

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ БИОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В СФЕРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

*А.Е. ПОКАТИЛОВ, Т.Д. СИМАНКОВА*

*Могилевский государственный университет продовольствия,  
Республика Беларусь*

В теории и практике биомеханического анализа движения в спорте для исследования сложно-координированных упражнений видеосъемку выполняют как минимум несколькими видеокамерами [1]. При этом возникает несколько проблем. Это, во-первых, выбор координатной системы, связанной с методикой видеосъемки, – нам необходимо просто, быстро и понятно описать пространственное движение биомеханической системы (БМС) математически. По этим критериям подходит сферическая система координат [2]. Во-вторых, необходимо разработать методику такой съемки, так как в натурном эксперименте возможны ситуации, когда определенные звенья исчезают из поля зрения видеокамер.

На рисунке 1 показана схема пространственной видеосъемки спортивного упражнения из тяжелой атлетики 3-мя камерами, и там же дана система координат [2; 3].

На рисунке 2 в качестве примера представлена схема сочетаний зон видимости при съемке несколькими камерами. Здесь бедро спортсмена закрыто туловищем для камеры № 1, но попадает в зону видимости для видеокамеры № 3.

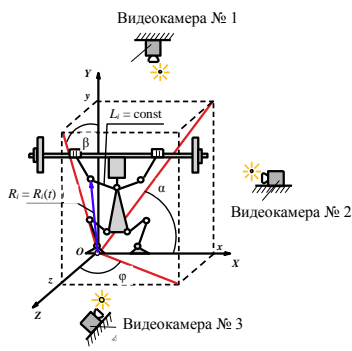


Рисунок 1 – Схема пространственной видеосъемки упражнения

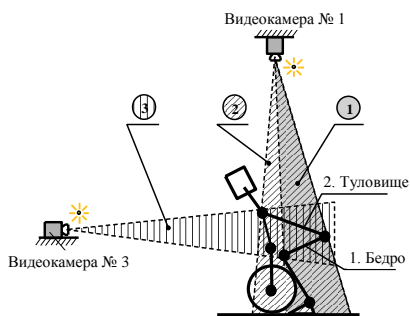
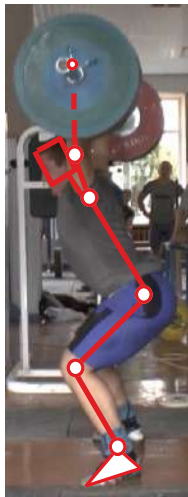


Рисунок 2 – Сочетание зон видимости звеньев с разных камер

На рисунке 3, а показан кадр такой видеосъемки, совмещенной с моделью БМС. А на рисунке 3, б представлена схема координатных систем: декартовой прямоугольной и сферической при съемке камерой № 2.

а)



б)

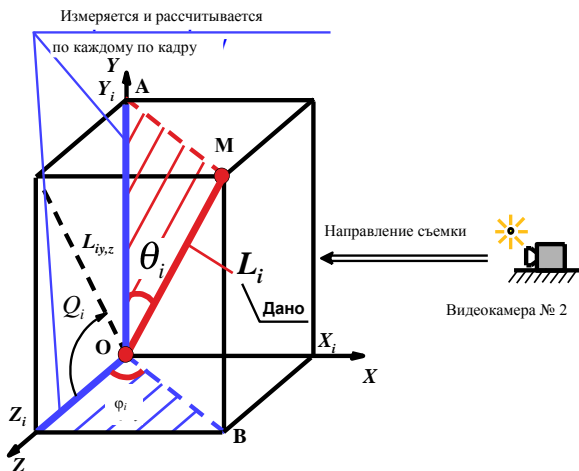


Рисунок 3 – Положения звеньев БМС в пространстве в проекции на сагитальную плоскость:

а – кадр видеосъемки; б – пространственные координаты звена

Измерив на кадре проекции  $Y_i$ ,  $Z_i$  каждого звена на продольную  $Y$  и сагитальную  $Z$  оси и имея действительные размеры звена  $L_i$ , легко рассчитать фронтальную координату  $X_i$  и углы сферической системы координат: наклона  $\theta$  и азимута  $\varphi$ . По рисунку 3, б запишем уравнения для расчета координат и проекций

$$\theta_i = \arccos \frac{Y_i}{L_i}, \quad (1)$$

$$MA = OB = \sqrt{L_i^2 - Y_i^2}, \quad (2)$$

$$\varphi_i = \arccos \frac{Z_i}{OB} = \arccos \frac{Z_i}{\sqrt{L_i^2 - Y_i^2}}, \quad (3)$$

$$X_i = OB \sin \varphi_i = \sqrt{L_i^2 - Y_i^2} \sin \varphi_i. \quad (4)$$

Таким образом, выражения (1)–(4) позволяют получить пространственные декартовы и сферические координаты из результатов рашифровки кадров только одной (боковой) видеокамеры № 2.

При расчете необходимо действительные размеры звеньев перевести в масштаб кадра, или наоборот, проекции с кадра пересчитать в реальный масштаб размеров звеньев БМС.

Дополнительно найдем угол  $Q_i$ , так как именно он принимается за обобщенную координату при видеосъемке одной камерой № 2 и представлении кинематической модели БМС как плоской в проекции на сагиттальную плоскость

$$Q_i = \arctg \frac{Y_i}{Z_i}. \quad (5)$$

В формуле (5) нет необходимости учитывать масштаб проекций.

Отметим, что применительно к задачам биомеханического анализа БМС имеем следующую функциональную связь в уравнениях движения для сферических координат отдельного звена:

$$L_i = \text{const}, \quad (6)$$

$$\theta_i = \theta_i(t), \quad (7)$$

$$\varphi_i = \varphi_i(t). \quad (8)$$

Таким образом, в рамках исследуемой задачи целенаправленного движения БМС и принятой для этого кинематической модели опорно-двигательного аппарата спортсмена, обобщенными координатами звена относительно проксимального сустава являются угол наклона  $\theta$  и азимутальный угол  $\varphi$ .

В случае рассмотрения сферических координат в абсолютной (неподвижной) координатной системе имеем три обобщенные координаты для любой  $i$ -й точки:  $R_i$ ,  $\theta_{R_i}$ ,  $\varphi_{R_i}$ . Тогда запишем в общем виде относительно начала координат  $O$  по рисунку 3, б:

$$R_i = R_i(t), \quad (9)$$

$$\theta_{R_i} = \theta_{R_i}(t), \quad (10)$$

$$\varphi_{R_i} = \varphi_{R_i}(t). \quad (11)$$

Точкой  $i$  может быть сустав, центр масс  $i$ -го звена и пр.

На основе уравнений (1)–(11) разрабатываются механо-математические модели движения биомеханической системы, исходя из принятой классификации движения БМС в целом и отдельно по звеньям [4]. Представляется, что наиболее удобно движение БМС показывать как сложное движение, состоящее из движения полюса и вращений звеньев в проксимальных суставах.

#### Список литературы

1 **Киркор, М.А.** Исследование пространственного движения в биомеханике спорта с помощью кватернионов / М.А. Киркор, А.Е. Покатилов, А.М. Гальмак // Проблемы физики, математики и техники. – 2019. – № 4 (41). – С. 92–97.

2 **Гусак, А.А.** Справочник по высшей математике / А.А. Гусак, Г.М. Гусак. – Минск. : Навука і техника, 1991. – 480 с.

3 **Воронович, Ю.В.** Сравнительный биомеханический анализ основных динамических характеристик техники рывка в тяжелой атлетике / Ю.В. Воронович, Д.А. Лавшук, В.И. Загrevский // Мир спорта. – 2013. – № 1 (50). – С. 35–40.

4 **Покатилов, А.Е.** Исследование пространственного движения в биомеханике спорта / А.Е. Покатилов, М.А. Киркор, В.П. Пахадня, В.Н. Попов // Биомеханика двигательных действий и биомеханический контроль в спорте: материалы VII Всероссийской с международным участием научно-практической конференции, 21–22 ноября 2019 г., Москва / Рос. гос. акад. физ. культуры, спорта и туризма, Моск. гос. акад. физ. культуры ; ред.-сост. А.Н. Фураев. – М. : Малаховка, 2019. – С. 102–107.

УДК 378.16:516

## ПРИМЕНЕНИЕ GEOGEBRA ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЗАДАЧ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ

*И.И. СОСНОВСКИЙ*

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Применение компьютера, сопутствующих ему технологий и программного обеспечения в образовательном процессе высшей школы на лекциях и практических занятиях включает в себя ряд направлений, одним из которых является использование компьютера для визуализации решений задач по различным разделам высшей математики.