

*V. N. PASOVETS, V. A. KOVTUN, M. MIHOVSKI, YU. M. PLESKACHEVSKII,
A. ALEKSIEV*

**EVALUATION OF STRESS LEVELS
APPEARING IN CONTACT INTERACTION ZONES
OF NANOSTRUCTURED METAL-POLYMER SYSTEMS
DISPERSED COMPONENTS UNDER ELECTROMECHANICAL LOADING**

There were obtained the data on the level and distribution pattern of stresses appearing in the area of contact interaction between the components of the powder material, including micro-sized particles of copper, clad polymer particles and carbon nanostructures. In this case, the numerical results allow to judge about the stresses values in nanostructured powder materials under the compressive load in the process of the electromechanical impact on powder system.

Получено 17.09.2014

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 8. Гомель, 2014**

УДК 796.01:531.3

А. Е. ПОКАТИЛОВ¹, В. И. ЗАГРЕВСКИЙ², Д. А. ЛАВШУК²

¹*Могилевский государственный университет продовольствия, Беларусь*

²*Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова, Беларусь*

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ
МОЩНОСТИ МЫШЕЧНОЙ СИСТЕМЫ СПОРТСМЕНА**

Разработаны механо-математические модели для расчета мощности целенаправленного движения спортсмена с учетом его взаимодействия с упругой опорой. Выполнено экспериментальное определение мощности мышечной системы спортсмена в зависимости от положения центра масс человека при выполнении им большого оборота на перекладине. На основе математических моделей и данных вычислительного эксперимента на ПЭВМ предложен метод оценки влияния деформации спортивного снаряда на мощности, развиваемые непосредственно мышечной системой гимнаста и реакцией упругой опоры. Получена количественная картина распределения мощности мышечной системы на всем протяжении траектории движения спортсмена. Рассчитаны коэффициенты влияния опоры по мощности.

Введение. Управляемое движение спортсмена может быть описано математическими моделями на кинематическом и динамическом уровнях. При исследовании динамики движения используют модели, основанные на анализе кинетической энергии, момента количества движения относительно оси спортивного снаряда или общего центра масс системы, а также моментов управляющих сил мышечной системы [1, 2].

Рассматривая целенаправленное, т. е. управляемое движение спортсмена, необходимо принимать во внимание двойственную природу сил, вызывающих его перемещение в пространстве. Управляющие силы являются внутренними силами биологического объекта, каковым является организм человека, и зависят от его физиологии. С другой стороны, на спортсмена действуют и внешние силы, например, силы тяжести, поэтому опорно-двигательный аппарат человека ведет себя как механическая система.

В механике для кинематических цепей, подобных опорно-двигательному аппарату человека, разработаны методы оценки энергетических характеристик движения. Так, для механизмов и машин составляют уравнение энергетического баланса с последующим его анализом [3, 4]. Для биомеханических систем (БМС) при исследовании движений, выполняемых системой в целом или отдельными ее частями, теория и необходимые для практического расчета методы только начали развиваться [5, 6].

На сегодня известны тысячи маховых упражнений на снарядах [7]. Они включаются в программы по гимнастике для всех спортивных разрядов и составляют главное содержание их учебного материала [8]. С энергетической точки зрения удобно оценивать движение путем анализа развиваемой спортсменом мощности. Исследуем эту характеристику движения на материале маховых упражнений спортивной гимнастики.

Расчетные модели для нахождения мощности. Особенностью расчета развиваемой при движении спортсмена мощности является тот факт, что мышечная система может приводить к перемещениям костей относительно каждого сустава человеческого тела. Другими словами, для каждого сустава имеется свой движитель в виде соответствующей группы мышц, и мощность каждой из них надо определить. Суммируя их, получим мощность, развиваемую всей мышечной системой.

При исследовании системы, включающей наряду с гимнастом и спортивный снаряд, интерес представляет мощность движущего момента относительно спортивного снаряда, так как названный момент приложен к гимнасту в целом и не является только результатом действия группы мышц в контакте человека с опорой. Поэтому и расчетные модели для данного случая несколько иные.

При расчетах биомеханической мощности необходимо использовать угловую скорость суставного движения, т. е. разность угловых скоростей соединенных в исследуемом суставе звеньев, что обусловлено особенностями крепления и работы мышц. Поэтому мощность при движении относительно единичного сустава БМС определяется по формуле:

$$P_{O_{i-1},i}^{\text{БI}} = M_{i,i-1} \dot{q}_{i,i-1} = M_{i,i-1} (\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}), \quad (1)$$

где $M_{i,i-1}$ – момент управляющих сил мышечной системы относительно оси сустава $O_{i,i-1}$; $\dot{q}_{i,i-1}$ – относительная суставная угловая скорость; \dot{q}_i , \dot{q}_{i-1} – угловые скорости сопряженных звеньев.

Мощность, вырабатываемая организмом в целом для управления движением его звеньев, определяется суммированием абсолютных значений мощностей отдельных мышц и равна

$$P_{\text{БМС}}^{\Sigma \text{Б}} = \sum_{i=2}^N |M_{i,i-1}(\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1})|. \quad (2)$$

В уравнения (1) и (2) необходимо подставить моменты управляющих сил мышечной системы.

Существует ряд уравнений движения БМС в условиях упругой опоры, полученных исходя из различных допущений. Для случая упругой опоры, моделируемой вращающейся пружиной, получим мощность, равную

$$P_{O_{i-1},i}^{\text{Б1}} = \left[g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos q_j + \ddot{l}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin(q_0 - q_j) + 2\dot{l}_0 \dot{q}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos(q_0 - q_j) + \sum_{k=0}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{q}_k \cos(q_k - q_j) - \sum_{k=0}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{q}_k^2 \sin(q_k - q_j) \right] (\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}). \quad (3)$$

Для всей мощности мышечной системы, вырабатываемой при управлении движением, используем выражение

$$P_{\text{БМС}}^{\Sigma \text{Б}} = \sum_{i=1}^N \left[g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos q_j + \ddot{l}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin(q_0 - q_j) + 2\dot{l}_0 \dot{q}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos(q_0 - q_j) + \sum_{k=0}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{q}_k \cos(q_k - q_j) - \sum_{k=0}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{q}_k^2 \sin(q_k - q_j) \right] (\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}). \quad (4)$$

причем здесь $i \geq 2$. В уравнениях (3) и (4) коэффициенты, зависящие от свойств спортивного снаряда и масс-инерционных характеристик человеческого тела, обозначены как C_{ij} и A_{jk} соответственно, а $q_0, q_j, \dot{q}_0, \dot{q}_i, \ddot{q}_k, \ddot{l}_0$ представляют собой обобщенные координаты, скорости и ускорения, характеризующие движение опоры и БМС.

Абсолютные значения величин при расчетах по уравнениям (2) и (4) используются по той причине, что организм затрачивает усилия как на разгон, так и торможение каждого звена, поэтому знак развиваемой мощности только исказит конечный результат [6].

В исследуемом вопросе нас интересует мощность, затрачиваемая БМС как биологическим объектом, т. е. вырабатываемая внутри тела, но не суммарная мощность сил и моментов механической системы. Хотя связь между этими двумя мощностями, несомненно, существует, т. к. усилия, вырабатываемые мышечной системой, должны компенсировать внешнее воздействие гравитационного поля, в котором движется человек, а также инерцию тела.

В рамках модели по уравнению (3) выделим мощности реакций опоры и непосредственно биомеханической системы. Получим

$$P_{O_{i-1,i}}^{Б1} = \left\{ \left[\ddot{l}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin(q_0 - q_j) + 2\dot{l}_0 \dot{q}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos(q_0 - q_j) + \sum_{j=i}^N A_{j0} \ddot{q}_0 \cos(q_0 - q_j) - \sum_{j=i}^N A_{j0} \dot{q}_0^2 \sin(q_0 - q_j) \right] + \left[g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos q_j + \sum_{k=0}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{q}_k \cos(q_k - q_j) - \sum_{k=0}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{q}_k^2 \sin(q_k - q_j) \right] \right\} (\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}).$$

Обозначим мощность реакции опоры как

$$P_{O_{i-1,i}}^{ОП} = \left[\ddot{l}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin(q_0 - q_j) + 2\dot{l}_0 \dot{q}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos(q_0 - q_j) + \sum_{j=i}^N A_{j0} \ddot{q}_0 \cos(q_0 - q_j) - \sum_{j=i}^N A_{j0} \dot{q}_0^2 \sin(q_0 - q_j) \right] (\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}), \quad (5)$$

а мощность сил биомеханической системы –

$$P_{O_{i-1,i}}^{БМС} = \left[g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos q_j + \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{q}_k \cos(q_k - q_j) - \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{q}_k^2 \sin(q_k - q_j) \right] (\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}). \quad (6)$$

Тогда при реализации движения относительно единичного сустава получим в общем виде мощность мышечной системы, как сумму двух слагаемых

$$P_{O_{i-1,i}}^{Б1} = P_{O_{i-1,i}}^{ОП} + P_{O_{i-1,i}}^{БМС}.$$

Данный подход позволяет выполнить количественную оценку динамического усиления движения упругой опорой по такой энергетической характеристике, как развиваемая относительно единичного сустава мощность мышечной системы. Для выполнения такой оценки вводится понятие коэффициента влияния опоры по мощности мышечной системы [2, 6]

$$\lambda_{O_{i-1,i}}^{P^{Б1}} = \frac{P_{O_{i-1,i}}^{Б1}}{P_{O_{i-1,i}}^{БМС}}. \quad (7)$$

Этот коэффициент показывает, во сколько раз мощность биомеханической системы в условиях упругой опоры отличается от такого же параметра, но рассчитанного относительно недеформированного состояния спортивного снаряда.

Отметим, что это не полная оценка динамического усиления движения – часть влияния спортивного снаряда, реализованная через изменение обобщенных координат q_j , обобщенных скоростей \dot{q}_i и обобщенных ускорений \ddot{q}_k биомеханической системы, современными методами исследования не фиксируется. Тем не менее, выражение (7) в значительной мере отражает характер взаимодействия человека с упругой опорой и полезно в практических целях.

Исследование мощности биомеханической системы при большом обороте назад на перекладине. Маховые упражнения в спортивной гимнастике представляют собой сложные двигательные акты и при этом являются самой характерной группой гимнастических движений. На рисунке 1 показана кинетограмма большого оборота назад в исполнении мастера спорта. Видеосъемка велась двумя видеокамерами – одна фиксировала движение человека, вторая – динамическую деформацию снаряда.

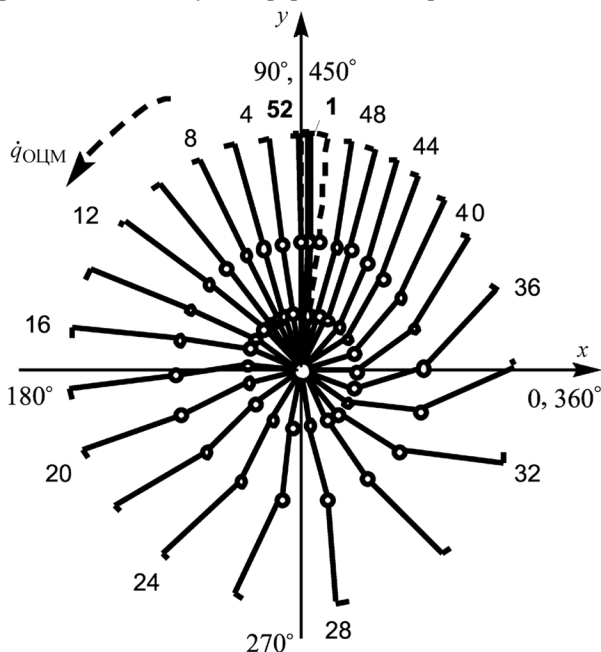


Рисунок 1 – Кинетограмма махового упражнения

Результаты расчета с использованием исходных данных, полученных в натурном эксперименте, представлены в виде графиков на рисунке 2. Вычисления выполнены с помощью программы, написанной в MathCad 14.0. Графики показывают изменение мощности, вырабатываемой биосистемой при движении ее звеньев относительно суставов в зависимости от угла $q_{\text{ОЦМ}}$, определяющего положение общего центра масс биомеханической системы.

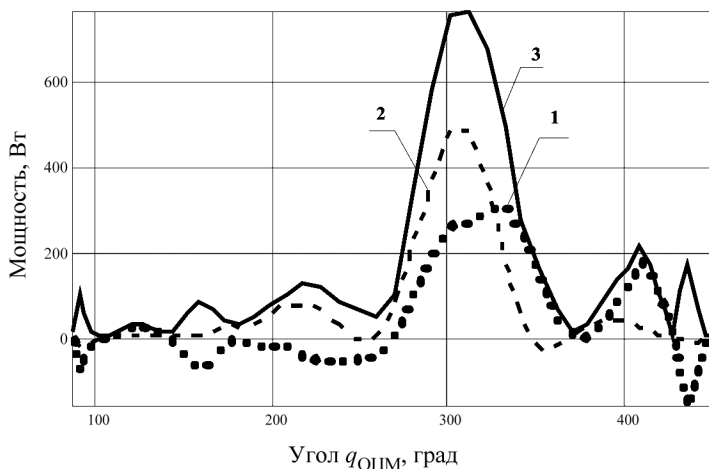


Рисунок 2 – Мощность мышечной системы при движении спортсмена:
1 – плечевой сустав; 2 – тазобедренный сустав; 3 – суммарная мощность мышц

Так как для исследования бралась трехзвенная биомеханическая система (см. рисунок 1), то в этом случае при расчете мощности необходимо использовать управляющие моменты относительно плечевого (рисунок 2, график 1) и тазобедренного (рисунок 2, график 2) суставов. Полная мощность, развиваемая мышечной системой с учетом движений относительно всех суставов сразу, представлена кривой 3 (рисунок 2).

Рисунок 2 позволяет определить как наиболее энергетически затратные участки траектории, так и самые экономные, то есть те, на которых мышечная система фактически не участвует в движении или же ее влияние минимально. Так, наибольшие затраты мощности в обоих суставах наблюдаются на участке подъема спортсмена в диапазоне изменения угла $q_{\text{ОЦМ}}$ примерно $300\text{--}330^\circ$. На участке, где тело опускается вниз (угол $q_{\text{ОЦМ}}$ составляет $90\text{--}270^\circ$), развиваемая мощность в каждом суставе не превышает 100 Вт.

Таким образом, констатируем, что максимальная мощность, развиваемая мышечной системой в рассматриваемом примере, достигает примерно 760 Вт. В другие моменты времени она максимум равна 200 Вт (рисунок 2).

Расчет по уравнениям (5) и (6) позволяет проследить изменение мощностей выделенных систем. Рисунок 3 показывает мощности при движении

относительно плечевого сустава. Подобным же образом представлены мощности выделенных систем (рисунок 4) при движении относительно тазобедренного сустава.

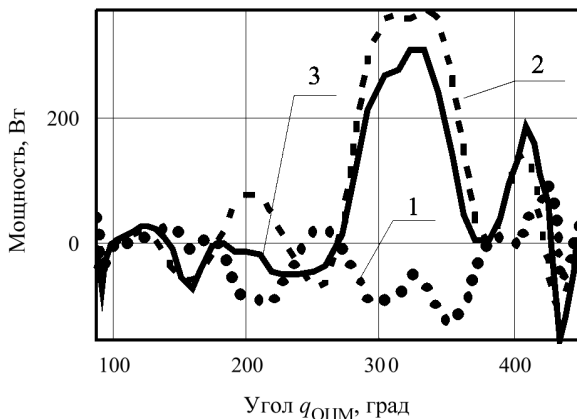


Рисунок 3 – Мощность при движении в плечевом суставе: 1 – выделенная опора; 2 – выделенная БМС; 3 – суммарная мощность

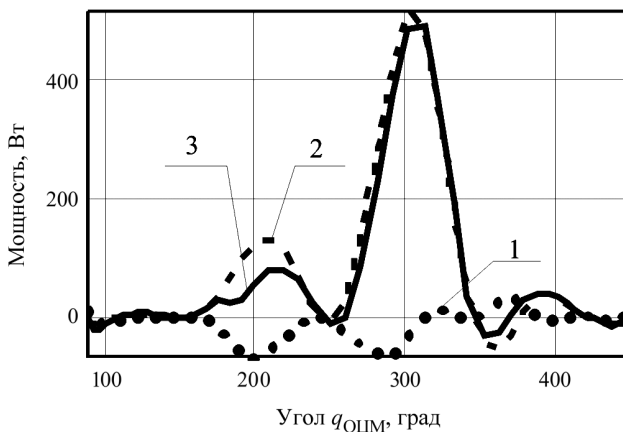


Рисунок 4 – Движение относительно тазобедренного сустава: 1 – выделенная опора; 2 – выделенная БМС; 3 – суммарная мощность

Анализ рисунков 3 и 4 показывает, что максимальное усиление движения человека за счет упругих свойств спортивного снаряжения составляет более 600 % для плечевого сустава (коэффициент $\lambda_{O_{1,2}}^{p_{B1}} = 6,25$) и более 400 % для тазобедренного (коэффициент $\lambda_{O_{2,3}}^{p_{B1}} = 4,31$).

Кроме значений коэффициентов влияния опоры необходимо сопоставить также и значения мощности при данном положении общего центра масс. Сравнивая рисунок 3 для плечевого и рисунок 4 для тазобедренного суставов, отметим весьма небольшое значение развиваемой при движении мощности в те моменты времени, когда коэффициенты влияния опоры имеют большие значения. В моменты же пика мощности, например при $q_{\text{ОЦМ}} = 300^\circ$ (рисунок 4), коэффициент влияния опоры имеет значение, близкое к единице.

На участках траектории с коэффициентом влияния опоры, по модулю меньшим 1, т. е. при $|\lambda_{O_{2,3}}^{P_{\text{Б1}}}| < 1$ или $-1 < \lambda_{O_{2,3}}^{P_{\text{Б1}}} < 1$, имеем случай, когда спортивный снаряд ослабляет движение и полная мощность, развиваемая мышечной системой, меньше той, что в данный момент могла бы дать жесткая опора.

В случае анализа движения спортсмена относительно снаряда, расчетные модели меняются, и мощность рассчитывается не по разности угловых скоростей, а по полной угловой скорости вращения первого звена.

$$P_{O_{0,1}} = M_{0,1} \dot{q}_1, \quad (8)$$

где $M_{0,1}$ – движущий момент, \dot{q}_1 – угловая скорость рук.

Графики, приведенные на рисунке 5, иллюстрируют изменение мощности движущего момента и выделенных систем.

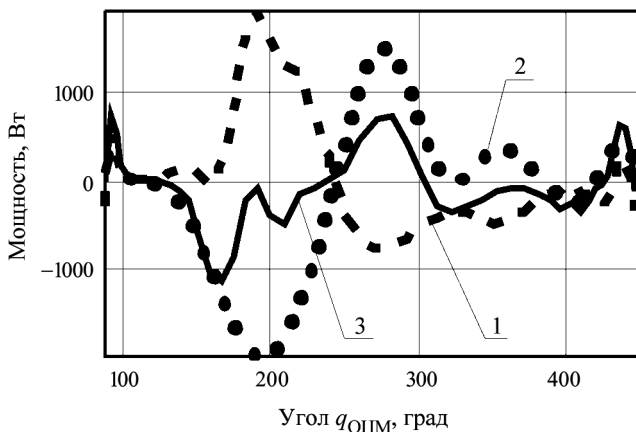


Рисунок 5 – Движение спортсмена относительно спортивного снаряда:
1 – выделенная опора; 2 – выделенная БМС; 3 – мощность движущего момента

Кривые 1 и 2 рисунка 5 получены с учетом выражения (8) и дают представление о взаимном влиянии человека (БМС) и упругого спортивного сна-

ряда. На большей части траектории снаряд (кривая 1) и биомеханическая система (кривая 2) работают в противофазе и суммарная мощность движущего момента меньше, чем если бы спортивный снаряд был жестким и не проявлял упругие свойства. Исключением является вертикальное положение общего центра масс спортсмена (углы $q_{\text{ОЦМ}}$, равные 90° и 450°).

Мощность движущего момента человека относительно спортивного снаряда имеет максимальное по модулю значение порядка 1,1 кВт при прохождении спортсменом через горизонтальное положение вниз.

На рисунке 6 показан фрагмент траектории, начиная с углового положения общего центра масс БМС $q_{\text{ОЦМ}} = 111^\circ$. В этом масштабе более наглядно прослеживается влияние упругих свойств опоры на движение человека. Сопоставляя изменение мощности и коэффициента влияния опоры, удастся расшифровать действительную картину взаимодействия спортсмена со снарядом во время выполнения упражнения.

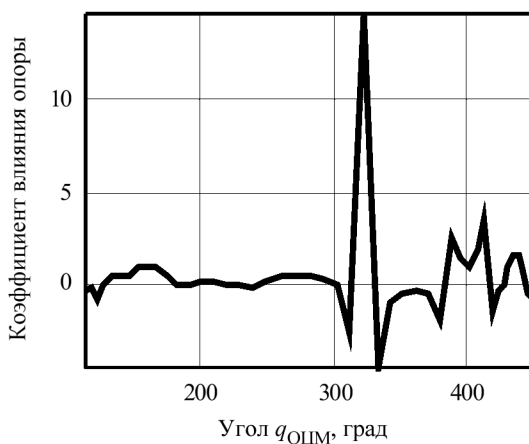


Рисунок 6 – Коэффициент влияния опоры по мощности движущего момента в диапазоне углов $q_{\text{ОЦМ}} = 111\text{--}449^\circ$

Заключение. В работе исследовано целенаправленное движение человека, взаимодействующего с упругим телом, с энергетической точки зрения и в рамках поставленной задачи предложена классификация мощностей с точки зрения управления движением применительно к спорту. Разделены мощности управляемого движения относительно суставов человеческого тела и мощности движущего момента, развиваемого при движении спортсмена относительно упругой опоры.

Проанализированы результаты вычислительного эксперимента, проведенного при исследовании выполнения гимнастом большого оборота назад на перекладине. Получены численные значения мощности управ-

ляемого движения мышечной системы как в целом, так и по отдельным подсистемам.

В качестве оценки динамического усиления движения за счет упругих свойств опоры, введено понятие коэффициента влияния опоры по мощности и выполнена количественная оценка взаимодействия человека и спортивного снаряда. Разработанная методика позволяет выработать качественные и количественные критерии оценки как эффективности технической подготовки спортсмена, так и трудоемкости самого упражнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Артоболевский, И. И.** Теория механизмов и машин: учеб. для втузов / И. И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
- 2 **Бегун, П. И.** Моделирование в биомеханике: учеб. пособие / П. И. Бегун, П. Н. Афонин. – М.: Высш. шк., 2004. – 390 с.
- 3 **Гавердовский, Ю. К.** Техника гимнастических упражнений. Популярное учебное пособие / Ю. К. Гавердовский. – М.: Terra-Спорт, 2002. – 512 с.
- 4 **Загrevский, В. И.** Модели анализа движений биомеханических систем / В. И. Загrevский. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 124 с.
- 5 **Левитский, Н. И.** Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М.: Высш. шк., 1990. – 592 с.
- 6 **Покатилов, А. Е.** Биомеханика взаимодействия спортсмена с упругой опорой / А. Е. Покатилов; под ред. В. И. Загrevского. – Минск: Изд. центр БГУ, 2006. – 351 с.
- 7 **Покатилов, А. Е.** Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов, В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук. – Минск: Изд. центр БГУ, 2008. – 279 с.
- 8 **Гимнастика:** учеб. для техникумов физической культуры / под ред. М. Л. Украна и А. М. Шлёмина. – М.: Физкультура и спорт, 1977. – 422 с.

A. E. POKATILOV, V. I. ZAGREVSKY, D. A. LAVSHUK

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE SPORTSMAN MUSCULAR SYSTEM POWER

The mechanical-mathematical models for calculation of the sportsman purposeful movement power were developed taking into account the interaction with elastic support. There was performed the experimental determination of the sportsman muscular system power depending on the man center of mass position at a large turnover on the crossbar. On the basis of mathematical models and the data of computational experiment done by the computer there was proposed the method for estimating the effect of the power sports equipment deformation under gymnast muscle system direct impact and the response of the elastic support. The quantitative pattern of muscular system power on all extent of the sportsman movement trajectory was obtained. The coefficients of the support influence were calculated by the power.

Получено 14.04.2014