

УДК 539.3

А. И. ВЕРЕМЕЙЧИК, В. М. ХВИСЕВИЧ

Брестский государственный технический университет, Беларусь

ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ДЛИННОГО ЦИЛИНДРА ПРИ ТЕРМОРАДИАЦИОННОМ И МЕХАНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Рассматривается задача по определению напряжений и деформаций в однородном бесконечно длинном сплошном цилиндре, подвергающемся воздействию радиационной, температурной нагрузки и внешнего давления. Получена и аналитически решена система дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях. Определены значения компонент напряжения и деформаций в зависимости от координаты. Исследована их зависимость от времени облучения и свойств материала.

Введение. Главным конструктивным элементом активной зоны ядерного реактора, содержащим ядерное топливо, является тепловыделяющий элемент (ТВЭЛ). В большинстве современных энергетических реакторов ТВЭЛ представляет собой стержень диаметром несколько миллиметров и длиной несколько метров, что позволяет его представить бесконечно длинным цилиндром. Он работает в условиях радиационного распухания и подвержен также температурной нагрузке.

Согласно [1], длительность рабочего периода ТВЭЛа исчисляется временем работы реактора в пересчёте на полную мощность и составляет месяцы или годы. Увеличение срока ограничено опасностью его разрушения под действием длительного интенсивного облучения и высокой температуры в реакторе. От надежной работы ТВЭЛов зависит работоспособность всего реактора, поэтому расчет приобретает особое практическое значение.

1 Основные уравнения. Рассматривается бесконечно длинный однородный цилиндр, который подвергается воздействию радиационной, температурной нагрузки и внешнего давления. Расчетная схема приведена на рисунке 1. Требуется исследовать его напряженно-деформированное состояние (НДС).

В связи с особенностями заданных нагрузок, а также с учетом физической и геометри-

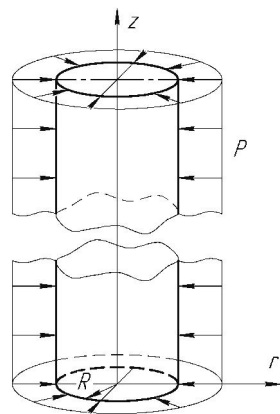


Рисунок 1 – Расчетная схема цилиндра

ческой симметрии НДС цилиндра можно оценить, реализовав осесимметричную задачу теории упругости. Дифференциальное уравнение равновесия в данной постановке задачи имеет вид:

$$\sigma_r - \sigma_\theta + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0, \quad (1)$$

где σ_r, σ_θ – радиальное и касательное напряжение, r – переменный радиус.

Граничные условия задачи: $u_r = 0$ при $r = 0$, $\sigma_r = -P$ при $r = R$, где P – внешнее давление, R – наружный радиус цилиндра.

Эмпирическая функция радиационного распухания, согласно [2], имеет вид:

$$S[T(r), t] = 4,9 \cdot 10^{-51} \cdot (\Phi \cdot t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{T} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{T^2}}, \quad (2)$$

где t – время, Φ – нейтронный поток, T – температурное поле, как функция координаты, при равномерном распределении температуры на наружной поверхности:

$$T = T_S + \frac{q_v}{4\lambda} (R^2 - r^2),$$

T_S – температура на наружной поверхности, q_v – объемное тепловыделение, λ – коэффициент теплопроводности материала.

Уравнения обобщенного закона Гука при температурном и радиационном нагружении:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3}; \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3}; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3}, \end{aligned} \quad (3)$$

где α – коэффициент линейного расширения материала.

Геометрические соотношения Коши, связывающие перемещения и деформации:

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = 0. \quad (4)$$

2 Методика решения и некоторые результаты. Выразим компоненты напряжений рассматриваемой задачи через перемещения, подставив (4) в (3). Окончательно получим следующие зависимости:

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left((1-\nu) \frac{du_r}{dr} + \nu \frac{u_r}{r} - (1+\nu) \left(\alpha T + \frac{S}{3} \right) \right); \\
\sigma_\theta &= \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left((1-\nu) \frac{u_r}{r} + \nu \frac{du_r}{dr} - (1+\nu) \left(\alpha T + \frac{S}{3} \right) \right); \\
\sigma_z &= \frac{E}{(1-2\nu)} \left(\frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} \right) - \left(\alpha T + \frac{S}{3} \right) \right).
\end{aligned} \tag{5}$$

Решая совместно уравнения (1) и (5), получим дифференциальное уравнение равновесия в перемещениях.

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(\alpha \frac{dT}{dr} + \frac{1}{3} \frac{dS}{dr} \right), \tag{6}$$

где ν – коэффициент Пуассона.

Решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка (6) можно представить в виде суммы \bar{u}_r общего решения однородного уравнения

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0$$

и частного решения u_r^* неоднородного уравнения (6):

$$u_r = \bar{u}_r + u_r^*.$$

Общее решение, удовлетворяющее однородному уравнению, имеет вид:

$$\bar{u}_r = C_1 r + \frac{C_2}{r},$$

Для определения частного решения (5) применим принцип суперпозиции: $u_r^* = u_{r1}^* + u_{r2}^*$, где u_{r1}^*, u_{r2}^* – частные решения дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} &= \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{dT}{dr}, \\
\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} &= \frac{1}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{dS}{dr}
\end{aligned} \tag{7}$$

соответственно.

Решение u_{r1}^* с учетом того, что $\frac{dT}{dr} = -2r \frac{q_\nu}{4\lambda}$ и

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = -2\alpha \frac{q_\nu}{4\lambda} \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot r,$$

разыскиваем в виде: $u_{r1}^* = ar^3 + br^2 + cr + d$, где a, b, c, d – некоторые постоянные. Подставляя производные от u_{r1}^* в (7) получим, что

$$a = -\frac{1}{16} \cdot \frac{\alpha q_v}{4\lambda} \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu}, \quad b = 0, \quad c = 0, \quad d = 0. \text{ Окончательно}$$

$$u_{r1}^* = -\frac{1}{16} \cdot \frac{\alpha q_v}{4\lambda} \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} r^3.$$

Ввиду сложности выражения производной $\frac{dS}{dr}$ подобрать частное решение (7) в явном виде не удалось. Проведем аппроксимацию функции S полиномом 3-й степени $y = A + Br + Cr^2 + Dr^3$. Определение постоянных A, B, C, D из-за громоздкости математических преобразований проводилось с учетом характеристик для стали ОХ16Н15МЗБ [2]. В таблице 1 приведены некоторые ее теплофизические и механические характеристики.

Таблица 1 – Некоторые характеристики стали ОХ16Н15МЗБ

E , Па	ν	Φ , нейтр./ $(\text{см}^2 \cdot \text{ч})$	α , град $^{-1}$	λ , Вт/(м·град)	q_v , Вт/м 3
$1,5 \cdot 10^{11}$	0,3	$2,81 \cdot 10^{19}$	$16 \cdot 10^{-6}$	12	$2,234 \cdot 10^8$

При расчетах принималось: $T_S = 700$ °С, $t = 1000$ ч, $R = 27$ мм. Для данных значений получена следующая зависимость эмпирической функции распухания и аппроксимирующей функции от радиуса:

$$S(r) = 1,19532 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{\frac{15490}{973+4,6542 \cdot 10^6 \cdot (0,0027^2 - r^2)} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{(973+4,6542 \cdot 10^6 \cdot (0,0027^2 - r^2))^2}},$$

$$y(r) = 0,002267 + 0,005185r + 75,309r^2 + 7316r^3.$$

На рисунке 2 показано соответствие зависимостей.

Дифференциальное уравнение (7) с учетом аппроксимации принимает вид

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0,005185 + 150,618r + 21948r^2. \quad (8)$$

Частное решение (8) ищем в виде: $u_{r2}^* = A_1 + B_1 r + C_1 r^2 + D_1 r^3 + E_1 r^4$.

Опуская промежуточные расчеты, получаем окончательно следующие значения коэффициентов:

$$A_1 = 0, \quad B_1 = 0, \quad C_1 = 0,0017283, \quad D_1 = 18,827, \quad E_1 = 1463,2.$$

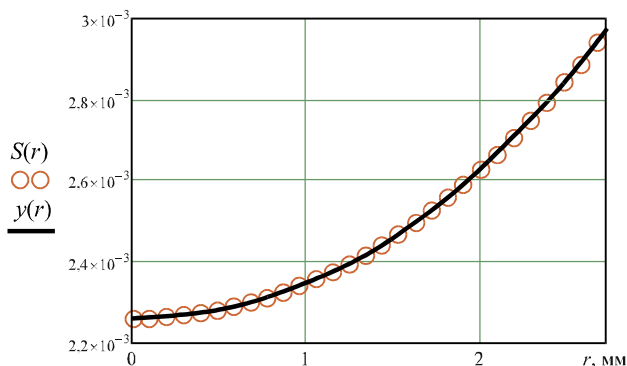


Рисунок 2 – Зависимость функции радиационного распухания $S(r)$ и ее аппроксимирующей функции $y(r)$

С учетом того, что $u_{r1}^* = -39,544r^3$, решение уравнения (6) принимает следующий вид:

$$u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r} + 0,0017283r^2 - 20,717r^3 + 1463,2r^4.$$

Поскольку граничные условия задачи $u_r = 0$ при $r = 0$; $\sigma_r = -P = -10$ МПа при $r = R$, то $C_2 = 0$, $C_1 = 0,02255$.

Окончательно находим:

$$u_r = 0,02255r + 0,0017283r^2 - 20,717r^3 + 1463,2r^4.$$

С помощью формул (5) для момента времени $t = 1000$ часов получены выражения для напряжений σ_r , σ_θ , σ_z и деформаций ϵ_r , ϵ_θ в функции координаты r . Зависимости напряжений от радиуса приведены на рисунке 3.

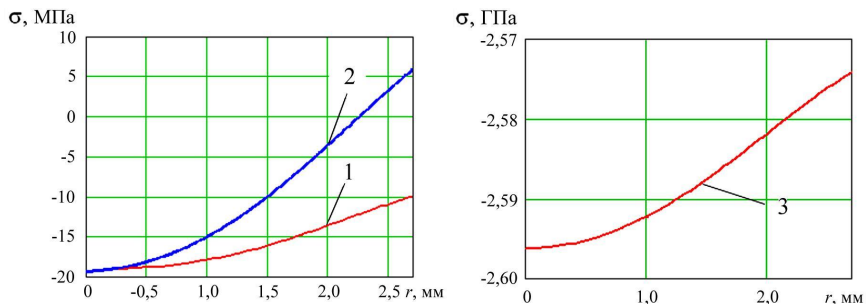


Рисунок 3 – Зависимость напряжений от радиуса:
1 – σ_r , 2 – σ_θ , 3 – σ_z

Исследована зависимость напряжений от времени облучения и свойств материала. Типичная зависимость радиальных напряжений для различных сроков работы ТВЭЛа приведена на рисунке 4.

Анализ полученных графиков показывает, что с течением времени влияние радиационного воздействия на радиальные напряжения значительно возрастает.

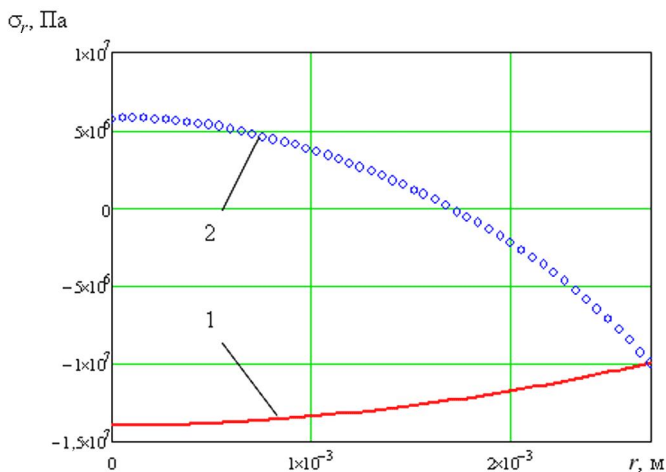
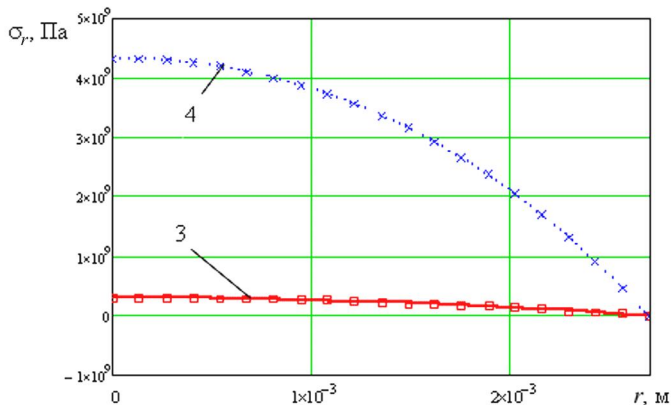


Рисунок 4 – Зависимость радиальных напряжений от радиуса:
 1 – $t = 1$ ч, 2 – $t = 1000$ ч, 3 – $t = 5000$ ч, 4 – $t = 10000$ ч

Кроме того, проведено исследование влияния температуры и радиационного распухания на напряжения в отдельности. Типичная зависимость радиальных напряжений от температуры и радиации в момент времени $t = 1000$ часов при заданных граничных условиях приведена на рисунке 5.

Ввиду отсутствия аналитических решений сравнение проводилось с результатами решения термоупругой задачи при отсутствии радиационного воздействия [3]. Согласно [3] перемещения и напряжения при температурном нагружении определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
 u_r &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{1}{r} \int_0^r T(r) r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r}, \\
 \sigma_r &= \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r) r dr + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right), \\
 \sigma_\theta &= \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r) r dr + \frac{\alpha E T(r)}{1-\nu} + \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right).
 \end{aligned} \tag{9}$$

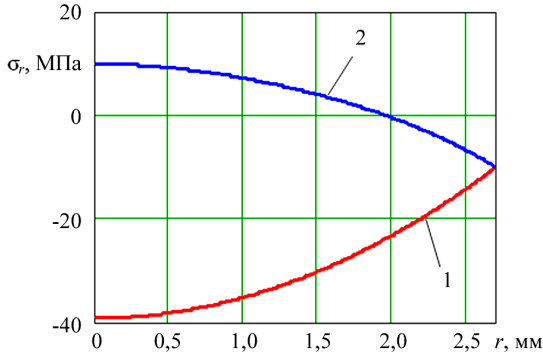


Рисунок 5 – Типичная зависимость радиальных напряжений, обусловленных изменением температуры (1) и радиационным распуханием (2)

Перемещение u_r должно обращаться в нуль при $r = 0$, поэтому в (9) отбросим член, содержащий C_2 . При $r = R$ имеем $\sigma = 0$, поэтому

$$C_1 = \frac{\alpha(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{1}{R^2} \int_0^R T(r) r dr.$$

В этом случае $u_r = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \left[(1-2\nu) \frac{r}{R^2} \int_0^R T(r) r dr + \frac{1}{r} \int_0^R T(r) r dr \right]$.

При $T(r) = 1006,9 - 4,6546 \cdot 10^6 r^2$ находим: $u_r = 0,0208403r - 34,574r^3$. С другой стороны, учитывая, что в (6) $S = 0$, получим следующее решение: $u_r = 0,02084292r - 34,57381r^3$. Это подтверждает правильность проведенных расчетов.

Заключение. Реализована осесимметричная краевая задача теории упругости для однородного длинного цилиндра, который подвергнут радиационному, температурному и механическому воздействиям.

Полученное НДС ТВЭЛа позволяет оптимизировать его геометрические и физические параметры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Оландер, Д.** Теоретические основы тепловыделяющих элементов ядерных реакторов / Д. Оландер. – М.: ЦНИИАтоминформ, 1982. – 612 с.

2 **Куликов, И. С.** Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов / И. С. Куликов, Б. Е. Тверковкин. – Минск: Наука и техника, 1984. – 103 с.

3 **Тимошенко, С. П.** Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1979. – 560 с.

A. I. VEREMEYCHIK, V. M. HVISEVICH

THE AXISYMMETRIC STRESS-STRAIN STATE OF THE LONG CYLINDER AT THE THERMORADIATION AND MECHANICAL LOADING

There is considered the problem of stress and strain determination for the homogeneous infinitely long solid cylinder under the actions of radiation, temperature loading and external pressure. The system of the equilibrium differential equations in movements was obtained and analytically solved. There were determined the values of stress and strain component depending on the coordinate. Their dependence on time of radiation and material properties was investigated.

Получено 23.10.2013

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 7. Гомель, 2013**

УДК 629.44

И. А. ВОРОЖУН, А. В. ЗАВОРОТНЫЙ

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

СНИЖЕНИЕ НАГРУЖЕННОСТИ ВАГОНОВ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ДЛИННОМЕРНЫХ ГРУЗОВ

Рассмотрено устройство для размещения и крепления груза в три яруса на железнодорожной платформе. Методом математического моделирования исследовано влияние жесткости упругих элементов продольного крепления груза к платформе на величину динамических сил в элементах междувагонных связей при соударении вагонов. Дан сравнительный анализ динамических показателей в зависимости от коэффициента трения и жесткости упругих элементов крепления груза.