

УДК 629.114.2

*М. Г. КУЗНЕЦОВА*

*Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь*

## **АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ КОЛЕБАНИЙ НЬЮТОНОВСКИХ И НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ЗАМКНУТЫХ РЕЗЕРВУАРАХ**

В работе рассмотрены основные математические соотношения, описывающие колебания жидкого груза в резервуаре транспортного средства при компьютерном моделировании перетекания жидкостей в цистернах. На основе анализа возможностей различных инженерных пакетов для создания компьютерных моделей перетекания жидкостей в резервуарах, определено, что для анализа колебаний как ньютоновских, так и неньютоновских жидкостей целесообразно использовать программу ANSYS. Изучены подходы к получению численного решения в программе ANSYS, а также выполнен анализ адекватности компьютерных расчетов результатам эксперимента.

Задачи по созданию новых конструкций цистерн сопряжены с анализом динамики систем, включающих твердые тела и жидкость со свободной поверхностью, который представляет собой сложную математическую задачу даже для ньютоновских жидкостей. Среди жидких грузов, перевозимых автомобильным и железнодорожным транспортом, имеется большое количество неньютоновских жидкостей, особенности перетекания которых в резервуарах до настоящего времени не изучены.

Целью работы является анализ возможностей моделирования перетекания неньютоновских жидкостей в транспортных резервуарах. Задачи, решаемые на данном этапе: анализ физических свойств транспортируемых жидких грузов; анализ подходов к математическому моделированию колебания жидкого груза в резервуаре транспортного средства, изучение возможностей существующих программных инженерных пакетов для создания компьютерных моделей перетекания неньютоновских жидкостей в резервуарах.

Полный учет явлений, происходящих при переходных режимах движения цистерн, требует использования модели жидкости как сплошной среды. Поскольку в рассматриваемых в работе задачах давления жидких грузов не достигают значительных величин, то при всех расчетах колебаний жидкостей их можно считать несжимаемыми.

Общие соотношения, которые характеризуют перетекание жидкостей в резервуарах цистерн и справедливы как для ньютоновских, так и для неньютоновских жидкостей, включают динамические уравнения для слагаемых, отнесенных к единице массы, а также уравнения сохранения массы и энергии. Они имеют следующий вид [1, с. 224; 2, с. 362]:

$$\begin{cases}
\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = F_x + \frac{1}{\rho} \left( -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right); \\
\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = F_y + \frac{1}{\rho} \left( -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right); \\
\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = F_z + \frac{1}{\rho} \left( -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right); \\
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \\
\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial Q}{\partial t} + k_T \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \Phi_d,
\end{cases} \quad (1)$$

где  $u, v, w$  – проекции вектора скорости частицы жидкости на оси  $x, y, z$  соответственно, м/с;  $F_x, F_y, F_z$  – проекции внешних объемных (массовых) сил, Н/м<sup>3</sup>;  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $p$  – изотропное напряжение (давление), Па;  $\tau_{ij}$  – компоненты тензора напряжений, Па;  $C_p$  – удельная теплоемкость жидкого груза при постоянном давлении, Дж/(кг·К);  $T$  – температура жидкости, К;  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  – удельная скорость тепловыделения внешних источников, Дж/(кг·с);  $k_T$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  $\Phi_d$  – часть механической энергии, переходящая в тепловую за единицу времени, отнесенная к единице массы, т.е. удельная вязкая диссипация энергии жидкого груза, Дж/(кг·с):

$$\Phi_d = \mu \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right],$$

$\mu$  – коэффициент динамической вязкости, Па·с.

Существующие различия в свойствах транспортируемых жидкостей требуют различных подходов к нахождению значения диссипации энергии, которые зависят от особенностей внутреннего трения.

Для определения параметров движения жидкости, имеющей постоянную вязкость, достаточно решить систему первых четырех уравнений системы (1). При этом температурное поле может быть рассчитано из пятого уравнения системы на основании уже полученного поля скоростей.

Возникающие при движении реальных жидкостей касательные силы сцепления между частицами характеризуют величину внутреннего трения, или вязкость жидкости. Исследования по динамике цистерн, выполненные ранее, были связаны с анализом перетекания в резервуарах ньютоновских жидкостей [3], для которых касательные напряжения между частицами прямо про-

порциональны относительной скорости перемещения ее слоев и зависят от рода жидкости (линия 1 на рисунке 1) [4, с. 15]:

$$\tau = \mu \frac{d\bar{v}}{d\bar{n}} = \mu \dot{\gamma},$$

где  $\bar{v}$  – вектор полной скорости, м/с;  $\bar{n}$  – единичный вектор по направлению, перпендикулярному течению потока жидкости;  $\dot{\gamma}$  – скорость сдвига, с<sup>-1</sup>.

Для неньютоновских жидкостей зависимость касательных напряжений от скорости сдвига отлична от прямо пропорциональной. Соответственно, коэффициент их вязкости не является константой данной жидкости. Он может зависеть от температуры, давления и скорости сдвига, продолжительности его действия и других факторов. В книгах [4–7] приведена классификация различных жидких сред и отмечается, что существующие полуэмпирические и эмпирические реологические модели могут быть разделены на два основных типа:

- 1) псевдопластичные («чисто вязкие») среды, при описании которых используются, например, степенной закон Оствальда де Вале; модель Эллиса и др.;
- 2) вязкопластичные среды, описываемые, например, моделями Бингама-Шведова, Гершеля-Балкли и др.

Движение жидких грузов, перевозимых в транспортных резервуарах, более точно описывают модели, которые основаны на степенном законе Оствальда де Вале и Бингама-Шведова (бингамовская). Решение некоторых задач о течении соответствующих сред приведено, например, в [8, 9].

Для нефти, растворов и расплавов полимеров, суспензий, красок, меда, патоки и др. характерна нелинейная зависимость напряжений от скорости сдвига течения (линии 3 и 4 на рисунке 1). Для описания таких жидкостей при их моделировании используется степенной закон Оствальда де Вале [4, с.17], который дает выражение коэффициента динамической вязкости в виде

$$\mu = K(\lambda \dot{\gamma})^{n_{ж}-1},$$

где  $K$  – консистентная вязкость жидкости (коэффициент густоты потока), Па·с;  $n_{ж}$  – показатель поведения жидкости (для псевдопластических жидкостей  $n_{ж} < 1$ , для ньютоновских  $n_{ж} = 1$ , для дилатантных  $n_{ж} > 1$ );  $\lambda$  – временная константа, с.

По реологическим свойствам к бингамовским жидкостям относят такие вязкопластичные жидкости, как буровые растворы, масляные краски и др. Их течение начинается при создании некоторого начального напряжения сдвига, превышающего предел текучести (линия 2 на рисунке 1). После на-

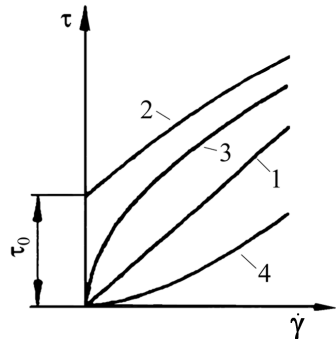


Рисунок 1 – Реологические законы для разных жидкостей [10]:

- 1 – ньютоновская жидкость;
- 2 – жидкость Бингама-Шведова (бингамовская);
- 3 – псевдопластическая;
- 4 – дилатантная

чала течения их поведение соответствует ньютоновским жидкостям. Связь между скоростью и напряжением сдвига бингамовской жидкости выглядит следующим образом [4, с. 17]

$$\tau - \tau_0 = \mu_p \dot{\gamma}, \quad \tau > \tau_0,$$

где  $\mu_p$  – пластическая вязкость неньютоновской жидкости, Па·с;  $\tau_0$  – начальное напряжение сдвига (для ньютоновских жидкостей  $\tau_0 = 0$ ), Па. Например, для чистых бетонных смесей напряжение сдвига близко к 2 Па.

Решение системы уравнений (1) требует задания граничных условий, соответствующих расчетной схеме исследуемого объекта. При обтекании вязкой несжимаемой жидкостью твердых поверхностей должны выполняться условия непроникновения через твердые стенки  $v_n = 0$  и прилипания частиц вязкой жидкости  $v_\tau = 0$  [11, с. 94], а также наличия свободной поверхности жидкости на границе воздуха и жидкого груза. Индексы «n» и «τ» здесь и далее означают проекции на нормаль и касательную.

Особенностью расчетной схемы цистерны с жидкостью является наличие поверхности раздела между жидкостью и воздухом. В таком случае непрерывные решения определяются в прилегающих к этой поверхности областях. Граничные условия на границе раздела воздуха и жидкого груза включают в себя условия для скоростей и напряжений. Граничное условие для скоростей предполагает, что частицы жидкости не перемешиваются с частицами воздуха, соответственно проекции векторов их скоростей на нормаль к поверхности раздела одинаковы [11, с. 96]:

$$v_n^{\text{ж.гр}} = v_n^{\text{возд}}.$$

Индексы «ж. гр» и «возд» здесь и далее показывают, что соответствующие параметры относятся к жидкому грузу и воздуху. При этом касательные составляющие скоростей частиц воздуха и жидкого груза на поверхности раздела могут быть не равны.

Кроме того, при переходе через поверхность раздела должны быть одинаковыми нормальные составляющие напряжений [11, с. 96]:

$$\tau_n^{\text{ж.гр}} = \tau_n^{\text{возд}}.$$

Если принимается во внимание поверхностное натяжение, создающее скачок нормальных сил, то граничное условие приобретает вид [12, с. 32]

$$\tau_n^{\text{ж.гр}} = \tau_n^{\text{возд}} - \sigma(R_1^{-1} + R_2^{-1}),$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;  $R_1, R_2$  – главные радиусы кривизны в точке поверхности, м.

Поскольку скорость находящихся на поверхности  $S(x, y, z, t) = 0$  частиц жидкости совпадает со скоростью перемещения точек названной поверхности, дифференциальное уравнение для ее определения имеет вид [12, с. 32]:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = 0.$$

Течение жидкости в резервуаре может быть ламинарным или турбулентным. При движении транспортного средства по дороге всегда имеют место его вертикальные колебания, которые являются постоянными источниками завихрений, т. е. искусственными турбулизаторами [13, 14]. Кроме того, при таких переходных режимах движения транспортных средств, как разгон и экстренное торможение, происходит удар жидкости о стенки и потолок резервуара и взаимодействие ее с демпфирующими колебания груза устройствами, что также является источником появления вихрей, определяющих возникновение и поддержание турбулентного движения. Общим критерием возникновения турбулентности в гидромеханике считается достижение числом Рейнольдса критического значения [14, с. 79]. Названное число является безразмерной характеристикой скорости потока, характеризует отношение сил инерции к вязкостным силам и определяется по формуле [2, с. 369]:

$$\text{Re} = \frac{vL}{\nu}, \quad (2)$$

где  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $L$  – характерный размер потока, м.

Однако значительное число проведенных разными авторами экспериментов показало, что число Рейнольдса само по себе еще не является однозначным критерием возникновения турбулентности [14, с. 81]. Так, для случаев течений жидкостей в трубах турбулентность начинает проявляться при  $\text{Re} \geq 2300$  [14, с. 82], при исследовании устойчивости ламинарного течения между параллельными стенками – при  $\text{Re} > 258$  [11, с. 465], при наличии начального возмущения для пространственных задач и при обтекании препятствий – при  $\text{Re} \geq 50$  [15, с. 124]. В работе [13] предложено использовать в качестве характерной скорости в формуле (2) не абсолютную скорость потока, а возмущение скорости. В этом случае предлагается использовать критическое число Рейнольдса порядка 10, которое хорошо объясняет такие экспериментально подтвержденные факты, например, как для случая искусственных турбулизаторов [14].

Для рассматриваемых в работе транспортных резервуаров характерный размер  $L$  соответствует их ширине, т. е. 2 м. Скорость движения жидкости относительно резервуара примем равной 10 м/с. Тогда для воды при  $20^\circ\text{C}$  ( $\nu = 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$ ) и вязкого битума ( $\nu = 60 \text{ см}^2/\text{с}$ ) числа Рейнольдса составляют

$$\text{Re}_в = \frac{10 \cdot 2}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 2,0 \cdot 10^7; \quad \text{Re}_б = \frac{10 \cdot 2}{60 \cdot 10^{-4}} = 3,3 \cdot 10^3,$$

что больше критического значения. Поэтому все расчеты перетекания жидких грузов при нестационарных режимах движения цистерн выполнялись с учетом турбулентности движения, т. е. наличия турбулентных напряжений, зависящих от пульсаций скорости потока. Их учет приводит к появлению в первых четырех уравнениях системы (1) шести новых неизвестных величин

турбулентных напряжений, для вычисления которых необходимо установить связь между пульсационными и осредненными скоростями в турбулентном потоке [11, с. 171]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = F_x + \frac{1}{\rho} \left[ -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{xx} - \rho \overline{u'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{xy} - \rho \overline{v'u'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\tau}_{xz} - \rho \overline{w'u'}) \right]; \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = F_y + \frac{1}{\rho} \left[ -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{yx} - \rho \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{yy} - \rho \overline{v'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\tau}_{yz} - \rho \overline{w'v'}) \right]; \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = F_z + \frac{1}{\rho} \left[ -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{zx} - \rho \overline{u'w'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{zy} - \rho \overline{v'w'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\tau}_{zz} - \rho \overline{w'w'}) \right]; \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0; \\ \frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}'}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

где  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  – проекции вектора осредненной скорости частицы жидкости на оси  $x, y, z$  соответственно, м/с;  $\bar{u}', \bar{v}', \bar{w}'$  – проекции вектора пульсационной скорости частицы жидкости на оси  $x, y, z$  соответственно, м/с;  $\bar{\tau}_{ij}$  – осредненные компоненты тензора напряжений, Па.

Такую связь обеспечивают полуэмпирические модели турбулентности. Анализ, проведенный в [16], демонстрирует, что для решения рассматриваемых нами задач более предпочтительным является использование двухпараметрической  $k$ – $\varepsilon$  модели турбулентности [16, 17]. Она предполагает решение двух дополнительных уравнений: для вычисления турбулентной кинетической энергии  $k$  и нахождения скорости диссипации энергии турбулентности  $\varepsilon$  каждого конечного элемента жидкости на каждом шаге по времени [16, 17]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j k)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \rho \overline{v'_i v'_j} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon; \\ \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j \varepsilon)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} \left[ C_{\varepsilon 1} \left( -\rho \overline{v'_i v'_j} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon \right], \end{aligned}$$

где  $k$  – удельная (на единицу массы) турбулентная кинетическая энергия жидкости, м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>;

$$k = \frac{\overline{v'_j v'_j}}{2};$$

$\bar{v}$  – осредненная скорость, м/с;  $\sigma_\varepsilon, \sigma_k, C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$  – некоторые безразмерные эмпирические постоянные (таблица 1);  $\varepsilon$  – удельная (на единицу массы) ско-

рость диссипации турбулентной кинетической энергии жидкости,  $\text{м}^2/\text{с}^3$ ;  $\mu_t$  – коэффициент турбулентной вязкости, Па·с:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}.$$

Таблица 1 – Значения коэффициентов для  $k$ - $\varepsilon$  модели турбулентности [16]

Безразмерные постоянные для $k$ - $\varepsilon$ модели турбулентности	$\sigma_\varepsilon$	$\sigma_k$	$C_\mu$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
Значения	1,3	1,0	0,09	1,44	1,92

Аналитическое решение уравнений (1) для задач о перетекании жидкости при произвольных начальных и граничных условиях до настоящего времени не получено, поэтому для их анализа используют численные методы. В настоящее время существует достаточно большое число программных продуктов, позволяющих проводить гидродинамические расчеты той или иной сложности. Рассмотрим пакеты, предоставляющие наибольшее число возможностей по моделированию неньютоновских жидкостей и решению связанных задач для твердого тела и жидкости.

Инженерный пакет NX, входящий в Siemens PLM Software, позволяет выполнять гидродинамический анализ сжимаемых и несжимаемых жидкостей, обладающих как ньютоновскими, так и неньютоновскими свойствами на основе конечноэлементного моделирования. Однако отсутствуют сведения о возможности анализа турбулентных течений. Кроме того, возможности решения связанной задачи на сегодняшний день минимальны.

Программные продукты STAR-CD и STAR-CCM+ позволяют решать сложные гидродинамические задачи для двигателей внутреннего сгорания, а также простых течений жидкости. Однако возможности решения сопряженных задач и использования неньютоновских моделей жидких сред также ограничены.

Инженерный пакет FLOW-3D также, в основном, позволяет решать практически все задачи, связанные с течением жидкости как в открытых каналах, так и в замкнутых пространствах, однако не позволяет решать совместные задачи для жидкости и твердого тела.

Программные продукты компании ANSYS позволяют решать как отдельные задачи гидродинамики, так и комплексные связанные задачи, включающие анализ жидкостей и твердых тел, а также учитывающих деформацию этих тел. Кроме семи встроенных неньютоновских моделей (Бингама, де Вале, Гершеля-Балкли, Кросса, Кассона, Яшуды, Карреа) имеется возможность задания любых параметров колебаний жидких грузов и их физических характеристик.

Таким образом, в результате анализа возможностей различных программных продуктов для решения инженерных задач установлено, что наибольшими возможностями для решения и последующего анализа газо- и

гидродинамических задач, включающих возможность учета деформации конструкции резервуара, обладает инженерный пакет ANSYS.

Процесс получения численного решения, реализованный в ANSYS CFX, состоит из нескольких этапов. Первый состоит в преобразовании системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих процесс перетекания жидкостей, в дискретную систему алгебраических уравнений. При этом объект исследования разбивается на отдельные объемы, имеющие от 4 до 8 узлов, для каждого из которых записывается своя система уравнений: основных (уравнения, описывающие процесс перетекания жидкости) и вспомогательных (начальные и граничные условия). Формирование матриц коэффициентов системы и последующее их решение осуществляется с помощью алгебраического многосеточного метода [18, 19]. Затем осуществляется совместное численное решение системы уравнений на каждом шаге по времени при линеаризации нелинейных слагаемых [20]. В ходе расчета на каждом шаге по времени выполняется итерационное решение. Затем на основе полученных численных решений для каждого узла сетки строится приближенное численное решение для всего исследуемого объекта.

При создании компьютерных моделей цистерн внутренний объем резервуара разделялся на две области, одна из которых заполнена транспортируемой жидкостью, а другая – воздухом. Граница раздела двух фаз жидкостей в резервуаре определялась при помощи метода маркеров и ячеек Харлоу [21], который также упоминается в литературе как метод конечных объемов или VOF.

В большинстве работ, посвященных анализу перетекания жидкости, рассмотрено движение жидкости в трубах (обычно постоянного сечения), при этом для потока жидкости задается граница «входа» и «выхода». Особенности разработанных нами в программном комплексе ANSYS моделей, описанных, например, в [22, 23] является наличие замкнутого пространства, в котором происходит перетекание жидкости, причем в резервуаре учтены две фазы жидкости: первой соответствует транспортируемый жидкий груз, второй – воздух. Также определенную сложность при моделировании вызывает наличие внутренней перфорированной перегородки, обуславливающей появление многосвязной области между элементами перегородки и жидкостями и резервуаре. Объединение всего объема жидкости в один домен позволило решить эту проблему. Граничные условия на поверхностях перегородок задавались такими же, как для стенок резервуара.

Перетекание жидкого груза в транспортном резервуаре при переходных режимах движения может сопровождаться увеличением температуры жидкости за счет сил внутреннего трения (диссипации энергии жидкого груза). Существенное изменение температуры транспортируемого груза может привести к изменению его вязкости. В свою очередь, диссипация энергии жидкости разделяется на вязкую и турбулентную, зависящую от степени завих-



ренности потока и представляющую собой часть механической энергии вихрей, перешедшую в тепловую.

Для анализа адекватности реальным процессам использованных методик моделирования в среде программного комплекса конечноэлементного анализа ANSYS Workbench была создана конечноэлементная модель цистерны с водой, которая совершала торможение при входе в поворот. Геометрические размеры цистерны указаны на рисунке 2.

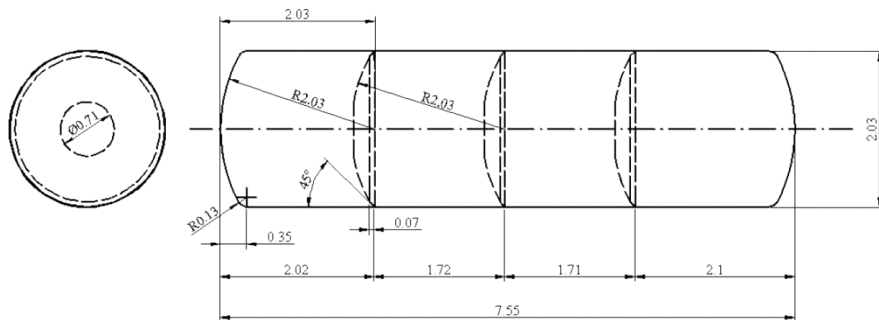


Рисунок 2 – Геометрические параметры цистерны с тремя перегородками [24]

Внутри транспортного резервуара устанавливались три поперечные перегородки сферической формы с отверстием по центру (рисунок 2). Прототипом резервуара цистерны являлась конструкция, исследованная в университете Конкордия (Канада) [24, 25]. При экспериментальных исследованиях, результаты которых подробно изложены в [25], измерения и расчеты проводились для разных уровней налива цистерны. Также расчеты проводились для резервуара без перегородок, а также с перегородками плоской и выпуклой формы, некоторые из которых имели отверстия.

Разработанная для сравнения модель включала более 110 тысяч конечных элементов. При выполнении расчетов линейное ускорение цистерны вдоль продольной оси было равно 0,3 g, вдоль поперечной оси – 0,25 g, уровень заполнения резервуара принимался равным 40 %.

Сравнение полученных нами значений сил давления жидкости, соответствующих продольным и поперечным силам, действующих на резервуар, с экспериментальными и теоретическими результатами, приведенными в работе [24], показало, что они различаются не более, чем на 13,2 % (рисунок 3). Это подтверждает корректность использованной методики моделирования.



Рисунок 3 – Сравнение значений продольных сил, полученных расчетом и экспериментальными данными [24]

Таким образом, в работе приведены основные математические соотношения, описывающие колебания жидкого груза в резервуаре транспортного средства, которые в дальнейшем стали основой для компьютерного моделирования перетекания жидкостей в цистернах. Выполнен анализ возможностей компьютерных программных средств для создания компьютерных моделей перетекания жидкостей в резервуарах. Определено, что пакет ANSYS обладает наибольшими возможностями для анализа колебаний как ньютоновских, так и неньютоновских жидкостей. Выполнен анализ адекватности разработанной методики компьютерного моделирования реальным процессам путем сравнения с экспериментальными данными, что подтвердило корректность использованной методики моделирования.

*Работа выполнена при поддержке Белорусского Республиканского Фонда фундаментальных исследований (Проект T15M-115).*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Андерсон, Д.** Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. – М. : Мир, 1990. – 384 с.

2 **Лойцянский, Л. Г.** Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М. : Наука, 1978. – 736 с.

3 **Высоцкий, М. С.** Динамика автомобильных и железнодорожных цистерн / М. С. Высоцкий, Ю. М. Плескачевский, А. О. Шимановский. – Минск : Белавтотракторостроение, 2006. – 320 с.

4 **Шульман, З. П.** Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей / З. П. Шульман. – М. : Энергия, 1975. – 352 с.

5 **Гарифуллин, Ф. А.** Механика неньютоновских жидкостей / Ф. Гарифуллин. – Казань : Фэн, 1998. – 416 с.

6 **Уилкинсон, У. Л.** Неньютоновские жидкости. Гидромеханика, перемешивание и теплообмен / У. Л. Уилкинсон. – М. : Мир, 1964. – 216 с.

7 **Хасанов, М. М.** Нелинейные и неравновесные эффекты в реологически сложных средах / М. М. Хасанов, Г. Т. Булгакова. – М.–Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. – 288 с.

8 **Гноевой, А. В.** Основы теории течения бингамовских сред / А. В. Гноевой, Д. М. Климов, В. М. Чесноков. – М. : Физматлит, 2004. – 272 с.

9 **Guedda, M.** Non-newtonian pseudoplastic fluids: analytical results and exact solutions / M. Guedda, R. Kersner // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2011. – P. 25–31.

10 **Бэтчелор, Дж.** Введение в динамику жидкости / Дж. Бэтчелор. – М. : Мир, 1973. – 792 с.

11 **Слезкин, Н. А.** Динамика несжимаемой жидкости / Н. А. Слезкин. – М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. – 521 с.

12 **Шкадов, В. Я.** Течения вязкой жидкости / В. Я. Шкадов, З. Д. Запрынов. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 200 с.

13 **Молчанов, А. М.** Математическое моделирование задач газодинамики и теплообмена / А. М. Молчанов. – М. : Изд-во МАИ, 2013. – 206 с.

14 **Монин, А. С.** Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. I / А. С. Монин, А. М. Яглом. – М. : Наука, 1965. – 640 с.

15 **Липанов, А. М.** Численный эксперимент в классической гидромеханике турбулентных потоков / А. М. Липанов, Ю. Ф. Кисаров, И. Г. Ключников. – Екатеринбург : УрО РАН, 2001. – 162 с.

16 **Щербаков, М. А.** Сравнительный анализ моделей турбулентности с использованием научного кода «Fastest-3D» и коммерческого пакета ANSYS CFX / М. А. Щербаков, А. А. Юн, Б. А. Крылов // Вестник МАИ. – 2010. – Т. 16. – № 5. – С. 2–12.

17 **Лапин, Ю. В.** Статистическая теория турбулентности (прошлое и настоящее – краткий очерк идей) / Ю. В. Лапин // Научно технические ведомости. – 2004. – № 2. – С. 7–20.

18 **Ольшанский, М. А.** Лекции и упражнения по многосеточным методам / М. А. Ольшанский. – М. : МГУ, 2003. – 176 с.

19 **Stueben, K.** Algebraic Multigrid (AMG): An Introduction with Applications / K. Stueben. – St. August : GMD, 1999. – 127 p.

20 **Сиковский, Д. Ф.** Методы вычислительной теплофизики: учеб. пособие / Д. Ф. Сиковский. – Новосибирск : Новосиб. гос. ун-т, 2013. – 98 с.

21 **Harlow, F. H.** Numerical study of large amplitude free surface motion / F. H. Harlow, J. E. Welch // Physics of Fluids. – 1966. – Vol. 9, № 5. – P. 842–851.

22 **Шимановский, А. О.** Гидродинамическая нагруженность перегородок цистерн при транспортировке жидкостей с различными реологическими свойствами / А. О. Шимановский, М. Г. Кузнецова // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2013. – № 4. – С. 18–21.

23 **Kuzniatsova, M.** 3D modeling of liquid oscillations in reservoirs with perforated baffles / M. Kuzniatsova // Technog. – 2013. – Vol. 5, № 4. – P. 103–106.

24 **Modaressi-Tehrani, K.** Three-dimensional analysis of transient slosh within a partly-filled tank equipped with baffles / K. Modaressi-Tehrani, S. Rakheja, I. Stiharu // Vehicle System Dynamics. – 2007. – Vol. 45, № 6. – P. 525–548.

25 **Yan, G.** Liquid slosh and its influence on braking and roll responses of partly filled tank vehicles : PhD thesis : Program in mechanical and industrial engineering / G. Yan. – Montreal, 2008. – 304 p.

*M. G. KUZNIATSOVA*

*Belarusian State University of Transport, Gomel, Belarus*

## **ANALYSIS OF APPROACHES TO MODELING OF NEWTONIAN AND NON-NEWTONIAN LIQUID CARGO OSCILLATIONS IN CLOSED TANKS**

There were considered the mathematical relations describing the oscillations of liquid cargo in the road tank reservoir for computer simulation of liquids sloshing in tanks. Based on the analysis of various engineering packages capabilities for creating computer models of liquid cargo sloshing in closed reservoirs including the analysis of Newtonian and non-Newtonian liquids it was assumed that the most preferable is the ANSYS software. The approaches to obtaining numerical solutions in ANSYS were investigated, as well as the analysis of the adequacy of computer simulations with the experimental results was analyzed.

Получено 09.01.2016