответствующего упругого элемента. Показано также, что учет реакции в пассивной мышце позволяет описать экспериментально наблюдаемое явление «защемления» при подъеме груза, обусловленного генерацией сократительной силы только в мышцах бицепса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Бегун, П. И.** Моделирование в биомеханике / П. И. Бегун, П. Н. Афонин. – М.: Высш. шк., 2004. – 390 с.
- 2 **Дубровский, В. И.** Биомеханика: учеб. для средних и высших учеб. заведений / В. И. Дубровский, В. Н. Федорова. – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2003. – 672 с.
- 3 **Покатилов, А. Е.** Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов, В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук. – Минск: Изд-во БГУ, 2008. – 280 с.
- 4 **Колесников, Г. Н.** Биомеханическая модель скелетно-мышечной системы, построенная без субъективных критериев оптимальности / Г. Н. Колесников // Российский журнал биомеханики. – 2004. – Т. 8. – № 3. – С. 19–29.
- 5 **Анатомия человека:** в 2 т. / Э. И. Борзяк [и др.]; под ред. М. Р. Сапина. – М.: Медицина, 1997. – Т. 1. – 544 с.

D. V. GLINSKY, D. A. CHERNOUS

ANALYSIS OF EQUILIBRIUM

OF HUMAN MUSCULOSKELETAL SYSTEM ELEMENTS

A new biomechanical model of the human hand in the form of a rod member machine containing two elastic connections relevant to biceps and triceps muscles has been developed. On the basis of solid-state statics correlations the analysis of this model when “load lifting” exercising has been carried out. Calculated coordinates of the model links, tension force in a passive muscle and reactions in the joints – the compressive force generated in a muscle by activation of contractile muscle function dependence has been received.

Получено 02.10.2009