

УДК 539.3

А. О. ШИМАНОВСКИЙ

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ДИСКРЕТНО-МАССОВАЯ МОДЕЛЬ ЦИСТЕРНЫ С ЖИДКОСТЬЮ

Используемые в настоящее время дискретно-массовые модели, описывающие колебания жидкости в цистернах, хорошо работают только при малых колебаниях свободной поверхности жидкости. В работе предлагается подход, позволяющий расширить область применения таких моделей на случаи колебаний жидкости с большими амплитудами.

При моделировании колебаний жидкости в цистернах широко используется дискретно-массовая эквивалентная схема. В ней жидкость заменяется эквивалентным твердым телом, а сила взаимодействия жидкости с емкостью прямо пропорциональна относительному перемещению тела $F_{упр} = cs$. При этом считается, что часть массы, находящаяся в нижней области емкости, не участвует в колебаниях (рисунок 1).

Данная схема позволяет моделировать различные способы демпфирования колебаний жидкости путем задания соответствующего коэффициента демпфирования упругих связей [1].

При создании описанной модели рассмотрен случай, при котором колебания жидкости массой $m_{ж}$, происходят в прямоугольном сосуде с шириной основания l . Если высота уровня жидкости h , то масса жидкости, участвующая в колебаниях по форме с номером n :

$$m_n = m_{ж} \cdot 8 \frac{l}{h} \frac{\text{th} \left[(2n-1) \pi \frac{h}{l} \right]}{(2n-1)^3 \pi^3} = m_{ж} \cdot k_n, \quad (1)$$

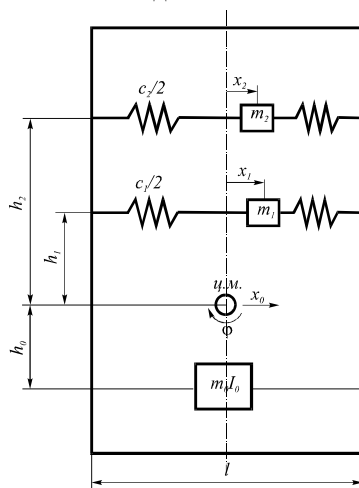


Рисунок 1 – Схема механической модели продольных колебаний жидкости

На рисунке 2 представлены зависимости, демонстрирующие изменение массы эквивалентного груза в функции от размера h . Цифра возле линии соответствует номеру частоты колебаний. Из представленных графиков видно, что масса эквивалентного груза, соответствующего второй частоте колебаний, в 10 раз меньше, чем для первой формы. Поэтому при дальнейшем анализе ограничимся учетом подвижности только той части массы жидкости, которая соответствует движению с первой частотой собственных колебаний.

Коэффициент жесткости эквивалентной пружины c от уровня заполнения резервуара определяется по формуле

$$c_n = m_{ж} \cdot 8 \frac{g}{h} \frac{\text{th}^2 \left[(2n-1)\pi \frac{h}{l} \right]}{(2n-1)^2 \pi^2}. \quad (2)$$

На рисунке 3 приведен график зависимости названного коэффициента от уровня жидкости в цистерне.

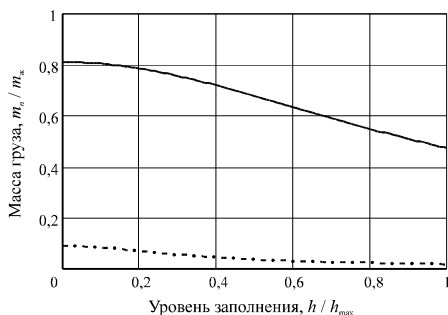


Рисунок 2 – Массы эквивалентных грузов в зависимости от уровня заполнения цистерны

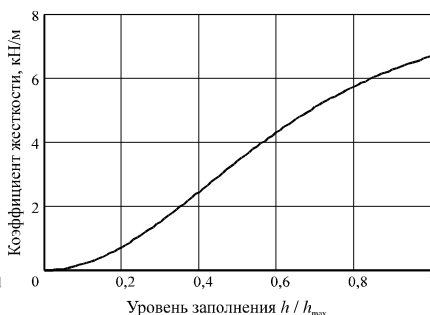


Рисунок 3 – Зависимость коэффициента жесткости эквивалентной пружины от уровня жидкости

Масса и момент инерции жидкости, не участвующей в колебаниях, определяются по формулам:

$$m_0 = m_{ж} - \sum m_n ;$$

$$I_0 = \frac{m_{ж}}{12} (l^2 + h^2) \cdot \left(1 - \frac{4}{1 + (h/l)^2} + \frac{768 \cdot l/h}{1 + (h/l)^2} \sum \frac{\text{th}[(2n-1)\pi h / 2l]}{\pi^5 (2n-1)^5} \right).$$

Расчеты продольной динамики автоцистерн при торможении показали, что описанная модель хорошо работает до тех пор, пока свободная поверхность жидкости не достигает потолка емкости. Чтобы адекватно описать дальнейшее поведение жидкости, предложен следующий подход.

Центр масс колеблющейся жидкости не может оказаться смещенным от равновесного положения на величину x_{\max} , большую, чем при случае, когда вся жидкость сосредоточена у одного из концов резервуара и ее свободная поверхность вертикальна. Реально такое состояние не может быть достигнуто, так как в этом случае кузов цистерны должен иметь бесконечно большое ускорение. Поэтому при компьютерном моделировании колебаний жидкости приведенное в формуле (2) значение коэффициента жесткости предлагается определять по формуле

$$\begin{cases} c = c_n & \text{при } x \leq x_0, \\ c = c_n e^{\frac{x-x_0}{3(x_{\max}-x)}} & \text{при } x > x_0, \end{cases}$$

где x_0 – значение координаты x , при котором жидкость достигает потолка.

Вид получающейся при этом зависимости силы упругости от деформации представлен на рисунке 4. Выполненные расчеты показали, что такой подход позволяет получить более адекватные результаты расчета динамики торможения автомобиля.

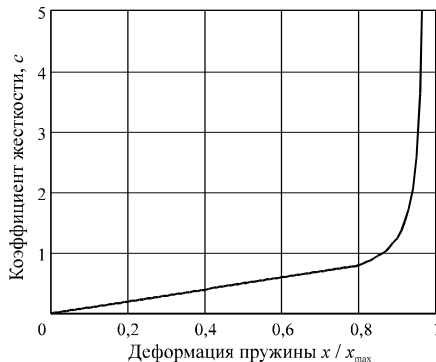


Рисунок 4 – Зависимость модифицированной силы упругости от деформации

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Ibrahim, R. A.** Recent advances in liquid sloshing dynamics / R. A. Ibrahim, V. N. Pilipchuk, T. Ikeda // Applied Mechanics Reviews. – 2001. – Vol. 54. – № 2. – P. 133–199.

A. O. SHIMANOVSKY

MODIFIED DISCRETE-MASS MODEL OF TANK WITH LIQUID

The discrete-mass models used at present and describing the liquid oscillations in tanks work well only when the oscillations of fluid free surface are small. The work suggests the approach allowing to expand the field of application for these models in case of large amplitudes of liquid oscillations.

Получено 27.04.2011