

V. A. KOVTUN, V. N. PASOVETS, YU. M. PLESKACHEVSKII

MODELING OF THE STRESS-STRAIN CONDITION FOR NANO-FILLED COMPOSITES UNDER THE IMPACT OF COMPRESSIVE STRESS IN THE PROCESS OF ELECTROCONTACT SINTERING

The model of the stress-strain condition for the powder system containing micro-particles of copper and carbon nano-tubes under the impact of compression load has been designed. The data on the nature of the distribution of stresses in the contact interaction of the components of the powder material including micro-particles of copper and carbon nano-tubes have been obtained. There have been got the numerical values to determine the largest emerging stresses in nano powder materials under the impact of compression load that must be taken into account in the implementation of the real technological processes for the production of new composite materials with high physical-mechanical characteristics.

Получено 20.04.2012

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 6. Гомель, 2012**

УДК 624.072.21.7

О. В. КОЗУНОВА, Е. А. СИГАЙ

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

НЕЛИНЕЙНЫЙ РАСЧЕТ ИНЖЕНЕРНОЙ СИСТЕМЫ «ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНАЯ ШПАЛА – МНОГОСЛОЙНОЕ ОСНОВАНИЕ»

Строение железнодорожного пути моделируется в виде гибкого линейно-упругого элемента пути (железнодорожная шпала) и совокупности нелинейно-упругих слоев конечной толщины с переменным модулем деформации (многослойное основание). Для расчета упругого основания с учетом физической нелинейности слоев в работе используется метод конечных разностей в вариационной постановке (вариационно-разностный подход). Для реализации указанного подхода составлена программа на языке Mathematica 8.0 и проведена ее числовая апробация.

В инженерной практике часто встречаются балки, расположенные на многослойном упругом основании. К таким конструкциям относятся шпалы и рельсы железнодорожного пути, ленточные фундаменты зданий, днища резервуаров и др. Цель работы – исследование напряженно-деформированного состояния инженерной системы «железнодорожная шпала – многослойное основание».

Существующие методы расчета балок и балочных плит, расположенных на упругом основании, базируются на использовании теории линейно деформируемых тел. В реальных условиях для неоднородных грунтов зависимость между нагрузкой и осадкой имеет явно нелинейный характер [1, 2].

Для решения нелинейной задачи предлагается модификация вариационного способа статического расчета, заключающаяся в нелинейной постановке и использовании метода сеток, которая названа вариационно-разностным подходом (ВРП). Этот подход позволяет полностью описать напряженно-деформированное состояние (НДС) упругого основания, исследовать контактную зону, определить внутренние усилия и осадки балки (плиты).

В силу нелинейности рассматриваемая задача решается методом упругих решений в форме переменных параметров упругости, через итерационный алгоритм. Численная реализация ВРП осуществляется методом конечных разностей (МКР) в программном пакете МАТНЕМАТИСА 8.0.

Постановка задачи. Рассматривается железнодорожная шпала как элемент верхнего строения пути в виде линейно-упругой балки на упругом физически нелинейном двухслойном основании (рисунок 1). Шпала находится под действием двух сосредоточенных нагрузок P , передаваемых от рельсовых нитей на шпалу. Параметры шпалы: ширина $2l$, высота h , изгибная жесткость EJ .

Область щебеночного балласта имеет размеры $2L; h_1$ и расположена между балкой и нижним строением пути. Нижнее строение пути моделируется в виде прямоугольной расчетной области, размеры которой: по оси x – ширина $2L$; по оси y – глубина h_2 . Для шпалы как для гибкой линейно-упругой балки справедливы гипотезы теории изгиба.

Модуль деформации зависит от интенсивности деформаций, изменяется функционально в неявном виде (функция гиперболический тангенс). Коэффициент Пуассона принимается постоянным, так как его влияние на характеристику деформационных свойств грунта менее значительно, чем влияние модуля деформации.

Краевые условия задачи: на границах принятой расчетной области перемещения в направлениях осей x и y принимаются равными нулю; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты. В контактной зоне шпалы с балластным слоем возникают нормальные реактивные давления, силами трения пренебрегаем.

Основание аппроксимируется симметричной разбивочной сеткой с постоянным шагом по осям: $x - \Delta x, y - \Delta y$ [3] (см. рисунок 1).

За неизвестные принимаются: $u_i(x), v_i(x)$ – компоненты вектора перемещения i -той узловой точки основания; $p_y(x, y)$ – реактивные давления в зоне контакта балочной плиты с основанием. Граничные условия задачи: на границах принятой расчетной области перемещения $u = 0, v = 0$; в контактной зоне осадки основания равны прогибам шпалы.

Для решения нелинейной задачи с применением вариационного метода в расчете используется функционал полной энергии который получен суммированием функционала энергии деформаций упругого основания U_f , функ-

ционала энергии изгиба балки Ω_b и потенциала работы внешней нагрузки Π , а именно

$$\mathcal{E} = U_f + \Omega_b + \Pi, \quad (1)$$

где каждое из слагаемых соотношения (1) определяется через уравнения теории упругости. Алгоритм их расчета изложен в работах [3, 4].

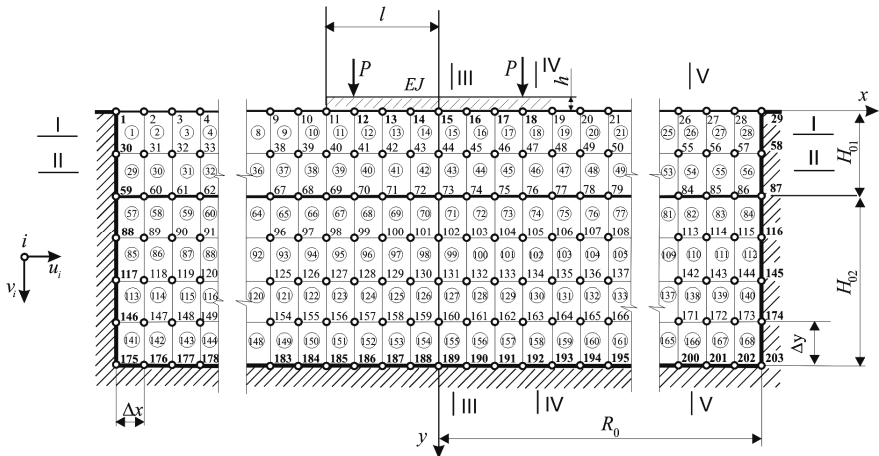


Рисунок 1 – Разбивочная сетка расчетной области

Решение сформулированной выше задачи строится в перемещениях и реализуется численно методом конечных разностей (МКР), то есть заменой дифференциальных уравнений линейными конечно-разностными соотношениями. Методика нелинейного расчета на примере расчета фундаментных балок и балочных плит для двухслойных оснований приведена в работе [4].

При численном счете использовались следующие исходные параметры: 1-й слой основания (щебеночный балласт) – $\sigma_{y1} = 40$ МПа, $\nu_1 = 0,27$, $E_{01} = 200$ МПа; 2-й слой основания (песок средней крупности) – $\sigma_{y2} = 0,25$ МПа, $\nu_2 = 0,33$, $E_{02} = 30$ МПа; железобетонная шпала – $P = 100000$ Н; $E_{ш} = 2,35 \cdot 10^{10}$ Па.

На рисунке 2 представлены осадки шпалы как гибкой линейно-упругой балки для линейного и нелинейного расчетов. На второй и третьей итерации (кривые 3, 4) наблюдается практически полное совпадение результатов нелинейного расчета (показатель сходимости $< 1\%$).

На рисунке 3 показано распределение вертикальных напряжений в слое щебеночного балласта по ширине расчетной области (пятая итерация). Максимальные напряжения возникают под краем шпалы, что подтверждает наличие «краевого эффекта» при использовании модели упругого слоя, как модифицированной модели упругого полупространства.

На рисунке 4 приведено распределение вертикальных напряжений в слоях нижнего строения пути (грунтовое основание) по ширине расчетной области (пятая итерация). С ростом глубины основания происходит последовательная трансформация эпюры вертикальных напряжений от выпуклой вверх (седлообразной) до выпуклой вниз (параболической).

На рисунке 5 изображено распределение вертикальных напряжений по глубине расчетной области для различных вертикальных срезов. Распределение вертикальных напряжений демонстрирует, что с ростом глубины основания значения напряжений уменьшаются. Кривая 2 подтверждает наличие «краевого эффекта» под свободным концом шпалы. За пределами шпалы (кривая 3) напряжения находятся около одного значения (< 40 кПа).

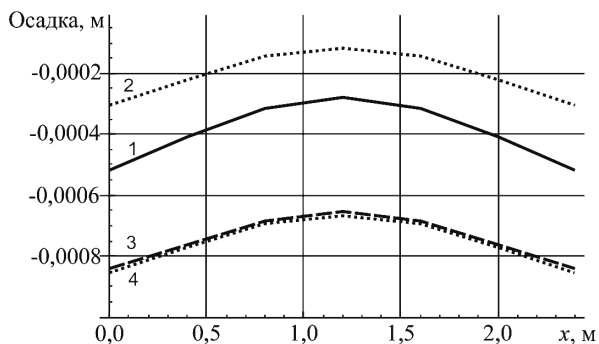


Рисунок 2 – Осадки шпалы: 1 – линейный расчет; 2, 3, 4 – нелинейный расчет (1, 2 и 3 итерация соответственно)

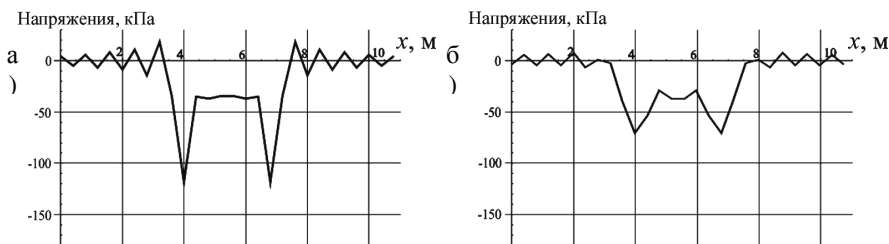


Рисунок 3 – Напряжения в слое щебеночного балласта: а – срез I-I; б – срез II-II

На рисунке 6 показаны результаты вычислений внутренних усилий в железнодорожной шпале.

Эпюры внутренних силовых факторов в шпале, изображенные на рисунке 6, полностью согласуются с аналогичными построенными по аналитическим зависимостям с использованием модели Винклера [5].

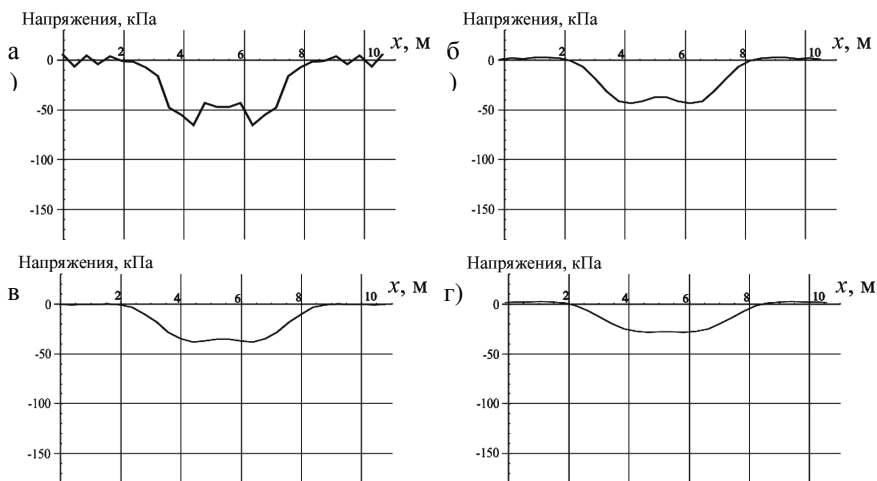


Рисунок 4 – Напряжения в слоях нижнего строения пути:
a – срез по ячейкам 57-84; *б* – срез по ячейкам 85-112; *в* – срез по ячейкам 113-140;
г – срез по ячейкам 141-168

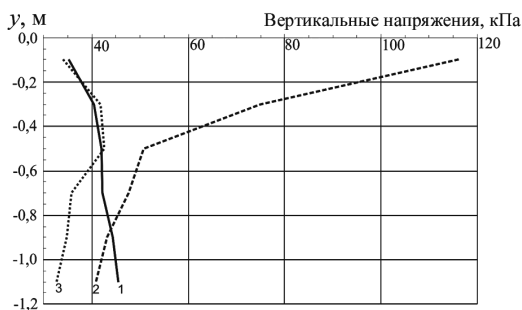


Рисунок 5 – Распределение напряжений по глубине расчетной области многослойного основания (1 – срез III-III, 2 – срез IV-IV, 3 – срез V-V, см. рисунок 2)

Применение вариационно-разностного подхода (ВРП) в нелинейном расчете инженерной задачи «железнодорожная шпала – многослойное основание» вместе с физическими итерациями по А. А. Ильюшину приводит к быстрой сходимости этого расчета (максимум – пять-шесть итераций), особенно в напряжениях.

Использование ВРП позволяет полностью исследовать напряженно-деформированное состояние железнодорожной шпалы, расположенной на многослойном основании, под действием экипажной нагрузки. А именно: построить эпюру осадок, реактивных давлений в зоне контакта шпалы и упругого основания, вертикальных напряжений в упругом основании, а также эпюры внутренних усилий в сечениях железнодорожной шпалы.

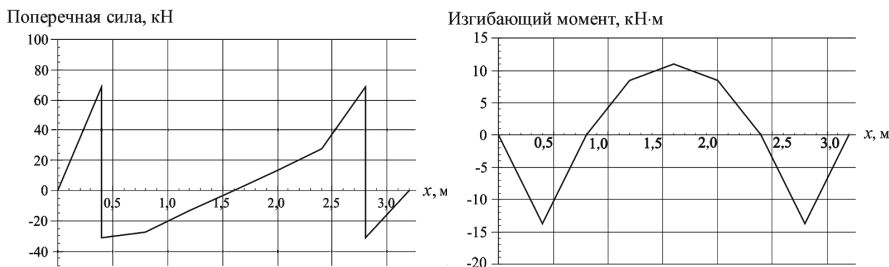


Рисунок 6 – Эпюры внутренних силовых факторов в шпале

Кроме того, в результате решения поставленной задачи уточняются осадки железнодорожной шпалы, расположенной на многослойном основании, от экипажной нагрузки. При нелинейном расчете значения осадок превышают аналогичные, полученные при линейном расчете, на 39 %, что приводит к возрастанию значений реактивных давлений в зоне контакта шпалы с упругим основанием. Правильный учет этого обстоятельства может позволить инженеру проектировать верхнее строение пути с необходимым запасом прочности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М.: Высшая школа, 1990. – 398 с.

2 Лукаш, П. А. Основы нелинейной строительной механики / П. А. Лукаш. – М.: Стройиздат, 1978. – 204 с.

3 Босаков, С. В. Вариационно–разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – №1. – С. 5–13.

4 Козунова, О. В. Нелинейный расчет балочных плит на слоистых основаниях с биогенными включениями / О. В. Козунова // Геотехника Беларуси: теория и практика. – Минск: БНТУ, 2008. – С. 37–65.

5 Горбунов-Посадов, М. И. Балки и плиты на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов. – М.: Стройиздат, 1949. – 238 с.

O. V. KOZUNOVA, E. A. SIGAY

NONLINEAR CALCULATION OF “RAIL SLEEPER – MULTILAYER BASE” ENGINEERING SYSTEM

The structure of the railway track is modeled as a flexible linearly elastic element (railway sleepers) and a set of nonlinear elastic layers of finite thickness with variable modulus of deformation (multilayer base). For the calculation of the elastic foundation with the physical nonlinearity of the layers taken into account, the finite difference method in the variational formulation (variational-difference approach) is used. To imply this approach the Mathematica 8.0 program is made up and its numerical testing has been carried out.

Получено 18.05.2012