ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 8. Гомель, 2014

УДК 531.1

С. І. РУСАН
Баранавіцкі дзяржаўны універсітэт, Беларусь

МНОГАВАРЫЯНТНАСЦЬ РАШЭННЯЎ ЗАДАЧ – ШЛЯХ ДА ПАВЫШЭННЯ ЎЗРОЎНЮ АЛІМПІЯД

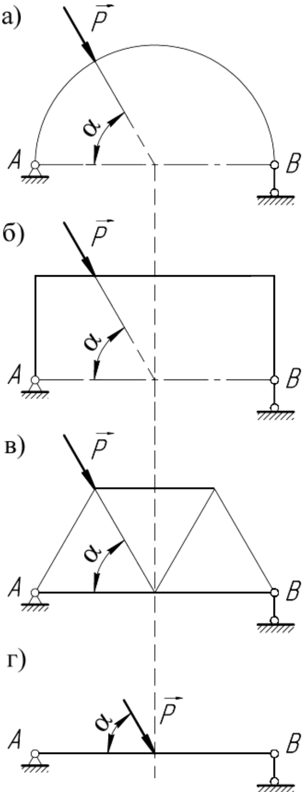
Мэта метадычнай распрацоўкі – дапамагчы студэнтам падрыхтавацца да ўдзелу ў алімпіядах па тэарэтычнай механіцы. Для гэтага падрабязна прааналізаваны рашэнні чатырох задач павышанай складанасці. Засяроджана ўвага на шматварыянтнасці рашэнняў. Абмяркоўваюцца некаторыя элементы творчага працэсу.

Агульныя заўвагі. Высокія тэмпы развіцця любой галіны тэхнікі забяспечваюцца не столькі агульнай колькасцю дыпламаваных работнікаў, якія яе абслугоўваюць, колькі працай абмежаванай колькасці *творчых* спецыялістаў. І, мабыць, ні адзін від вучэбнай работы не спрыяе ў такой меры фарміраванню творчых спецыялістаў, як алімпіядныя спаборніцтвы. Месца тэарэтычнай механікі ў сістэме падрыхтоўкі высокакваліфікаваных кадраў механічнага профілю асаблівае – дысцыпліна, як ніякая іншая, стварае падмурак тэхнічнай адукацыі, разбурае кансерватызм мышлення, фарміруе разумовыя, творчыя здольнасці. Яна запатрабавана як у сферы інжынернай, так і навуковай дзейнасці. Таму дысцыпліну адносяць як да агульнатэхнічных, так і да агульнанавуковых. І яна адпавядае вызначальным крытэрыям тых і другіх. Асаблівы статус тэарэтычнай механікі патрабуе і асаблівай увагі да ўзроўню яе засваення, у прыватнасці, і праз творчае спаборніцтва – алімпіяды. Ролю алімпіяд добра ўсведамляюць выкладчыкі кафедры “Тэхнічная фізіка і тэарэтычная механіка” Беларускага дзяржаўнага ўніверсітэта транспарту і ўжо многа гадоў запар праводзяць карпатлівую работу на ніве міжнароднага алімпіяднага руху. Лічу, што ўзровень алімпіяд будзе павышацца, калі на старонках зборніка “Механіка” падзеляцца сваім станоўчым досведам і парадамі (як са студэнтамі, так і арганізатарамі алімпіяд) выкладчыкі іншых ВНУ.

Аб методыках рашэння задач. У буйным плане ўсе метады рашэння задач можна падзяліць на стандартныя (тыповыя) і нестандартныя. Першыя – алгарытмічныя, на непасрэднае прымяненне формул, прыведзеных у падручніках; яны больш даступныя, але, як правіла, і больш груваздкія. Да таго ж, не ўсе задачы можна рашыць на падставе стандартных методык. Другія – арыгінальныя, улічваюць спецыфіку задач, патрабуюць творчай вынаходлівасці. Аднак другімі метадамі нельга авалодаць, цвёрда не засвоіўшы першых. Не існуе ўніверсальнай методыкі, якая дазваляла б лёгка і рацыянальна рашаць складаныя задачы. Поспех забяспечваецца толькі *сістэматычнай працяглай, зацікаўленай працай.* Геніяльны А. Энштэйн у свой час заўважыў:

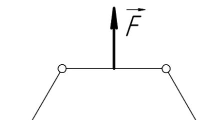
“Усе нашы дасягненні ёсць сумесь цярпення і часу”. Працяглая зацікаўленая праца ў сферы задач механікі прыводзіць да якасна новага стану інтэлекту студэнтаў, называемага *інтуіцыяй* (інжынернай, навуковай). Яе падмурак, як паказана ў артыкуле [1], можа быць закладзены ўжо ў сценах ВНУ.

Вывучаючы ўмову задачы, карысна правесці ўяўны эксперымент, заўважыць істотныя сувязі паміж часткамі складанай сістэмы, абстрагіруючыся ад геаметрычнага апісання задачы. Спрактыкаваны студэнт лёгка заўважыць, што ўсе механічныя сістэмы на рысунку 1, у якіх неабходна вызначыць рэакцыі сувязей *A* і *B*, можна мадэліраваць бэлькай (рысунак 1, *г*).



Рысунак 1

Таму і вынік для ўсіх сістэм аднолькавы. Наогул, прыступаць да рашэння задачы можна пасля таго, як у галаве саспее план яе рашэння. Любая задача, як правіла, дапускае некалькі варыянтаў атрымання выніку. Першы варыянт, які спадае на думку, не заўжды найлепшы. Таму неабходна выбраць аптымальны, што будзе станоўча ацэнена журы алімпіяды. Варта заўважыць, што рацыянальны варыянт рашэння многіх тыпаў задач статыкі можна знайсці з дапамогай *прынцыпа магчымых перамяшчэнняў*. Творчае валоданне ім палягчае пераход да *агульнага ўраўнення дынамікі*. У працэсе пошуку рашэння складанай задачы карысна прыгадаць рашэнне блізкай па зместу тыповай задачы, а затым засяродзіцца на пераходзе да зададзенай. Такі прыём рэкамендуецца ў рабоце Д. Пойа [2] для рашэння матэматычных задач. Ніжэй ён выкарыстаны ў пошуку альтэрнатыўнага рашэння задачы № 4.


Рысунак 2

Аналіз алімпіядных задач. Абмежаваны абсяг артыкула не дазваляе разгледзець тут вялікую колькасць задач. Значна большы іх асартымент дапытлівыя студэнты могуць знайсці ў метадычным дапаможніку [3].

Задача № 1. Шэсць аднолькавых аднародных стрыжняў вагою *G* кожны ўтвараюць правільны шасцівугольнік, змешчаны ў вертыкальнай плоскасці (рысунак 2). Якую вертыкальную сілу неабходна прыкласці да сярэдзіны верхняга стрыжня, каб сістэма знаходзілася ў раўнавазе?

Характарыстыка задачы. Задача была прапанавана на міжнароднай алімпіядзе ў Гомелі ў 2013 годзе. Аднесена да лёгкіх задач. Аднак толькі восем каманд з сарака дзевяці знайшлі яе правільнае рашэнне. Задача нетыповая. Механічная сістэма, калі не ўлічваць сіметрыі, мае тры ступені свабоды; з улікам сіметрыі – адну. Тыповае рашэнне шляхам дзялення на пяць частак доўгае. Ніжэй прапанавана тры спосабы рашэння. У кожным з іх сілай цяжару ніжняга звяна ігнаруем, паколькі яно ўраўнаважвецца жорсткай асновай, і ўлічваем наяўнасць вертыкальнай восі сіметрыі.

Рашэнне з дапамогай ураўненняў геаметрычнай статыкі. Разглядаем два аб'екты раўнавагі: ABC і CC' (рысунак 3). З умоў раўнавагі стрыжня CC' знаходзім

$$Y_C = Y_{C'} = \frac{1}{2}(F - G_2),\ \ X_C = X_{C'}\,.$$

Запісваем паслядоўна ўмовы раўнавагі стрыжня 2 і сістэмы ABC:

$$\sum M_B(\overline{F}_i) = Y_C l\cos 60^\circ - X_C l\cos 30^\circ - G_2\frac{l}{2}\cos 60^\circ = 0\,; \qquad (1)$$

$$\sum M_A(\overline{F}_i) = -X_C\, 2l\cos 30^\circ + (G_1 + G_2)\frac{l}{2}\cos 60^\circ = 0\,, \qquad (2)$$

дзе l – даўжыня стрыжня.

Далей улічваем, што $G_1 = G_2 = G_3 = G$. З ураўнення (1) знаходзім:

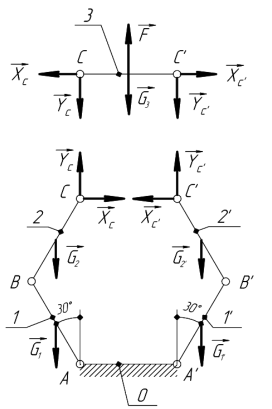
$$X_C = \frac{\sqrt{3}}{3}(\frac{1}{2}F - G)\,.$$

Ураўненне (2) прыводзім да выгляду

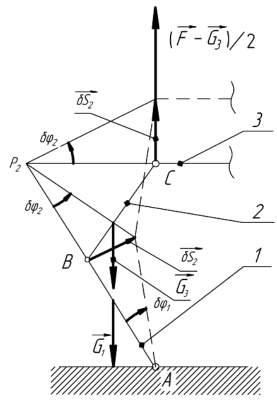
$$-\frac{F}{2} + G + \frac{G}{2} = 0\,,$$

адкуль

$$F = 3G.$$



Рысунак 3



Рысунак 4

Рашэнне з дапамогай прынцыпа магчымых перамяшчэнняў. Шукаемая сіла F пароўну размяркоўваецца паміж шарнірамі C і C', г. зн. $F_C = F_{C'} = F/2$. Разгледзім левую частку сістэмы (рысунак 4). За незалежнае магчымае перамяшчэнне прымаем $\delta\varphi_1$. Як відаць з рысунка, звяно 1 можа выконваць вярчальнае перамяшчэнне, звяно 2 – плоскае. Для апошняга пункт P_2 – імгненны цэнтр павароту. Запісваем ураўненне магчымых работ:

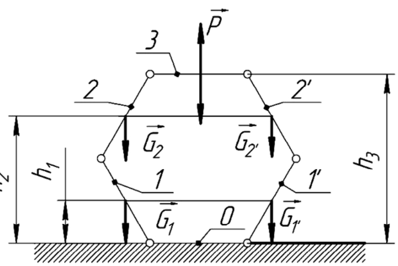
$$M_A(\overline{G_1})\,\delta\varphi_1 + M_{P_2}(\overline{G_2})\,\delta\varphi_2 + \frac{1}{2}(F - G_3)\,\delta S_C = 0\,. \tag{3}$$

Паколькі трохвугольнік BCP_2 раўнастаронні, то $BP_2 = CP_2 = l$ і $\delta\varphi_2 = \delta\varphi_1$, $\delta S_C = \delta\varphi_1 l$. З ураўнення (3) пры $\delta\varphi_1 \neq 0$ атрымліваем:

$$-G_1 l\frac{\sin 30^\circ}{2} - G_2\left(l - l\frac{\sin 30^\circ}{2}\right) + \frac{1}{2}(F - G_3)l = 0\,.$$

Адсюль пры $G_1 = G_2 = G_3 = G$ знаходзім: $F = 3G$.

Рашэнне "ў галаве" (без ураўненняў). Для такога рашэння таксама патрэбна нейкая мадэль, схема, часам набліжаная, больш простая ў параўнанні з дакладнай мадэллю. І часта не ўзнікае патрэбы паказваць яе на рысунку. Для адной і той жа задачы можа існаваць некалькі мадэлей. Прывядзем адзін з магчымых падыходаў да рашэння задачы № 1. Уявім шарнірны шасцівугольнік ў тым становішчы, пакуль да яго не прыкладзена шукаемая сіла F. Усе яго звенні знаходзяцца на гарызантальнай плоскасці; пры гэтым стрыжань 3 размяшчаецца на стрыжні 0. Прыкладаем да звяна 3 сілу F і перамяшчаем сістэму ў зададзенае становішча (рысунак 5). Абазначым вышыні, на якія падняліся цэнтры цяжару стрыжняў, літарамі h_1, h_2, h_3. З рысунка відаць, што $h_2 = 3h_1$, $h_3 = 4h_1$. Паколькі ў працэсе перамяшчэння звенняў многавугольніка сістэма дзеючых на яго сіл застаецца ў раўнавазе, то сума іх работ роўна нулю:



Рысунак 5

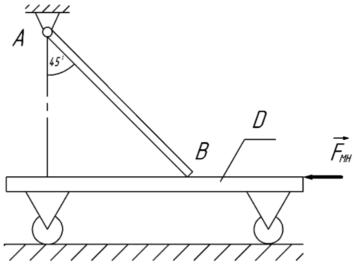
$$Fh_3 - (G_1 + G_{1'})h_1 - (G_2 + G_{2'})h_2 - G_3 h_3 = 0\,. \tag{4}$$

Калі ўлічыць, што тут усе сілы цяжару аднолькавыя, то атрымаем: $F\cdot 4h_1 = 12G\,h_1$, адкуль $F = 3G$. Гэты вынік можна атрымаць, гледзячы на рысунак 5 (альбо ўяўляючы яго), без падлікаў на паперы.

Аналізуючы геаметрычную фігуру шасцівугольніка ў працэсе яе дэфармацыі пад дзеяннем сілы F, можна заўважыць, што суадносіны паміж вышынямі h_2, h_3 і h_1 у любым становішчы аднолькавыя. Значыць, і ўраўнаважвальная сіла F застаецца пастаяннай.

Паспрабуйце адказаць на пытанне: ці зменіцца вынік для шасцівугольніка, утворанага з аднолькавых *неаднародных* стрыжняў (пры захаванні матэрыяльнай сіметрыі адносна вертыкальнай восі)?

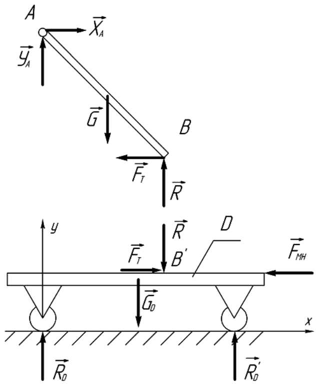
Методыка рашэння некаторых тыпаў задач статыкі ў галаве на падставе бэлячных мадэляў выкладзена ў метадычных рэкамендацыях [4].



Рысунак 6

Задача № 2. Аднародны стрыжань AB шарнірна замацаваны ў пункце A і свабодным канцом B абапіраецца на нерухомую цялежку D (рысунак 6). Каэфіцыент трэння ў пункце B роўны 0,3, а сіла ціску – N. Якую мінімальную сілу $F_{\text{МН}}$ неабходна прыкласці да цялежкі, каб зрушыць яе ўлева?

Характарыстыка і якасны аналіз задачы. Гэта задача была прапанавана на адной з алімпіяд Украіны і змешчана ў зборніку [5]. Яе пастаноўка арыгінальна. Пры першым азнаямленні са зместам задача падаецца вельмі лёгкай, нават прымітыўнай. І таму павучальнай (з сюрпрызам) і карыснай. Прааналізуем змест задачы больш паглыблена. Спачатку звернем увагу на наступную інфармацыю: стрыжань AB аднародны; яго ціск на цялежку роўны N. Гэта азначае, што сіла цяжару G прыкладзена ў сярэдзіне стрыжня C і роўна $2N$. Паміж часткамі сістэмы ў пункце B узнікаюць сілы ўзаемадзеяння: гарызантальная сіла счаплення $F_{\text{Сч}}$ і вертыкальная рэакцыя R. Уявім, як яны змяняюцца пры ўзрастанні гарызантальнай сілы F, прыкладзеннай да цялежкі. Пры $F = 0$ паводле ўмовы задачы $R = N$, $F_{\text{Сч}} = 0$. Пры ўзрастанні сілы F узнікае сіла $F_{\text{Сч}}$ і павялічваецца рэакцыя R. Узрастанне сіл узаемадзеяння працягваецца да таго моманту, пакуль сіла $F_{\text{Сч}}$ не дасягне гранічнага значэння – сілы трэння $F_{\text{Т}} = fN$. Пасля гэтага цялежка пачынае рух улева.



Рысунак 7

Рашэнне. Разгледзім раўнавагу частак сістэмы ў той момант, калі сіла счаплення дасягае значэння $F_{\text{Т}} = fN$ (рысунак 7). Умова раўнавагі стрыжня:

$$\sum M_A(\overline{F_i}) = Rl\cos 45^\circ - fRl\sin 45^\circ - 2N\frac{l}{2}\cos 45^\circ = 0$$

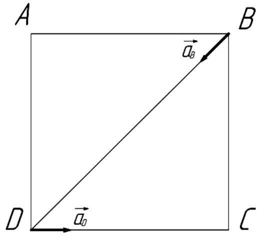
адкуль $(1 - f)R - N = 0$ і $R = \dfrac{N}{1-f}$. Запісваем умову раўнавагі цялежкі:

$$\sum X_i = F_{\text{Т}} - F_{\text{МН}} = 0 .$$

Адсюль $F_{MH} = F_T = fR = \dfrac{fN}{1-f}$. Пры $f = 0{,}3$ знаходзім: $F_{\text{мн}} = 0{,}4286N$.

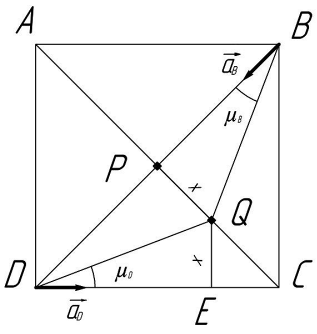
Каб лепш зразумець спецыфіку задачы № 2 паспрабуйце вызначыць велічыню $F_{\text{МН}}$ пры яе адваротным напрамку. Параўнайце вынікі. Як зменіцца значэнне $F_{\text{МН}}$ у абодвух выпадках, калі ўлічыць каэфіцыент трэння качэння колаў цялежкі?

Задача № 3. Квадратная пласціна рухаецца ў сваёй плоскасці. У дадзены момант часу скорасці пунктаў A, B і D аднолькавы па велічыні. Паскарэнні пунктаў B і D таксама аднолькавы, а іх вектары накіраваны, як паказана на рысунку 8. Знайсці адносіны паміж скарасцямі пунктаў A і C, і таксама паміж іх паскарэннямі.



Рысунак 8

Характарыстыка і аналіз умовы задачы. Задача была ўключана ў праграму Міжнароднай алімпіяды, што праводзілася ў Гомелі ў 2009 годзе. Аднесена да задач сярэдней складанасці. Асаблівасць умовы задачы заключаецца ў наяўнасці геаметрычнай і кінематычнай сіметрыі: тры вяршыні A, B, D маюць аднолькавыя скорасці, а дзве процілеглыя B і D – аднолькавыя паскарэнні. Адсюль робім выснову, што імгненны цэнтр скорасцей P знаходзіцца ў цэнтры квадрата, а імгненны цэнтр паскарэнняў Q – на дыяганалі AC. Пры гэтым вектары скорасцей перпендыкулярны да дыяганалей квадрата і мае месца роўнасць вуглоў: $\mu_B = \mu_D$ (рысунак 9). Эталоннае рашэнне задачы прыведзена ў зборніку [6]. Тут яна рашаецца з улікам адзначаных асаблівасцей умовы.



Рысунак 9

Рашэнне. Вызначаем адносіны паміж скорасцямі. Аналізуючы рысунак, заўважаем, што $v_C = v_A$ і таму $v_A / v_C = 1$.

Паскарэнні пунктаў плоскай фігуры, як вядома, таксама прапарцыянальны іх адлегласцям ад цэнтра Q. У нашай задачы $\dfrac{a_A}{a_C} = \dfrac{AQ}{CQ}$. Далейшае рашэнне задачы чыста геаметрычнае. Каб удакладніць палажэнне цэнтра Q на дыяганалі AC, будзем улічваць, што $\mu_B = \mu_D$. У роўных трохвугольніках BPQ і DEQ абазначым катэты PQ і EQ літарай x. Атрымаем:

$$\frac{AQ}{CQ} = \frac{(CQ + 2x)}{CQ} .$$

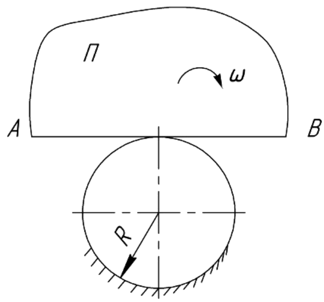
З трохвугольніка QEC знаходзім $x = QC \sin\alpha = QC\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Тады $$\frac{a_A}{a_C} = \frac{(QC + 2QC\sqrt{2}/2)}{QC} = 1 + \sqrt{2}.$$

З параўнання двух спосабаў рашэння задачы № 3 робім выснову аб стратэгіі ўдзельніка алімпіяды: лепш на пачатковай стадыі больш увагі ўдзяліць аналізу ўмовы задачы і знайсці кароткі варыянт рашэння, чым зразу прымяніць тыповы метад рашэння.

Наступная арыгінальная задача запазычана са зборніка [7]. У ім прыведзены два метады яе рашэння: першы прапанаваны складальнікамі умовы задачы, другі – аўтарамі зборніка. Паколькі дапаможнік [7] быў выдадзены абмежаваным тыражом і цяпер стаў цяжкадаступным, то ніжэй прыводзім яго фрагмент з умовай, аналізам і рашэннямі прапануемай задачы (на мове арыгінала).

Задача № 4. «Полуплоскость П перекатывается без скольжения по неподвижному диску радиуса R с постоянной угловой скоростью ω. Определить геометрическое место точек полуплоскости, ускорения которых параллельны стороне AB (рисунок 10).



Рысунак 10

Замечание к постановке задачи. Полуплоскость совершает плоскопараллельное движение, и поэтому для решения этой задачи следует применить теорию плоскопараллельного движения твёрдого тела. К этому выводу, пожалуй, может прийти каждый участник олимпиады, а вот дальнейшее решение задачи требует нестандартного мышления, ибо сама постановка задачи является нестандартной и существенно отличается от тех задач на плоскопараллельное движение, которое решают студенты на практических занятиях, используя сборник задач И. В. Мещерского или другие учебные пособия.

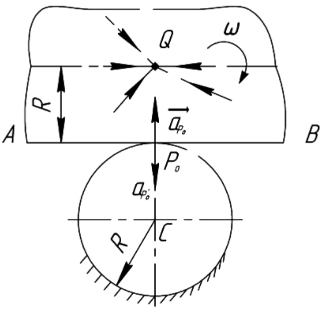
Обычно в тех задачах задан закон движения ведущего звена того или иного механизма (кривошипно-шатунного или многозвенного, дифференциального или планетарного) и всегда можно определить скорость или ускорение какой-либо точки звена, совершающего плоско-параллельное движение, а в иных случаях эти величины задаются в условии задачи. Тогда достаточно применить теоремы о скоростях и ускорениях точек плоской фигуры или понятия МЦС или МЦУ и можно определить угловые характеристики движения тела и линейные характеристики движения точек, что обычно и требуется в стандартных задачах.

В анализируемой задаче таких явных точек нет, к которым можно было бы привязать дальнейшее решение, тем не менее эта задача может быть решена либо с использованием понятия мгновенного центра ускорений (МЦУ), либо с использованием теоремы об ускорениях точек плоской фигуры.

Эталонное решение, предложенное авторами данной задачи, выполнено с применением МЦУ. Мы покажем решение с использованием теоремы об ускорениях.

Решение. Первый способ. Так как качение полуплоскости происходит без скольжения, то в точке P_O касания её с диском будет находиться МЦС (рисунок 11). Допустим, что полуплоскость неподвижная и по ней с постоянной угловой скоростью катится без скольжения диск. Тогда ускорение точки P'_O, принадлежащей диску $\bar{a}_{P'_O} = \bar{a}_C + \bar{a}^{n}_{P'_O C} + \bar{a}^{\tau}_{P'_O C}$.

Отсюда следует, что $\bar{a}_{P'_O} = \bar{a}^{n}_{P'_O C}$ или $a_{P'_O} = \omega^2 R$, т. к. $a_C = 0$ и $\bar{a}^{\tau}_{P'_O C} = 0$.



Рысунак 11

При движении полуплоскости по неподвижному диску ускорение P_O точки, принадлежащей полуплоскости, $\bar{a}_{P'_O} = -\bar{a}_{P'_O}$ или $a_{P_O} = \omega^2 R$. Расстояние от P_O до мгновенного центра ускорений Q полуплоскости

$$P_O Q = \frac{a_{P_O}}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}} = \frac{a_{P_O}}{\omega^2} = R ,$$

а точка Q лежит на продолжении вектора $\bar{a}_{P'_O}$. Ускорение точки Q плоской фигуры по определению МЦУ равно нулю. Ускорения всех других точек D полуплоскости равны $\omega^2 QD$ и направлены к МЦУ, т. е. к точке Q. В связи с этим геометрическое место точек полуплоскости, ускорения которых параллельны стороне AB, есть прямая, параллельная AB и отстоящая от нее на расстоянии R.

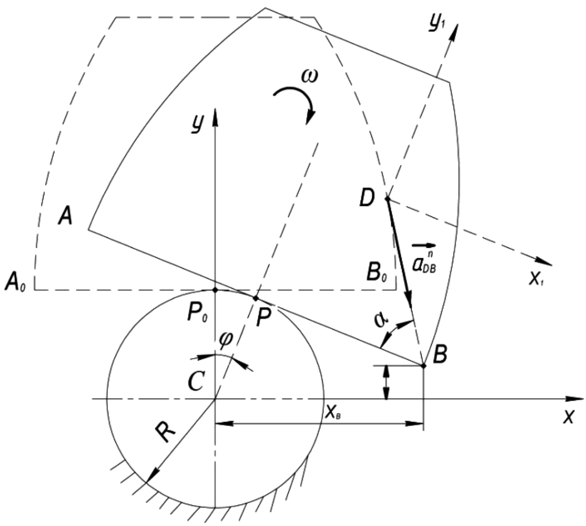
Второй способ. Пусть $P_O B_O = l$. Повернём полуплоскость на угол $\varphi = \omega t$. Тогда $PB = 1 - R\varphi = 1 - R\omega t$. Запишем уравнения движения точки B в осях XCY, связанных с диском (рисунок 12).

$$x_B = R \sin \omega t + (l - R\omega t) \cos \omega t , \; y_B = R \cos \omega t - (l - R\omega t) \sin \omega t . \qquad (1)$$

Найдём скорость точки B:

$$v_{Bx} = x'_B = -\omega(l - R\omega t) \sin \omega t, \quad v_{By} = y'_B = -\omega(l - R\omega t) \cos \omega t, \qquad (2)$$

$$v_B = \sqrt{v^2_{Bx} + v^2_{By}} = \omega(l - R\omega t) = \omega \cdot PB .$$



Рысунак 12

То есть скорость точки B равна произведению угловой скорости на расстояние от МЦС (точка P) до этой точки. Вектор $\overline{v}_B$ перпендикулярен BP и направлен в сторону вращения полуплоскости. Поэтому можно было и не составлять уравнения движения точки B, чтобы определить её скорость. Однако это нужно для определения ускорения точки B.

$$a_{Bx} = x''_B = R\omega^2 \sin\omega t - \omega^2 (l - R\omega t)\cos\omega t\ ;$$

$$a_{By} = y''_B = R\omega^2 \cos\omega t + \omega^2 (l - R\omega t)\sin\omega t\ . \tag{3}$$

При $t = 0$ и $l = 0$ (точка B совпадает с P_O, а отрезок AB занимает горизонтальное положение), т. к. $\varphi = 0$:

$$a_{Bx} = 0\ ;\ a_{By} = a_{P_O} = R\omega^2$$

и направлена в положительном направлении оси Y. Это ещё раз подчёркивает правильность обоснования направления ускорения точки P_O полуплоскости, принятом при решении по первому способу.

Возьмем на полуплоскости любую точку D и, взяв точку B за полюс, запишем ускорение этой точки по теореме об ускорениях

$$\overline{a}_D = \overline{a}_B + \overline{a}^n_{DB} + \overline{a}^\tau_{DB}\ . \tag{4}$$

Здесь $a^\tau_{DB} = 0$, т.к. $\omega = \text{const}$ $a^n_{DB} = \omega^2 DB$.

Так как требуется найти геометрическое место точек полуплоскости, ускорения которых были бы параллельны AB, то проекция $\overline{a}_D$ на ось Y_1, связанную с полуплоскостью и перпендикулярную AB, должна быть равна нулю, т. е.

$$a_{Dy_1} = a_{By_1} + a^n_{DBy_1} = 0\,, \tag{5}$$

где $a_{By_1} = a_{Bx}\sin\varphi + a_{By}\cos\varphi$, а $a^n_{DBy_1} = -\omega^2 DB\sin\alpha$ (α – угол, составляемый отрезком DB с AB). Тогда с учетом (3) уравнение (5) примет вид:

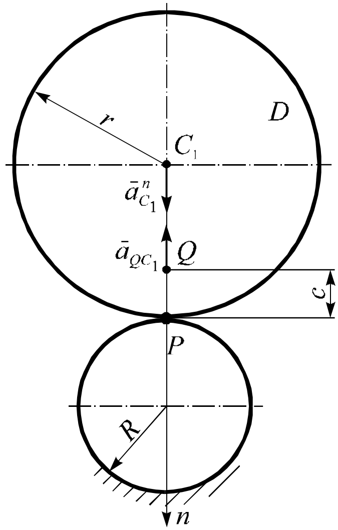
$$[R\omega^2\sin\omega t - \omega^2(l - R\omega t)\cos\omega t]\sin\omega t +$$
$$+[R\omega^2\cos\omega t + \omega^2(l - R\omega t)\sin\omega t]\cos\omega t - \omega^2 DB\sin\alpha = 0 \Rightarrow DB\sin\alpha = R,$$

т. е. множество точек полуплоскости, для которых будет выполняться это условие, должно быть расположено на прямой, параллельной AB и отстоящей от нее на расстоянии R.»

Пераканаемся, што і складаныя задачы дапускаюць многа спосабаў рашэння.

Трэці спосаб. Вышэй са спасылкай на крыніцу [2] адзначалася методыка пошуку рашэння з выкарыстаннем блізкай па зместу знаёмай задачы. Прыменім яе для рашэння задачы № 4. Няхай па нерухомаму дыску перакочваецца не паўплоскасць П, а коціцца іншы дыск D радыуса r (рысунак 13). Такая задача добра вядома студэнтам. Вызначым для дыска D палажэнне імгненнага цэнтра паскарэнняў Q. Пры раўнамерным качэнні па выпуклай паверхні ён знаходзіцца ў межах радыуса C_1P, а яго паскарэнне паводле азначэння роўна нулю: $\bar{a}_Q = \bar{a}_{C_1} + \bar{a}_{QC_1} = 0$. Спраецыруем гэту роўнасць на вось C_1n:

$$a^n_{C_1} - a_{QC_1} = 0 \text{ альбо } \frac{v^2_{C_1}}{R+r} - C_1Q\,\omega^2 = 0\,.$$



Рысунак 13

Абазначым адрэзак PQ праз "c" і ўлічым, што $C_1Q = r - c$, $v_{C_1} = \omega r$. Атрымаем: $\dfrac{(\omega r)^2}{R+r} - (r-c)\omega^2 = 0$, адкуль $c = r - \dfrac{r^2}{R+r} = \dfrac{Rr}{R+r}$. Прадставім адрэзак "$c$" формулай $c = \dfrac{R}{1 + R/r}$ і знойдзем яго гранічнае значэнне пры $r\to\infty$, г. зн. выканаем пераход ад дыска D да паўплоскасці P. Знаходзім:

$$c = \lim\frac{R}{1 + R/r} = R\,.$$

Як бачым, ураўненне шукаемага геаметрычнага месца пунктаў, у якім $\overline{a} \parallel \overline{AB}$, уяўляе прамую, паралельную да AB (рысунак 11).

Заўвага да першага спосабу рашэння. У гэтым спосабе асноўная прадпасылка, ключ да рашэння задачы – сцвярджэнне аб тым, што $a_{P_O} = a_{P'_O} = \omega^2 R$, прынята як гіпотэза, без абгрунтавання. Ці маглі ўдзельнікі алімпіяды спадзявацца, што ім такое рашэнне будзе залічана? Між тым, прыняты ў трэцім спосабе рашэння падыход дазваляе знайсці a_{P_O} (нават без тэорыі адваротнага руху, што вывучаецца ў тэорыі механізмаў і машын). Паводле выкарыстанай вышэй формулы $\overline{a}_{P_O} = \overline{a}^n_{C_1} + \overline{a}^n_{P_O C_1}$ (рысункі 11, 13). Знаходзім праекцыю паскарэння $\overline{a}_{P_O}$ на вось $C_1 n$:

$$a^n_{P_O} = a_{P_O} = a^n_{C_1} - a^n_{PC_1} = (\omega r)^2 \big/ (R + r) - \omega^2 r = -R\omega^2 \big/ (1 + R/r) .$$

Адсюль пры $r \to \infty$ атрымліваем: $a_{P_O} = -R\omega^2$.

Заключэнне. Вядома, што пры стварэнні новага аб'екта тэхнікі, як правіла, разглядаюць некалькі яго варыянтаў; затым з іх выбіраецца аптымальны. Здольнасць спецыяліста генерыраваць некалькі варыянтаў канструкцыі аб'екта, яго тэхналогіі, рашэння задачы – прыкмета творчай асобы. Такія рысы інтэлекту мэтазгодна фарміраваць у студэнтаў ужо пры вывучэнні агульнатэхнічных дысцыплін, у прыватнасці, – тэарэтычнай механікі. Мяркуецца, што ўдзельнік алімпіяды падрабязна выкладае толькі выбраны ім рацыянальны варыянт рашэння, а астатнія апісвае коратка ў выглядзе планаў. У прыведзеным тут матэрыяле ў якасці прыкладаў прааналізаваны некалькі спосабаў рашэння алімпіядных задач. Паказана мэтазгоднасць уліку асаблівасцей умовы задачы. У трэцім спосабе рашэння задачы № 4 выкарыстана методыка з пераходам ад блізкай па змесце тыповай задачы да зададзенай.

СПІС ЛІТАРАТУРЫ

1 **Пойа, Д.** Как решать задачу / Д. Пойа // Научно-методический журнал “Квантор”. – 1991. – № 1. – С. 1–215.

2 **Русан, С. И.** Алгоритмическое обучение и развитие интуиции / С. И. Русан // Вестник высшей школы. – 1990. – № 11. – С. 47–50.

3 **Русан, С. І.** Тэарэтычная механіка. Статыка (Рашэнне задач павышанай складанасці) / С. І. Русан. – Баранавічы: РВА БарДУ, 2011. – 130 с.

4 **Русан, С. І.** Раўнавага плоскіх механічных сістэм (нетрадыцыйная методыка вывучэння): метад. рэкамендацыі / С. І. Русан. – Баранавічы: БарДУ, 2005. – 44 с.

5 **Збірник олімпіадних задач з теоретичної механіки** / В. І. Векерик [та інш.]. – Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 139 с.

6 **Материалы международной олимпиады по теоретической механике – 2009** // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. – 2010. – Вып. 4. – С. 200–226.

7 **Сборник конкурсных задач олимпиад по теоретической механике** / А. В. Чигарев [и др.]; под ред. А. В. Чигарева. – Минск: Тэхналогія, 2000. – 281 с.

С. И. РУСАН

МНОГОВАРИАНТНОСТЬ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ – ПУТЬ К ПОВЫШЕНИЮ УРОВНЯ ОЛИМПИАД

Цель методической разработки – помочь студентам подготовиться к участию в олимпиадах по теоретической механике. Для этого подробно проанализированы решения четырех задач повышенной трудности. Внимание сосредоточено на многовариантности решений. Обсуждаются некоторые элементы творческого процесса.

S. I. RUSAN

PROBLEM MULTIVARIANT SOLUTION – WAY TO IMPROVE THE CONTEST LEVEL

The purpose of the methodical development – to help students in preparing for participation in the contests in theoretical mechanics. To achieve this purpose the detailed analysis of the four problems' solutions of the increased difficulty was done. The attention was focused on the multi-variant solutions. Some elements of the creative process are discussed.

Получено 06.03.2014

ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Вып. 8. Гомель, 2014

УДК 378

А. Л. СУМЕНКОВ, Л. В. ЛУКИЕНКО, И. И. СЁМОЧКИН
Новомосковский институт ФГБОУ Российский химико-технологический университет им. Д. И. Менделеева, Новомосковск Тульской области, Россия

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НОВЫХ ФОРМ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ ПО МЕХАНИКЕ

Приведены примеры использования в учебном процессе кафедры «Техническая механика» Новомосковского института РХТУ им. Д. И. Менделеева новых активных и интерактивных форм проведения занятий, новых подходов к самостоятельной работе студентов.

Высшие учебные заведения России уже третий год работают по Федеральным государственным образовательным стандартам третьего поколения, которые обязывают вузы выполнять определённые требования к результатам освоения, условиям реализации и оценке качества освоения основных образовательных программ. Эти требования устанавливают компетенции, ориентированные на будущую деятельность выпускников. Например, для направ-