УДК 378.141.2/.5:531

А. О. ШИМАНОВСКИЙ, И. Е. КРАКОВА
Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

XIV МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Представлена информация о XIV Международной олимпиаде по теоретической механике, которая состоялась в Белорусском государственном университете транспорта в апреле 2018 г. Приведены условия и решения задач, сведения о результатах олимпиады.

В апреле 2018 г. в Белорусском государственном университете траспорта состоялась очередная четырнадцатая Международная олимпиада по теоретической механике. Ее участниками стали представители шести государств: Беларуси, Китая, Польши, России, Туркменистана и Украины. Олимпиада традиционно включала два конкурса: теоретический (лично-командный) и «Брейн-ринг» (командный). Основную информацию об особенностях их проведения можно найти в работах [1–3].

В соответствии с положением об олимпиаде участникам на теоретическом конкурсе предлагались представленные в приложении восемь задач (две по статике, две по кинематике и четыре по динамике), на решение которых отводилось 4 часа. Комплекты задач для теоретического конкурса были разработаны заведующим кафедрой технической физики и теоретической механики («ТФ и ТМ») БелГУТа А. О. Шимановским. Проверка работ осуществлялась жюри, в составе которого работали преподаватели вузов – участников олимпиады. Каждая задача оценивалась, исходя из максимального балла 10. Победитель в командном зачете определялся по сумме трех лучших результатов представителей вуза.

В конкурсе «Брейн-ринг» командам, состоящим из трех студентов, на 60 минут предлагались для решения тридцать мини-задач – по десять соответственно по статике, кинематике и динамике (они приведены в приложении). В разработке комплектов заданий принимали участие сотрудники кафедры «ТФ и ТМ» БелГУТа А. О. Шимановский, М. Г. Кузнецова, И. Е. Кракова, Д. А. Черноус, И. А. Ворожун. Особенностью данного конкурса является то, что победитель определяется только на основе правильных ответов (решения не проверяются), за каждый из которых присуждается один балл. Если команды набирают равное количество баллов, то им присуждается одинаковое место.

При решении задач теоретического конкурса наибольшие трудности вызвали задачи С1, К2 и Д4. В задаче С1 лишь немногие участники догадались, что необходимо рассмотреть два возможных варианта выхода системы из равновесия: вследствие качения цилиндра и при его поступательном перемещении. Трудность задачи К2 связана с необходимостью анализа скольжения стержня по поверхности цилиндра, что приводит к сложности определения скорости перемещения точки контакта относительно стержня и относительно цилиндра, поскольку они отличаются. Задача Д4 требовала глубоких знаний аналитической механики в сочетании с внимательностью при выполнении расчетов. Отметим, что в целом задачи были подобраны удачно. С одной стороны, около 20 % участников набрали более половины баллов. С другой стороны, победитель набрал 71 балл из 80, что свидетельствует о некотором резерве.

В командном зачете лучшие результаты показали Московский физико-технический институт (Россия), Хохайский университет (Китай), Нанкинский университет аэронавтики и астронавтики (Китай) и Уфимский государственный нефтяной технический университет. В конкурсе «Брейн-Ринг» наибольшее число баллов набрали две команды Нанкинского университета аэронавтики и астронавтики. Более подробную информацию можно найти в приложении, а также на сайте http://www.engmech.by.

В рамках олимпиады также состоялся Международный научно-методический семинар преподавателей, на котором обсуждались вопросы, связанные с преподаванием теоретической механики и научной работой на кафедрах вузов разных государств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Shimanovsky, A. O.** The holding of contests in engineering mechanics / A. O. Shimanovsky // International Journal of Mechanical Engineering Education. – Vol. 41, No. 2. – 2013. – P. 107–114.

2 **Шимановский, А. О.** О международных олимпиадах по теоретической механике 2016 и 2017 гг. / А. О. Шимановский, И. Е. Кракова // Механика. Исследования и иновации. – 2017. – Вып. 10. – С. 275–321.

3 **Shimanovsky, A.** Organization of student contests in mechanical engineering subjects as a factor of human potential development / A. Shimanovsky, M. Kuzniatsova // Proceedings of the 7th International Conference on Mechanics and Materials in Design, Albufeira/Portugal 11–15 June 2017. – Porto: INEGI, 2017. – P. 37–38.

A. O. SHIMANOVSKY, I. E. KRAKAVA
Belarusian State University of Transport, Gomel, Belarus

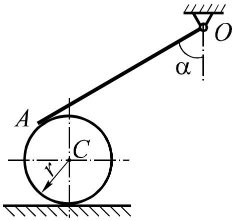
XIV INTERNATIONAL ENGINEERING MECHANICS CONTESTS

There is the information about 14th International Engineering Mechanics Contest which took place at the Belarusian State University of Transport in April 2018 : problem situations and solutions, some Contest results.

Получено 30.08.2018

1 УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА (2018 г.)

Задача С1–2018

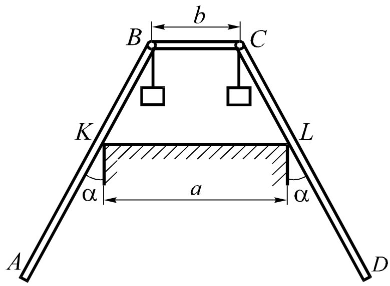


Конец O однородной балки OA веса P закреплен с помощью шарнира. На очень малом расстоянии от другого конца A она опирается на однородный цилиндр радиуса r, имеющий такой же вес P. Коэффициенты трения сцепления в контактах «цилиндр – балка» и «цилиндр – плоскость» одинаковы и равны f. Коэффициент трения качения между цилиндром и плоскостью – δ.

Пренебрегая трением качения между цилиндром и балкой, определить, при каких значениях угла α может начаться движение цилиндра.

Задача С2–2018

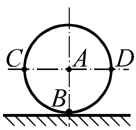
Два однородных стержня AB и CD длины l и веса G каждый соединены шарнирно со стержнем BC длиной b, а промежуточными точками они опираются на гладкие выступы K и L ($KL = a$). К шарнирам B и C подвешены грузы веса P каждый.



1 Найти угол α ($\alpha < 90°$) при равновесии системы.

2 Определить, при каких значениях размера l равновесие невозможно.

Задача К1–2018

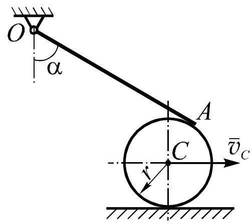


Колесо катится по поверхности так, что его угловое ускорение ε и угловая скорость ω связаны зависимостью $\varepsilon^2 = k\omega$ (k – постоянная). В момент $t = 2$ с после начала движения ускорения точек A и B оказались одинаковыми.

Найти для этого момента отношение ускорений точек C и D.

Задача К2–2018

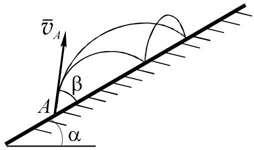
Конец O стержня OA длиной l закреплен с помощью шарнира. На очень малом расстоянии от другого конца A он опирается на катящийся без проскальзывания цилиндр радиуса r, центр которого перемещается с постоянной скоростью v_C.



Для положения, определяемого углом α, определить угловую скорость и угловое ускорение стержня OA.

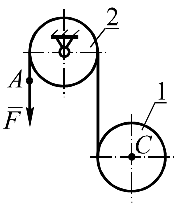
Задача Д1–2018

Материальная точка выброшена со скоростью v_A под углом к плоскости, образующей угол α с горизонтом. Силы сопротивления воздуха пренебрежимо малы.



Полагая, что удары точки о плоскость абсолютно упругие, определить, при каком угле β точка вернется в начальное положение A после двух соударений о плоскость.

Задача Д2–2018

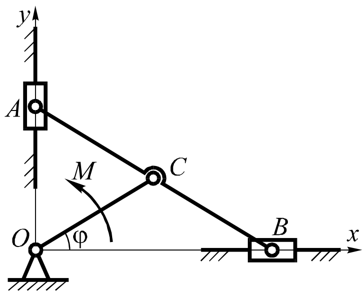


Однородный цилиндр 1 массы m и радиуса r обмотан посередине нитью, переброшенной через блок 2, имеющий ту же массу m и радиус r. К концу A нити, которая не скользит по блоку 2, приложена постоянная сила F.

При каких значениях силы F будет двигаться вниз и ось C цилиндра 1 и конец A троса.

Задача Д3–2018

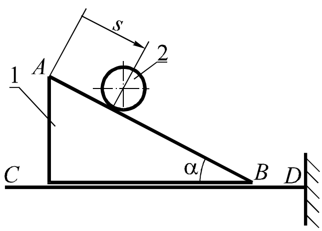
Эллипсограф расположен в вертикальной плоскости xOy. Кривошип OC и линейка AB – однородные стержни, массы которых $m_{OC} = m$, $m_{AB} = 2m$. $OC = AC = BC = l$. Массы ползунов A и B соответственно $m_A = m_B = m$. К кривошипу приложен постоянный вращающий момент M.



1 Найти угловую скорость кривошипа после того, как он сделает полный оборот из состояния покоя.

2 Определить угловое ускорение кривошипа в зависимости от угла φ.

Задача Д4–2018

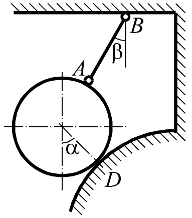
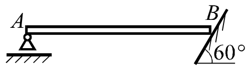
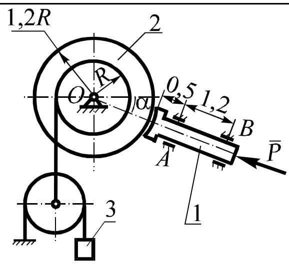
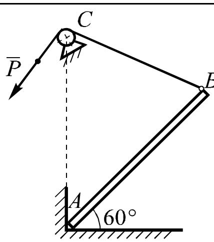
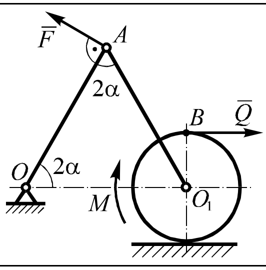


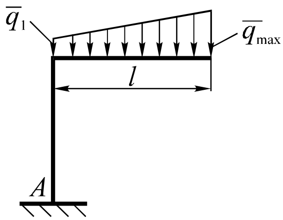
На невесомую гладкую горизонтальную балку CD помещена однородная треугольная призма 1 массы m. На грань AB призмы ($AB = 4r\sqrt{3}$), составляющую с горизонтом угол $\alpha = 30°$, устанавливают сплошной однородный цилиндр 2 радиуса r и массы $2m$. Качение цилиндра по плоскости AB происходит без проскальзывания. В начальный момент времени система находилась в покое, $s_0 = 0$, $DB_0 = r$.

Найти зависимость момента заделки в точке D от расстояния s.

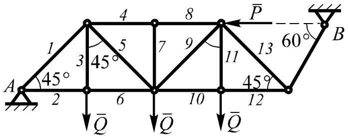
2 УСЛОВИЯ ЗАДАЧ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ» (2018 г.)

СТАТИКА

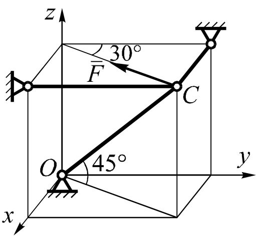
	**1.** Однородный цилиндр удерживается в равновесии с помощью стержня *AB* и опорной поверхности, значение реакции которой равно 40 Н. Определить вес тела, если $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$.
	**2.** Однородная балка *AB* в точке *A* положена на катки, а в точке *B* опирается на наклонную плоскость, составляющую с горизонтом угол $\alpha = 60°$. Определить коэффициент трения, при котором балка будет находиться в равновесии, считая его одинаковым для всех опорных поверхностей.
	**3.** По заданным значениям приложенных сил тяжести $G_1 = 0$; $G_2 = 30$ кН; $G_3 = 45$ кН; $G_4 = 90$ кН и коэффициента трения $f = 0,2$ между телами 1 и 2 определить предельное значение силы *P*, при котором система тел находится в равновесии.
	**4.** Стержень *AB* весом 300 Н удерживается в равновесии под углом 60° при помощи нити *BC* и упирается в угол *A*. Определить силу *P*, если $AB = AC$.
	**5.** Определить модуль силы *F*, при котором система будет находиться в равновесии, если $Q = 100$ Н, $M = 20$ Н·м, $\alpha = 30°$, $OA = 50$ см, $O_1B = 20$ см. Силами тяжести стержней пренебречь.



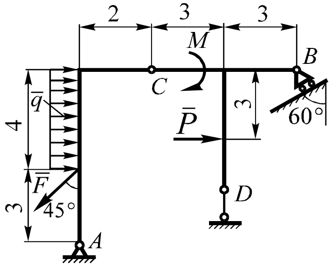
6. Рама находится в равновесии под действием распределенной нагрузки интенсивностью $q_1 = q$ и $q_{max} = 2q$. Определить, при каком размере l выполняется условие $M_A = R_A \cdot 2$.



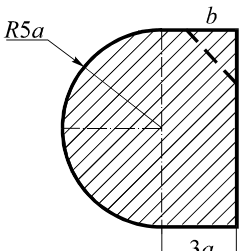
7. Определить, при каком отношении $\dfrac{P}{Q}$ реакция стержня 9 фермы будет равна нулю.



8. Чему равна сила, действующая на узел C со стороны невесомого стержня OC, если $F = 100$ Н?



9. Для схемы, изображенной на рисунке, определить реакцию шарнира A, если $F = 30$ кН, $P = 15$ кН, $q = 4$ кН/м, $M = 50$ кН·м.



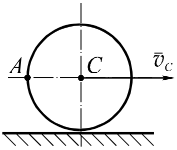
10. Определить сторону b треугольника, который нужно вырезать из фигуры, чтобы центр тяжести полученного сечения сместился по горизонтали на $0{,}1a$.

КИНЕМАТИКА

11. Точка движется по эллипсу с полуосями 50 и 30 см с постоянной по модулю скоростью 10 м/с. Определить разность между максимальным и минимальным модулем ускорения.

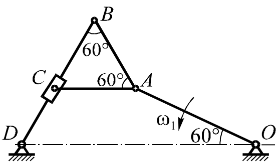
12. С каким промежутком времени оторвались от края крыши две капли, если спустя 2 с после начала падения второй капли расстояние между каплями равно 20 м? Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

13. Диск вращается так, что угловое ускорение его описывается соотношением $\varepsilon = 4t$, рад/с^2. В момент времени $t_1 = 1$ с диск имел угловую скорость ω_1. Через некоторое время угловая скорость удвоилась. Определить для этого момента полное ускорение точки, удаленной от оси вращения на 5 см, если $\omega_0 = 4$ рад/с.

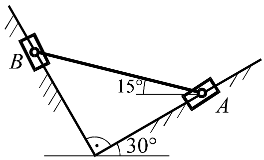


14. Колесо радиусом 30 см катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Скорость центра C колеса в данный момент времени составляет 10 м/с. При каком ускорении центра колеса угол между векторами скорости и ускорения точки A составит 15°?

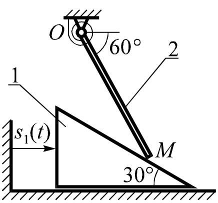
15. Груз, связанный канатом с поверхностью диска радиусом 40 см, движется вертикально вниз равноускоренно из состояния покоя. Через 1 с после начала движения ускорение точек диска, находящихся на расстоянии 10 см от оси вращения, совпадало с ускорением точек груза. Определить разность этих ускорений через 2 с.



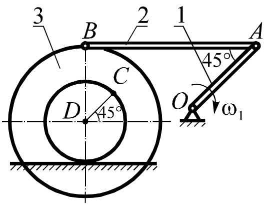
16. В механизме, изображенном на рисунке, звено OA вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 4$ рад/с. Для заданного положения определить абсолютную скорость точки C ползуна, если $OA = 1$ м, $DB = 1{,}2$ м, $AB = AC$.



17. В механизме, изображенном на рисунке, ползун A движется со скоростью 2,5 м/с, а точка C, принадлежащая звену AB, в данный момент времени имеет скорость 2 м/с. Определить, на каком расстоянии от точки A находится точка C, если длина звена $AB = 1$ м.



18. Призма 1 движется в соответствии с законом $s_1(t) = 10t^2 - 5t$ см. Определить угловое ускорение ε_2 в момент времени $t_1 = 1$ с, если $l_2 = 20$ см.



19. Дано: $\omega_1 = 2\frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $OA = 8$ см, $AB = 15$ см, $BD = 10$ см, $CD = 5$ см.

Найти скорость точки C.

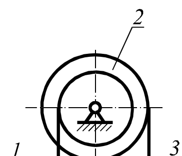
20. При угловой скорости, равной 4π рад/с, началось равнопеременное торможение диска. Сделав десять оборотов, диск остановился. Определить его угловое ускорение.

ДИНАМИКА

21. Поезд массой 400 т при выходе из кривой радиусом 2 км имел нормальное ускорение 0,4 м/с^2. Сила сопротивления его движению равна $F = \gamma S^2$, где $\gamma = 0{,}48$ Н/м^2. Определить путь, пройденный поездом до остановки.

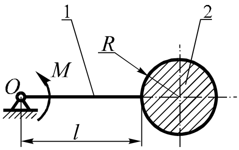
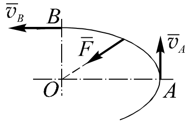
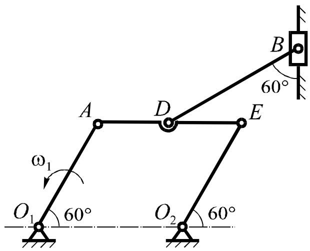
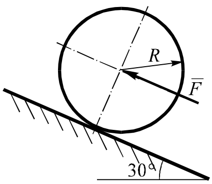
22. Шестерня 1 радиусом 30 см находится в зацеплении с шестерней 2 радиусом 40 см. Коэффициент полезного действия передачи – 80 %. На шестерню 2 действует момент сопротивления, пропорциональный угловой скорости $M_{\text{сопр}} = 0{,}2\omega_2$ (момент – в Н·м, угловая скорость – в рад/с). Какой момент надо приложить к шестерне 1, чтобы вторая шестерня вращалась с постоянной частотой 80 об/с?

23. Тело подброшено вертикально вверх со скоростью 20 м/с. При подъеме на какую высоту кинетическая энергия будет равна половине его потенциальной энергии, если в момент бросания потенциальная энергия равна нулю.



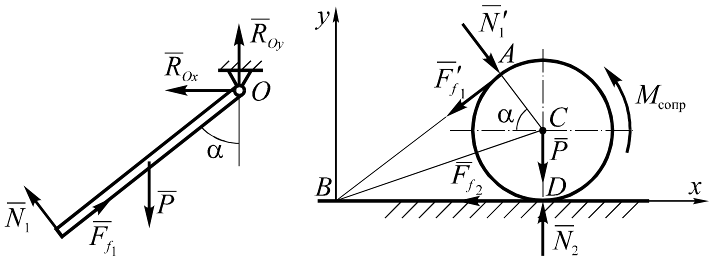
24. Система состоит из двух грузов и вращающегося блока. Масса груза 1 $m_1 = 10$ кг, масса блока 2 $m_2 = 5$ кг, радиусы $r = 20$ см, $R = 40$ см, радиус инерции $i = 30$ см. Определить массу груза 3, при которой ускорение груза 1 составит $a_1 = 2$ м/с^2.

25. Два шарика, массы которых $m_1 = 300$ г и $m_2 = 550$ г, подвешены на двух нерастяжимых нитях длиной 0,5 м. Первый шарик отклонили от вертикали на угол 60° и отпустили. На какую высоту поднимутся шарики после абсолютно неупругого соударения.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>26. Механическая система, состоящая из однородного стержня 1 и однородного диска 2, начинает вращаться под действием постоянного момента M, в горизонтальной плоскости. Определить величину момента M, если за 30 с система из состояния покоя сделала 150 оборотов. Известно $l_1 = 1$ м, $R = 0{,}4$ м, массы тел: $m_1 = 2$ кг, $m_2 = 1{,}5$ кг.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>27. Точка массой 10 кг движется по эллиптической траектории из A в B под действием центральной силы F в плоскости рисунка. Определить импульс силы F на этом перемещении, если $v_{\text{A}} = 2$ м/с, $AO = 1$ м, $OB = 0{,}6$.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>28. Для заданного положения механизма определить кинетическую энергию звена BD (считая его сплошным однородным стержнем массой 10 кг), если $\omega_1 = 10$ рад/с, $O_1A = 0{,}5$ м, $BD = 1{,}2$ м.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>29. Цилиндр начинает двигаться по гладкой наклонной плоскости под действием постоянной силы F, приложенной к его оси. На какую высоту поднимется его центр масс за 10 с, если масса цилиндра $3m$, $F = 2mg$?</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">30. Отвесно падающий шарик ударяется о гладкую плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Непосредственно после удара вектор скорости шарика оказывается горизонтальным. Определить коэффициент восстановления при ударе.</td>
</tr>
</table>

3 РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

Задача С1–2018



Рассмотрим равновесие балки.

$$\sum M_{iO} = 0; \quad P\frac{l}{2}\sin\alpha - N_1 l = 0; \quad N_1 = \frac{P}{2}\sin\alpha\,.$$

Рассматриваем *выкатывание диска* (случай, при котором коэффициент трения качения δ мал).

Составим уравнение моментов относительно точки B:

$$\sum M_{iB} = 0; \quad -N_1\cdot AB - P\cdot AB + N_2\cdot AB + M_{\text{сопр}} = 0. \tag{1}$$

Поскольку максимальный момент сопротивления качению $M_{\text{сопр}} = \delta N_2$, то из уравнения (1) получаем:

$$-N_1 - P + N_2 + N_2\frac{\delta}{AB} = 0\,;$$

$$N_2 = \frac{N_1 + P}{1+\dfrac{\delta}{AB}} = \frac{P\left(\dfrac{\sin\alpha}{2}+1\right)}{1+\dfrac{\delta}{AB}}\,.$$

Уравнение моментов относительно точки D:

$$\sum M_{iD} = 0; \quad F_{f_1}(r + r\sin\alpha) - N_1\, r\cos\alpha + M_{\text{сопр}} = 0\,. \tag{2}$$

При выкатывании диска начинается скольжение балки по диску в точке A, поэтому сила трения в этой точке

$$F_{f_1} = fN_1 = f\frac{P}{2}\sin\alpha\,. \tag{3}$$

Подстановка в (2) дает

$$f\frac{P}{2}\sin\alpha(r + r\sin\alpha) - \frac{P}{2}\sin\alpha\, r\cos\alpha + \delta\frac{P\left(\dfrac{\sin\alpha}{2}+1\right)}{1+\dfrac{\delta}{AB}} = 0,$$

$$\left(f\sin\alpha(1+\sin\alpha)-\sin\alpha\cos\alpha\right)\left(1+\frac{\delta}{AB}\right)+\left(\frac{\sin\alpha}{2}+1\right)\frac{2\delta}{r}=0, \qquad (4)$$

где AB определяется из треугольника ABC выражением $AB=r\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$.

Решая уравнение (4), получаем значение угла α_r. Если $\alpha < \alpha_r$, то диск выкатывается из-под балки.

При малых значениях f и достаточно больших δ диск может *выскользнуть без вращения*. В этом случае $F_{f1}=fN_1$, $F_{f2}=fN_2$.

Из уравнений проекций на оси координат с учетом (3) получаем:

$$\sum F_{iy}=0;\quad N_2-N_1\cos\alpha-F_{f1}\cos\alpha-P=0;$$

$$N_2=N_1\cos\alpha+F_{f1}\cos\alpha+P=\frac{P\sin^2\alpha}{2}+f\frac{P\sin\alpha}{2}\cos\alpha+P;$$

$$F_{f_2}=fN_2=f\left(\frac{P\sin^2\alpha}{2}+f\frac{P\sin\alpha}{2}\cos\alpha+P\right);$$

$$\sum F_{ix}=0;\quad N_1\cos\alpha-F_{f1}\sin\alpha-F_{f_2}=0;$$

$$\frac{P\sin\alpha}{2}\cos\alpha-f\frac{P\sin^2\alpha}{2}-f\frac{P\sin^2\alpha}{2}-f^2\frac{P\sin\alpha\cos\alpha}{2}-fP=0.$$

Решая полученное уравнение, находим

$$\sin\alpha\cos\alpha-2f\sin^2\alpha-f^2\sin\alpha\cos\alpha-2f=0,$$

$$\sin\alpha\cos\alpha(1-f^2)-2f\sin^2\alpha-2f\sin^2\alpha-2f\cos^2\alpha=0,$$

$$\mathrm{tg}\alpha(1-f^2)-4f\,\mathrm{tg}^2\alpha-2f=0,$$

$$4f\,\mathrm{tg}^2\alpha-\mathrm{tg}\alpha(1-f^2)+2f=0.$$

Корни получившегося квадратного уравнения

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{(1-f^2)\pm\sqrt{(1-f^2)^2-32f^2}}{8f}.$$

Угол α_s, при котором начинается выскальзывание диска, соответствует отрицательному знаку перед корнем. Поэтому

$$\alpha_s=\mathrm{arctg}\frac{(1-f^2)-\sqrt{(1-f^2)^2-32f^2}}{8f}.$$

Если $\alpha < \alpha_s$, то диск начинает выскальзывать.

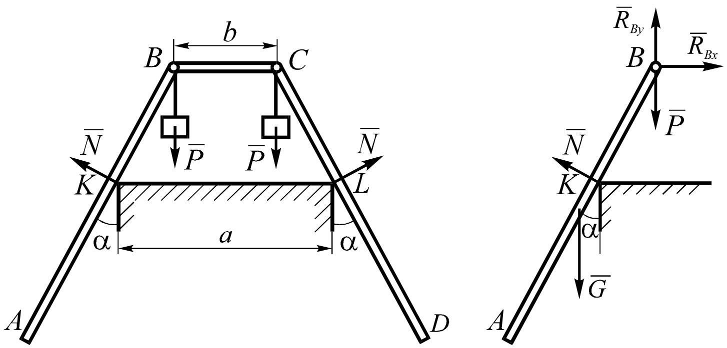
Задача С2–2018

Для конструкции в целом с учетом ее симметрии находим:

$$\sum F_{iy} = 0; \quad 2N\sin\alpha - 2P - 2G = 0; \qquad N = \frac{G+P}{\sin\alpha}.$$

Рассматривая равновесие стержня AB, получаем

$$\sum M_{iB} = 0; \quad G\frac{l}{2}\sin\alpha - N\cdot\frac{a-b}{2\sin\alpha} = 0.$$



Подставляя сюда выражение силы N, имеем

$$G\frac{l}{2}\sin\alpha - \frac{G+P}{\sin\alpha}\cdot\frac{a-b}{2\sin\alpha} = 0.$$

Отсюда

$$\sin^3\alpha = \frac{(G+P)(a-b)}{Gl}; \quad \alpha = \arcsin\sqrt[3]{\frac{(G+P)(a-b)}{Gl}}.$$

Поскольку $\sin\alpha < 1$, то равновесие невозможно в случае

$$\frac{(G+P)(a-b)}{Gl} > 1; \quad \text{т. е. } l < \frac{(G+P)\cdot(a-b)}{G}.$$

Задача К1–2018

Учитывая, что угловое ускорение и угловая скорость связаны соотношением, $\varepsilon^2 = k\omega$, при дифференцировании по времени находим

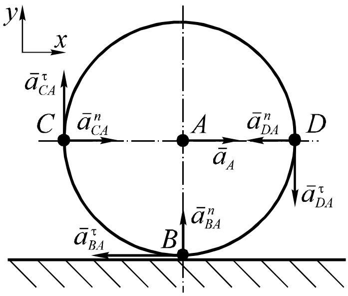
$$2\varepsilon\frac{d\varepsilon}{dt} = k\varepsilon; \quad d\varepsilon = \frac{k}{2}dt.$$

Поскольку в начале движения при $t \approx 0$ $\omega = 0$, $\varepsilon = 0$, то в результате интегрирования получаем:

$$\varepsilon = \frac{kt}{2}; \ \frac{d\omega}{dt} = \frac{kt}{2}; \ \omega = \frac{kt^2}{4}.$$

Следовательно, через 2 с после начала движения $\varepsilon = k$, $\omega = k$.

При движении колеса ускорение точки B



$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{BA} + \bar{a}^{n}_{BA},$$

где $\quad a^n_{BA} = \omega^2 r = k^2 r; \quad a^{\tau}_{BA} = \varepsilon r = kr.$

Проецируя на оси x и y, получаем

$$a_{Bx} = a_A - kr; \; a_{By} = k^4 r^2;$$

$$a_B^2 = (a_A - kr)^2 + k^4 r^2 .$$

Поскольку в момент $t = 2$ с ускорения точек A и B оказались одинаковыми, то находим

$$a_A^2 = (a_A - kr)^2 + k^4 r^2 ; \;\; a_A^2 = a_A^2 - 2a_A kr + k^2 r^2 + k^4 r^2 ;$$

$$a_A = \frac{(k^2 + k^4)r}{2k} = \frac{(k + k^3)r}{2} = \frac{kr}{2}(1 + k^2).$$

Аналогично определяем ускорения точек C и D:

$$a_C^2 = (a_A + k^2 r)^2 + k^2 r^2 = a_A^2 + 2a_A k^2 r + k^4 r^2 + k^2 r^2 .$$

$$a_D^2 = (a_A - k^2 r)^2 + k^2 r^2 = a_A^2 - 2a_A k^2 r + k^4 r^2 + k^2 r^2 ;$$

Соответственно отношение ускорений этих точек

$$\frac{a_C}{a_D} = \sqrt{\frac{a_A^2 + 2a_A k^2 r + k^4 r^2 + k^2 r^2}{a_A^2 - 2a_A k^2 r + k^4 r^2 + k^2 r^2}},$$

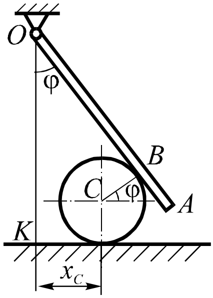
или с учетом подстановки выражения ускорения a_A точки A

$$\frac{a_C}{a_D} = \sqrt{\frac{k^2(1+k^2)^2 + 4(1+k^2)k^3 + 4k^4 + 4k^2}{k^2(1+k^2)^2 - 4(1+k^2)k^3 + 4k^4 + 4k^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(1+k^2)^2 + 4k(1+k^2) + 4k^2 + 4}{(1+k^2)^2 - 4k(1+k^2) + 4k^2 + 4}} = \sqrt{\frac{k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 5}{k^4 - 4k^3 + 6k^2 - 4k + 5}}.$$

Задача К2–2018

Уравнения связей рассматриваемой системы имеют вид:



$$\begin{cases} OK = OB\cos\varphi + r\sin\varphi + r, \\ x_C + r\cos\varphi = OB\sin\varphi. \end{cases}$$

Продифференцируем их по времени, учитывая, что переменными являются линейные размеры OB, x_C и угол φ:

$$\begin{cases} \dfrac{dOB}{dt}\cos\varphi - OB\sin\varphi\dfrac{d\varphi}{dt} + r\cos\varphi\dfrac{d\varphi}{dt} = 0, \\ \dfrac{dx_C}{dt} - r\sin\varphi\dfrac{d\varphi}{dt} = \dfrac{dOB}{dt}\sin\varphi + OB\cos\varphi\dfrac{d\varphi}{dt}. \end{cases}$$

Учитывая, что $\dfrac{dOB}{dt} = v_{Br}$, $\dfrac{dx_C}{dt} = v_C$, $\dfrac{d\varphi}{dt} = \omega$, получаем

$$\begin{cases} v_{Br}\cos\varphi - OB\sin\varphi\omega + r\cos\varphi\omega = 0, \\ v_C - r\sin\varphi\omega = v_{Br}\sin\varphi + OB\cos\varphi\omega. \end{cases}$$

Решая полученную систему уравнений, находим

$$v_{Br} = \omega\frac{OB\sin\varphi - r\cos\varphi}{\cos\varphi} = \omega(OB\,\mathrm{tg}\varphi - r)\ ;$$

$$v_C - \omega r\sin\varphi = \omega\frac{OB\sin\varphi - r\cos\varphi}{\cos\varphi}\sin\varphi + \omega OB\cos\varphi\ ;$$

$$v_C - \omega r\sin\varphi = \omega OB\frac{\sin^2\varphi}{\cos\varphi} - \omega r\sin\varphi + \omega OB\cos\varphi\ ;$$

$$v_C = \frac{\omega OB}{\cos\varphi}.$$

Следовательно, угловая скорость стержня OA в произвольный момент времени

$$\omega = \frac{v_C\cos\varphi}{OB}. \tag{1}$$

В заданном положении механизма $l = OB$; $\varphi = \alpha$, поэтому

$$\omega_1 = \frac{v_C\cos\alpha}{l}.$$

Угловое ускорение получаем дифференцированием (1) по времени

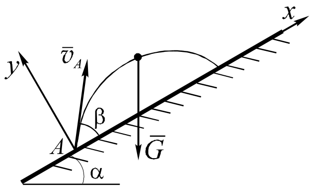
$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{v_C}{OB^2}\left(-\sin\varphi\,\omega OB - \cos\varphi\frac{dOB}{dt}\right).$$

Поскольку $\dfrac{dOB}{dt} = v_{Br} = (OB\,\mathrm{tg}\varphi - r)\omega$, то в заданном положении механизма при $l = OB$; $\varphi = \alpha$ окончательно получаем

$$\varepsilon_1 = \frac{(-\sin\varphi\,\omega_1 l - \cos\varphi(OB\,\mathrm{tg}\alpha - r)\omega_1)}{l^2} = -\frac{\omega_1 v_C}{l^2}(l\sin\alpha + l\sin\alpha - r\cos\alpha) =$$

$$= -\frac{v_C^2\cos\alpha}{l^3}(2l\sin\alpha + r\cos\alpha).$$

Задача Д1–2018



Вводим систему отсчета, как это показано на рисунке. Тогда динамические уравнения движения материальной точки будут иметь вид

$$m\ddot{x} = -mg\sin\alpha;\quad m\ddot{y} = -mg\cos\alpha.$$

Интегрируя их с учетом начальных условий, получим

$$v_x = v_{0x} - g\sin\alpha\cdot t\,;\;\; x = v_{0x}t - g\sin\alpha\frac{t^2}{2}\,;$$

$$v_y = v_A\sin\beta - g\cos\alpha\cdot t\,;\;\; y = v_A\sin\beta\cdot t - g\cos\alpha\frac{t^2}{2}\,.$$

В момент приземления $y = 0$, отсюда

$$v_A\sin\beta = \frac{g\cos\alpha\cdot t}{2}\,;\;\; t = \frac{2v_A\sin\beta}{g\cos\alpha}\,.$$

Тогда в момент приземления проекция скорости на ось y

$$v_y = v_A\sin\beta - g\cos\alpha\frac{2v_A\sin\beta}{g\cos\alpha} = -v_A\sin\beta\,.$$

Поскольку все удары абсолютно упругие, то после отскока меняется только знак проекции v_y. Следовательно, промежутки времени между соударениями одинаковы.

Для момента первого соударения получаем

$$v_{1x} = v_{0x} - g\sin\alpha\cdot t\,;\;\; x_1 = v_{0x}t - g\sin\alpha\frac{t^2}{2}\,.$$

При втором соударении имеем

$$v_{2x} = v_{1x} - g\sin\alpha\cdot t = v_{0x} - g\sin\alpha\cdot t - g\sin\alpha\cdot t = v_{0x} - 2g\sin\alpha\cdot t\,;$$

$$x_2 = x_1 + v_{1x}t - g\sin\alpha\frac{t^2}{2} = v_{0x}t - g\sin\alpha\cdot\frac{t^2}{2} + v_{0x}t - g\sin\alpha\cdot t^2 - g\sin\alpha\frac{t^2}{2} =$$

$$= 2v_{0x}t - 2g\sin\alpha t^2.$$

Рассмотрение третьего соударения дает

$$x_3 = x_2 + v_{2x}t - g\sin\alpha\frac{t^2}{2} = 2v_{0x}t - 2g\sin\alpha\cdot t^2 + v_{0x}t - 2g\sin\alpha\cdot t^2 - g\sin\alpha\frac{t^2}{2} =$$

$$= 3v_{0x}t - \frac{9}{2}g\sin\alpha\cdot t^2 = 0.$$

Учитывая, что третье соударение соответствует возврату материальной точки в положение A, получаем

$$3v_0\cos\beta - \frac{9}{2}g\sin\alpha\cdot\frac{2v_0\sin\beta}{g\cos\alpha} = 0\,;\quad 3\cos\beta = 9\,\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\sin\beta\,;$$

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{1}{3\,\mathrm{tg}\,\alpha}\,;\quad \beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{1}{3\,\mathrm{tg}\,\alpha}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{ctg}\,\alpha}{3}\right).$$

Задача Д2–2018

На тело 1 действуют только вертикальные внешние силы, поэтому его центр масс движется по вертикали. Динамические уравнения движения тел системы имеют вид:

$$\begin{cases} ma_C = mg - T; \\ I_1\varepsilon_1 = Tr; \end{cases}$$

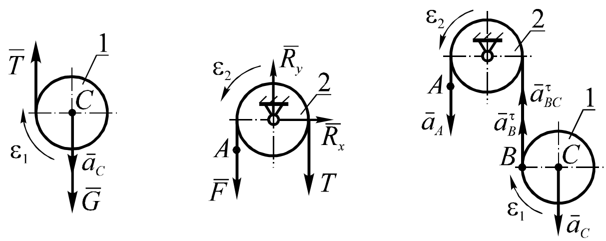
$$I_2\varepsilon_2 = Fr - Tr\,.$$

Ускорения точек B и C связаны соотношением

$$\bar{a}_B^\tau = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^\tau\,,$$

или с учетом направлений векторов

$$a_B^\tau = -a_C + a_{BC}^\tau\,.$$



Поскольку $a_B^\tau = a_A = \varepsilon_2 r$ и $a_{BC}^\tau = \varepsilon_1 r$, то получаем

$$a_C = \varepsilon_1 r - \varepsilon_2 r\,.$$

Учитывая, что моменты инерции цилиндров $I_1 = I_2 = \dfrac{mr^2}{2}$, находим

$$T = \frac{mr^2\varepsilon_1}{2r} = \frac{mr\varepsilon_1}{2}\,;$$

$$\frac{mr^2}{2}\varepsilon_2 = Fr - \frac{mr^2\varepsilon_1}{2}\,;\quad \varepsilon_2 = \frac{2F}{mr} - \varepsilon_1\,.$$

Тогда ускорение центра масс тела 1

$$a_C = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)r = \left(\varepsilon_1 - \frac{2F}{mr} + \varepsilon_1\right)r = \left(2\varepsilon_1 - \frac{2F}{mr}\right)r\,.$$

Подстановка в уравнение поступательного движения тела 1 дает

$$m\left(2\varepsilon_1 - \frac{2F}{mr}\right)r = mg - \frac{mr\varepsilon_1}{2}.$$

В результате преобразований получаем

$$2m\varepsilon_1 r - 2F = mg - \frac{mr\varepsilon_1}{2};\ \frac{5}{2}m\varepsilon_1 r = mg + 2F;\ \varepsilon_1 r = \frac{2}{5}\left(g + 2\frac{F}{m}\right).$$

$$a_A = \varepsilon_2 r = \frac{2F}{m} - \varepsilon_1 r = \frac{2F}{m} - \frac{2}{5}g - \frac{4F}{5m} = \frac{6F}{5m} - \frac{2}{5}g.$$

Поэтому точка A движется вниз (т. е. $a_A > 0$) при $F > \dfrac{mg}{3}$.

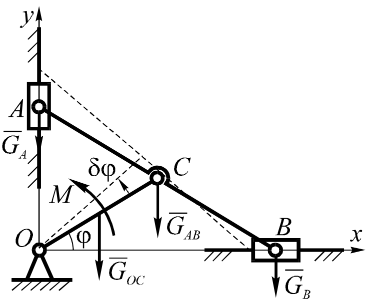
Поскольку

$$a_C = \frac{4}{5}\left(g + 2\frac{F}{m}\right) - \frac{2F}{m} = \frac{4}{5}g + \frac{8}{5}\cdot\frac{F}{m} - \frac{2F}{m} = \frac{4}{5}g - \frac{2}{5}\cdot\frac{F}{m},$$

то точка C перемещается вниз при $a_C > 0$ и $F < 2mg$.

Таким образом, ось C цилиндра 1 и конец A троса будут двигаться вниз при $\dfrac{mg}{3} < F < 2mg$.

Задача Д3–2018



Кинетическая энергия рассматриваемой системы

$$T = T_A + T_B + T_{OC} + T_{AB}.$$

Законы изменения координат точек A и B с учетом равенства длин отрезков OC, AC и BC имеют вид

$$y_A = 2l\sin\varphi,\ x_B = 2l\cos\varphi.$$

Отсюда получаем

$$v_A = \frac{dx_A}{dt} = 2l\cos\varphi\cdot\omega,$$

$$v_B = \frac{dx_B}{dt} = -2l\sin\varphi\cdot\omega.$$

Соответственно кинетические энергии тел системы

$$T_A = \frac{m_A v_A^2}{2} = \frac{m\cdot 4l^2\cos^2\varphi\cdot\omega^2}{2} = 2ml^2\cos^2\varphi\cdot\omega^2;$$

$$T_B = \frac{m_B v_B^2}{2} = 2ml^2\sin^2\varphi\cdot\omega^2;\ T_{OC} = \frac{I_{OC}\cdot\omega^2}{2} = \frac{ml^2}{6}\omega^2;$$

$$T_{AB} = \frac{I_{AB}\omega^2}{2} + \frac{m_{AB}v_C^2}{2} = \frac{m_{AB}(2l)^2\omega^2}{24} + \frac{m_{AB}l^2\omega^2}{2} = \frac{2}{3}m_{AB}l^2\omega^2 = \frac{4}{3}ml^2\omega^2,$$

а кинетическая энергия системы в целом

$$T = T_A + T_B + T_{OC} + T_{AB} = 2ml^2\omega^2 + \frac{1}{6}ml^2\omega^2 + \frac{8}{6}ml^2\omega^2 = \frac{7}{2}ml^2\omega^2.$$

Для *определения угловой скорости* кривошипа после того, как он сделает полный оборот, применим теорему об изменении кинетической энергии. Поскольку в конце рассматриваемого периода механизм вернется в начальное положение, то работы сил тяжести равны нулю, а работа момента

$$A(M) = M \cdot 2\pi.$$

Учитывая, что движение началось из состояния покоя, получаем

$$A(M) = T = \frac{7}{2}ml^2\omega_{2\pi}^2; \qquad \omega_{2\pi} = \frac{2}{l}\sqrt{\frac{M\cdot\pi}{7m}}.$$

Угловое ускорение найдем, используя уравнение Лагранжа II рода

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q.$$

Производные от кинетической энергии системы имеют вид

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \omega}\right) = 7ml^2\varepsilon.$$

Обобщенную силу найдем, сообщив системе возможное перемещение:

$$\delta A_\varphi = M\delta\varphi - m_A g\, 2l\cos\varphi\delta\varphi - m_{OC}\, g\frac{l}{2}\delta\varphi\cos\varphi - m_{AB}gl\delta\varphi\cos\varphi;$$

$$Q_\varphi = \frac{\delta A_\varphi}{\delta\varphi} = M - \frac{9}{2}mg\cos\varphi.$$

Подстановка в уравнение Лагранжа дает

$$7ml^2\varepsilon = M - \frac{9}{2}mg\cos\varphi.$$

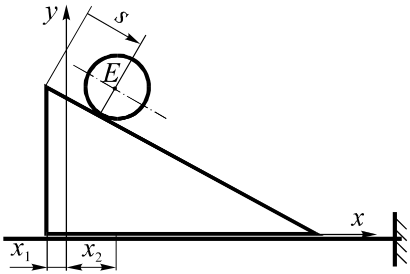
Отсюда искомое угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{2M - 9mg\cos\varphi}{14ml^2}.$$

Задача Д4–2018

Определим ускорения центров масс тел рассматриваемой системы.

Поскольку призма установлена на гладкую горизонтальную балку, то на нее действуют только вертикальные внешние силы. Поэтому, учитывая, что вначале система находилась в покое, ее центр масс не перемещается в горизонтальном направлении.



Совместим ось y с начальным положением вертикальной грани призмы.

Тогда при смещении призмы влево на расстояние x_1 центр масс цилиндра будет иметь горизонтальную координату

$$x_2 = s\cos\alpha - x_1.$$

С учетом того, что призма однородная, ее центр масс находится на пересечении медиан треугольника. Поэтому горизонтальная координата центра масс системы, включающей призму и цилиндр,

$$x_{\text{ц.м}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m(2r - x_1) + 2m(s\cos\alpha - x_1)}{3m} = \frac{2r - x_1 + 2s\cos\alpha - 2x_1}{3} =$$

$$= \frac{2r - 3x_1 + 2s\cos\alpha}{3} = \frac{2}{3}(r + s\cos\alpha) - x_1 = \text{const}.$$

В начальный момент времени $x_1 = 0$, $s = 0$, поэтому $x_{\text{ц.м}} = 2r/3$. Учитывая, что $\alpha = 30°$, получаем

$$\frac{2}{3}(r + s\cos\alpha) - x_1 = \frac{2}{3}r\ ;\ \ r + s\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}x_1 = r,\ \ s = \sqrt{3}x_1.$$

Дифференцируя полученное соотношение по времени, находим

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{3}\,\frac{dx_1}{dt}\ \text{ или }\ v_{\text{отн}} = \sqrt{3}\,v_{\text{пер}}\ ; \tag{1}$$

$$\frac{dv_{\text{отн}}}{dt} = \sqrt{3}\,\frac{dv_{\text{пер}}}{dt}\ \text{ или }\ a_{\text{отн}} = \sqrt{3}a_{\text{пер}}\ . \tag{2}$$

Кинетическая энергия призмы и цилиндра

$$T_1 = \frac{mv_{\text{пер}}^2}{2}\ ;\ \ T_2 = \frac{2mv_C^2}{2} + \frac{I_2\omega^2}{2}.$$

Скорость центра масс цилиндра определяется выражением

$$v_C^2 = v_{\text{пер}}^2 + v_{\text{отн}}^2 - 2v_{\text{пер}}v_{\text{отн}}\cos\alpha\ .$$

Цилиндр катится по призме без проскальзывания, поэтому

$$\omega = \frac{v_{\text{отн}}}{r} = \frac{v_{\text{пер}}\sqrt{3}}{r}\ .$$

Момент инерции однородного цилиндра $I_2 = \dfrac{2mr^2}{2} = mr^2.$

Тогда кинетическая энергия системы

$$T = T_1 + T_2 = \frac{mv_{\text{пер}}^2}{2} + \frac{2m(v_{\text{пер}}^2 + v_{\text{отн}}^2 - 2v_{\text{пер}}v_{\text{отн}}\cos\alpha)}{2} + \frac{3mr^2v_{\text{пер}}^2}{2r^2}\ .$$

С учетом соотношения (1) получаем

$$T = \frac{mv_{\text{пер}}^2}{2} + \frac{2m\left(v_{\text{пер}}^2 + 3v_{\text{пер}}^2 - 2v_{\text{пер}}\sqrt{3}v_{\text{пер}}\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}{2} + \frac{3mv_{\text{пер}}^2}{2} = 3mv_{\text{пер}}^2 .$$

Работу совершает только сила тяжести цилиндра

$$A = 2mgs\sin\alpha = 2mgs\cdot\frac{1}{2} = mgs.$$

Приравнивая выражения кинетической энергии и работы, получаем

$$3m\,v_{\text{пер}}^2 = mgs; \tag{3}$$

$$v_{\text{пер}} = \sqrt{\frac{gs}{3}}\,.$$

Подставляя в (1), находим $v_{\text{отн}} = \sqrt{gs}$.

Дифференцируя по времени равенство (3), находим

$$3m\cdot 2v_{\text{пер}}\frac{d(v_{\text{пер}})}{dt} = mg\,\frac{ds}{dt};$$

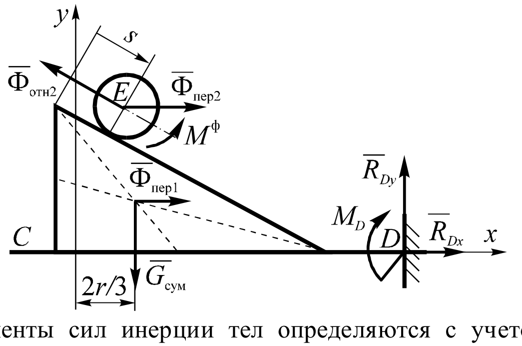
$$6\,v_{\text{пер}}a_{\text{пер}} = g\,v_{\text{отн}};$$

$$6\,v_{\text{пер}}a_{\text{пер}} = g\sqrt{3}\,v_{\text{пер}}.$$

Отсюда с учетом (2) получаем

$$a_{\text{пер}} = \frac{g\sqrt{3}}{6};\quad a_{\text{отн}} = \frac{g}{2}.$$

Для определения момента заделки применим принцип Даламбера для материальной системы. С учетом отсутствия перемещения центра масс по горизонтали в расчетную схему включена суммарная сила тяжести призмы и цилиндра $G_{\text{сум}} = 3mg$.



Силы и моменты сил инерции тел определяются с учетом полученных выше значений ускорений:

$$\Phi_{\text{пер}_1} = m_1 a_{\text{пер}_1} = m\frac{g\sqrt{3}}{6};$$

$$\Phi_{\text{пер}2} = m_2 a_{\text{пер}2} = 2m\frac{g\sqrt{3}}{6} = m\frac{g\sqrt{3}}{3};\;\; \Phi_{\text{отн}\,2} = m_2 a_{\text{отн}} = 2m\frac{g}{2} = mg;$$

$$M^{\Phi} = I_2\varepsilon = \frac{2mr^2}{2}\frac{a_{\text{отн}}}{r} = mra_{\text{отн}} = mr\frac{g}{2}.$$

Уравнение принципа Даламбера

$$\sum M_{iD} = 0;\quad -M_D + G_{\text{сум}}\left(6-\frac{2}{3}\right)r - \Phi_{\text{пер}_1}\frac{6r}{3\sqrt{3}} + M^{\Phi} -$$

$$-\Phi_{\text{пер}2}\left(\frac{6r}{\sqrt{3}} - s\sin 30^\circ + \frac{r\sqrt{3}}{2}\right) - \Phi_{\text{отн}\,2}\left(r + x_1 - \frac{r}{\sin 30^\circ}\right)\sin 30^\circ = 0,$$

отсюда

$$M_D = 3mg\cdot\frac{16r}{3} - m\frac{g\sqrt{3}}{6}\frac{6r}{3\sqrt{3}} + \frac{mgr}{2} - m\frac{g\sqrt{3}}{3}\left(\frac{6r}{\sqrt{3}} - \frac{s}{2} + \frac{r\sqrt{3}}{2}\right) -$$

$$-mg\left(r + x_1 - 2r\right)\frac{1}{2} = 16mgr - \frac{1}{3}mgr + \frac{1}{2}mgr - 2mgr + \frac{\sqrt{3}}{6}mgr\,s - \frac{1}{2}mgr -$$

$$-\frac{1}{2}mgr - \frac{1}{2}mgx_1 + mgr = \frac{85}{6}mgr + \frac{\sqrt{3}}{6}mgr\,s - \frac{1}{2}mgx_1.$$

Подставляя полученное ранее соотношение $s = \sqrt{3}x_1$, окончательно находим

$$M_D = \frac{85}{6}mgr + \frac{\sqrt{3}}{6}mgr\sqrt{3}x_1 - \frac{1}{2}mgx_1 = \frac{85}{6}mgr.$$

4 ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

1. $P = 77{,}27$ Н. **2.** $f = 0{,}577$. **3.** $P = 375$ Н (без учета G_4); $P = 750$ Н (при учете G_4). **4.** $P = 77{,}32$ Н. **5.** $F = 520$ Н. **6.** $l = 3{,}6$ м. **7.** $P/Q = 2$. **8.** $S_{OC} = 0$. **9.** $R_A = 80{,}97$ Н. **10.** $7{,}05a^3 - 0{,}176b^3 + 1{,}73ab = 0$. **11.** $a_{\max} - a_{\min} = 436$ м/с^2. **12.** $t = 0{,}84$ с. **13.** $a = 7{,}2$ м/с^2. **14.** $a_C = 454{,}55$ м/с^2. **15.** $\Delta a = 4{,}16$ м/с^2. **16.** $v_{C_{\text{абс}}} = 6{,}93$ м/с. **17.** 0,24 м и 0,76 м. **18.** $\varepsilon = 0{,}47$ рад/с^2. **19.** $v_C = 6{,}97$ см/с. **20.** $\varepsilon = 1{,}256$ рад/с^2. **21**. $s = 1000$ м. **22.** $M = 94{,}2$. **23.** $h = 13{,}6$ м. **24.** $m_3 = 2{,}01$ кг или $m_3 = 12{,}11$ кг. **25.** $h = 0{,}03$ м. **26.** 7,8 Н·м. **27.** 38,87 Н·с. **28.** $E_к = 62{,}64$ Дж. **29.** $h = 40{,}9$ м. **30.** $\mathrm{tg}^2\alpha$.

4 РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

Студенты, набравшие наибольшее число баллов в личном зачете.

Фамилия, имя, отчество участника	Команда	Сумма баллов	Место
Семенин Никита Викторович	МФТИ	71	I
Артемьев Александр Андреевич	МФТИ	69	I
Gao Yang	NUAA	63	I
Huang Weixuan	HU	63	I
Николаенко Александр Алексеевич	ХНУ	61	I
Махмудова Индира Фанилевна	УГНТУ	61	I
Толкачёв Антон Игоревич	ГГУ	59	II
Перминов Кирилл Андреевич	МФТИ	58	II
Иванов Максим Дмитриевич	УГНТУ	58	II
Zhao Shuai	HU	58	II
Merdanov Mekan	ТГУ	54	II
Liu Shixuan	NUAA	54	II
Елисеев Максим Алексеевич	МФТИ	52	II
Филиппов Даниил Николаевич	МГТУ	52	II
Wang Junjie	HU	51	II
Свистунов Иван Андреевич	МГТУ	49	III
Xu Jun Wei	NUAA	49	III
Чикир Мария Васильевна	УрФУ	48	III
Shen DaWen	NUAA	48	III
Ваганов Иван Витальевич	ЮУрГУ	46	III
Смирнов Александр Сергеевич	МФТИ	45	III
Хабибуллин Булат Альбертович	УГНТУ	45	III
Пономарев Виктор Сергеевич	ЮУрГУ	44	III
Мазанов Максим Владимирович	ХНУ	44	III
Kotyrov Myratgeldi	ТГУ	44	III
Мирошниченко Сергей Александрович	МГТУ	43	III
Xiangyu Zhang	HU	43	III
Li Wenxuan	NUAA	42	III
Liu Xiaolong	HU	42	III
Wang Shu	HU	42	III
Полюх Алексей Леонидович	БарГУ	41	III
Zhang Kai	NUAA	39	IV
WangLiang Yuan	HU	37	V
Антипин Алексей Станиславович	ЮУрГУ	37	V
Симатов Дмитрий Сергеевич	ВОЕНМЕХ	36	VI
Бурин Никита Андреевич	НГТУ	35	VII
Хохлов Юрий Николаевич	МГТУ	35	VII
Черемнов Даниил Юрьевич	НГАСУ	34	VIII
Гуторева Анна Владимировна	БелГУТ	34	VIII
Chen Pengshu	HU	34	VIII
Chen Baihong	HU	34	VIII
Агаджанов Эзиз	ТСХИ	33	IX

Результаты теоретического конкурса в командном зачете (по сумме трех лучших участников)

Команда	Сумма баллов	Место	Команда	Сумма баллов	Место
МФТИ	198	**I**	ТСХИ	59	9
HU	172	**II**	ВОЕНМЕХ	48	10
NUAA	166	**II**	БарГУ	46	11
УГНТУ	164	**III**	БНТУ	38	12
МГТУ	144	**III**	ГГТУ	30	13
ХНУ	131	**III**	ЮРГПУ	29	14
ТГУ	130	**III**	УГЗ МЧС	29	14
ЮУрГУ	127	**III**	СПбГУ	26	15
ГГУ	107	**III**	УрГУПС	23	16
УрФУ	101	**III**	ТГИТиС	21	17
НГТУ	84	4	ТГАСУ	20	18
ИАТЭ	76	5	РГАУ	20	18
НГАСУ	72	6	КНУ	19	19
СибГУ	62	7	SGGW	15	20
БГУ	62	7	МГУП	11	21
БелГУТ	60	8	БРУ	8	22

5 РУКОВОДИТЕЛИ КОМАНД – УЧАСТНИЦ ОЛИМПИАД

Балтийский государственный технический университет им. Д. Ф. Устинова (ВОЕНМЕХ) – Илихменев Андрей Львович.

Барановичский государственный университет (БарГУ) – Гавриленя Андрей Константинович.

Белорусский государственный университет транспорта (БелГУТ) – Шимановский Александр Олегович.

Белорусский государственный университет (БГУ) – Мармыш Денис Евгеньевич.

Белорусский национальный технический университет (БНТУ) – Скляр Ольга Николаевна.

Белорусско-Российский университет (БРУ) – Леванович Николай Андреевич.

Варшавский университет естественных наук (SGGW) – Марек Халецкий.

Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого (ГГТУ) – Кроль Дмитрий Григорьевич.

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины (ГГУ) – Капшай Валерий Николаевич.

Киевский национальный университет им. Т. Г. Шевченко (КНУ).

Могилевский государственный университет продовольствия (МГУП) – Покатилов Алексей Евгеньевич.

Московский государственный технический университет им. Баумана (МГТУ) – Баркин Михаил Юрьевич.

Московский физико-технический институт (государственный университет) (МФТИ) – Сахаров Александр Вадимович.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (НГАСУ) – Юдин Владимир Алексеевич.

Новосибирский государственный технический университет (НГТУ).

Обнинский институт атомной энергетики Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» – Кучерявый Сергей Иванович.

Российский государственный аграрный университет – МСХА им. К. А. Тимирязева (РГАУ) – Кондратенко Анатолий Иванович.

Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ) – Кальницкий Вячеслав Степанович.

Сибирский государственный университет науки и технологий им. академика М. Ф. Решетнева (СибГУ) – Фалькова Екатерина Владимировна, Фисенко Елена Николаевна, Климовский Дмитрий Андреевич.

Томский государственный архитектурно-строительный университет (ТГАСУ) – Геттингер Максим Викторович.

Туркменский государственный университет им. Махтумкули (ТГУ) – Аннаев Мухаметгелди.

Туркменский сельскохозяйственный институт (ТСХИ) – Курбанов Бабагелди.

Туркменский государственный институт транспорта и связи (ТГИТиС).

Университет гражданской защиты МЧС РБ (УГЗ МЧС) – Мартыненко Тарас Михайлович.

Уральский государственный университет путей сообщения (УрГУПС) – Тарасян Владимир Сергеевич.

Уральский федеральный университет им. Первого Президента России Б. Н. Ельцина (УрФУ) – Рощева Татьяна Анатольевна.

Уфимский государственный нефтяной технический университет (УГНТУ) – Тихонов Александр Юрьевич.

Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина (ХНУ) – Пославский Сергей Александрович.

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. Платова – Нефедов Виктор Викторович.

Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (ЮУрГУ) – Слепова Светлана Владимировна.

Hohai University (HU) – Hu Dongliang, Fu Zhuojia.

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics – Tang JingJing, Zhang Li, Chen Jianping.

6 КОМАНДЫ, ПОКАЗАВШИЕ ЛУЧШИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ В КОНКУРСЕ «БРЕЙН-РИНГ»

1 NUAA-1 – Shen Dawen, Gao Yang, Li Wenxuan (20 баллов).
2 NUAA-2 – Liu Shixuan, Zhang Kai, Xu Junwei (19 баллов).
3 МФТИ-2 – Артемьев А. А., Перминов К. А., Смирнов А. С. (18 баллов).
4 УГНТУ – Хабибуллин Б. А., Махмудова И. Ф., Иванов М. Д. (17 баллов).
5 МФТИ-1 – Семенин Н. В., Зыков И. О., Елисеев М. А. (16 баллов).
6 HoHai-1 – Xiangyu Zhang, Wang Shu, Lyu Xiaolong (15 баллов).
7 ГГУ – Бужан А. В., Павленко А. В., Толкачев А. И. (14 баллов).
8 HoHai-2 – Wang Junjie, Huang Weixuan, Zhao Shuai (12 баллов).
9 УрФУ-1 – Каримуллин И. С., Чикир М. В., Чупин И. А. (11 баллов).
TSU – Kotyrov Myratgeldi, Merdanov Mekan, Amanmadov Allamyrat (11 баллов).
10 ХНУ – Николаенко А. А., Мазанов М. В., Сердюк М. С. (10 баллов).
Сборная-2 – Гаррыйев М. (ТГИТиС), Агаджанов Э., Дурсунов К. (ТСХИ) (10 баллов).
МГТУ – Филиппов Д. Н., Мирошниченко С. А., Свистунов И. А. (10 баллов).
Сборная-9 – Michal Szklarczyk (SGGW), Wu Naicheng, Wang Liang Yuan (HoHai) (10 баллов).
11 ИАТЭ НИЯУ МИФИ-2 (Обнинск) – Чыонг Хоай Бао Фи, Чан Куанг Кыой, Нгуен Дак Нгок (9 баллов).
Сборная-6 – Авдейчик Е. В., Атаев Р. М. (БГУ), Жежера С. А. (СибГУ) (9 баллов).
ЮУрГУ-2 – Пономарев В. С., Ваганов И. В., Лукиных П. А. (9 баллов).
УрФУ-2 – Ярославцев К., Мамаджанов А., Клещев А. (9 баллов).
12 Сборная-1 – Chen Baihong, Chen Pengshu (HoHai), Маландий Антон (КНУ) (8 баллов).
СПбГУ – Гришина А. С., Кравцов В. В., Курочкин В. Ю.
НГАСУ – Черемнов Д. Ю., Тимин П. Л., Минченко Е. А.
ВОЕНМЕХ – Симатов Д. С., Меркушев К. Ю., Касимов Т. А.
13 СибГУ – Орлин П. А., Савченко А. М., Пикулин С. А. (7 баллов).
ИАТЭ НИЯУ МИФИ-1 (Обнинск) – Теплякова А. Р., Богатырев А. А., Данг Ньят.
БелГУТ-1 – Шуберт А. Ю., Демьянчук О. В., Гуторева А. В.
ТГАСУ – Будаков А. А., Сидоренко Н. А., Ялотин А. А.
14 УГЗ МЧС РБ – Говор Э. Г., Борцов И. О., Тризно Д. Г. (6 баллов).
Сборная-5 – Урумбаев А. Ж. (ЮУрГУ), Юферова А. В., Сафин Р. М. (УГНТУ) (6 баллов).
БНТУ – Дрозд М. В., Вечорло В. А., Капустинский П. Д. (6 баллов).