

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Волков, С. Д. К механике разрушения. Сообщение 1 / С. Д. Волков, Г. И. Дубровина // Проблемы прочности. – 1980. – № 8. – С. 11–15.
- 2 Волков, С. Д. К механике разрушения. Сообщение 2 / С. Д. Волков, Г. И. Дубровина // Проблемы прочности. – 1980. – № 9. – С. 41–45.
- 3 Волков, С. Д. О неустойчивости деформаций в задачах механики разрушения / С. Д. Волков, Г. И. Дубровина // Проблемы прочности. – 1977. – № 5. – С. 8–12.
- 4 Волков, С. Д. Проблема прочности и механика разрушения / С. Д. Волков // Проблемы прочности. – 1978. – № 7. – С. 3–10.
- 5 Дубровина, Г. И. О методе решения краевой задачи механики хрупкого разрушения / Г. И. Дубровина // Вестник ПГТУ. Механика и технология материалов и конструкций. – Пермь, 1999. – С. 42–48.

*G. I. DUBROVINA*

## BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE MECHANICS OF BRITTLE FRACTURE

In this paper the direct and inverse problems of fracture mechanics are discussed. The equations of boundary value problems of the mechanics of brittle fracture are given in Volkov's formulation. The system of equations of the boundary value problem is non-linear in the physical sense. If the solution performs the condition of equilibrium between the voltages from the action of the external load and the resistance of the environment on the proposed sustainability criteria in the transition resistance through a maximum, then such a task is correct and is called direct. If the condition of equilibrium is disturbed, then there is the inverse problem of determining and creating the conditions of loading of the environment, when the equilibrium state remains the same.

Получено 13.09.2012

ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования  
и учебно-методические разработки. Вып. 6. Гомель, 2012

---

УДК 631.6.22

*Ф. У. ЖУРАЕВ*

*Гиждуванский сельскохозяйственный профессиональный колледж,  
Узбекистан*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА РАЗУПЛОТНЕНИЯ ГИПСОВЫХ И ПЛОТНЫХ ПРОСЛОЕК ПОЧВЫ

Статья посвящена математическому моделированию технологического процесса разуплотнения гипсовых и плотных прослоек почвы с учетом движения частиц в блокированных условиях, массы гипсовых прослоек и скорости их перемешивания.

Почвы с плотными слабоводопроницаемыми загипсованными прослойками занимают значительную площадь орошаемых земель республики Узбекистан. Образование загипсованного горизонта и массовое накопление гипса на верхней границе капиллярного слоя происходит за счёт поступления гипса из грунтовой воды и заполнения капилляров с почвенным раствором на горизонте с переходной влажностью. Гипсовые прослойки даже после обработки почвы остаются слабopроницаемыми, чем отличаются от остальных ее составляющих, что отрицательно сказывается при использовании земель в сельскохозяйственном обороте [1].

Наличие плотного загипсованного слоя заметно ухудшает водно-физические свойства почв (снижает общую пористость, водопроницаемость, аэрацию и т. д.), отрицательно влияет на промывные поливы, препятствует проникновению почвенных растворов в глубь почвы.

Гипсовые и плотные прослойки почвы относятся к неплодородным структурам. Поскольку они не перемешиваются с верхним плодородным слоем, то их приходится разрушать путем применения специальных технологий. Обработка почвы осуществляется под действием рабочего органа путем образования трещин и последующего перемешивания во взрыхленных местах [2]. Для реализации этого процесса необходимо обеспечить сохранение непрерывности движения в заблокированных условиях.

В представленной работе решается задача по разработке математической модели движения частиц почвы с целью последующего обоснования параметров конструкции чизеля-рыхлителя, при которых достигается повышение скорости движения сельскохозяйственной машины.

При разуплотнении загипсованных почв под действием рабочего органа на подпахотных слоях образуются трещины, вследствие чего частицы гипсовых прослоек приходят в движение (рисунок 1, *a*). При этом массив земли может быть условно разделен на три области. В верхней имеют место малые деформации почвы, не сопровождающиеся нарушением ее структуры. В средней области, соприкасающейся с рабочим органом, под действием его движения происходит перемешивание частиц, в результате чего их конечное относительное положение отличается от первоначального. Нижняя часть почвы, расположенная под траекторией режущей кромки рабочего органа, принимается недеформируемой.

Решение задачи об исследовании движения почвы предполагает необходимость нахождения положения границы между верхней и средней областями, а также анализа перемещений частиц при их перемешивании.

Чтобы определить положение поверхности, ограничивающей область перемешивания частиц, следует применить методы теории разрушения хрупких тел, которые описаны, например, в [3]. Отметим, что вследствие разуплотнения промежуточного слоя верхний слой почвы после прохождения сельскохозяйственной машины несколько приподнимается по сравнению с первоначальным его положением.

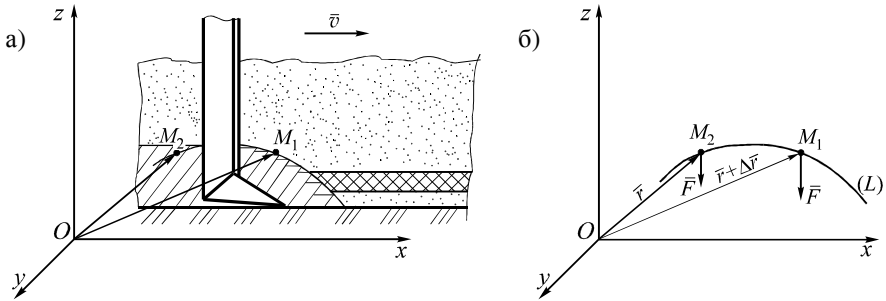


Рисунок 1 – Описание движения частицы почвы в декартовых координатах:  
 а – образование трещин от поверхности лапы при движении рабочего органа;  
 б – траектория движения частицы гипсовой прослойки почвы

При анализе перемещений в области перемешивания представим массив почвы в виде системы взаимодействующих друг с другом твердых частиц. Обозначим участвующую в этом процессе частицу плотной гипсовой прослойки  $M_k$ . Количество движения этой частицы определяется формулой

$$\bar{Q}_k = m_k \bar{v}_k,$$

где  $m_k$  – масса частицы гипсовой (плотной) прослойки почвы, кг;  $v_k$  – скорость этой частицы, м/с.

Суммарное количество движения перемешиваемых частиц рассматриваемой системы разуплотняемой почвы определяется формулой

$$\bar{Q} = \sum_{k=1}^n m_k \bar{v}_k.$$

Движение частиц гипсовых прослоек описывается дифференциальным уравнением вида [4]

$$\frac{d}{dt}(m_k \bar{v}_k) = \bar{F}_k^e + \bar{F}_k^i, \quad (1)$$

где  $\bar{F}_k^e$ ,  $\bar{F}_k^i$  – главные векторы внешних и внутренних сил, действующих на частицу в процессе разуплотнения загипсованных прослоек почвы ( $k = 1, 2, \dots, n$ );  $n$  – число частиц системы.

Внешние и внутренние силы зависят от положений частиц гипсовых прослоек, скоростей их движения, физико-механических свойств почвы, а также от времени:

$$\bar{F}_k^e = \bar{F}_k^e(\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_n, \bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_n, t), \quad \bar{F}_k^i = \bar{F}_k^i(\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_n, \bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_n, t),$$

где  $\bar{r}_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) – радиус вектор  $k$ -той частицы.

Соответственно для всей системы движущихся частиц почвы имеем:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \sum \bar{F}_k^e + \sum \bar{F}_k^i = 0.$$

Рабочий орган рыхлителя движется с постоянной скоростью. Тогда, полагая, что перемешивание частиц происходит равномерно, получаем, что сумма внешних сил, действующих на подвижную часть почвы, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n \bar{F}_k^e = 0.$$

В рассматриваемом случае к числу внешних относятся распределенные силы, которыми рабочий орган действует на перемешиваемые частицы, а также силы со стороны верхнего и нижнего слоев почвы.

С другой стороны, по свойству внутренних сил системы их сумма также равна нулю.

В каждый момент времени некоторая масса почвы приводится в движение и другая ее часть останавливается. Таким образом, приходится рассматривать динамику системы переменного состава, движение которой описывается дифференциальным уравнением вида

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \sum \bar{F}_k^e + \sum \bar{F}_k^i = 0.$$

Поскольку количество движения системы

$$\bar{Q} = \sum_{k=1}^n m_k \bar{v}_k = m \bar{v}_C,$$

где  $m$  – масса подвижной части почвы;  $v_C$  – скорость ее центра масс, то

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \frac{dm}{dt} \bar{v}_C + m \frac{d\bar{v}_C}{dt} = 0.$$

Центр масс подвижной части почвы движется с постоянной скоростью, поэтому  $\frac{d\bar{v}_C}{dt} = 0$ . Отсюда следует, что  $\frac{dm}{dt} = 0$ . Следовательно, масса почвы, приходящей в движение в каждый момент времени, равна массе останавливающихся частиц. Однако траектории движения частиц, даже расположенных на одном горизонтальном уровне, в общем случае неодинаковы, что объясняется различными их размерами, формой и плотностью.

Для упрощения разрабатываемой модели примем, что размеры и массы всех перемещающихся частиц почвы одинаковы. С целью описания движения частицы почвы в процессе разуплотнения загипсованной прослойки под действием рабочего органа выберем подвижную прямоугольную систему декартовых координат  $Oxuz$ , связанную с сельскохозяйственной машиной. Как видно из приведенной схемы (рисунок 1, б), линия  $L$  описывает

движение точки  $M$  по траектории в выбранной системе отсчета. Положение частицы  $M_k$  относительно начала отсчета  $O$  определяется радиус-вектором  $\bar{r}_k$  (рисунок 1, б). Соответственно в момент времени  $t$  она имеет координаты  $x = x_k(t)$ ,  $y = y_k(t)$ ,  $z = z_k(t)$ .

Вектор скорости и ускорения точки  $M$  тогда определяются выражениями:

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \left( \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right); \quad \bar{w} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \left( \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \right).$$

Равенство (1) в таком случае приводит к дифференциальному уравнению

$$\frac{m_k d^2 \bar{r}_k}{dt^2} = \bar{F}_k^e + \bar{F}_k^i, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

С учетом просеивования на оси движение рассматриваемого объема почвы будет описываться системой из  $3n$  дифференциальных уравнений второго порядка. При этом полагаем, что внутренние силы между частицами включают только нормальные реакции и силы трения. Учет взаимодействия частиц, лежащих на границе области перемешивания с верхним слоем почвы, осуществляем на основе того, что сила взаимодействия пропорциональна перемещениям точек верхнего слоя. Деформациями рабочего органа (лапы) пренебрегаем.

В результате решения дифференциальных уравнений получаются зависимости координат точек, их скоростей и ускорений от времени.

Теперь может быть осуществлено определение кинетической энергии частиц почвы, участвующих в движении, по формуле.

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k v_k^2.$$

Суммируя эту энергию с энергией, затрачиваемой на разрушение частиц гипсовой прослойки, можно рассчитать мощность сельскохозяйственной машины, затрачиваемую на реализацию рабочего процесса.

Умножая вектор  $\bar{r}_k$  на обе части равенства (1), получим,

$$\frac{d}{dt} [\bar{r}_k \times m_k \bar{v}_k] = [\bar{r}_k \times \bar{F}_k^e] + [\bar{r}_k \times \bar{F}_k^i].$$

Суммируя по индексу  $k$ , с учетом уравновешенности моментов внутренних сил получим:

$$\frac{d\bar{G}}{dt} = \bar{L},$$

где

$$\bar{G} = \sum_{k=1}^n [\bar{r}_k \times m_k \bar{v}_k]; \quad \bar{L} = \sum_{k=1}^n [\bar{r}_k \times \bar{F}_k^e].$$

Здесь  $\bar{G}$  представляет собой главный момент количества движения частиц в пласте почвы. Вектор  $\bar{L}$  – главный момент внешних сил. Под действием рабочих органов чизеля-рыхлителя во время разуплотнения гипсовых или плотных прослоек в блокированных условиях должны обеспечиваться требуемые значения этих параметров [2]. Если величина главного момента количества движения недостаточна, то технологический процесс не выполняется, прослойки разрушаются недостаточно, и результаты работы сельскохозяйственной машины не дают ожидаемого эффекта. Значение главного момента внешних сил в дальнейшем может быть использовано для подбора размеров и материала рабочего органа, исходя из условий прочности и жесткости.

Таким образом, в результате работы предложен алгоритм математического моделирования устройств, предназначенных для разрушения гипсовых и иных плотных прослоек почвы, которые препятствуют процессу роста и развития сельскохозяйственных культур. Результатом практического использования описанной методики станет разработка нового бокового профиля стойки чизеля-рыхлителя с оптимальными параметрами с целью дальнейшего применения в сельскохозяйственном производстве.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Лунев, В. Г.** Свойства почв с плотными слабопроводопроницаемыми гипсованными прослойками в южной части Голодной степи // В. Г. Лунев / Вопросы мелиорации и орошения в хлопководстве: тр. СоюзНИХИ. Вып. 14. – Ташкент: Узбекистан, 1966. – С. 3–35.

2 **Жураев, Ф. У.** Обоснование криволинейного рабочего органа с минимальным тяговым сопротивлением для разуплотнения загипсованных почв // Ф. У. Жураев / Вестник Белорусской государственной сельскохозяйственной академии. – 2011. – № 4. – С. 134–138.

3 **Волков, С. Д.** Проблема прочности и механика разрушения / С. Д. Волков // Проблемы прочности. – 1978. – № 7. – С. 3–10.

4 **Векуа, Н. П.** Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений и приложения в механике / Векуа Н. П. – М.: Наука, 1991. – 256 с.

*F. U. ZHURAEV*

#### MATHEMATICAL MODELING OF TECHNOLOGICAL PROCESS FOR THE DISINTEGRATION OF SOIL GYPSEOUS AND DENSE LAYERS

The paper is devoted to mathematical modeling of technological process for the decompression of soil gypseous and dense layers. The motion of particles in blocked conditions, the mass of the plaster layers and the speed of their mixing are taken into account.

Получено 09.04.2012