

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА**

Кафедра физики

М.В. БУЙ, А.С. СТРОГИЙ, В.Я. МАТЮШЕНКО

**КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.
ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА.
ФИЗИКА АТОМА И ЯДРА**

Пособие для самостоятельной работы студентов
инженерно-технических специальностей втузов
безотрывной формы обучения

Гомель 1998

УДК [53 + 534 + 535 + 539.18] (075.8)

Буй М.В., Строгий А.С, Матюшенко В.Я.

Б 905 Колебания и волны. Волновая и квантовая оптика Физика атома и ядра: Пособие для самостоятельной работы студентов инженерно-технических специальностей втузов безотрывной формы обучения. – Гомель: БелГУТ, 1998. – 92 с.

Приведены общие методические указания, разделы программы, основная и дополнительная литература, основные сведения из теории, примеры решения задач, задания для контрольных работ и справочные таблицы по разделам “Колебания и волны”, “Волновая оптика”, “Квантовая природа излучения”, “Основы квантовой механики”, “Ядерная физика” программы курса физики для инженерно-технических специальностей втузов.

Предназначено для методического обеспечения самостоятельной работы по физике студентов инженерно-технических специальностей безотрывной формы обучения.

Библиогр. 21 назв. Ил. 26.

Р е ц е н з е н т ы – кафедра общей физики Гомельского политехнического института им. П.О. Сухого; канд. физ.-мат. наук, доцент В.Ф. Шолох (ГГУ им. Ф.Скорины)

© Буй М.В., Строгий А.С., Матюшенко В.Я., 1998



Кафедра физики

М.В. БУЙ, А.С. СТРОГИЙ, Р.Г. ПИНЧУК,
В.Я. МАТЮШЕНКО, В.А. САВАСТЕНКО

**КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ, ВОЛНОВАЯ И
КВАНТОВАЯ ОПТИКА, ФИЗИКА
АТОМА И ЯДРА**

Пособие для самостоятельной работы
студентов инженерно-технических
специальностей втузов безотрывной
формы обучения

Курс физики втузов делится на шесть разделов. В соответствии с этим учебный материал пособия распределен на три части, которые включают в себя по два раздела курса. Изучение каждого раздела сопровождается выполнением одной контрольной работы из восьми задач. Варианты задач контрольных работ выдаются преподавателем в конце соответствующей экзаменационной сессии.

Изучение курса физики студентом безотрывной формы обучения состоит из следующих основных этапов: самостоятельного изучения физики по учебным пособиям, решения задач, выполнения контрольных работ и их защиты преподавателю, выполнения лабораторных работ, сдачи зачетов и экзаменов.

Самостоятельная работа по учебным пособиям

Самостоятельная работа по учебным пособиям является главным видом учебной работы студента безотрывной формы обучения. При этом необходимо руководствоваться следующим:

1. Курс физики следует изучать систематически в течение всего учебного процесса. Освоение курса в сжатые сроки перед экзаменом не дает глубоких и прочных знаний по физике.

2. Избрав какое-нибудь учебное пособие в качестве основного, студент должен придерживаться его при изучении всего курса или, по крайней мере, целого раздела. Замена одного пособия другим в процессе изучения ведет к утрате логической связи между отдельными вопросами. Если же основное пособие не дает полного ответа на отдельные вопросы программы, необходимо обратиться и к другим учебным пособиям.

3. Работа над учебными пособиями сопровождается составлением конспекта, в котором записываются формулировки законов и выражающие их формулы, определения физических величин и единиц их измерения, выполняются чертежи и решаются типовые задачи.

4. Изучая курс физики, студент встречается с большим количеством единиц измерения, которые объединены в Международную систему единиц (СИ). Студент должен помнить, что без основательного знания систем единиц, без умения пользоваться ими при решении физических задач невозможно усвоить курс физики и, тем более, применять физические знания на практике.

5. Всю работу по овладению курсом физики студент должен подвергать систематическому самоконтролю с помощью вопросов, которые приводятся в пособии при изучении каждого раздела.

Студент не должен ограничиваться только запоминанием физических формул. Он должен осмыслить их и уметь самостоятельно вывести.

Решение задач

Необходимым условием успешного изучения курса общей физики является систематическое решение задач, которое помогает уяснить физический смысл явлений, закрепить в памяти студента формулы, выработать навыки практического применения теоретических знаний.

Решая задачи, необходимо выполнить следующее:

1. Выбрать основные законы и формулы, которые используются при решении задачи, вспомнить словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул.

Если для решения задачи нужна формула, которая является частным случаем, не выражает физический закон или не является определением какой-нибудь физической величины, ее следует вывести.

2. При необходимости сделать чертеж, поясняющий содержание задачи. Выполнить его нужно аккуратно при помощи чертежных принадлежностей.

3. Решение задачи должно сопровождаться краткими исчерпывающими пояснениями.

4. Все величины, входящие в условие задачи, необходимо выразить в единицах СИ. Проверить размерность искомой величины. Для этого подставить в правую часть полученной формулы вместо обозначений величин наименования их единиц и проверить, получается ли в результате единица искомой величины. Верно полученная рабочая формула должна давать правильную размерность искомой величины.

5. В окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, подставить числовые значения, выраженные в единицах одной системы (СИ). Пренебрежение этим правилом приводит к неверному результату.

6. Произвести вычисления величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и размерность единицы измерения искомой величины в системе СИ.

Физические задачи весьма разнообразны, и дать единый рецепт их решения невозможно. Однако, как правило, физические задачи следует решать в общем виде, т. е. в буквенных выражениях, не производя вычисления промежуточных величин; числовые значения подставляются только в окончательную рабочую формулу, выражающую искомую величину. Умение решать задачи приобретает длительными и систематическими упражнениями.

Выполнение контрольных работ

Выполнение контрольных работ студентом и их рецензирование преследует две цели: во-первых, таким путем можно осуществлять контроль за самостоятельной работой студента, во-вторых, при необходимости оказать ему помощь по вопросам, которые оказались слабо усвоенными или непонятыми студентом.

По каждому разделу курса общей физики студент–заочник приступает к выполнению контрольных работ только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с примерами решения задач и задач, предназначенных для самостоятельного решения, приведенных в данном пособии по каждому разделу курса.

Студенту при выполнении контрольных работ необходимо руководствоваться следующим:

1. Контрольные работы от первой до последней выполняются только по условиям задач данного пособия. Замена какой-либо контрольной работы другой, взятой из аналогичного пособия, не допускается.

2. Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради, на лицевой стороне которой приводятся сведения по следующему образцу:

<p>Кафедра физики</p> <p>Контрольная работа № по физике студента курса Иванова Ивана Ивановича Учебный шифр № 246028, г. Гомель, ул. Кожара, д. 27, кв. 15</p>

3. Выполнять контрольные работы следует чернилами или шариковой ручкой. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Для замечаний рецензента на страницах тетради оставляют поля. Условия задач переписываются полностью, без сокращений.

4. Все решаемые задачи сопровождаются краткими, но исчерпывающими пояснениями, раскрывающими физический смысл употребляемых формул, и с обязательным выполнением основных правил решения задач.

5. В конце каждой контрольной работы студент-заочник должен указать название учебника или учебного пособия, которым он пользовался, автора и год издания, чтобы рецензент в случае необходимости мог конкретно указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6. Получив прорецензированную работу, студент обязан устранить недостатки, указанные рецензентом.

7. Если после рецензирования контрольная работа не зачтена, студент обязан послать ее на повторное рецензирование, включив в нее те задачи, в которых были допущены ошибки. Исправленные задачи представляются вместе с незачтенной работой. Допускаются исправления в той же тетради в конце контрольной работы.

8. Студент является на экзаменационную сессию, получает прорецензированные работы и по расписанию деканата защищает их перед преподавателем.

1. ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПО РАЗДЕЛАМ ПРОГРАММЫ

СВОБОДНЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. Амплитуда, круговая частота, фаза гармонических колебаний. Сложение скалярных и векторных колебаний. Биения. Комплексная форма представления колебаний. Векторные диаграммы. Маятник, груз на пружине, колебательный контур и т. д. Энергетические соотношения для гармонического осциллятора. Понятие о связанных осцилляторах.

ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ. Механизмы диссипации энергии при колебаниях. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний. Коэффициент затухания, логарифмический декремент, добротность. Фазовая плоскость осциллятора. Демпфирование в технике.

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ. Колебания осциллятора под действием внешней гармонической силы. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний. Амплитуда и фаза при вынужденных колебаниях. Резонансные кривые. Процесс установления колебаний. Время установления и его связь с добротностью. Вынужденные колебания в электрических цепях. Резонансы в электрических цепях. Метод комплексных амплитуд. Параметрические колебания осциллятора. Энергетические соотношения. Параметрический резонанс.

АНГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. Нелинейный осциллятор. Физические системы, содержащие нелинейность. Преобразование и детектирование электрических колебаний. Автоколебания. Обратная связь. Регенерация. Условие самовозбуждения. Релаксационные колебания.

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ. Волны. Плоская гармоническая волна. Бегущие и стоячие волны. Фазовая скорость, длина волны, волновое число. Одномерное волновое уравнение. Продольные и поперечные волны. Эффект Доплера. Интерференция гармонических волн. Распространение волн в средах с дисперсией. Групповая скорость и ее связь с фазовой скоростью. Нормальная и аномальная дисперсия.

Продольные волны в твердом теле. Энергетические соотношения. Вектор Умова. Упругие волны в газах и жидкостях. Элементы акустики. Ударные волны. Плоские электромагнитные волны. Энергетические соотношения. Вектор Пойнтинга. Излучение диполя.

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА. Временная и пространственная когерентность. Время, длина и радиус когерентности. Естественный свет. Оптическая длина пути и разность хода. Методы наблюдения интерференции. Многолучевая интерференция. Интерферометры.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Число Френеля. Дифракция Френеля и Фраунгофера. Применимость геометрической оптики. Простые задачи дифракции: дифракция на одной и многих щелях; дифракция на круглом отверстии и диске; дифракционная решетка. Дифракция на кристаллах. Разрешающая способность оптических и спектральных приборов. Принцип голографии.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ. Распространение света в веществе. Поглощение света. Дисперсия света. Электронная теория дисперсии. Излучение Вавилова-Черенкова.

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. Естественный свет. Частично поляризованный свет. Плоско поляризованный свет. Степень поляризации. Закон Малюса. Явление Брюстера. Двойное лучепреломление. Искусственная оптическая анизотропия. Элементы нелинейной оптики.

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. Абсолютно черное тело. Свойства и законы теплового излучения. Гипотеза и формула Планка. Оптическая пирометрия.

ФОТОНЫ. Внешний фотоэффект и его законы. Энергия и импульс фотонов. Давление света. Эффект Комптона. Дуализм свойств света.

ТЕОРИЯ БОРА. Планетарная модель атома. Постулаты Бора. Параметры орбит электрона в водородоподобном атоме. Энергия ионизации. Сериальная формула. Спектр атома водорода.

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Волновая функция и ее статистический смысл. Временное и стационарное уравнения Шредингера. Простые задачи квантовой механики: движение свободной частицы; частица в потенциальном ящике; туннельный эффект.

ЭЛЕКТРОНЫ В АТОМЕ. Атом водорода. Квантовые числа. Спин электрона. Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Периодическая система элементов. Вынужденное излучение. Лазеры и мазеры.

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ СТАТИСТИКИ. Фазовое пространство. Функции распределения. Статистика Бозе-Эйнштейна. Фононы. Теплоемкость твердых тел. Статистика Ферми-Дирака. Электронная теплоемкость. Сверхпроводимость.

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА. Энергетические зоны. Заполнение зон электронами. Металлы, полупроводники и диэлектрики. Эффективная масса электрона. Дырки и их динамика. Сопротивление полупроводников. Контактные явления. Электронно-дырочный переход. Туннельные явления на контакте. Полупроводниковый лазер.

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ. Характеристики ядра. Нуклоны. Ядерные силы. Обменный характер ядерного взаимодействия. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада. Ядерные реакции. Деление ядер. Термоядерные реакции. Элементарные частицы, их классификация и взаимопревращения. Фундаментальные взаимодействия. Единая теория строения материи.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

О с н о в н а я

1. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1987. – Т. 2. – 496 с.; Т. 3. – 317 с.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989. – 608 с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.
4. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. – М.: Высшая школа, 1991. – 303 с.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1988. – 526 с.

Д о п о л н и т е л ь н а я

6. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976. – 936 с.
7. Калитиевский Н.И. Волновая оптика. – М.: Высшая школа, 1978. – 384 с.
8. Шпольский Э.В. Атомная физика. Т. 1, 2. – М.: Наука, 1974.
9. Епифанов Г.И. Физика твердого тела. – М.: Высшая школа, 1977. – 288 с.
10. Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. – М.: Наука, 1980. – 312 с.
11. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике. – М.: Наука, 1990. – 624 с.
12. Кухлинг Х. Справочник по физике. – М.: Мир, 1985. – 520 с.
13. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. – М.: Высшая школа, 1977. – 351 с.
14. Физика: Задания к практическим занятиям /Под ред. Ж.П. Лагутиной. – Минск: Вышэйшая школа, 1989. – 236 с.
15. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во втузе. – М.: Высшая школа, 1981. – 318 с.
16. Чертов А.Г. Физические величины. – М.: Высшая школа, 1990. – 315 с.
17. Сена Л.И. Единицы физических величин и их размерности. – М.: Наука, 1988. – 432 с.
18. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1985. – 381 с.
19. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1988. – 416 с.

20. Савельев И.В. Сборник задач и вопросов по общей физике. - М.: Наука, 1988. - 288 с.

21. Сборник задач по физике / Под ред. М.С. Цедрика. - Минск: Высшэйшая школа, 1976. - 320 с.

2. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Основные законы и формулы

Уравнение гармонического колебательного движения

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad s = A \sin(\omega_0 t + \varphi_1),$$

где s – смещение колеблющейся величины от положения равновесия; A – амплитуда (максимальное значение смещения); $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – собственная круговая (циклическая) частота; t – текущее время; φ_0 – начальная фаза; $\varphi_1 = \varphi_0 + \pi/2$; T – период колебаний (рис. 1); ν – частота колебаний.

Скорость точки, совершающей колебания (проекция на ось движения),

$$\begin{aligned} v &= \frac{ds}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

и ее ускорение

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi).$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0.$$

Сила, под действием которой тело массой m совершает гармонические колебания,

$$F = ma = m \frac{d^2s}{dt^2} = -mA\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -ks,$$

где $k = m\omega_0^2$ – коэффициент упругой или квазиупругой силы ($F = -ks$).

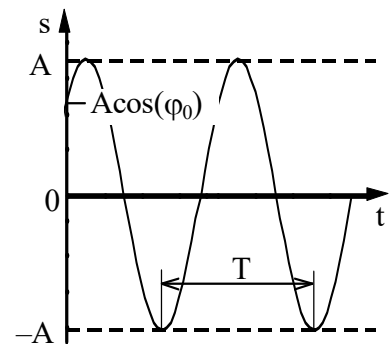


Рис. 1. График гармонических колебаний

Кинетическая энергия колебательного движения

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0);$$

потенциальная энергия

$$W_p = \frac{ks^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

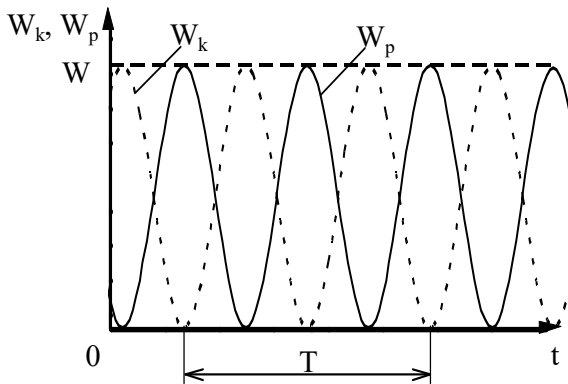


Рис. 2. Энергия точки при гармонических колебаниях

Полная энергия колебаний (рис. 2)

$$W = W_k + W_p = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Период колебаний точки, совершающей колебания под действием упругой силы

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}},$$

где ℓ — длина маятника; g — ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mg\ell}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_{\text{пр}}}{g}},$$

где J — момент инерции маятника относительно его оси вращения; m — масса маятника; ℓ — расстояние от оси вращения до центра тяжести;

$L_{\text{пр}} = \frac{J}{mg\ell}$ — приведенная длина физического маятника.

Теорема Штейнера

$$J = J_0 + ma^2.$$

Здесь J_0 — момент инерции маятника относительно оси параллельной оси вращения и проходящей через центр масс; a — расстояние между этими осями.

Моменты инерции простых тел:

Материальная точка $J_0 = mR^2.$

Тонкий диск (рис. 3, а)	$J_0 = 1/2mR^2.$
Шар (рис. 3, б)	$J_0 = 2/5mR^2.$
Тонкий стержень (рис. 3, в)	$J_0 = 1/3m\ell^2.$
Тонкий стержень (рис. 3, г)	$J_0 = 1/12m\ell^2.$

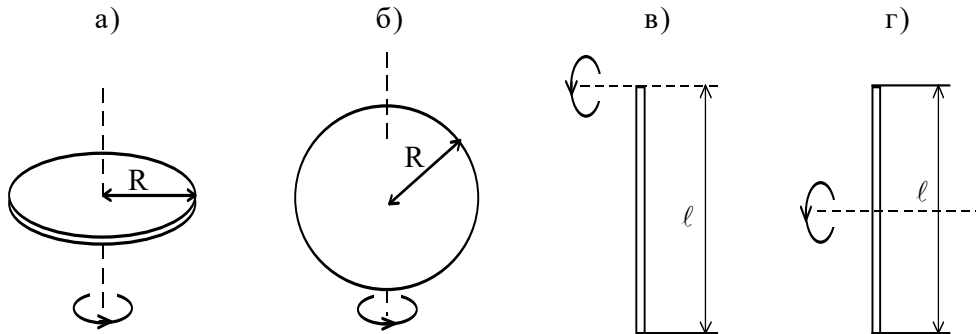


Рис. 3. Простые тела, используемые в качестве элементов физических маятников

Период колебаний в идеальном колебательном контуре (формула Томсона)

$$T = \sqrt{LC},$$

где L – индуктивность катушки; C – емкость конденсатора.

Энергия электрического поля при электромагнитных колебаниях в контуре

$$W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C} = \frac{Lq_{\text{max}}^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где q – заряд на обкладке конденсатора; q_{max}^2 – его максимальное значение. Энергия магнитного поля в катушке

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{Lq_{\text{max}}^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где I – сила тока в контуре. Полная энергия колебаний

$$W = W_{\text{эл}} + W_{\text{м}} = \frac{Lq_{\text{max}}^2\omega_0^2}{2}.$$

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты получается гармоническое колебание той же частоты с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$$

и с начальной фазой

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды складывающихся колебаний; φ_{01} и φ_{02} – их начальные фазы.

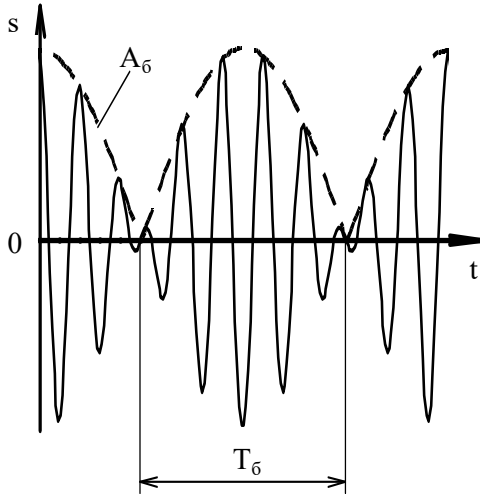


Рис. 4. График биений.
Пунктирная линия – изменение амплитуды биений

При сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и близкими частотами получается квазигармоническое колебание, так называемые, биения (рис. 4). Уравнение биений

$$s = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos(\omega t),$$

где $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \ll \omega$ – разность частот колебаний; $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega$ – частоты складываемых колебаний.

Амплитуда биений является медленной периодической функцией времени (ее изменением за время, сравнимое с периодом колебаний, можно пренебречь).

Амплитуда и период биений (период относительно медленного изменения амплитуды квазигармонических колебаний)

$$A_б = 2A \left| \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \right|, \quad T_б = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний (вдоль осей x и y) одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид (рис. 5)

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

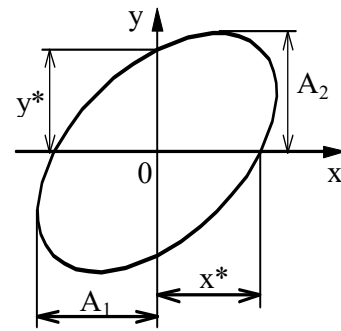


Рис. 5. Траектория движения точки при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода;

$$x^* = A_1 |\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01})|,$$

$$y^* = A_2 |\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01})|$$

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\beta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0,$$

где β – коэффициент затухания. Для колебаний груза на пружине $\beta = \frac{r}{2m}$, для

электромагнитных колебаний в контуре – $\beta = \frac{R}{2L}$. Здесь r – коэффициент сопротивления, R – активное сопротивление контура.

Уравнение затухающих колебаний (рис. 6)

$$s = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где A_0 – начальное значение амплитуды колебаний; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний. При $\omega_0 < \beta$ имеет место аperiodическое затухание.

Амплитуда затухающих колебаний

$$A = A_0 e^{-\beta t}.$$

Логарифмический декремент затухания

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T.$$

Добротность колебательной системы

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e,$$

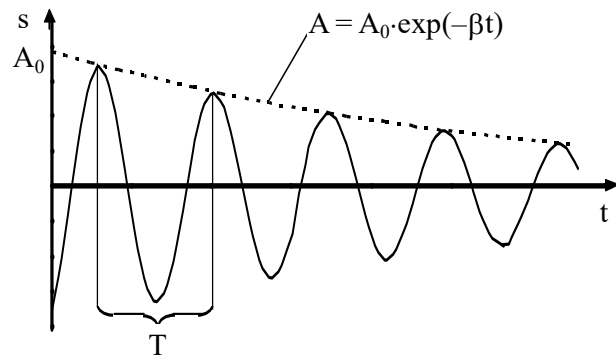


Рис. 6. График затухающих колебаний

где W – энергия, запасенная в системе в данный момент времени; ΔW – потеря энергии за один период; N_e – число полных колебаний, соответствующее времени уменьшения амплитуды в e раз. Для колебаний груза на пружине $Q = \frac{1}{r} \sqrt{km}$, для электрического контура

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{величина } \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ называется волновым сопротивлением}).$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\beta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = f_m \cos \Omega t,$$

где f_m – амплитудная характеристика периодического внешнего воздействия; Ω – его циклическая частота. Для колебаний груза на пружине $f_m = \frac{F_m}{m}$, для электромагнитных колебаний в контуре $f_m = \frac{U_m}{L}$. Здесь F_m – амплитуда внешней силы; U_m – амплитуда напряжения генератора.

Решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний

$$s = A \cos(\Omega t - \varphi),$$

где A – амплитуда вынужденных колебаний (рис. 7); φ – разность фаз между периодическим внешним воздействием и смещением.

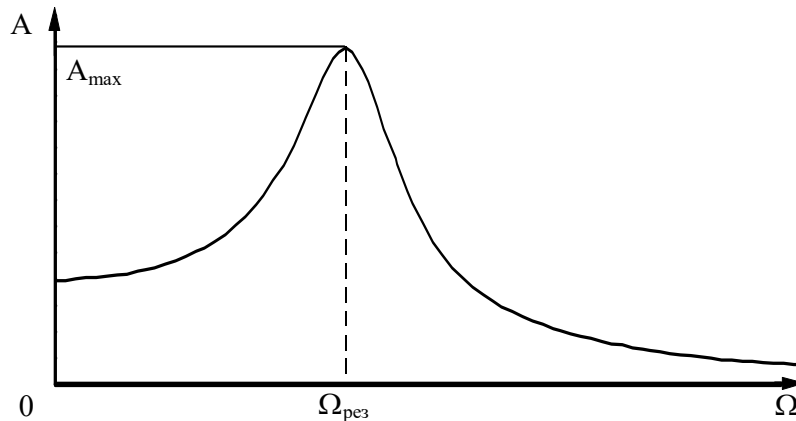


Рис. 7. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}.$$

Разность фаз между периодическим внешним воздействием и смещением

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Первая резонансная частота (частота внешнего воздействия, при которой амплитуда вынужденных колебаний принимает максимальное значение)

$$\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

Закон Ома для переменного тока

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}},$$

где I_m и U_m – амплитудные значения силы тока и напряжения; Ω – циклическая частота переменного тока.

Сдвиг фаз между напряжением и силой тока

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R}.$$

Уравнение плоской (одномерной) бегущей гармонической волны (рис. 8)

$$s = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где s – смещение колеблющихся точек; A – амплитуда (максимальное значение смещения); ω – круговая частота; t – время; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; λ –

длина волны; x – координата точки; φ_0 – начальная фаза.

Фазовая скорость волны

$$v_\phi = \omega/k = \lambda/T.$$

Групповая скорость и ее связь с фазовой

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = v_\phi - \lambda \frac{dv_\phi}{d\lambda}.$$

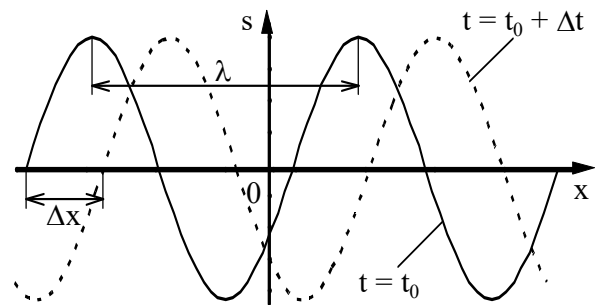


Рис. 8. График плоской одномерной бегущей волны. $\Delta x = v_\phi \Delta t$

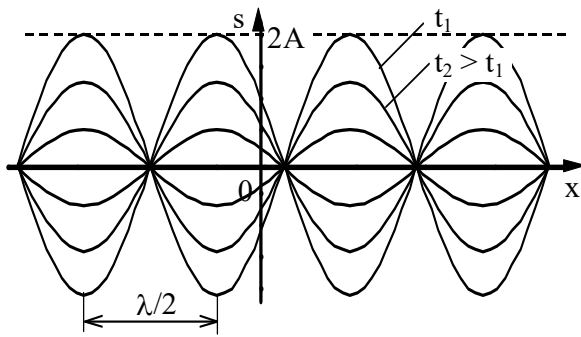


Рис. 9. График стоячей волны

Уравнение одномерной стоячей волны (рис. 9)

$$y = 2A \cos(\omega t) \cos(kx),$$

где A – амплитуды двух встречных плоских бегущих гармонических волн, при интерференции которых образуется стоячая волна; ω и k – соответственно их круговые

частоты и волновые числа.

Скорость звука в газе (при допущении, что процессы, протекающие в газе при распространении упругих волн, являются достаточно быстрыми и поэтому их можно приближенно считать адиабатными)

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

где γ – постоянная адиабаты; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; μ – молярная масса газа.

Скорость упругих продольных волн в твердом теле

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга; ρ – плотность вещества. Для поперечных волн скорость задается аналогичным выражением с заменой модуля Юнга на модуль сдвига соответствующего материала.

Частота, воспринимаемая приемником при относительном движении источника и приемника сигнала (эффект Доплера для упругих волн)

$$v = v_0 \frac{v_x - v_{\text{пр},x}}{v_x - v_{\text{ист},x}},$$

где v_0 – частота сигнала, испускаемая источником; v_x , $v_{\text{пр},x}$ и $v_{\text{ист},x}$ – соответственно проекции скоростей распространения сигнала (скорости волны), движения источника и движения приемника на ось, проходящую через источник и приемник (ось x). Все скорости рассматриваются в системе отсчета, связанной с упругой средой, по которой распространяются волны.

Частота, воспринимаемая приемником при продольном эффекте Доплера для электромагнитных волн в вакууме (относительная скорость источника и приемника направлена вдоль соединяющей их прямой)

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}},$$

где v – относительная скорость источника электромагнитных волн и их приемника; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – скорость света в вакууме

Частота, воспринимаемая приемником при поперечном эффекте Доплера для электромагнитных волн (относительная скорость источника и приемника направлена перпендикулярно соединяющей их прямой)

$$v = v_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Фазовая скорость электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n},$$

где ϵ , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; ϵ_0 , μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; n – показатель преломления среды.

В плоской электромагнитной волне модули напряженностей связаны соотношением

$$\sqrt{\epsilon_0\epsilon}|\vec{E}| = \sqrt{\mu_0\mu}|\vec{H}|,$$

где \vec{E} , \vec{H} – напряженности электрического и магнитного полей.

Объемная плотность энергии электромагнитной волны

$$w = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0} E H.$$

Плотность потока энергии электромагнитного поля (вектор Пойнтинга) (рис. 10)

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}],$$

Оптическая длина пути световой волны

$$L = \int_0^{\ell} n(x) dx,$$

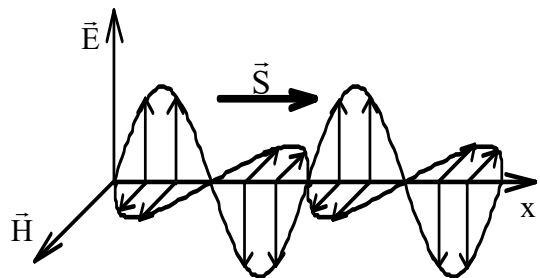


Рис. 10. Плоская электромагнитная волна

где ℓ – геометрическая длина пути; $n(x)$ – зависимость показателя преломления от координаты вдоль луча. Для случая $n = \text{const}$ (однородное) вещество $L = \ell n$.

Разность фаз двух когерентных волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где λ_0 – длина волны в вакууме; $\Delta = L_2 - L_1$ – оптическая разность хода двух световых волн.

Условие максимального усиления света при интерференции:
для разности фаз

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots);$$

для оптической разности хода

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где λ – длина волны света в среде, в которой происходит интерференция.

Условие максимального ослабления света при интерференции:
для разности фаз

$$\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots);$$

для оптической разности хода

$$\Delta = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

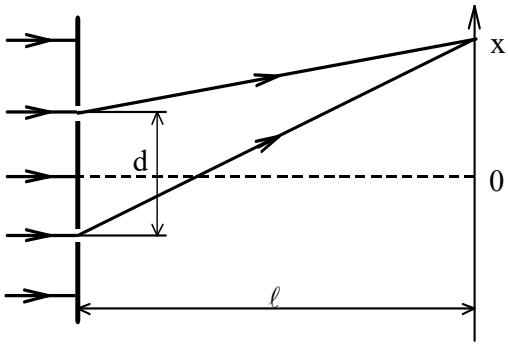


Рис. 11. Ход лучей в опыте Юнга

Оптическая разность хода двух световых волн от вторичных источников (щелей) до экрана в опыте Юнга

$$\Delta = \frac{xd}{\ell},$$

где x – координата точки на экране, отсчитываемая от его центра; d – расстояние между щелями; ℓ –

расстояние от щелей до экрана (рис. 11).

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от двух поверхностей тонкой пленки и сведении соответствующих лучей в одну точку экрана:

в случае, когда $n_1 < n, n_2 < n$ или $n_1 > n, n_2 > n$,

$$\Delta = 2dn \cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; i_1 – угол падения; i_2 – угол преломления света в пленке; n – показатель преломления вещества пленки; n_1, n_2 – показатели преломления сред соответственно над и под пленкой (рис. 12);

в случае, когда $n_1 < n, n_2 > n$ или $n_1 > n, n_2 < n$,

$$\Delta = 2dn \cos i_2 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}.$$

Для проходящих лучей света оптическая разность хода изменяется на половину длины волны.

Показатель преломления просветляющего покрытия

$$n = \sqrt{n_{ст}},$$

где $n_{ст}$ – показатель преломления стекла, на которую наносится покрытие.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем)

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем)

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}} \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Радиус зоны Френеля с номером m

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda},$$

где a – расстояние от источника света до волновой поверхности; b – расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения. Для плоской световой волны ($a \rightarrow \infty$) $r_m = \sqrt{mb\lambda}$.

При дифракции Фраунгофера на одной щели (нормальное падение) условие минимумов

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, \dots),$$

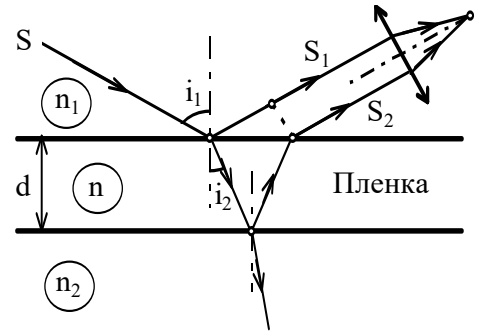


Рис. 12. Ход лучей при интерференции в тонкой пленке

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; k – порядок минимума; λ – длина волны
Условие максимумов

$$a \sin \varphi' = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \dots),$$

где φ' – приближенное значение угла дифракции; k – порядок максимума.

При дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке (нормальное падение) условие главных максимумов

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где d – период решетки; φ – угол дифракции; k – порядок максимума (спектра).
Условие дополнительных минимумов

$$d \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{N} \quad (m = 1, 2, \dots, N - 1, N + 1, \dots),$$

где N – общее число щелей решетки. Между двумя главными максимумами располагаются $N - 1$ дополнительных минимумов.

Разрешающая сила объектива оптического прибора

$$R = \frac{1}{\Delta \varphi} = \frac{D}{1,22 \lambda},$$

где $\Delta \varphi$ – наименьшее угловое расстояние между двумя светлыми точками, при котором их изображения в фокальной плоскости объектива могут быть видны раздельно; D – диаметр объектива; λ – длина волны.

Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = kN,$$

где $\Delta \lambda$ – наименьшая разность длин волн соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta \lambda$), при которой соответствующие им максимумы могут быть видны раздельно в спектре на экране; k – порядок максимумов; N – общее число штрихов решетки.

Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_{\varphi} = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi},$$

где $\delta \varphi$ – разница угловых положений максимумов спектральных линий, отличающихся по длине волны на $\delta \lambda$.

Формула Вульфа-Брэгга (рис. 13)

$$2d \sin \vartheta = k\lambda,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ – угол скольжения (угол между направлением пучка параллельных лучей, падающих на кристалл, и гранью кристалла), определяющий направление, в котором имеет место зеркальное отражение лучей (дифракционный максимум); k – порядок максимума.

Закон Брюстера: луч, отраженный от границы раздела двух диэлектриков, полностью поляризован, если угол падения удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = n_{21},$$

где $n_{21} = n_2/n_1$ – относительный показатель преломления второго диэлектрика относительно первого (рис. 14).

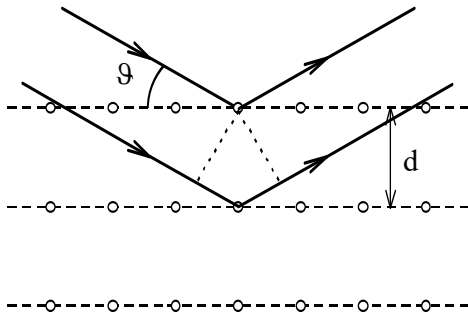


Рис. 13. Ход лучей при отражении от атомных плоскостей кристалла

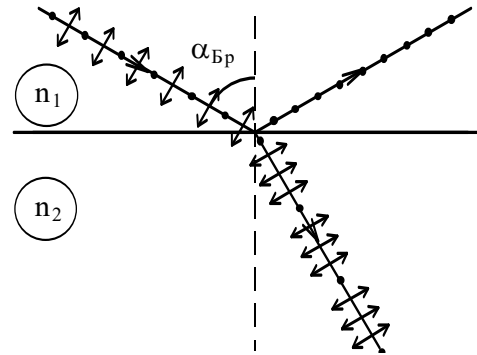


Рис. 14. Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Закон Малюса: интенсивности плоскополяризованных лучей света, соответственно падающего на анализатор (поляризатор) (I_0) и прошедшего через него (I), связаны соотношением (рис. 15)

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где φ – угол между их плоскостями поляризации. Здесь предполагается отсутствие поглощения света в анализаторе.

Степень поляризации света

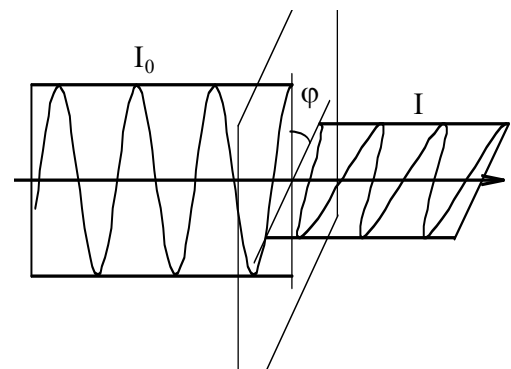


Рис. 15. Поворот плоскости поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} и I_{\min} – соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, пропускаемого анализатором.

Излучение Вавилова-Черенкова происходит под углом, определяемым соотношением

$$\cos \vartheta = \frac{c}{nv},$$

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды; v – скорость движения заряженной частицы.

Угол поворота плоскости поляризации оптически активных веществ: для кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d,$$

для растворов

$$\varphi = \alpha_1 C d,$$

где α , α_1 – коэффициенты удельного вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе; C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ №5

Пример 1. Материальная точка массой $m = 5$ г совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 0,5$ Гц и амплитудой $A = 3$ см. Определить скорость точки и силу, действующую на нее, в момент времени, когда смещение $x = 1,5$ см, а также полную энергию колебаний.

$$\begin{array}{l} m = 5 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \\ \nu = 0,5 \text{ Гц} \\ A = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ x = 1,5 \text{ см} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \end{array}$$

v, F, E – ?

Р е ш е н и е. Уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

а формулу скорости получим, взяв производную по времени от смещения:

$$v = dx/dt = -A\omega \sin(\omega t + \varphi).$$

Чтобы выразить скорость через смещение, надо исключить из предыдущих формул время. Для этого возведем оба уравнения в квадрат, разделим первое на A^2 , второе на $A^2\omega^2$ и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{4\pi^2\nu^2A^2} = 1.$$

Решив последнее уравнение относительно v , найдем

$$v = \pm 2\pi\nu\sqrt{A^2 - x^2},$$

где знак плюс соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x , знак минус — когда направление скорости совпадает с отрицательным направлением оси x .

Выполнив вычисления по этой формуле, получим

$$v \approx \pm 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{(3 \cdot 10^{-2})^2 - (1,5 \cdot 10^{-2})^2} \approx 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ (м/с)}.$$

Силу, действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma,$$

где a — ускорение точки, которое получим, взяв производную по времени от скорости:

$$a = dv/dt = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x.$$

Подставив выражение для ускорения в формулу для силы, получим

$$F = -m\omega^2 x = -4\pi^2\nu^2 m x,$$

где знак минус соответствует противоположному направлению силы и смещения.

Подставив в это уравнение значения всех величин, найдем

$$F \approx -(2 \cdot 3,14 \cdot 0,5)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \approx 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ (Н)}.$$

Полная энергия гармонических колебаний точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени. Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В этот момент потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия E гармонических колебаний равна максимальной кинетической энергии $E_{k,\max}$:

$$E = E_{k,max} = mv_{max}^2/2.$$

Максимальную скорость v_{max} определим из формулы для скорости колебаний, положив $\sin(\omega t + \varphi) = -1$: $v_{max} = \omega A = 2\pi\nu A$. Подставив это выражение в формулу для полной энергии, найдем

$$E = 2\pi^2 m \nu^2 A^2.$$

Подставив значения всех величин в эту формулу и произведя вычисления, получим

$$E \approx 2 \cdot (3,14 \cdot 0,5 \cdot 3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \approx 22,1 \cdot 10^{-6} \text{ (Дж)}.$$

Ответы: $v = \pm 8,2 \text{ см/с}$; $F = -0,74 \text{ мН}$; $E = 22,1 \text{ мДж}$.

Пример 2. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых $x = A_1 \cos(\omega/2)t$, $y = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 1 \text{ см}$; $A_2 = 2 \text{ см}$; $\omega = \pi \text{ рад/с}$. Найти уравнение траектории точки и построить ее график.

$x = A_1 \cos(\omega/2)t$ $y = A_2 \cos \omega t$ $A_1 = 1 \text{ см}$ $A_2 = 2 \text{ см}$ $\omega = \pi \text{ рад/с}$	<p>Решение. Чтобы найти уравнение траектории точки, исключим время t из уравнений взаимно перпендикулярных колебаний, воспользовавшись формулой для половинного угла:</p> $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2},$ <p>где в данном случае $\alpha = \omega t$. Используя, что $\cos \omega t = y/A_2$, найдем уравнение траектории</p> $y = A_2 \left(2 \frac{x^2}{A_1^2} - 1 \right).$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Полученное выражение представляет собой уравнение параболы (рис. 16), ось которой совпадает с осью Ox . Из уравнений взаимно перпендикулярных колебаний следует, что смещение точки по осям координат ограничено и заключено в пределах от -1 до $+1 \text{ см}$ по оси Ox и от -2 до $+2 \text{ см}$ по оси Oy .

Для того чтобы указать направление движения точки, проследим за тем, как изменяется ее положение с течением времени исходя из уравнений взаимно перпендикулярных колебаний. В начальный

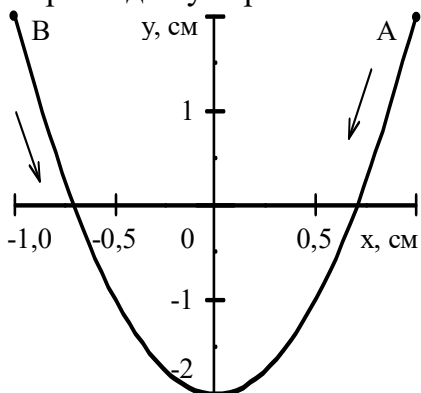


Рис. 16. График траектории точки

момент

$t = 0$ координаты точки равны $x(0) = 1$ см и $y(0) = 2$ см (точка А). В последующие моменты времени обе координаты будут уменьшаться, что отражено на рисунке стрелкой над графиком. После того как точка достигнет положения с координатами $x(t_1) = -1$ см и $y(t_1) = 2$ см, где $t_1 = 2$ с (точка В), направление ее движения изменится, так как координата x дальше будет увеличиваться, а координата y — уменьшаться (стрелка под графиком).

Пример 3. *Определить логарифмический декремент затухания колебаний системы, если период ее затухающих колебаний на 1 % больше периода собственных незатухающих колебаний.*

$$\frac{\Delta T}{T_0} = 10^{-2}$$

$$\theta = ?$$

Решение. Частота затухающих колебаний системы ω связана с частотой ее собственных незатухающих колебаний ω_0 и коэффициентом затухания β :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Выражая логарифмический декремент затухания θ через период затухающих колебаний T ($\theta = \beta T$), а период — через частоту затухающих колебаний ω ($T = 2\pi/\omega$), найдем соотношение между частотами

$$\omega = \frac{2\pi\omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \theta^2}}.$$

Произведя в последнем уравнении обратный переход от частот к периодам, получим:

$$T = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\theta}{2\pi}\right)^2},$$

где T_0 — период собственных незатухающих колебаний системы.

Из последнего соотношения найдем выражение для логарифмического декремента затухания

$$\theta = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta T}{T_0} \left(2 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)};$$

подставив в него исходные данные, получим ответ задачи:

$$\theta \approx 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{10^{-2}(2 + 10^{-2})} \approx 0,628.$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину.

Ответ: $\theta = 0,628$.

Пример 4. Колебательный контур состоит из длинного соленоида длиной 20 см с обмоткой из медного провода площадью сечения 1 мм², намотанного на немагнитный каркас, и конденсатора. Определить емкость конденсатора, если добротность контура равна 20.

$$\begin{array}{l} \ell_c = 20 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ м} \\ S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2 \\ \mu = 1 \\ Q = 20 \\ C = ? \end{array}$$

Р е ш е н и е. Добротность колебательного контура определяется характеристиками составляющих его элементов:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

где в данном случае R – сопротивление обмотки соленоида; L – его индуктивность.

Сопротивление обмотки определяется длиной провода ℓ и удельным сопротивлением материала, из которого он изготовлен ρ (по таблицам для меди $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8}$ Ом·м). В свою очередь, длина провода равна произведению числа витков N на длину одного витка ($2\pi r$, где r – радиус соленоида). В результате сопротивление

$$R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{\rho N 2\pi r}{S}.$$

Индуктивность длинного соленоида определяется по формуле

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{\ell_c} S_c,$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость материала сердечника (т. к. в условии сказано, что он немагнитный, то принимаем $\mu \approx 1$); $S_c = \pi r^2$ – площадь поперечного сечения сердечника.

После подстановки соотношений для сопротивления и индуктивности в формулу для добротности число витков и радиус соленоида сократятся. Решая ее относительно емкости конденсатора, получим

$$C = \frac{\mu_0}{4\pi \ell_c} \left(\frac{S}{\rho Q} \right)^2.$$

Проверим, дает ли конечная формула единицу емкости. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим обозначения их единиц и используем для их преобразования определения физических величин:

$$[C] = \frac{\text{Гн}}{\text{м} \cdot \text{м}} \left(\frac{\text{м}^2}{\text{Ом} \cdot \text{м}} \right)^2 = \frac{\text{Гн}}{\text{Ом}^2} = \frac{\text{Вб} \cdot \text{А}^2}{\text{А} \cdot \text{В}^2} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{Кл}}{\text{В} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} \Phi = \Phi.$$

Произведем вычисления:

$$C = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 0,2} \left(\frac{10^{-6}}{1,72 \cdot 10^{-8} \cdot 20} \right) \approx 4,23 \cdot 10^{-6} (\Phi).$$

Ответ: $C = 4,23 \text{ мк}\Phi$.

Пример 5. Маятник совершает затухающие колебания с периодом $T = 0,999 \text{ с}$. Определить, во сколько раз уменьшится амплитуда за два полных колебания, если резонансная частота колебаний этого маятника равна $\nu_p = 1 \text{ Гц}$.

$N = 2$ $T = 0,999 \text{ с}$ $\nu_p = 1 \text{ Гц}$
$\frac{A_0}{A} - ?$

Р е ш е н и е. Амплитуда затухающих колебаний уменьшается с течением времени по закону $A = A_0 \exp(-\beta t)$, где A_0 – начальная амплитуда;
 β – коэффициент затухания. Время, соответствующее N полным колебаниям, $t = NT$.
 Отсюда получим

$$\frac{A_0}{A} = \exp(\beta NT).$$

Резонансная частота Ω_p , частота затухающих колебаний ω и частота собственных незатухающих колебаний ω_0 (циклические частоты) связаны между собой соотношениями:

$$\Omega_p^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2, \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2,$$

откуда получим $\beta^2 = \omega^2 - \Omega_p^2 = 4\pi^2 \left(\frac{1}{T^2} - \nu_p^2 \right)$ или $\beta T = 2\pi \sqrt{1 - (\nu_p T)^2}$.

Здесь использованы соотношения между частотами и периодом:

$$\omega = 2\pi\nu, \quad \omega = 2\pi/T.$$

После подстановки последнего уравнения в формулу для отношения амплитуд найдем

$$\frac{A_0}{A} = \exp\left[2\pi N \sqrt{1 - (v_p T)^2}\right].$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину. Произведем вычисления, используя данные задачи

$$\frac{A_0}{A} \approx \exp\left[2 \cdot 3,14 \cdot 2 \sqrt{1 - (0,999)^2}\right] \approx 1,75.$$

Ответ: амплитуда уменьшится в 1,75 раза.

Пример 6. Соленоид длиной $\ell = 50$ см и площадью поперечного сечения $S = 10$ см² включен в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50$ Гц. Определить число витков соленоида, если его активное сопротивление $R = 4,1$ Ом, а сдвиг фаз между напряжением и током составляет $\varphi = 60^\circ$.

$\ell = 50$ см = 0,5 м $S = 10$ см ² = 10^{-3} м ² $\nu = 50$ Гц $R = 4,1$ Ом $\varphi = 60^\circ$ $N = ?$

Решение. При отсутствии в цепи переменного тока конденсатора сдвиг фаз между напряжением и током определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R},$$

где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота; $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$ – индуктивность соленоида. Здесь принято, что сердечник соленоида отсутствует, вследствие чего $\mu = 1$.

Подставив указанные соотношения в формулу для сдвига фаз и выразив число витков, найдем

$$N = \sqrt{\frac{R \ell \operatorname{tg}\varphi}{2\pi\nu\mu_0 S}}.$$

Проверим, является ли число витков по конечной формуле безразмерным. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим обозначения их единиц и используем для их преобразования определения физических величин:

$$[N] = \sqrt{\frac{\text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{Гц} \cdot \text{Гн} \cdot \text{м}^2}} = \sqrt{\frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{Вб}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{Кл} \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}^2}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}} = 1.$$

Произведем вычисления

$$N \approx \sqrt{\frac{4,1 \cdot 0,5 \cdot 1,73}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}}} \approx 3000.$$

Ответ: $N = 3000$.

Пример 7. Плоская гармоническая волна распространяется вдоль прямой со скоростью $v = 20$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 12$ м и $x_2 = 15$ м от источника волн, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 0,75\pi$. Найти длину волны λ , написать уравнение волны и найти смещение указанных точек в момент $t = 1,2$ с, если амплитуда колебаний $A = 0,1$ м.

$v = 20$ м/с
$x_1 = 12$ м
$x_2 = 15$ м
$\Delta\varphi = 0,75\pi$ рад
$A = 0,1$ м
$t = 1,2$ с

Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ , колеблются с разностью фаз, равной 2π ; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx , колеблются с разностью фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\lambda}.$$

Решая это равенство относительно λ , получим $\lambda = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\Delta\varphi}$.

Подставив числовые значения, определим величину λ , м,

$$\lambda = \frac{2\pi(15 - 12)}{0,75\pi} = 8$$

Для того чтобы написать уравнение плоской гармонической волны, надо также определить значение циклической частоты ω . Она связана с периодом колебаний T соотношением $\omega = 2\pi/T$. В свою очередь, период связан с длиной волны и ее скоростью $T = \lambda/v$. Отсюда $\omega = 2\pi v/\lambda$.

Произведем вычисления

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 20}{8} = 5\pi \text{ (рад/с)}.$$

Волновое число k , входящее в уравнение плоской гармонической волны $s = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$, определим с помощью соотношения, связывающего его с длиной волны: $k = 2\pi/\lambda$. После вычислений найдем

$$k = \frac{2\pi}{8} = 0,25\pi \text{ (м}^{-1}\text{)}.$$

Окончательно уравнение плоской гармонической волны

$$s = 0,1 \cos(5\pi t - 0,25\pi x + \varphi).$$

Здесь смещение s и координата x выражены в метрах, время t — в секундах, а значение начальной фазы φ остается произвольным.

С помощью полученного уравнения определим смещения указанных в задаче точек, подставив в него значения соответствующих координат и времени:

$$s_1 = 0,1 \cos(5\pi \cdot 1,2 - 0,25\pi \cdot 12) = 0,1 \cos(3\pi) = -0,1 \text{ (м);}$$

$$s_2 = 0,1 \cos(5\pi \cdot 1,2 - 0,25\pi \cdot 15) = 0,1 \cos(2,25\pi) = -0,0707 \text{ (м),}$$

где принято, что начальная фаза равна нулю.

Размерности ответов очевидны.

Ответы: $\lambda = 8 \text{ м; } s_1 = -10 \text{ см; } s_2 = -7,07 \text{ см.}$

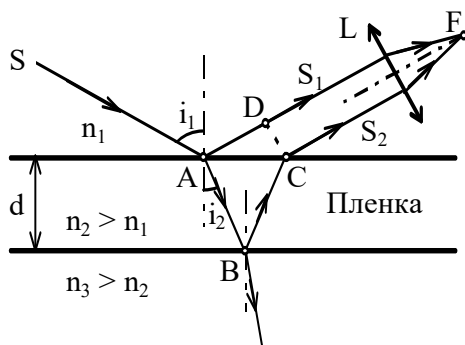
Пример 8. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления вещества которой $n_2 = 1,4$, падает параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$) под углом $i_1 = 60^\circ$. Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину пленки.

$n_2 = 1,4$ $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $i_1 = 60^\circ$ $d = ?$

Решение. Из световой волны, падающей на пленку, выделим узкий пучок SA . В точках A , B и C падающий пучок частично отражается и частично преломляется. Отраженные пучки света AS_1 и BCS_2 падают на собирающую

линзу L , пересекаются в ее фокусе F , находящемся на поверхности экрана, и интерферируют между собой (рис. 17).

Так как показатель преломления воздуха ($n_1 \approx 1$) меньше показателя преломления вещества пленки ($n_2 = 1,4$), который, в свою очередь, меньше показателя преломления стекла ($n_3 \approx 1,5$), то в обоих случаях (в



точках A и B) отражение происходит от среды оптически более плотной, чем та среда, в которой идет падающая волна. Поэтому фаза колебания пучка света AS_1 при отражении в точке A изменяется на π рад и точно так же изменяется фаза колебания пучка света BCS_2 при отражении в точке B . Следовательно, результат интерференции этих пучков света при пересечении в фокусе F линзы

Рис. 17. Ход лучей в тонкой пленке

будет такой же, как если бы никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого пучка не было. Оптическая разность хода интерферирующих волн (см. разд. 2, стр. 18, 19)

$$\Delta = (AB + BC)n_2 - ADn_1 = 2d\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}.$$

Условие максимального ослабления света при интерференции состоит в том, что оптическая разность хода Δ интерферирующих волн должна быть равна нечетному числу полуволн: $\Delta = (2k + 1)(\lambda/2)$. Следовательно, в рассматриваемом случае условие минимума интенсивности света примет вид

$$2d\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} = \frac{(2k + 1)}{2}\lambda,$$

откуда искомая толщина пленки

$$d = \frac{(2k + 1)}{4\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}}\lambda.$$

Размерность конечной формулы очевидна.

Подставив в последнюю формулу числовые значения из условия и произведя вычисления, найдем

$$d = \frac{(2k + 1)}{4\sqrt{1,96 - 0,75}}6 \cdot 10^{-7} \approx 1,36 \cdot 10^{-7}(2k + 1) \text{ (м)}.$$

Полагая $k = 0, 1, \dots$, получим ряд возможных значений толщины пленки: $d_0 = 1,36 \cdot 10^{-7}$ м; $d_1 = 4,09 \cdot 10^{-7}$ м; ...

Ответы: $d_0 = 0,136 \cdot \text{мкм}$; $d_1 = 0,409 \cdot \text{мкм}$; $d_2 = 0,682 \cdot \text{мкм}$; ...

Пример 9. На диафрагму с отверстием нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. На экране, удаленном на 2 м, наблюдается темное пятно. В таком же опыте, но с точечным источником света, расположенным на расстоянии 1 м от диафрагмы, темное пятно наблюдается на экране, удаленном на 1 м от диафрагмы. Определить диаметр отверстия.

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 0,6 \text{ мкм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ b_1 &= 2 \text{ м} \\ a_2 &= 1 \text{ м} \\ b_2 &= 1 \text{ м} \end{aligned} \right\}$$

$D = ?$

Р е ш е н и е. Темное пятно на экране наблюдается, если при дифракции Френеля на круглом отверстии открыто четное число зон. Радиус зоны Френеля с четным номером m по условиям задачи,

с одной стороны, должен быть в два раза меньше диаметра отверстия: $r_m = D/2$. С другой стороны, радиусы зон Френеля определяются соответствующими расстояниями (a и b) и длиной волны λ :

$$r_m = \sqrt{b_1 m_1 \lambda}, \quad r_m = \sqrt{\frac{a_2 b_2}{a_2 + b_2} m_2 \lambda}. \quad (1)$$

В этих соотношениях три неизвестных: r_m , m_1 и m_2 , поэтому для решения задачи необходимо учесть дополнительные обстоятельства. Во-первых, номера зон Френеля должны быть целыми и четными, а, во-вторых, темное пятно реально наблюдается при условии, что в отверстии укладывается небольшое число зон. Поэтому примем, что $m_1 < 10$ и $m_2 < 10$.

Для определения чисел зон Френеля для рассматриваемых условий найдем их отношение из формул (1)

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(a_2 + b_2)b_1}{a_2 b_2} = \frac{(1+1)2}{1 \cdot 1} = 4.$$

С учетом вышесказанного следует принять $m_1 = 2$ и $m_2 = 8$. Тогда, на основании первого соотношения (1) и выражения для диаметра отверстия, получим

$$D = 2\sqrt{b_1 m_1 \lambda}.$$

Размерность конечной формулы очевидна.

После подстановки исходных данных и полученного значения для m_1 , найдем

$$D = 2\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{-7}} \approx 0,0031 \text{ (м)}.$$

Ответ: $D = 3,1 \text{ мм}$.

Пример 10. При торможении электрона в веществе с показателем преломления $n = 1,5$ угол черенковского излучения уменьшился с 40° до 20° . Определить, во сколько раз при этом уменьшился его импульс.

$$\begin{array}{l} n = 1,5 \\ \vartheta_1 = 40^\circ \\ \vartheta_2 = 20^\circ \end{array}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = ?$$

Р е ш е н и е.

Угол излучения Вавилова-Черенкова определяется с помощью соотнош

$$\cos \vartheta = \frac{c}{nv}$$

где c – скорость света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с);
 v – скорость заряженной частицы.

Импульс релятивистской частицы связан с ее скоростью

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

где m_0 – масса покоя частицы.

После подстановки приведенных соотношений формула для отношения импульсов примет вид

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_1}{v_2} \sqrt{\frac{c^2 - v_2^2}{c^2 - v_1^2}} = \sqrt{\frac{(n \cos \vartheta_2)^2 - 1}{(n \cos \vartheta_1)^2 - 1}}.$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину.
 Произведем вычисления:

$$\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{(1,5 \cdot \cos 20^\circ)^2 - 1}{(1,5 \cdot \cos 40^\circ)^2 - 1}} \approx \sqrt{\frac{(1,5 \cdot 0,94)^2 - 1}{(1,5 \cdot 0,77)^2 - 1}} \approx 1,76.$$

Ответ: импульс электрона уменьшился в 1,76 раза.

4. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 5

5.1. Определить период колебаний стержня длиной $L = 1$ м около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через один из его концов.

5.2. Определить период колебаний диска радиусом $R = 25$ см относительно горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

5.3. Определить частоту колебаний диска радиусом $R = 50$ см относительно горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

5.4. Определить приведенную длину и период колебаний легкого стержня длиной $L = 0,3$ м, на котором закреплены два одинаковых груза: один – в середине стержня, другой – на его конце. Стержень с грузами закреплен на горизонтальной, проходящей через свободный конец.

5.5. Определить частоту малых колебаний однородного шара радиусом 50 см около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии 25 см выше его центра.

5.6. С каким периодом будет колебаться стержень длиной 40 см около горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню на расстоянии 20 см ниже его верхнего конца.

5.7. Тонкостенный цилиндр радиусом 20 см закреплен на горизонтальной оси, проходящей через его образующую. Определить частоту и период колебаний цилиндра.

5.8. Определить частоту колебаний шара радиусом 30 см, подвешенного на нити, длина которой равна радиусу.

5.9. Определить циклическую частоту малых колебаний груза массой $m = 5$ кг, подвешенного к двум соединенным последовательно пружинам, жесткости которых $k_1 = 10^3$ Н/м, $k_2 = 3 \cdot 10^3$ Н/м.

5.10. Определить циклическую частоту малых колебаний груза массой $m = 2$ кг, подвешенного к двум соединенным параллельно пружинам, жесткости которых $k_1 = 10^3$ Н/м, $k_2 = 5 \cdot 10^3$ Н/м.

5.11. Определить амплитуду малых колебаний груза массой $m = 4$ кг, подвешенного к двум соединенным последовательно пружинам, жесткости которых $k_1 = 10^3$ Н/м, $k_2 = 2 \cdot 10^3$ Н/м, если груз установить на уровне, при котором пружины не деформированы.

5.12. Определить амплитуду малых колебаний груза массой $m = 3$ кг, подвешенного к двум соединенным параллельно пружинам, жесткости которых $k_1 = 10^3$ Н/м, $k_2 = 4 \cdot 10^3$ Н/м, если груз установить на уровне, при котором пружины не деформированы.

5.13. Определить жесткость пружины, если при колебаниях подвешенного на ней груза с амплитудой 10 см его максимальная кинетическая энергия равна 2 Дж.

5.14. Материальная точка массой 20 г совершает гармонические колебания с периодом 1 с и амплитудой 5 см. Определить максимальную величину ее потенциальной энергии.

5.15. Материальная точка массой 10 г совершает гармонические колебания с амплитудой 25 см, периодом 1 с и нулевой начальной фазой. Определить ее полную энергию и возвращающую силу через 0,3 с после начала колебаний.

5.16. Определить жесткость пружины и амплитуду колебаний подвешенного на ней груза, если максимальные значения его потенциальной энергии и возвращающей силы соответственно равны 30 мДж и 10 мН.

5.17. Уравнение колебаний материальной точки массой 2 г имеет вид: $x = A \cdot \cos \omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 10$ рад/с. Определить максимальные значения ее потенциальной энергии и возвращающей силы.

5.18. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой 25 см. Определить ее максимальное ускорение при условии, что максимальная скорость равна 50 см/с. Написать уравнение колебаний для нулевой начальной фазы.

5.19. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой 5 см и частотой 2 Гц. Определить ее смещение для момента времени, когда скорость равна 20 см/с.

5.20. Для материальной точки массой 25 г, совершающей колебания по закону $x = A \cdot \cos \omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 2\pi/3$ рад/с, найти полную энергию и возвращающую силу в момент времени $t = 2$ с.

5.21. Материальная точка совершает гармонические колебания с периодом 4 с, начальным смещением 5 см и максимальным значением ускорения 20 см/с². Написать уравнение колебаний.

5.22. Груз, подвешенный на пружине, в условиях равновесия растягивает ее на 10 см. Определить частоту его малых колебаний.

5.23. Максимальное ускорение точки, совершающей гармонические колебания, равно 31,4 м/с², а максимальная скорость — 5 м/с. Определить период и амплитуду колебаний.

5.24. Для груза, подвешенного на пружине, в тот момент, когда смещение от положения равновесия было равно 5 см, ускорение приняло значение 2 м/с². Определить амплитуду и период колебаний.

5.25. Определить максимальное ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания с периодом 15 с при условии, что ее максимальная скорость равна 3 м/с.

5.26. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Определить разность фаз складываемых колебаний.

5.27. Два одинаково направленных гармонических колебания с одинаковыми амплитудами и периодами складываются в одно колебание той же амплитуды. Определить разность фаз складываемых колебаний.

5.28. Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одинаковых направлений и периода: $x_1 = A \cdot \sin \omega t$ и $x_2 = A \cdot \sin \omega(t + \tau)$, где $A = 1$ см; $\omega = \pi$ рад/с; $\tau = 0,5$ с. Написать уравнение результирующего колебания.

5.29. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях:

$x_1 = A_1 \cdot \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \cdot \cos \omega t$, где $A_1 = 1$ см; $A_2 = 2$ см; $\omega = 1$ рад/с. Определить амплитуду результирующего колебания, его период и начальную фазу.

5.30. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами 1,5 с и амплитудами 2 см. Начальные фазы колебаний: $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду результирующего колебания, его частоту и начальную фазу.

5.31. Складываются три гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами 2 с и амплитудами 3 см. Начальные фазы колебаний: $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \pi/2$ и $\varphi_3 = 2\pi/3$. Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания.

5.32. Найти амплитуду результирующего колебания при сложении двух гармонических колебаний одинакового периода с одинаковыми начальными фазами и амплитудами $A_1 = 12$ см и $A_2 = 5$ см, если: 1) колебания совершаются в одном направлении, 2) колебания взаимно перпендикулярны.

5.33. Два колебания одного направления, описываемые уравнениями $x_1 = A_1 \cdot \sin \omega(t + \tau_1)$ и $x_2 = A_2 \cdot \cos \omega(t + \tau_2)$, складываются в одно. Определить его амплитуду и начальную фазу при условии, что $A_1 = 2$ см;

$A_2 = 4$ см; $\tau_1 = 1$ с; $\tau_2 = 0,5$ с; $\omega = \pi/2$ рад/с.

5.34. Складываются два колебания одного направления, описываемые уравнениями $x_1 = A_1 \cdot \cos \omega(t + \tau_1)$ и $x_2 = A_2 \cdot \cos \omega(t + \tau_2)$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 3$ см; $\tau_1 = 1/3$ с; $\tau_2 = 1/2$ с; $\omega = \pi/3$ рад/с. Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания.

5.35. Определить амплитуду, период и начальную фазу результирующего колебания точки, которая одновременно участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x_1 = A_1 \cdot \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \cdot \cos \omega t$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 5$ см; $\omega = \pi/2$ рад/с.

5.36. Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 \cdot \sin \omega t$ и $y = A_2 \cdot \cos \omega t$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 3$ см; $\omega = \pi/3$ рад/с. Написать уравнение и определить направление движения точки (указать на рисунке).

5.37. Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 \cdot \sin \omega t$ и $y = A_2 \cdot \cos 2\omega t$, где $A_1 = 6$ см; $A_2 = 4$ см; $\omega = \pi/2$ рад/с. Написать уравнение и определить направление движения точки (указать на рисунке).

5.38. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания, выражаемых уравнениями: $x = A_1 \cdot \sin \omega t$ и $y = A_2 \cdot \cos \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 2$ см; $A_2 = 5$ см; $\omega = \pi/2$ рад/с; $\tau = 1/2$ с. Определить уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки.

5.39. Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 \cdot \cos \omega t$ и $y = A_2 \cdot \sin \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см; $A_2 = 8$ см; $\omega = \pi$ рад/с; $\tau = 1$ с. Определить уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки.

5.40. Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 \cdot \sin 2\omega t$ и $y = A_2 \cdot \cos \omega t$, где $A_1 = 3$ см; $A_2 = 2$ см; $\omega = \pi$ рад/с. Написать уравнение и определить направление движения точки (указать на рисунке).

5.41. Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 \cdot \cos \omega t$ и $y = A_2 \cdot \sin \omega t$, где $A_1 = 4$ см; $A_2 = 8$ см; $\omega = \pi/6$ рад/с. Написать уравнение и определить направление движения точки (указать на рисунке).

5.42. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания, выражаемых уравнениями: $x = A_1 \cdot \sin \omega(t + \tau_1)$ и $y = A_2 \cdot \cos \omega(t + \tau_2)$, где $A_1 = 7$ см; $A_2 = 3$ см; $\omega = \pi/3$ рад/с; $\tau_1 = 1/4$ с; $\tau_2 = 1/2$ с. Определить уравнение траектории и построить ее, показав направление движения.

5.43. Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с законами: $x = A_1 \cdot \cos \omega(t + \tau_1)$ и $y = A_2 \cdot \sin \omega(t + \tau_2)$, где $A_1 = 10$ см; $A_2 = 8$ см; $\omega = \pi/6$ рад/с; $\tau_1 = 3$ с; $\tau_2 = 2$ с. Определить уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки.

5.44. Смещение светящейся точки на экране осциллографа является результатом сложения двух колебаний, которые описываются уравнениями: $x = A \cdot \sin 3\omega t$ и $y = A \cdot \sin 2\omega t$. Построить траекторию точки в масштабе, приняв $A = 4$ см.

5.45. Складываются два гармонических колебания одного направления с частотами 500 и 510 Гц; амплитудами 30 и 40 см. Определить максимальное и минимальное значения амплитуды результирующего колебания, а также частоту биений.

5.46. Биения образуются при сложении двух гармонических колебаний одного направления с периодами 10^{-1} и $1,002 \cdot 10^{-1}$ с; амплитудами 35 см и 25 см. Определить частоту биений, а также максимальное и минимальное значения амплитуды.

5.47. Определить частоту биений, образующихся при сложении двух гармонических колебаний одного направления: одного с частотой 2 Гц, а другого с периодом 0,501 с.

5.48. Определить максимальное и минимальное значения амплитуды биений при сложении двух гармонических колебаний одного направления с амплитудами 70 и 55 см.

5.49. Складываются два гармонических колебания одного направления с частотами 800 и 790 Гц. Определить частоту биений, а также амплитуду второго колебания, если амплитуда первого — 40 см и максимальное значение амплитуды биений — 100 см.

5.50. Биения образуются при сложении двух гармонических колебаний одного направления. Определить период и амплитуду второго колебания, если период первого 10^{-2} с, его амплитуда 45 см, частота биений 1 Гц, а минимальное значение амплитуды 25 см..

5.51. Амплитуда затухающих колебаний за 5 минут уменьшилась в 3 раза. За какое время, считая от начального момента, она уменьшится в 8 раз?

5.52. Амплитуда колебаний маятника длиной 1 м за время 10 минут уменьшилась в 4 раза. Определить логарифмический декремент затухания.

5.53. Логарифмический декремент затухания маятника равен 0,003. Определить число полных колебаний, которые сделает маятник за время, когда его амплитуда уменьшится в 2 раза.

5.54. Гиря массой $m = 500$ г подвешена на пружине жесткостью $k = 20$ Н/м и совершает колебания с логарифмическим декрементом затухания $\theta = 0,004$. Определить время, за которое амплитуда уменьшится в 2 раза, и соответствующее число полных колебаний.

5.55. Тело массой $m = 5$ г совершает затухающие колебания. В течение времени $t = 50$ с оно потеряло 60 % своей энергии. Определить коэффициент сопротивления r .

5.56. Определить период затухающих колебаний, если период собственных незатухающих колебаний системы равен 1 с, а логарифмический декремент затухания – 0,628.

5.57. Определить число полных колебаний системы, в течение которых энергия системы уменьшится в 2 раза, если логарифмический декремент затухания равен 0,01.

5.58. Тело массой $m = 1$ кг подвешено на пружине жесткостью $k = 50$ Н/м и совершает колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,05$ кг/с. Определить частоту колебаний и логарифмический декремент затухания.

5.59. За 8 минут амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в 3 раза. Определить добротность системы.

5.60. Определить длину маятника, если при совершении им колебаний с логарифмическим декрементом затухания $\theta = 2 \cdot 10^{-3}$ амплитуда за время $t = 10$ мин уменьшилась в 2 раза.

5.61. Определить коэффициент затухания в случае, когда математический маятник длиной 1 м совершает колебания с периодом 3 с.

5.62. При затухающих колебаниях в системе период отличается от периода собственных незатухающих колебаний на 1 %. Найти из этого условия логарифмический декремент затухания.

5.63. Определить, за какое время амплитуда затухающих колебаний математического маятника длиной 2 м уменьшится в 3 раза, если добротность колебательной системы $Q = 10$.

5.64. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 5 мкФ и длинного соленоида длиной 20 см с обмоткой из медного провода площадью сечения 1 мм², намотанного на немагнитный каркас. Определить добротность контура.

5.65. Найти закон изменения со временем напряжения на конденсаторе емкостью 3 мкФ, входящем в состав колебательного контура вместе с катушкой индуктивностью 0,1 Гн и сопротивлением 10 Ом. В начальный момент заряд на конденсаторе 0,6 мКл.

5.66. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 4 мФ и однослойного соленоида длиной 10 см и диаметром 5 см, намотанного из алюминиевой проволоки диаметром 0,5 мм. Определить логарифмический декремент затухания в этом контуре.

5.67. Логарифмический декремент затухания колебаний в контуре, состоящем из конденсатора емкостью 1 нФ и катушки индуктивностью 5 мГн, равен 0,01. Определить время, за которое теряется 90 % энергии колебаний.

5.68. Определить период колебаний и логарифмический декремент затухания для контура, составленного из конденсатора емкостью 5 мкФ, соленоида индуктивностью 0,23 Гн и резистора сопротивлением 40 Ом.

5.69. Для затухающих колебаний в контуре, состоящем из конденсатора емкостью 0,2 мкФ и соленоида индуктивностью 6 мГн, амплитуда силы тока за время 1 мс уменьшилась в 3 раза. Определить сопротивление контура и логарифмический декремент затухания.

5.70. Период затухающих колебаний в контуре, состоящем из конденсатора емкостью 1 мкФ и соленоида индуктивностью 20 мГн, равен 1 мс. Определить сопротивление контура.

5.71. Контур состоит из катушки индуктивностью 1 мГн и конденсатора емкостью 100 мкФ. За время 50 мс амплитуда силы тока при затухающих колебаниях уменьшилась в 2 раза. Определить логарифмический декремент затухания.

5.72. Контур состоит из катушки индуктивностью 5 мГн и конденсатора емкостью 20 мкФ. Определить, за какое время энергия колебаний уменьшится в 2 раза, и соответствующее число полных колебаний, если логарифмический декремент затухания равен 0,005.

5.73. В контуре, состоящем из конденсатора и катушки индуктивностью 7 мГн, за время 50 мс теряется 64 % энергии колебаний. Определить сопротивление контура.

5.74. Определить логарифмический декремент затухания и период затухающих колебаний в контуре, составленном из катушки индуктивностью 0,4 мГн, конденсатора емкостью 25 мкФ и резистора сопротивлением 3 Ом.

5.75. Для колебаний в контуре, составленном из конденсатора емкостью 10 мкФ, соленоида индуктивностью 1 мГн и резистора сопротивлением 5 Ом, найти коэффициент затухания и число полных колебаний, соответствующее уменьшению амплитуды в 3 раза.

5.76. Определить резонансную частоту колебательной системы, у которой собственная частота незатухающих колебаний $\nu_0 = 300$ Гц, а логарифмический декремент затухания $\theta = 0,2$.

5.77. Собственная частота незатухающих колебаний маятника составляет 500 Гц. Определить для него частоту затухающих колебаний, если первая резонансная частота равна 499 Гц.

5.78. Маятник совершает затухающие колебания с периодом 0,2 с. При этом отношение амплитуд первого и шестого колебаний равно 13. Определить резонансную частоту этого маятника.

5.79. Гири массой $m = 0,5$ кг, подвешенная к пружине жесткостью $k = 50$ Н/м, совершает колебания в среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,5$ кг/с. На гири действует вертикальная периодическая сила с амплитудой $F_m = 0,1$ Н. Определить резонансную амплитуду колебаний.

5.80. Груз массой $m = 400$ г, подвешенный к пружине жесткостью $k = 40$ Н/м, совершает колебания в среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,5$ кг/с под действием внешней вертикальной периодической силы с амплитудой $F_m = 1$ Н. Определить амплитуду колебаний, если частота внешней силы вдвое меньше собственной частоты колебаний.

5.81. Вагон массой $m = 70 \cdot 10^3$ кг имеет четыре рессоры, каждая жесткостью $k = 500$ кН/м. При какой скорости вагон начнет сильно раскачиваться, если он едет по дороге с рельсами длиной $\ell = 12,5$ м?

5.82. При какой скорости поезда возникает резонанс, если он едет по дороге с рельсами длиной 25 м, а период собственных вертикальных колебаний вагона 1,25 с?

5.83. Какова длина математического маятника, подвешенного в поезде, если он особенно сильно раскачивается при движении со скоростью 72 км/ч по рельсам длиной 25 м?

5.84. Определить массу вагона, имеющего четыре рессоры жесткостью 550 кН/м каждая, если при его движении со скоростью 54 км/ч по рельсам длиной 25 м возникает резонанс.

5.85. Математический маятник длиной $\ell = 20$ см подвешен в вагоне, который движется по рельсам длиной $L = 25$ м. При какой скорости поезда маятник будет раскачиваться с максимальной амплитудой?

5.86. Для двигателя, закрепленного на упругой подвеске, резонанс наступает при частоте вращения якоря $\nu = 3000$ оборотов в минуту. Насколько растягиваются пружины подвески под действием веса неработающего двигателя?

5.87. Вагон массой $50 \cdot 10^3$ кг имеет четыре рессоры общей жесткостью 2 МН/м. Рассчитать коэффициент затухания

демпфирующей системы, обеспечивающей ограничение амплитуды колебаний при резонансе на уровне статического прогиба рессор.

5.88. Коэффициент затухания демпфирующей системы колесной тележки равен 40 с^{-1} , ее масса – $5 \cdot 10^3 \text{ кг}$. Определить общую жесткость подвески, если известно, что при резонансной частоте амплитуда колебаний тележки в два раза превосходит статическое растяжение пружин подвески.

5.89. Катушка длиной $\ell = 50 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$ включена в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Число витков катушки $N = 3000$. Найти активное сопротивление катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током равен 60° .

5.90. Катушка индуктивностью $L = 2.26 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$ и резистор включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Определить сопротивление резистора, если сдвиг фаз между напряжением и током равен 60° .

5.91. Электрическую плитку с активным сопротивлением 50 Ом соединили последовательно с конденсатором емкостью 5 мкФ и полученную цепь включили в сеть переменного тока с частотой 50 Гц . Определить, во сколько раз при этом уменьшится выделяющаяся мощность.

5.92. В цепь переменного тока частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$ включена катушка длиной $\ell = 30 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$, содержащая $N = 1000$ витков. Определить активное сопротивление катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 30^\circ$.

5.93. Сдвиг фаз между током и напряжением в некоторой цепи равен 45° . Определить, во сколько раз индуктивное сопротивление больше активного, если индуктивное сопротивление больше емкостного в три раза.

5.94. Для поддержания в контуре незатухающих колебаний с амплитудой силы тока $I_m = 0,2 \text{ А}$ требуется подводить мощность $P = 14 \text{ Вт}$. Определить активное сопротивление контура.

5.95. После того как последовательно с электроплиткой с активным сопротивлением 60 Ом включили дроссель, выделяющаяся мощность уменьшилась в два раза. Определить индуктивность дросселя, если частота переменного тока составляет 50 Гц .

5.96. В цепи переменного тока емкостное сопротивление в 5 раз, а индуктивное в 3 раза больше активного. Определить сдвиг фаз между током и напряжением.

5.97. Электрическую плитку с активным сопротивлением 80 Ом соединили последовательно с конденсатором и полученную цепь

включили в сеть переменного тока с частотой 400 Гц. При этом выделяющаяся мощность уменьшилась в 3 раза. Определить емкость конденсатора.

5.98. Определить, во сколько раз уменьшится выделяющаяся мощность, если последовательно с электролиткой с активным сопротивлением $R = 30$ Ом включить дроссель индуктивностью $L = 0,1$ Гн. Частота переменного тока в цепи $\nu = 50$ Гц.

5.99. Колебательный контур составлен из соленоида индуктивностью $L = 1$ мГн, конденсатора емкостью $C = 10$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 2$ Ом. Определить отношение амплитуд напряжений на конденсаторе и резисторе при резонансе.

5.100. При резонансе в колебательном контуре, состоящем из конденсатора емкостью 2 мкФ, катушки индуктивностью 10 мГн и резистора, амплитуда напряжения на резисторе в 8 раз меньше амплитуды напряжения на конденсаторе. Определить сопротивление резистора.

5.101. Волна распространяется в упругой среде со скоростью $v = 150$ м/с. Определить частоту колебаний, если минимальное расстояние между точками среды, фазы колебаний в которых противоположны, равно 0,75 м.

5.102. В воздухе распространяется звуковая волна с частотой 400 Гц и отражается от стенки. При этом ближайшая пучность находится на расстоянии 21 см от стенки. Определить температуру воздуха.

5.103. Чему равно расстояние между 3-м и 8-м узлами в стоячей волне, если расстояние между 2-й и 9-й пучностями равно 91 см? Чему равна длина волны складываемых бегущих волн?

5.104. Определить модуль Юнга стали, из которой изготовлен железнодорожный рельс, если в нем распространяются продольные упругие волны с циклической частотой $\omega = 12,57 \cdot 10^2$ рад/с и длиной волны $\lambda = 26$ м.

5.105. Определить, насколько отличается групповая скорость от фазовой для частоты $\nu = 800$ Гц, если фазовая скорость задается выражением $v = a_0 \sqrt{\frac{b}{\nu + b}}$, где $a_0 = 24$ м/с, $b = 100$ Гц.

5.106. Определить функциональную зависимость фазовой скорости поперечных упругих волн в стержне от длины волны, если эта скорость всегда в два раза меньше групповой.

5.107. Уравнение плоской бегущей волны имеет вид $s = A \cdot \sin(\omega t - kx)$, где $A = 1$ см; $\omega = 1,257 \cdot 10^3$ рад/с; $k = 4$ м⁻¹. Определить фазовую скорость волны, а также максимальные значения скорости и ускорения колеблющихся частиц среды.

5.108. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальном давлении равна $1,78 \text{ кг/м}^3$. Определить скорость звука в этом газе.

5.109. Определить разность фаз колебаний в точках, расположенных на расстоянии $\Delta x = 10 \text{ см}$ вдоль направления распространения волны, если ее скорость $v = 30 \text{ м/с}$, а циклическая частота колебаний $\omega = 628 \text{ рад/с}$.

5.110. Наблюдатель, стоящий на станции, при приближении электровоза слышит гудок с частотой $\nu_1 = 900 \text{ Гц}$, а при удалении – с частотой $\nu_2 = 800 \text{ Гц}$. Определить скорость электровоза и собственную частоту его сигнала, если скорость звука $v_{зв} = 340 \text{ м/с}$.

5.111. Поезд проходит со скоростью $v = 54 \text{ км/ч}$ мимо неподвижного приемника и подает звуковой сигнал. Приемник воспринимает скачок частоты $\Delta\nu = 53 \text{ Гц}$. Определить частоту сигнала поезда, если температура воздуха $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.

5.112. Электропоезд проходит со скоростью $v = 72 \text{ км/ч}$ мимо неподвижного приемника и подает звуковой сигнал частотой $\nu = 300 \text{ Гц}$. Приемник воспринимает скачок частоты $\Delta\nu = 34,5 \text{ Гц}$. Определить температуру воздуха.

5.113. Летучая мышь летит по направлению к стенке, издает сигнал частотой ν_0 и принимает отраженный сигнал частотой $\nu = 1,1 \cdot \nu_0$. Определить, во сколько раз скорость звука больше скорости мыши.

5.114. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде составляет $v = 250 \text{ Мм/с}$. Определить длину волны электромагнитных волн в этой среде, если их частота в вакууме $\nu_0 = 1 \text{ МГц}$.

5.115. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 5 \text{ МГц}$ переходит из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$ в вакуум. Определить изменение ее длины волны.

5.116. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $0,4 \text{ мГн}$ и конденсатор емкостью $0,5 \text{ нФ}$. Определить длину волны излучения, генерируемого контуром в веществе, у которого диэлектрическая проницаемость равна $2,5$.

5.117. Отношение напряженности электрического и индукции магнитного полей для электромагнитной волны, распространяющейся в немагнитной среде, равно 200 Мм/с . Определить показатель преломления этой среды.

5.118. Расстояние между 3-м и 9-м узлами в стоячей электромагнитной волне $\Delta x = 4,5 \text{ мм}$. Определить частоту волны, если она распространяется в немагнитном веществе с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 9$.

5.119. Определить групповую скорость электромагнитных волн с частотой $\omega = 10$ ГГц, распространяющихся в разреженной плазме, фазовая скорость которых $v = c \cdot \left(1 + \frac{A}{\omega^2}\right)^{-0,5}$, где $A = 5 \cdot 10^{18}$ (рад/с)².

5.120. Показатели преломления сероуглерода для света с близкими длинами волн $\lambda_1 = 509$ нм, $\lambda_2 = 534$ нм, $\lambda_3 = 574$ нм соответственно равны: $n_1 = 1,647$; $n_2 = 1,640$; $n_3 = 1,630$. Определить фазовую скорость для λ_2 и групповую скорость вблизи нее.

5.121. Определить скорость удаления звезды от Земли, если из-за этого ее характерная оптическая линия сдвигается по частоте на 0,1 %.

5.122. При движении звезды перпендикулярно направлению на Землю вследствие эффекта Доплера происходит уменьшение частоты излучения на 10^{-3} %. Определить скорость звезды.

5.123. Амплитуда напряженности электрического поля у плоской электромагнитной волны в вакууме равна $3 \cdot 10^{-4}$ В/м. Определить ее интенсивность.

5.124. Плоская электромагнитная волна, у которой амплитуда напряженности магнитного поля $H_m = 5 \cdot 10^{-6}$ А/м, распространяется в немагнитном веществе с показателем преломления $n = 3$. Определить энергию волны в объеме $V = 200$ см³.

5.125. Какая энергия будет перенесена плоской электромагнитной волной с амплитудой напряженности электрического поля $E_m = 10^{-3}$ В/м через поперечное сечение площадью $S = 5$ см² за время $t = 50$ с при ее распространении в немагнитном веществе с показателем преломления $n = 11$?

5.126. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света равно 0,5 мм, расстояние от них до экрана равно 5 м. В желтом свете ширина темных полос равна 6 мм. Определить длину волны желтого света, а также ширину светлых полос, если использовать источник красного света с длиной волны 650 нм.

5.127. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга $d = 0,5$ мм при длине волны $\lambda = 600$ нм. Определить расстояние от щелей до экрана, если на его ширине $L = 1$ см укладывается $N = 10$ светлых полос.

5.128. В опыте Юнга расстояние между щелями $d = 1$ мм, а расстояние от щелей до экрана $\ell = 3$ м. Определить координаты первых двух светлых и темных полос для монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм.

5.129. В опыте Юнга расстояние от щелей до экрана $\ell = 3$ м. Определить угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса отстоит от центра экрана на расстоянии $L = 5$ мм.

5.130. Если в опыте Юнга на пути одного из лучей поместить тонкую стеклянную пластинку ($n = 1,5$), то центральная светлая полоса сместится в положение, занимаемое пятой темной полосой. Длина волны света $\lambda = 0,5$ мкм. Определить толщину пластинки.

5.131. В опыте с бипризмой Френеля расстояние между двумя вторичными источниками света $d = 0,7$ мм, а расстояние от них до экрана $\ell = 4$ м. Определить, сколько светлых полос укладывается на экране на ширине $L = 2$ см.

5.132. Во сколько раз в опыте Юнга нужно изменить расстояние до экрана, чтобы 5-я светлая полоса новой интерференционной картины оказалась на том же месте, что и 3-я в прежней картине?

5.133. Плоская световая волна падает на бизеркало Френеля с углом при вершине $\alpha = 2'$. Найти длину волны света, если ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x = 0,55$ мм.

5.134. В каких пределах может изменяться толщина плоскопараллельной пластинки с показателем преломления $n = 1,6$, чтобы можно было наблюдать максимум 12-го порядка для света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм?

5.135. В каких пределах может изменяться толщина плоскопараллельной пластинки с показателем преломления $n = 1,4$, чтобы в отраженном свете наблюдалось совпадение линий равного наклона для длин волн $\lambda_1 = 550$ нм и $\lambda_2 = 525$ нм?

5.136. На стеклянный клин (показатель преломления $n = 1,5$) нормально падает монохроматический свет (длина волны $\lambda = 0,698$ мкм). Определить угол клина, если расстояние между двумя соседними минимумами $\Delta x = 2$ мм.

5.137. Монохроматический свет падает нормально на поверхность воздушного клина, причем расстояние между двумя соседними интерференционными полосами $\Delta x_1 = 0,4$ мм. Определить расстояние между полосами, если пространство между пластинками, образующими клин, заполнить водой.

5.138. Монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 582$ нм падает нормально на стеклянный клин (показатель преломления $n = 1,5$) с углом при вершине $\alpha = 20''$. Какое число темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина?

5.139. Какова наименьшая возможная толщина плоскопараллельной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$,

если при освещении белым светом под углами $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$ она кажется красной (длина волны $\lambda = 0,74$ мкм)?

5.140. Линза из стекла (показатель преломления $n = 1,58$) просветлена для желтых лучей (длина волны $\lambda = 600$ нм). Определить наименьшую толщину просветляющей пленки.

5.141. При освещении пластинки сначала монохроматическим светом с длиной волны $\lambda_1 = 600$ нм, а затем $\lambda_2 = 400$ нм максимумы в отраженном свете наблюдаются под одним и тем же углом. Чему равен порядок максимума для большей длины волны, если это первое совпадение?

5.142. Под какими углами падения плоскопараллельная пластинка с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $d = 3,8$ мкм будет казаться красной (длина волны $\lambda = 0,74$ мкм)?

5.143. Определить радиус кривизны плосковыпуклой линзы, которая вместе с пластинкой позволяет наблюдать кольца Ньютона при освещении желтой линией натрия ($\lambda = 589$ нм), причем в отраженном свете расстояние между 1-м и 2-м светлыми кольцами равно 0,5 мм.

5.144. На вогнутую линзу с радиусом кривизны $R_1 = 2$ м положили плосковыпуклую с радиусом кривизны $R_2 = 1$ м. Определить радиусы первых двух темных и светлых интерференционных колец, наблюдаемых в отраженном свете с длиной волны 560 нм.

5.145. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм, падающим нормально. Определить толщину воздушного зазора между пластинкой и линзой в том месте, где в отраженном свете наблюдается четвертое темное кольцо.

5.146. Найти длину волны монохроматического света, падающего нормально на установку для наблюдения колец Ньютона, если расстояние между четвертым и девятым темными кольцами равно 3,6 мм. Радиус кривизны линзы 14 м.

5.147. Определить радиус 4-го темного кольца Ньютона при наблюдении в проходящем свете с длиной волны 589 нм, если между линзой с радиусом кривизны 5 м и плоской поверхностью, к которой она прижата, находится вода.

5.148. Плосковыпуклая стеклянная линза, радиус кривизны которой $R = 40$ см, соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом радиус некоторого кольца $r = 2,5$ мм. Наблюдая за кольцом в отраженном свете, линзу осторожно отодвинули от пластинки на $\Delta h = 5$ мкм. Каким стал радиус этого кольца?

5.149. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda_0 = 0,6$ мкм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью, и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус линзы $R = 4$ м. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца $r = 1,8$ мм.

5.150. Определить расстояние между четвертым и пятнадцатым светлыми кольцами Ньютона, если расстояние между вторым и восемнадцатым темными кольцами равно 5 мм. Наблюдение проводится в проходящем свете.

5.151. Найти радиус девятой зоны Френеля для плоского волнового фронта, если радиус четвертой зоны равен 3 мм.

5.152. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм нормально падает на непрозрачный экран с круглым отверстием диаметром $d = 1,2$ мм. На расстоянии $b = 12$ см за экраном на оси отверстия наблюдается темное пятно. На какое минимальное расстояние Δb нужно сместиться от этой точки вдоль оси отверстия, удаляясь от него, чтобы в центре вновь наблюдалось темное пятно?

5.153. Зонная пластинка дает изображение источника, удаленного от нее на 2 м, на расстоянии 1 м от своей поверхности. Где получится изображение источника, если его удалить в бесконечность?

5.154. На экран с круглым отверстием диаметром $d = 2,4$ мм нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить максимальное расстояние от отверстия на его оси, где еще можно наблюдать наиболее темное пятно.

5.155. Определить длину волны плоской монохроматической световой волны, падающей на диафрагму с отверстием диаметром $D = 2$ мм, если в центре экрана, отстоящего от диафрагмы на $b_1 = 57,5$ см, наблюдается светлое пятно, а при удалении экрана до $b_2 = 86,2$ см оно сменяется темным пятном.

5.156. На узкую щель нормально падает плоская монохроматическая световая волна. Направление на четвертую темную дифракционную полосу составляет $2^\circ 12'$. Определить, сколько длин волн укладывается на ширине щели.

5.157. На щель шириной $a = 0,15$ мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического ($\lambda = 0,65$ мкм) источника. Найти ширину центрального максимума на экране, отстоящем от щели на расстоянии $\ell = 1,2$ м.

5.158. Монохроматический пучок света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм нормально падает на щель шириной $a = 0,1$ мм. Определить расстояние от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума $b = 1$ см.

5.159. Плоская световая волна с длиной волны $\lambda = 500$ нм нормально падает на диафрагму с узкой щелью шириной $a = 0,2$ мм. На расстоянии $\ell = 1$ м за диафрагмой расположен экран. Определить расстояние между серединами первого и второго дифракционных максимумов. Какой вид дифракции наблюдается в этом случае?

5.160. Плоская монохроматическая световая волна ($\lambda = 490$ нм) нормально падает на узкую щель шириной $a = 0,03$ мм. Дифракционная картина наблюдается на экране с помощью линзы с фокусным расстоянием $F = 40$ см. Найти расстояние между серединами линий в спектре первого и второго порядков.

5.161. Ширина прозрачного участка дифракционной решетки в четыре раза, а непрозрачного — в восемь раз больше длины волны падающего света. Определить углы, соответствующие первым трем наблюдаемым максимумам.

5.162. Что будет наблюдаться на экране за дифракционной решеткой с периодом $d = 5 \cdot 10^{-4}$ см и шириной $\ell = 0,25$ см под углом $\alpha = \pi/6$, если ее освещать светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм?

5.163. Свет с длиной волны $\lambda = 585$ нм нормально падает на дифракционную решетку с периодом $d = 0,002$ мм. Найти угловое расстояние между максимумами второго и третьего порядков.

5.164. Определить длину волны спектральной линии, изображение которой, даваемое дифракционной решеткой в спектре третьего порядка, совпадает с изображением линии $\lambda = 486,1$ нм в спектре четвертого порядка.

5.165. Свет от ртутной лампы нормально падает на решетку. Угол дифракции для линии $\lambda_1 = 546$ нм в спектре первого порядка $\varphi_1 = 5,4^\circ$. Найти угол дифракции для линии $\lambda_2 = 436$ нм в спектре второго порядка.

5.166. Ширина прозрачного и непрозрачного участков дифракционной решетки в пять раз больше длины волны падающего света. Определить углы, соответствующие первым трем наблюдаемым максимумам.

5.167. Период дифракционной решетки $d = 6 \cdot 10^{-6}$ м. Она освещается светом с длиной волны $\lambda = 486$ нм. Определить наибольший спектральный интервал $\Delta\lambda$, для которого нигде не будет перекрытия спектров при освещении светом в интервале $\lambda \pm \Delta\lambda$.

5.168. Период дифракционной решетки $d = 1 \cdot 10^{-2}$ мм, а ширина прозрачного участка $a = 2,5 \cdot 10^{-3}$ мм. Сколько максимумов не будет

наблюдаться на экране для линии $\lambda = 500$ нм по одну сторону от центрального до угла $\alpha = 30^\circ$ из-за совпадения с главными минимумами?

5.169. Определить наименьшее расстояние между двумя точками на поверхности Луны, которое можно разрешить рефлектором с диаметром зеркала $D = 5$ м. Считать, что длина волны света $\lambda = 550$ нм.

5.170. При аэрофотосъемке местности с высоты $h = 10$ км используется объектив с фокусным расстоянием $F = 10$ см и диаметром $D = 5$ см. Определить размеры деталей местности, которые могут быть разрешены на фотографиях, если разрешающая способность пленки:

а) $N = 100$ линий на 1 мм; б) $N = 2000$ линий на 1 мм.

5.171. Каково должно быть наименьшее число штрихов дифракционной решетки, чтобы она могла разрешить в спектре второго порядка дублет ртути с длинами волн $\lambda_1 = 577$ нм и $\lambda_2 = 579,1$ нм? Свет падает на решетку нормально.

5.172. Свет падает нормально на дифракционную решетку шириной $\ell = 20$ мм. Две спектральные линии $\lambda_1 = 475,2$ нм и $\lambda_2 = 474,8$ нм оказались на пределе разрешения (по критерию Рэлея) под некоторым углом дифракции. Найти этот угол.

5.173. Определить угловую дисперсию дифракционной решетки для длины волны $\lambda = 550$ нм в спектре третьего порядка. Ширина решетки $\ell = 2$ см, общее число штрихов решетки $N = 4000$. Свет падает на решетку нормально.

5.174. При дифракции на монокристалле максимум третьего порядка наблюдается под углом скольжения $\vartheta = 45^\circ$. Под каким углом падения будет наблюдаться максимум первого порядка?

5.175. Узкий пучок рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda = 245$ пм падает под некоторым углом на естественную грань монокристалла NaCl, плотность которого $\rho = 2,16$ г/см³. Определить угол скольжения, если при зеркальном отражении наблюдается максимум второго порядка.

5.176. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $i_1 = 54^\circ$. Определить угол преломления пучка, если отраженный пучок полностью поляризован.

5.177. Свет, проходя через жидкость, отражается от стеклянного дна ($n = 1,5$) под углом 41° . Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет плоскополяризован.

5.178. Пучок естественного света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погруженного в воду. При каком угле падения отраженный свет полностью поляризован?

5.179. Угол Брюстера при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57° . Определить скорость света в этом кристалле.

5.180. Предельный угол полного отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен 43° . Определить угол Брюстера для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

5.181. Свет, проходя через жидкость, отражается от стеклянного дна ($n = 1,5$) под углом 41° , причем отраженный свет плоскополяризован. Определить, при каком угле падения будет наблюдаться полное отражение.

5.182. На какой угловой высоте над горизонтом должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован?

5.183. Интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, уменьшилась в 8 раз. Пренебрегая поглощением света, определить угол между главными плоскостями николей.

5.184. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол в 60° , если каждый из николей отражает 30 % падающего на них света.

5.185. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен α . Поляризатор и анализатор как поглощают, так и отражают 10 % падающего на них света. Определить угол α , если интенсивность света, вышедшего из анализатора, равна 12 % интенсивности света, падающего на поляризатор.

5.186. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен 60° . После этого он падает на зеркало и, отразившись, вновь проходит через оба прибора. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света по сравнению с естественным.

5.187. Определить степень поляризации частично поляризованного света, если амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в 3 раза больше амплитуды, соответствующей его минимальной интенсивности.

5.188. Степень поляризации частично поляризованного света составляет 0,75. Определить отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной.

5.189. Определить степень поляризации света, который представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным, если интенсивность поляризованного света в два раза больше интенсивности естественного.

5.190. Частично поляризованный свет со степенью поляризации $P = 0,5$ представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным. Определить, во сколько раз интенсивность поляризованного света больше интенсивности естественного.

5.191. Определить минимальное ускоряющее напряжение, которое должен пройти электрон, чтобы в среде с показателем преломления $n = 1,5$ возникло черенковское излучение.

5.192. Определить минимальный импульс, которым должен обладать электрон, чтобы эффект Вавилова-Черенкова наблюдался в среде с показателем преломления $n = 1,8$.

5.193. Определить кинетическую энергию протонов, которые в среде с показателем преломления $n = 1,7$ излучают электромагнитные волны под углом $\theta = 20^\circ$ к направлению своего движения.

5.194. Определить минимальную кинетическую энергию, которой должен обладать протон, чтобы в среде с показателем преломления $n = 1,5$ возникло черенковское излучение. Ответ выразить в МэВ.

5.195. Электрон движется в веществе с показателем преломления $n = 1,5$. При его торможении угол черенковского излучения уменьшился с 40° до 20° . Определить, во сколько раз при этом уменьшилась его кинетическая энергия.

5.196. Протоны, движущиеся в среде с показателем преломления $n = 1,7$, излучают электромагнитные волны под углом $\theta = 20^\circ$ к направлению своего движения. Во сколько раз уменьшится импульс протонов к тому моменту, когда черенковское излучение прекратится?

5.197. Пластинка кварца толщиной $d_1 = 2$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол 30° . Определить толщину d_2 кварцевой пластинки, помещенной между параллельными николями, если при этом данный свет полностью гасится.

5.198. Решить предыдущую задачу при условии, что свет гасится для скрещенных николей.

5.199. Раствор глюкозы с массовой концентрацией $C_1 = 0,21$ г/см³, находящийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на угол $\varphi_1 = 24^\circ$. Определить массовую концентрацию C_2 глюкозы в другом растворе в такой же трубке, если он поворачивает плоскость поляризации на угол $\varphi_2 = 18^\circ$.

5.200. Определить массовую концентрацию сахарного раствора, находящегося в стеклянной трубке длиной 70 см, если при

помещении ее между параллельными николями проходящий свет полностью гасится. Коэффициент удельного вращения сахара $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м²/кг.

5. КВАНТОВАЯ ОПТИКА. ФИЗИКА АТОМА И ЯДРА

Основные законы и формулы

Излучательность тела (энергия электромагнитных волн, излучаемая с единицы поверхности тела за единицу времени)

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu,$$

где $r_{\lambda,T}$, $r_{\nu,T}$ – спектральная плотность излучательности соответственно для длин волн и для частот; λ – длина волны излучения; ν – частота.

Излучательность (энергетическая светимость) абсолютно черного тела (закон Стефана-Больцмана)

$$R_e^* = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴); T – абсолютная температура.

Длина волны, при которой спектральная плотность излучательности (испускательная способность) абсолютно черного тела $r_{\lambda,T}^*$ принимает

максимальное значение (рис. 18), связана с абсолютной температурой (закон смещения Вина)

$$\lambda_m T = b,$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К – первая постоянная Вина.

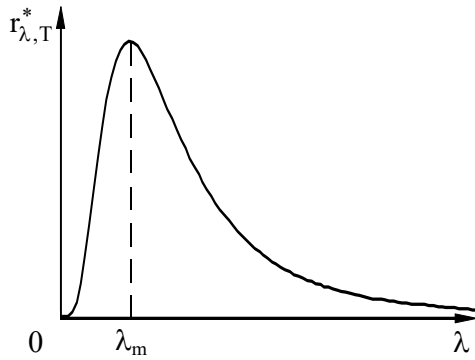


Рис. 18. Зависимость испускательной способности абсолютно черного тела от длины волны

Максимальное значение спектральной плотности излучательности (испускательной способности) абсолютно черного тела пропорционально пятой степени абсолютной температуры

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = CT^5,$$

где $C = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

Формула Планка (рис. 19)

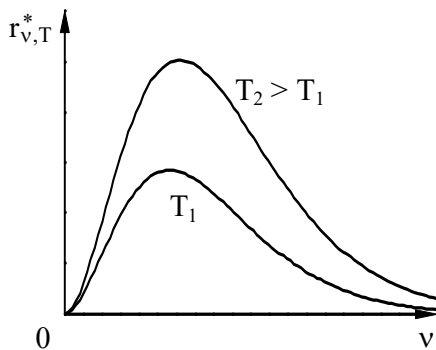


Рис. 19. График $r_{\nu,T}^*$ по формуле Планка

$$r_{\nu,T}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1},$$

где $r_{\nu,T}^*$ – спектральная плотность излучательности абсолютно черного тела; c – скорость света в вакууме; h – постоянная Планка; k – постоянная Больцмана.

Энергия, соответствующая кванту излучения (энергия фотона),

$$\varepsilon = h\nu.$$

Импульс фотона

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Масса фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где A – работа выхода электрона из металла; m , v_{\max} – масса и максимальная скорость вылетающего электрона (фотоэлектрона).

Соотношения для красной границы фотоэффекта

$$\nu_0 = \frac{A}{h}; \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A},$$

где ν_0 – минимальная частота света; λ_0 – максимальная длина волны света, при которых еще возможен фотоэффект.

Изменение длины волны излучения при комптоновском рассеянии (рис. 20)

$$\begin{aligned} \Delta\lambda = \lambda' - \lambda &= \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \\ &= 2 \frac{h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \end{aligned}$$

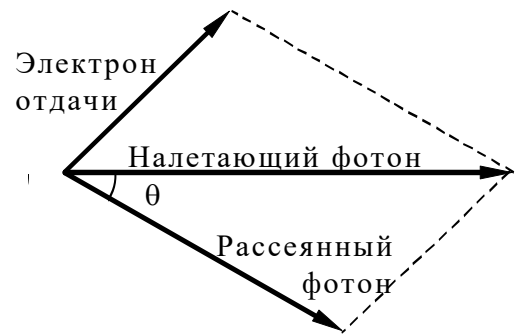


Рис.20. Эффект Комптона

где λ – длина волны фотона, налетающего на свободный или слабо связанный электрон; λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол θ после столкновения с электроном; m_0 – масса покоя электрона. Величина $\Lambda = \frac{h}{m_0c} = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м называется комптоновской длиной волны электрона.

Давление света при его нормальном падении на поверхность

$$p = \frac{E_c}{c}(1 + \rho) = w(1 + \rho),$$

где E_e – энергетическая освещенность (энергия, падающая на единицу площади поверхности в единицу времени); ρ – коэффициент отражения; w – объемная плотность энергии излучения.

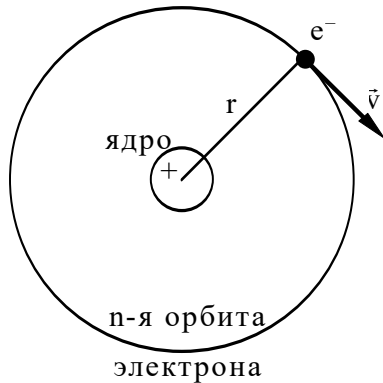


Рис. 21. Параметры орбиты электрона по теории Бора

Уравнение для круговых стационарных орбит по теории Бора (рис. 21)

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar,$$

где v – скорость электрона на орбите; r – радиус орбиты; n – номер орбиты (главное квантовое число); $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Уравнение Бора для частоты излучения

$$\hbar\omega = h\nu = E_n - E_m,$$

где E_n и E_m – полные энергии электрона в атоме на n -й и m -й орбитах соответственно (в состояниях с главными числами n и m); $\omega = 2\pi\nu$.

Радиус n -й стационарной орбиты

$$r_n = a_0 n^2,$$

где $a_0 = 5,29 \cdot 10^{-11}$ м – первый боровский радиус.

Полная энергия электрона в водородоподобном ионе

$$E_n = -\frac{Z^2 E_i}{n^2},$$

где Z – номер элемента в таблице Менделеева; E_i – энергия ионизации атома водорода.

Сериальная формула для частоты излучаемого (поглощаемого) водородоподобным ионом света при переходе электрона с одной орбиты на другую (переходе атома из одного состояния в другое)

$$\omega = Z^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R = \frac{m_0 e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} = 2,07 \cdot 10^{16} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ –

постоянная Ридберга. Частные формулы для отдельных серий излучения атома водорода ($Z = 1$) соответствуют: серии Лаймана ($m = 1, n = 2, 3, \dots$); серии Бальмера ($m = 2, n = 3, 4, \dots$); серии Пашена ($m = 3, n = 4, 5, \dots$) и т. д. (рис. 22).

Длина волны, соответствующая коротковолновой границе тормозного рентгеновского спектра (рис. 22)

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$

Закон Мозли для характеристического (рис. 23) рентгеновского спектра

$$\omega = (Z - \sigma)^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где σ – постоянная экранирования.

Следствие закона Мозли для K_α линий ($\sigma = 1$)

$$\omega = 3(Z - 1)^2 R / 4.$$

Длина волны де Бройля частицы, имеющей импульс p ,

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Импульс частицы связан с ее кинетической энергией E_k :

а) для случая малых скоростей

$$p = m_0 v = \sqrt{2m_0 E_k};$$

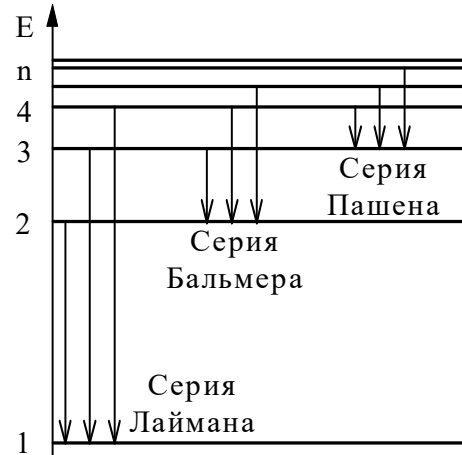


Рис. 22. Переходы электронов в атоме водорода и соответствующие линии

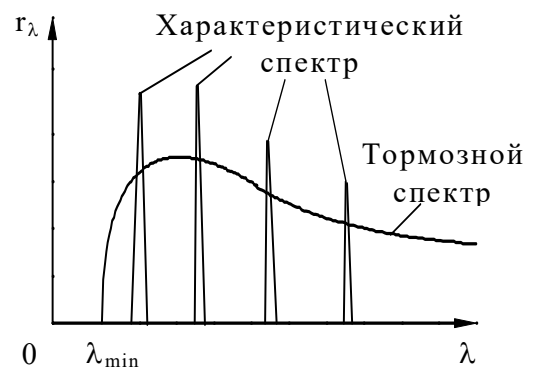


Рис. 23. Спектр рентгеновского излучения

б) для скоростей, сравнимых по величине со скоростью света

$$p = mv = \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + E_k) E_k},$$

где m – релятивистская масса; v – скорость частицы; m_0 – масса покоя частицы; $E_0 = m_0 c^2$ – ее энергия покоя.

Фазовая скорость волн де Бройля

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p},$$

где ω – круговая частота; k – волновое число волн де Бройля ($k = 2\pi/\lambda$); E – полная энергия частицы.

Групповая скорость волн де Бройля

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2},$$

где Δp_x – неопределенность проекции импульса на ось Ox ; Δx – неопределенность соответствующей координаты.

Соотношение неопределенностей для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии состояния; Δt – время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний (одномерный случай)

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi(x) = 0,$$

где $\psi(x)$ – волновая функция, описывающая стационарное состояние частицы; E – ее полная энергия; $U = U(x)$ – ее потенциальная энергия.

Плотность вероятности существования частицы в некоторой малой окрестности точки x

$$\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2,$$

где $d\omega(x)$ – вероятность того, что частица находится вблизи точки с координатой x в интервале шириной dx .

Вероятность существования частицы в интервале от x_1 до x_2 .

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

Волновые функции (собственные функции) для стационарных состояний частицы в одномерном, бесконечно глубоком, прямоугольном потенциальном ящике (рис. 24)

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} x\right),$$

где ℓ – ширина ящика; n – квантовое число (номер стационарного состояния: $n = 1, 2, 3, \dots$). В областях $x \leq 0$ и $x \geq \ell$ $U = \infty$ и $\psi(x) = 0$.

Значения энергии этой же частицы в стационарных состояниях (собственные значения энергии)

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2m\ell^2}.$$

Коэффициент прозрачности прямоугольного потенциального барьера конечной ширины

$$D = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)} d\right],$$

где U – высота потенциального барьера; E – энергия налетающей частицы; d – ширина барьера.

Радиус ядра приближенно определяется соотношением

$$r = r_0 A^{1/3},$$

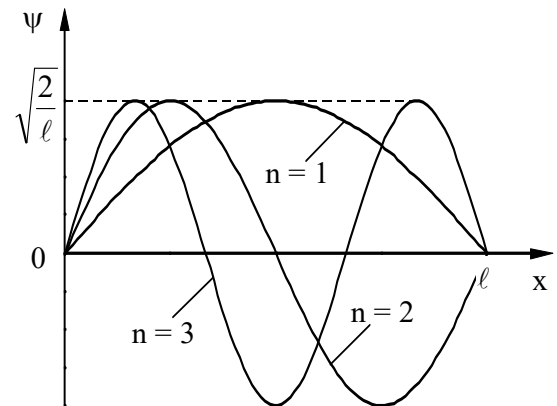


Рис. 24. Волновые функции частицы в потенциальном ящике

где $r_0 \approx 1,4 \cdot 10^{-15}$ м (коэффициент пропорциональности, который можно считать для всех ядер приближенно постоянным); A – массовое число (число нуклонов в ядре).

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{ат}},$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_{\text{я}}$ – масса ядра; m_{H} – масса протия (атома водорода ${}^1_1\text{H}$); $m_{\text{ат}}$ – масса атома, соответствующего рассматриваемому ядру.

Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2.$$

Во внесистемных единицах энергия связи ядра равна $E_{\text{св}} = 931,5\Delta m$, где $E_{\text{св}}$ выражена в МэВ, Δm – в а. е. м. (1 а. е. м. соответствует энергии покоя 931,5 МэВ).

Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt \quad \text{или} \quad N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt ; λ – постоянная распада; N – число ядер, не распавшихся к моменту t ; N_0 – число ядер в начальный момент ($t = 0$).

Число ядер, распавшихся за время t ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Если промежуток времени Δt мал по сравнению с периодом полураспада $T_{1/2}$, то число распавшихся ядер приближенно можно определить следующим образом:

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

Постоянная распада связана с периодом полураспада соотношением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,693}{\lambda}.$$

Среднее время жизни радиоактивного ядра τ (оно совпадает с временем релаксации, т. е. интервалом времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз),

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Число атомов, содержащихся в радиоактивном веществе,

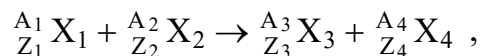
$$N = \frac{mN_A}{\mu},$$

где m – масса вещества; N_A – число Авогадро; μ – молярная масса.
Активность радиоактивного препарата

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad \text{или} \quad A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где A_0 – активность препарата в начальный момент времени.

Символическая запись ядерной реакции может быть дана или в развернутом виде



например ${}^9_4\text{Be} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^6_3\text{Li}$, или сокращенно ${}^9\text{Be} (p, \alpha) {}^6\text{Li}$. При этом порядковый номер атома обычно не пишется, т. к. он определяется химическим символом атома. В скобках на первом месте ставят обозначение бомбардирующей частицы, на втором — химический символ ядра-продукта.

Для обозначения частиц приняты следующие символы: e – электрон, p – протон, n – нейтрон, d – дейтрон, t – тритон, α – альфа-частица, γ – гамма-фотон.

Во всех ядерных реакциях выполняются законы сохранения:

- а) числа нуклонов $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$;
- б) заряда $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$;
- в) релятивистской полной энергии $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$;
- г) импульса $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$.

Если общее число ядер и частиц, образовавшихся в результате реакции, больше двух, то запись и уравнения соответственно дополняются.

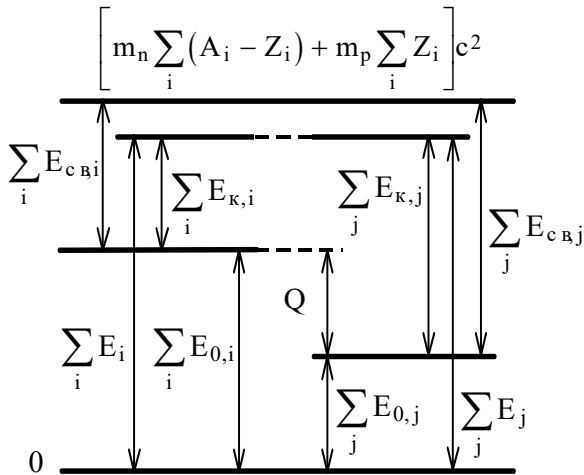


Рис. 25. Энергетическая схема ядерной реакции

масс покоя соответствующих частиц (см. рис. 25):

$$Q = c^2 \left(\sum_i m_i - \sum_j m_j \right),$$

где $\sum_i m_i$, $\sum_j m_j$ – суммы масс покоя соответственно исходных частиц и частиц-продуктов. Во внесистемных единицах

$$Q = 931,5 \cdot \left(\sum_i m_i - \sum_j m_j \right).$$

Здесь массы покоя частиц подставляются в атомных единицах массы (например из табл. 6 и 8). В результате энергия ядерной реакции будет определена в мегаэлектронвольтах.

Энергия ядерной реакции (энергетический выход) определяется как разница кинетических энергий (рис. 25)

$$Q = \sum_j E_{k,j} - \sum_i E_{k,i},$$

где $\sum_j E_{k,j}$, $\sum_i E_{k,i}$ – суммы кинетических энергий соответственно частиц-продуктов и исходных частиц.

Энергия ядерной реакции также может быть вычислена с помощью энергий покоя или