

2 **Лимаренко, Г. Н.** Реечные передаточные механизмы поступательных приводов автоматизированных машин: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.02.02 // Г. Н. Лимаренко. – Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 2010. – 34 с.

3 **Кондрахин, В. П.** Электрические механизмы перемещения очистных комбайнов / В. П. Кондрахин, В. В. Косарев, Н. И. Стадник. – Донецк: Технопарк ДонНТУ, 2010. – 257 с.

L. V. LUKIENKO, V. V. ISAEV

DETERMINATION OF RATIONAL OPERATING MODES FOR A GEAR RACK AND PINION SYSTEMS OF TECHNOLOGICAL MACHINES MOVEMENT

In work there are demonstrated the calculation results of hard loaded gear rack-and-pinion systems of technological machines movement based on the conducted analytical and experimental researches. Recommendations for designed transmission parameters providing their increased resource are prepared.

Получено 20.03.2014

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 8. Гомель, 2014**

УДК 531/534:[57+61]

Д. Н. ОКСЕНЮК, Д. А. ЧЕРНОУС

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

МИНИМИЗАЦИЯ СИЛ И МОМЕНТОВ В БИОМЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОНЕЧНОСТЕЙ ЧЕЛОВЕКА

На примере упрощенной двухстержневой модели верхней конечности человека проиллюстрированы варианты реализации принципа минимума внешней силы и момента при функционировании скелетно-мышечной системы. С использованием соотношений статики твердого тела установлены расчетные зависимости суставного момента (при моментном режиме нагружения модели) и силы в односуставной мышце от высоты подъема груза при отсутствии строгих ограничений на его горизонтальное смещение.

Введение. Биомеханика – это раздел механики, в котором изучается механическое движение биологических объектов. Одной из основных задач биомеханики человека является описание движения опорно-двигательной системы под действием скелетных мышц. До настоящего времени остается недостаточно изученным вопрос о том, исходя из каких соображений мозг активирует те или иные мышцы для выполнения определенных действий. Одним из принципов, который может дать ответ на такой вопрос, считается минимум внешней силы и момента, необходимого для обеспечения движения системы [1]. В каждом конкретном случае оптимизация работы скелет-

ных мышц осуществляется по-разному. Анализ данных процессов позволяет сформулировать обоснованные рекомендации по совершенствованию лечебно-восстановительных мероприятий, спортивных тренировок и проектирования различных манипуляторов [2].

Для описания движения и равновесия элементов опорно-двигательной системы человека принято использовать системы шарнирно соединенных абсолютно жестких массивных стержней. Действие мышц моделируется либо приложением моментов в суставах (шарнирах) [3], либо введением активных тяг [4]. Так, в работе [5] была проанализирована простейшая модель верхней конечности человека, представляющая собой стержневой двухзвенник с дополнительным точечным грузом. Были установлены зависимости перемещений груза от активной силы в тяге, которая моделировала двухсуставную двуглавую мышцу плеча (бицепс). Однако в известных публикациях не рассматривались режимы работы данной системы при реализации критерия оптимизации.

Таким образом, целью настоящей работы является прогнозирование равновесных положений модели верхней конечности исходя из условия минимизации внешней силы и момента.

Описание модели. Рука человека может рассматриваться как система двух жестких шарнирно соединенных стержней (рисунок 1). Звено 1 массой m_1 и длины l_1 в данной системе моделирует плечевую кость, а звено 2 массой m_2 и длины l_2 – кости предплечья. Шарнир A соответствует плечевому суставу, а шарнир B – локтевому. Ставится задача поднять груз массы m_3 на заданную высоту h . При этом горизонтальное перемещение груза не ограничивается.

Первоначально для подъема груза приложим в суставах A и B активные моменты M_1 и M_2 соответственно. Подобный режим нагружения, характерный для современных манипуляторов, будем называть «моментным».

В состоянии равновесия звенья модели будут отклонены от первоначального вертикального положения на углы φ_1 и φ_2 . Заданная высота подъема h выражается через эти углы следующим образом:

$$h = l_1(1 - \cos \varphi_1) + l_2(1 - \cos \varphi_2). \quad (1)$$

Условие минимума внешнего момента можно свести к равенству

$$M_1 = M_2 = M.$$

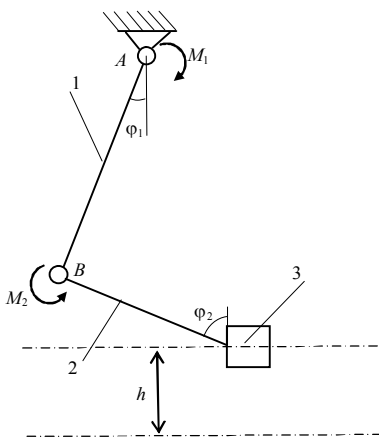


Рисунок 1 – Модель конечности человека при «моментном» нагружении

Для определения значения момента M , необходимого для подъема на заданную высоту при соблюдении введенного критерия оптимизации рассмотрим равновесие каждого стержня модели отдельно (рисунок 2).

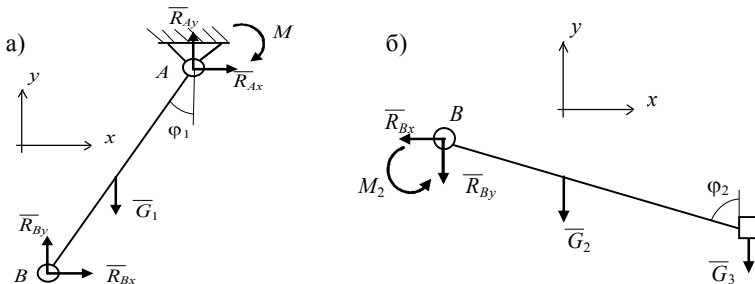


Рисунок 2 – Расчетные схемы элементов модели при «моментном» нагружении

Составим для каждого стержня по три уравнения равновесия.

Для схемы на рисунке 2, а имеем:

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} = 0; \quad R_{Ax} + R_{Bx} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \quad R_{Ay} + R_{By} - G_1 = 0; \\ \sum M_A = 0; \quad -M + G_1 \frac{l_1}{2} \sin \varphi_1 + R_{Bx} l_1 \cos \varphi_1 - R_{By} l_1 \sin \varphi_1 = 0. \end{aligned}$$

Для элемента, показанного на рисунке 2, б, получаем

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} = 0; \quad -R_{Bx} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \quad -R_{By} - G_2 - G_3 = 0; \\ \sum M_B = 0; \quad M - G_2 \frac{l_2}{2} \sin \varphi_2 - G_3 l_2 \sin \varphi_2 = 0. \end{aligned}$$

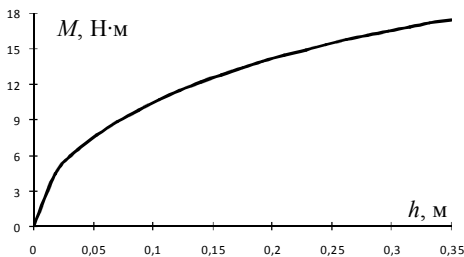


Рисунок 3 – Зависимость суставного момента от высоты подъема груза

на рисунке 3 представлена полученная зависимость момента M от высоты подъема груза h . Можно отметить, что данная зависимость нелинейна. При относительно малых высотах подъема (до 5 см) значение момента быстро

Добавив к записанным равенствам соотношение (1), получим систему семи уравнений с семью неизвестными. А именно: реакции шарнира А: R_{Ax} , R_{Ay} ; шарнире В: R_{Bx} , R_{By} ; углы φ_1 и φ_2 ; момент M .

Для расчетного примера выберем значения исходных параметров модели, заимствованные из [6]: $m_1 = m_2 = 1$ кг; $m_3 = 5$ кг; $l_1 = l_2 = 0,35$ м. На

возрастает с увеличением высоты. При больших значениях h скорость роста момента M снижается.

В организме человека нагружение элементов опорно-двигательной системы осуществляется не суставными моментами, а мышцами, которые можно моделировать активными тягами. В рассматриваемой задаче условие нулевой внешней силы и нулевого внешнего момента будет обеспечено при работе односуставной мышцы в области шарнира B (рисунок 4). Данный режим нагружения модели будем называть «мышечным». Мышца крепится к стержню 1 на известном расстоянии a_1 и к стержню 2 на расстоянии a_2 от шарнира B . При активации мышцы в ней генерируется сжимающая сила T , в результате чего и поднимается груз.

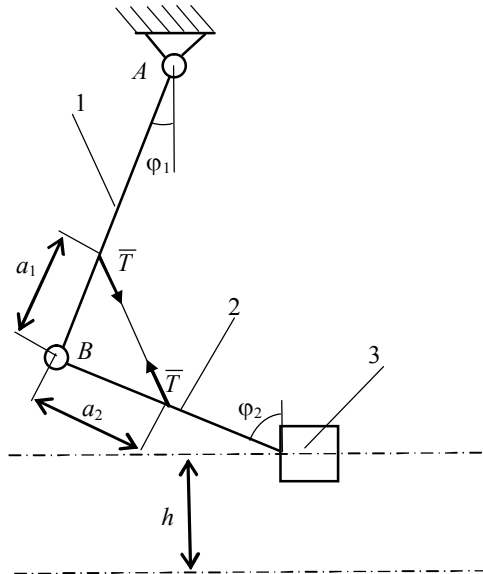


Рисунок 4 – Модель конечности человека при «мышечном» режиме нагружения

Для определения значения силы, необходимой для подъема груза на заданную высоту h , рассмотрим равновесие каждого стержня модели отдельно (рисунок 5). Угол φ на рисунке 5 – это неизвестный угол, который в состоянии равновесия составляет мышца с вертикалью. Из геометрических соотношений можно установить связь между углами φ_1 , φ_2 и φ

$$a_1 \sin(\varphi_1 + \varphi) = a_2 \sin(\varphi_2 - \varphi). \quad (2)$$

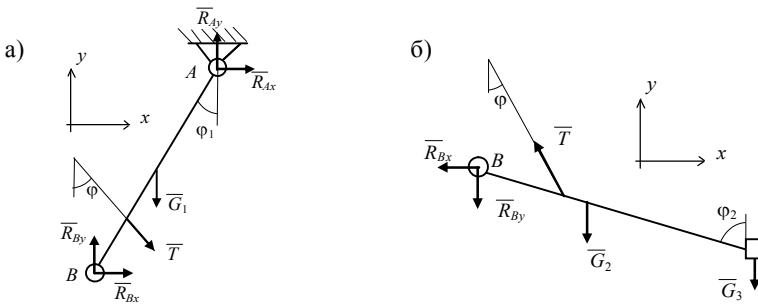


Рисунок 5 – Расчетные схемы элементов модели при «мышечном» режиме нагружения

Составим по три уравнения равновесия для каждого стержня модели.

Для схемы на рисунке 5, а:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad R_{Ax} + R_{Bx} + T \sin \varphi = 0;$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_{Ay} + R_{By} - G_1 - T \cos \varphi = 0;$$

$$\sum M_A = 0; \quad -T(l_1 - a_1) \sin(\varphi_1 + \varphi) + G_1 \frac{l_1}{2} \sin \varphi_1 + R_{Bx} l_1 \cos \varphi_1 - R_{By} l_1 \sin \varphi_1 = 0.$$

Для стержня, показанного на рисунке 5, б:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad -R_{Bx} - T \sin \varphi = 0;$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad -R_{By} - G_2 - G_3 + T \cos \varphi = 0;$$

$$\sum M_B = 0; \quad T a_2 \sin(\varphi_2 + \varphi) - G_2 \frac{l_2}{2} \sin \varphi_2 - G_3 l_2 \sin \varphi_2 = 0.$$

Добавив к записанным равенствам соотношения (1) и (2), получим систему восьми уравнений с восемью неизвестными, которые включают реакции шарнира А: R_{Ax} , R_{Ay} ; шарнира В: R_{Bx} , R_{By} ; углы φ_1 , φ_2 и φ ; силу T .

Для расчетного примера выберем $a_1 = a_2 = 0,1$ м. На рисунке 6 представлена зависимость модуля силы T от высоты подъема h . Можно отметить, что сила T уменьшается с ростом высоты подъема, h_0 весьма незначительно. Наличие максимальной силы в мышце при $h = 0$ связано с тем, что в исходном состоянии ($\varphi_1 = \varphi_2 = 0$) активация односуставной мышцы в рассматриваемой модели не приведет к подъему груза. Данная мышца будет оказывать влияние на положение груза только при наличии ненулевых углов отклонения стержней от вертикали. При этом, чем больше отклонение, тем меньшую силу должна развить односуставная мышца.

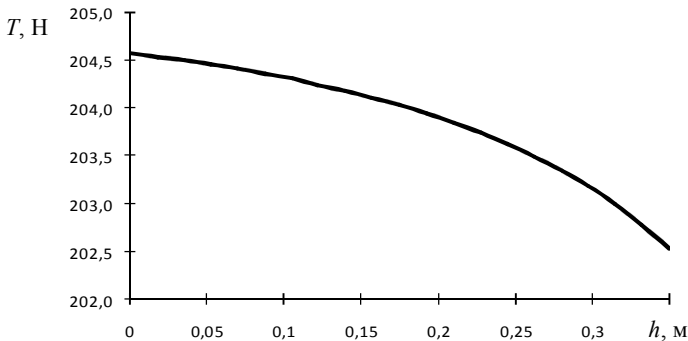


Рисунок 6 – Зависимость силы в мышце от высоты подъема груза

Заключение. Выполненный анализ показал, что при использовании стержневой модели верхней конечности человека критерий минимума внешней силы и момента может быть реализован приложением разнонаправленных суставных моментов или действием односуставной мышцы. Установлено, что зависимость суставного момента от высоты подъема груза при реализации данного критерия существенно нелинейна. По мере подъема скорость роста момента уменьшается. Данное наблюдение подтверждается известными экспериментальными зависимостями генерируемой мышцей силы от суставного угла.

При работе односуставной мышцы модуль генерируемой силы незначительно уменьшается при увеличении высоты подъема груза. Данная мышца будет задействована для подъема груза только при наличии первоначального отклонения системы от вертикального положения. Отмеченная закономерность свидетельствует о том, что односуставные мышцы играют вспомогательную роль при реализации движений верхних конечностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Бегун, П. И. Моделирование в биомеханике / П. И. Бегун, П. Н. Афонин. – М.: Высш. шк., 2004. – 390 с.

2 Дубровский, В. И. Биомеханика: учеб. для средних и высших учебных заведений / В. И. Дубровский, В. Н. Федорова. – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2003. – 672 с.

3 Покатилов, А. Е. Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов, В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук. – Минск: Изд-во БГУ, 2008. – 280 с.

4 Колесников, Г. Н. Биомеханическая модель скелетно-мышечной системы, построенная без субъективных критериев оптимальности / Г. Н. Колесников. – Российский журнал биомеханики. – 2004. – Т. 8, № 3. – С. 19–29.

5 Глинский, Д. В. Анализ равновесия элементов опорно-двигательной системы человека / Д. В. Глинский, Д. А. Черноус // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. – Гомель: БелГУТ, 2010. – Вып. 4. – С. 53–58.

6 **Анатомия человека.** В 2 т. Т. 1 / Э. И. Борзjak [и др.]; под ред. М. Р. Сапина. – М.: Медицина, 1997. – 544 с.

D. N. OKSENIUK, D. A. CHERNOUS

MINIMIZATION OF FORCES AND MOMENTS IN THE HUMAN LIMBS BIOMECHANICAL MODEL

A simplified two-rod model of the human upper limb was used as an example and it demonstrated the realization of the principle of minimum external force and torque for the operation of the musculoskeletal system. With the use of statics solid-state relations there were set the calculation dependences for the articular moment (under model torque-loading mode) and muscle strength in one-articular muscle on the height of load lifting in the absence of restrictions on its horizontal displacement.

Получено 10.07.2014