

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ТРАНСПОРТА**

**Кафедра “Техническая физика и теоретическая механика”**

**З. Г. ЕФРЕМОВА, В. И. РИЖЕНКОВ, А. Н. ДУБКО**

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**  
**Раздел «Теория механизмов и машин»**  
**(Обзор материала**  
**и задания для контрольных работ)**

**Пособие**  
**для студентов немеханических специальностей технических вузов**

**Гомель 2002**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА

Кафедра “Техническая физика и теоретическая механика”

З. Г. ЕФРЕМОВА, В. И. РИЖЕНКОВ, А. Н. ДУБКО

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**  
**Раздел «Теория механизмов и машин»**  
**(Обзор материала**  
**и задания для контрольных работ)**

Пособие  
для студентов немеханических специальностей технических вузов

Одобрено методической комиссией факультета безотрывного обучения

Гомель 2002

УДК 531.1 (075.8)  
Ш61

**Ефремова З. Г., Риженков В. И., Дубко А. Н.**

**Ш61**

Прикладная механика. Раздел «Теория механизмов и машин» (Обзор материала и задания для контрольных работ): Пособие для студентов немеханических специальностей технических вузов. – Гомель: БелГУТ, 2002. – 51 с.

Изложены краткие сведения из раздела «Теория механизмов и машин» курса «Прикладная механика» в соответствии с программой немеханических специальностей технических вузов. Разобраны примеры решения задач по изучаемым темам. Приведены условия заданий контрольных работ по разделу «Теория механизмов и машин» прикладной механики.

Предназначено для студентов факультета безотрывного обучения.

Рецензент – канд. техн. наук, доцент кафедры “ ” Белорусского государственного университета транспорта

## СОДЕРЖАНИЕ

1 Введение	4
1.1 Общие вопросы	4
1.2 Выбор схемы механизма и исходных данных	4
1.3 Содержание работы	5
1.4 Требования к оформлению работы	6
2 Краткие сведения из теории	8
2.1 Структурный анализ плоских механизмов	8
2.2 Кинематика плоских механизмов	11
2.3 Динамический анализ механизмов	18
3. Пример выполнения работы	24
3.1 Кинематическая схема и исходные данные	24
3.2 Структурный анализ механизма	24
3.3 Построение плана положений механизма	26
3.4 Определение скорости и ускорения ползуна при помощи кинематических диаграмм	28
3.5 Применение планов скоростей и ускорений для кинематического анализа механизмов	30
3.6 Определение сил, приложенных к звеньям механизма	34
3.7 Расчет реакций в кинематических парах и величины уравновешивающей силы методом планов сил	35
3.8 Определение величины уравновешивающей силы методом Н. Е. Жуковского	38
3.9 Расчет величины уравновешивающего момента и потребной мощности двигателя в исследуемом положении механизма	40
Приложение А Варианты заданий	41
Приложение Б Графическая часть работы	58

## СОДЕРЖАНИЕ

- 1 Введение
  - 1.1 Общие вопросы
  - 1.2 Выбор схемы механизма и исходных данных
  - 1.3 Содержание работы
  - 1.4 Требования к оформлению работы
- 2 Краткие сведения из теории
  - 2.1 Структурный анализ механизмов
  - 2.2 Кинематический анализ механизмов
  - 2.3 Динамический анализ механизмов
3. Пример выполнения работы
  - 3.1 Определение степени подвижности механизма
  - 3.2 Определение класса механизма по Л. В. Ассуру
  - 3.3 Построение планов положений механизма
  - 3.4 Определение скорости и ускорения точки при помощи кинематических диаграмм
    - 7.1.4 Применение планов скоростей и ускорений для кинематического анализа механизмов
    - 7.2 Пример выполнения кинематического анализа
      - 7.2.1 Построение планов положений механизма
      - 7.2.2 Построение кинематических диаграмм движения ползуна В
      - 7.2.3 Построение плана скоростей
      - 7.2.4 Построение плана ускорений
      - 7.2.5 Сравнение результатов, полученных разными методами
- 8
  - 8.1 Краткие сведения из теории
    - 8.1.1 Основные задачи и методы динамического анализа
    - 8.1.2 Определение инерционных нагрузок при кинетостатическом расчете механизмов
    - 8.1.3 Определение реакций в кинематических парах плоского шарнирно-рычажного механизма
    - 8.1.4 Уравновешивающая сила. Расчет необходимой мощности двигателя
    - 8.1.5 Методика нахождения величины уравновешивающей силы при помощи «вспомогательного рычага» Н. Е. Жуковского
  - 8.2 Пример выполнения динамического анализа
    - 8.2.1 Определение сил, приложенных к звеньям механизма
    - 8.2.2 Расчет реакций в кинематических парах и величины уравновешивающей силы методом планов сил
    - 8.2.3 Определение величины уравновешивающей силы методом Н. Е. Жуковского
    - 8.2.4 Оценка точности полученных результатов

8.2.5 Расчет величины уравновешивающего момента и потребной мощности двигателя в исследуемом положении механизма

Приложение А (на ЭВМ)

Приложение Б Варианты заданий

Приложение В (графическая часть работы в масштабе 1:4 на вклейке)

# 1 ВВЕДЕНИЕ

## 1.1 Общие вопросы

Предлагаемое пособие предназначено для студентов немеханических специальностей, изучающих раздел «Теория механизмов и машин» учебной дисциплины «Прикладная механика». Оно содержит краткие положения теории изучаемой науки, варианты заданий на контрольные и расчетно-графические работы, образец решения и требования к оформлению задания.

Предлагаемая к выполнению работа представляет собой комплексную задачу, решение которой требует серьезной предварительной подготовки. Для ее осуществления студентам следует ознакомиться с содержанием тех разделов изучаемой науки, которые необходимы для выполнения задания. Их основные положения изложены в настоящем пособии. Для более глубокого изучения материала можно рекомендовать учебники [1,2] и учебные пособия [3,4].

## 1.2 Выбор схемы механизма и исходных данных

Кинематические схемы и исходные данные для расчета приведены в Приложении. Студенты заочной формы обучения выбирают кинематическую схему по первой букве своей фамилии в соответствии с Таблицей 1. Номер строки с исходными данными определяется по последней цифре учебного шифра. Например, по фамилии Куракин и шифру 718 определяем номер схемы 22 и в Таблице 22 раздела «Варианты заданий» выбираем строку 8 с исходными данными.

Таблица 1 – Варианты заданий

Первая буква фамилии	Номер схемы	Первая буква фамилии	Номер схемы	Первая буква фамилии	Номер схемы	Первая буква фамилии	Номер схемы
А	4	З	30	П	29	Ц	12
Б	11	И	3	Р	8	Ч	18
В	17	К	22	С	27	Ш	8
Г	20	Л	23	Т	13	Щ	14
Д	2	М	9	У	21	Э	7
Е	25	Н	3	Ф	5	Ю	15
Ж	10	О	19	Х	28	Я	6

Правила выбора кинематической схемы и исходных данных для студентов дневной формы обучения устанавливает преподаватель.

### 1.3 Содержание работы

Работая над предлагаемым заданием студент должен выполнить следующие исследования, расчеты и графические построения:

В ходе выполнения структурного анализа определяется число подвижных звеньев и число кинематических пар, подсчитывается число степеней подвижности, классифицируется механизм и группы Ассура, составляющие его.

При выполнении кинематического анализа строится план положений механизма, диаграммы изменения кинематических параметров ведомого звена на протяжении одного полного оборота кривошипа, и для одного произвольного положения – план скоростей и план ускорений. Обращаем внимание, что скорость и ускорение ведомого звена (поршня, толкателя, резца и т. д.) определяется двумя способами, в результате чего имеется возможность оценить точность полученных результатов расчета, что студент должен сделать в обязательном порядке. В случае, если расхождение результатов превышает указанную в соответствующем разделе максимально допустимую величину, то расчеты и построения необходимо выполнить заново, устранив ошибки или неточности.

В ходе выполнения динамического анализа определяются действующие на механизм активные силы, а также силы и моменты сил инерции, прикладываемые к его звеньям в соответствии с применяемым при решении принципом Даламбера. Для уменьшения объема рутинной вычислительной работы студенту предлагается учитывать при кинетостатическом расчете массы только тех звеньев, которые совершают плоскопараллельное движение. К движущемуся прямолинейно и поступательно ведомому звену прикладывается сила сопротивления движению, численное значение которой приводится в исходных данных. В рамках кинетостатического расчета определяются реакции в кинематических парах механизма и величина уравновешивающей силы. Кроме того, величина уравновешивающей силы должна быть найдена при помощи «вспомогательного рычага» Жуковского, после чего оценивается точность полученных результатов.

Завершающим этапом работы является определение уравновешивающего момента и потребной мощности двигателя для того положения механизма, которое выбрано в качестве исследуемого.

Ниже представлено «содержание», пунктам которого должен следовать студент при выполнении работы:

Содержание.

1 Задание.

2 Структурный анализ.

2.1 Определение степени подвижности механизма.

2.2 Определение последовательности образования механизма, его классификация.



### 3 Кинематический анализ.

3.1 Построение плана положений.

3.2 Построение кинематических диаграмм движения ползуна.

3.3 Построения плана скоростей для исследуемого положения механизма.

3.4 Построение плана ускорений.

3.5 Оценка точности полученных результатов.

### 4 Динамический анализ.

4.1 Определение приложенных к звеньям механизма активных сил и инерционных нагрузок.

4.2 Расчет реакций в кинематических парах и величины уравновешивающей силы методом планов сил.

4.3 Определение величины уравновешивающей силы методом Н. Е. Жуковского.

4.4 Оценка точности полученных результатов.

4.5 Расчет величины уравновешивающего момента и потребной мощности двигателя в исследуемом положении механизма.

### 5 Литература

Приложение. Графическая часть работы на листе формата А1.

#### 1.4 Требования к оформлению работы

Дисциплиной «Прикладная механика и основы метрологии» завершается общеинженерно-техническая подготовка студентов немеханических специальностей, поэтому целью данной дисциплины является не только их ознакомление с правилами и методами проектирования, конструирования, расчета механизмов, машин и их деталей. Важнейшей задачей является обучение студентов основным стандартам Единой системы конструкторской документации (ЕСКД), согласно требованиям которых оформляются все инженерные документы и расчеты. **Контрольные и расчетно-графические работы, выполненные небрежно или без соблюдения правил ЕСКД не рецензируются, а возвращаются их авторам для переоформления.**

Работа состоит из двух взаимосвязанных частей – расчетно-пояснительной записки и графической части на листе формата А1 (594×841 мм) или А2 (420×594 мм). Расчетно-пояснительная записка выполняется на листах формата А4 (210×295 мм) с нанесением текста с одной стороны листа. На первой странице пояснительной записки помещается «Содержание» и основная надпись по форме 2 высотой 40 мм, пример ее оформления приведен на рисунке 3.1. На всех остальных листах основная надпись должна соответствовать форме 2а (высота 15 мм).

При оформлении пояснительной записки необходимо соблюдать следующие основные правила:

пояснительную записку можно выполнять рукописным или машинописным способом. При рукописном способе текст должен наноситься основным чертежным шрифтом с высотой букв не менее 2,5 мм;

каждый раздел (структурный анализ, кинематический анализ, ...) начинается с новой страницы;

в пределах раздела формулы, рисунки, таблицы имеют сквозную нумерацию;

ошибки и описки можно исправлять подчисткой, заклеивкой или пастой «Штрих» и нанесением исправленного текста на том же месте;

произвольные сокращения слов совершенно недопустимы, все сокращения должны соответствовать ГОСТу (м/с, табл., стр., ...);

расстояние от боковых линий рамки до границ текста рекомендуется оставлять:

в начале строк не менее 5 мм;

в конце строк не менее 3 мм;

расстояние от верхней или нижней строки текста до верхней или нижней рамки листа должно быть не менее 10 мм;

абзац в тексте отстоит от рамки формы на 20...22 мм. Каждый пункт текста записывают с абзаца. Цифры, указывающие номера пунктов, не должны выступать за границу абзаца.

при необходимости ссылки на литературный источник указывают его номер в перечне литературы. Номер заключается в квадратные скобки: «Расчетный коэффициент взят по табл. 8.10 учебного пособия [4].»

На рисунке 1.1 представлены примеры оформления титульных листов контрольных работ студентов заочной формы обучения и расчетно-графических работ студентов дневной формы обучения.

# 1 ВВЕДЕНИЕ

## 1.1 Общие вопросы

Предлагаемое пособие предназначено для студентов немеханических специальностей, изучающих раздел «Теория механизмов и машин» учебной дисциплины «Прикладная механика». Оно содержит краткие положения теории изучаемой науки, варианты заданий на контрольные и расчетно-графические работы, образец решения и требования к оформлению задания.

Предлагаемая к выполнению работа представляет собой комплексную задачу, решение которой требует серьезной предварительной подготовки. Для ее осуществления студентам следует ознакомиться с содержанием тех разделов изучаемой науки, которые необходимы для выполнения задания. Их основные положения изложены в настоящем пособии. Для более глубокого изучения материала можно рекомендовать учебники [1,2] и учебные пособия [3,4].

## 1.2 Выбор схемы механизма и исходных данных

Кинематические схемы и исходные данные для расчета приведены в Приложении А. Студенты заочной формы обучения выбирают кинематическую схему по первой букве своей фамилии в соответствии с Таблицей 1. Номер строки с исходными данными определяется по последней цифре учебного шифра. Например, по фамилии Куракин и шифру 718 определяем номер схемы 22 и в Таблице 22 раздела «Варианты заданий» выбираем строку 8 с исходными данными.

Таблица 1 – Варианты заданий

Первая буква фамилии	Номер схемы	Первая буква фамилии	Номер схемы	Первая буква фамилии	Номер схемы	Первая буква фамилии	Номер схемы
А	4	З	1	П	16	Ц	12
Б	11	И	3	Р	8	Ч	18
В	17	К	22	С	27	Ш	24
Г	20	Л	23	Т	13	Щ	14
Д	2	М	9	У	21	Э	7
Е	25	Н	26	Ф	5	Ю	15
Ж	10	О	19	Х	28	Я	6

К ведомому звену (ползуну) должна быть приложена сила полезного со-

противления. Численную величину этой силы студент должен определить по формуле

$$F_{\text{сопр}} = 1,5n_1 \quad (\text{Н})$$

где 1,5 – эмпирический коэффициент;

$n_1$  – частота вращения кривошипа по заданию, об/мин.

Правила выбора кинематической схемы и исходных данных для студентов дневной формы обучения устанавливает преподаватель.

### 1.3 Содержание работы

Ниже представлено «содержание», пунктам которого должен следовать студент при выполнении работы:

Содержание.

1 Задание.

2 Структурный анализ механизма.

3 Кинематический анализ механизма.

3.1 Построение плана положений.

3.2 Построение кинематических диаграмм движения ползуна.

3.3 Построения плана скоростей для исследуемого положения механизма.

3.4 Построение плана ускорений.

3.5 Оценка точности полученных результатов.

4 Динамический анализ.

4.1 Определение приложенных к звеньям механизма активных сил и инерционных нагрузок.

4.2 Расчет реакций в кинематических парах и величины уравновешивающей силы методом планов сил.

4.3 Определение величины уравновешивающей силы методом Н. Е. Жуковского.

4.4 Оценка точности полученных результатов.

4.5 Расчет величины уравновешивающего момента и потребной мощности двигателя в исследуемом положении механизма.

5 Литература

Приложение. Графическая часть работы на листе формата А1.

В ходе выполнения структурного анализа определяется число подвижных звеньев и кинематических пар, подсчитывается число степеней подвижности механизма, классифицируется механизм и составляющие его группы Ассура.

При выполнении кинематического анализа строится план положений механизма и диаграммы изменения кинематических параметров ведомого звена на протяжении одного полного поворота кривошипа. Для одного произвольного положения механизма, выбранного в качестве исследуемого, строится план скоростей и план ускорений. Скорость и ускорение ведомого звена определяется двумя способами, в результате чего имеется возможность оценить точность полученных результатов. В случае, если расхождение резуль-

татов превышает указанную в соответствующем разделе максимально допустимую величину, то расчеты и построения необходимо выполнить заново, устранив ошибки или неточности.

В ходе выполнения динамического анализа определяются действующие на механизм активные силы, а также силы и моменты сил инерции, прикладываемые к его звеньям в соответствии с применяемым при решении принципом Даламбера. Для уменьшения объема рутинной вычислительной работы студенту предлагается учитывать при кинестатическом расчете массы только тех звеньев, которые совершают плоскопараллельное движение. К движущемуся прямолинейно и поступательно ведомому звену прикладывается сила полезного сопротивления, численное значение которой определяется в исходных данных. В рамках кинестатического расчета находятся реакции в кинематических парах механизма и величина уравнивающей силы. Кроме того, величина уравнивающей силы должна быть определена при помощи «вспомогательного рычага» Жуковского, после чего оценивается точность полученных результатов.

Завершающим этапом работы является расчет уравнивающего момента и потребной мощности двигателя для того положения механизма, которое выбрано в качестве исследуемого.

#### **1.4 Требования к оформлению работы**

Целью дисциплины «Прикладная механика» является не только ознакомление студентов с правилами и методами проектирования, конструирования, расчета механизмов, машин и их деталей. Важнейшая задача – обучение основным стандартам Единой системы конструкторской документации (ЕСКД), в соответствии с которыми оформляются все инженерные документы и расчеты.

Работа состоит из двух взаимосвязанных частей – расчетно-пояснительной записки и графической части на листе формата А1 (594×841 мм) или А2 (420×594 мм). Расчетно-пояснительная записка выполняется на листах формата А4 (210×295 мм) с нанесением текста с одной стороны листа. На первой странице пояснительной записки помещается «Содержание» и основная надпись по форме 2 высотой 40 мм. На всех остальных листах основная надпись должна соответствовать форме 2а (высота 15 мм).

При оформлении пояснительной записки необходимо соблюдать следующие основные правила:

– текстовые документы (в том числе и пояснительные записки контрольных или расчетно-графических работ) выполняют на формах, установленных соответствующими стандартами ЕСКД – первый лист с основной надписью по форме 2, последующие листы по форме 2а (ГОСТ 2.104, ГОСТ 21.1101);

- пояснительную записку можно выполнять рукописным или машинописным способом. При рукописном способе текст должен наноситься основным чертежным шрифтом с высотой букв не менее 2,5 мм;
- каждый раздел (структурный анализ, кинематический анализ, ...) начинается с новой страницы;
- в пределах раздела формулы, рисунки, таблицы имеют сквозную нумерацию;
- расстояние между заголовком и текстом – 15 мм, между заголовками раздела и подраздела – 8 мм;
- опечатки, описки и графические неточности, обнаруженные в процессе оформления работы, допускается исправлять подчисткой или закрашиванием белой краской и нанесением исправленного текста (графики) на том же месте;
- повреждать в процессе исправления листы, оставлять помарки или следы не полностью удаленного прежнего текста не допускается.
- произвольные сокращения слов совершенно недопустимы, все сокращения должны соответствовать ГОСТ 2.316 (м/с, табл., стр., ...);
- расстояние от рамки формы до границ текста в начале и в конце строк должно быть не менее 3 мм;
- расстояние от верхней или нижней строки текста до верхней или нижней рамки должно быть не менее 10 мм;
- абзац в тексте начинают отступом, равным 15 – 17 мм. Каждый пункт текста записывают с абзаца. Цифры, указывающие номера пунктов, не должны выступать за границу абзаца.
- при необходимости ссылки на литературный источник указывают его номер в перечне литературы. Номер заключается в квадратные скобки: «Расчетный коэффициент взят по табл. 8.10 учебного пособия [4].»

**Контрольные и расчетно-графические работы, выполненные небрежно или без соблюдения правил ЕСКД не рецензируются, а возвращаются их авторам для переоформления.**

## 2 КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

### 2.1 Структурный анализ плоских механизмов

**Машина** – созданное человеком устройство для целесообразного преобразования энергии, материалов, информации. Машины состоят из механизмов. **Механизм** – система тел, предназначенная для преобразования движений одних тел в требуемые движения других.

Прежде чем приступить к исследованию кинематических и динамических свойств механизма необходимо произвести его структурный анализ. Основные задачи структурного анализа: определение последовательности присоединения звеньев механизма к ведущему звену и объединение этих звеньев в структурные группы, классификация звеньев и кинематических пар, определение количества степеней свободы механизма.

Механизм состоит из деталей. **Деталь** – часть механизма, изготавливаемая без применения сборочных операций. Каждая подвижная деталь (или жестко соединенная группа деталей) называется «**подвижным звеном**», а все неподвижные объединяются в одно неподвижное звено.

Подвижное соединение двух звеньев, ограничивающее их относительное перемещение, называется «**кинематической парой**», а система звеньев, образующих между собой кинематические пары – «**кинематической цепью**». Следовательно, любой механизм состоит из звеньев, соединенных кинематическими парами в кинематическую цепь.

По характеру соприкосновения звеньев кинематические пары подразделяют на «**нижние**» и «**высшие**». В низших кинематических парах соприкосновение звеньев происходит по поверхности, в высших – по линии или в точке. На рисунке 2.1 приведены примеры наиболее распространенных кинематических пар.

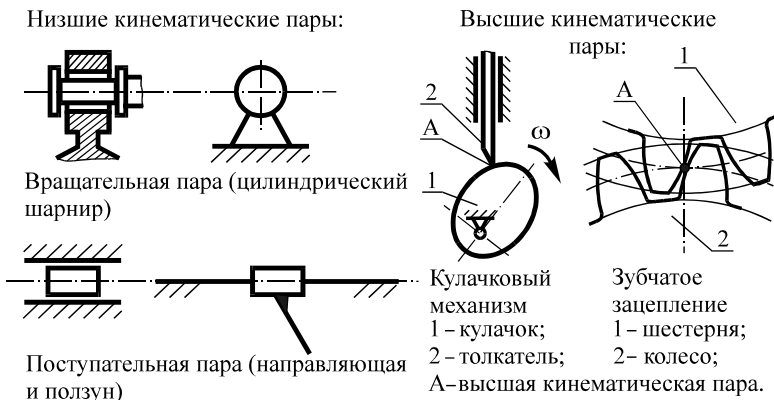


Рисунок 2.1 – Кинематические пары, наиболее часто встречающиеся в современных механизмах

Всякое свободно движущееся в плоскости тело может совершать три независимых движения (число степеней свободы  $H = 3$ ). Вхождение тела (звена) в кинематическую пару ограничивает свободу его движения, так как на него налагаются условия связи. Число условий связи  $S$  соответствует классу кинематической пары:

$S = 0$  – свободно движущееся в плоскости тело;

$S = 1$  – свобода движения ограничена высшей кинематической парой;

$S = 2$  – свобода движения ограничена низшей кинематической парой;

$S = 3$  – неподвижное тело.

Число степеней подвижности звеньев  $W$  относительно неподвижного звена определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_n - p_v, \quad (2.1)$$

где:  $W$  – число степеней подвижности механизма;

$n$  – число подвижных звеньев механизма;

$p_n$  – число низших кинематических пар;

$p_v$  – число высших кинематических пар.

Механизмы образуются путем последовательного наложения кинематических цепей, обладающих определенными структурными свойствами. Такие кинематические цепи называются «группами Ассура» (ГА), так как основной принцип образования механизмов впервые был сформулирован русским ученым Л.В. Ассуром

**Группа Ассура** – кинематическая цепь с нулевой степенью подвижности относительно тех звеньев, с которыми она образует кинематические пары, и при этом не распадается на более простые кинематические цепи, также обладающие нулевой степенью подвижности. Ниже приведены примеры наиболее часто встречающихся в механизмах групп Ассура.

1). Группой Ассура I класса (рисунок 2.2) называется кинематическая цепь из одного подвижного ведущего звена и стойки, соединенных низшей кинематической парой. В отличие от всех остальных, степень подвижности этой группы  $W = 1$ .

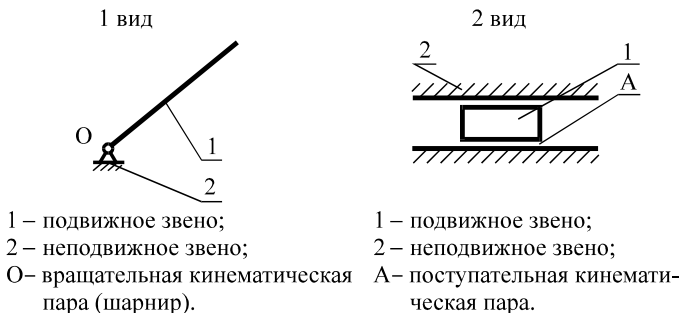


Рисунок 2.2 – Группы Ассура I класса



2). Группа Ассура II класса – «двухповодковая группа». Состоит из двух подвижных звеньев (1, 2) и трех низших кинематических пар (B, C, D).

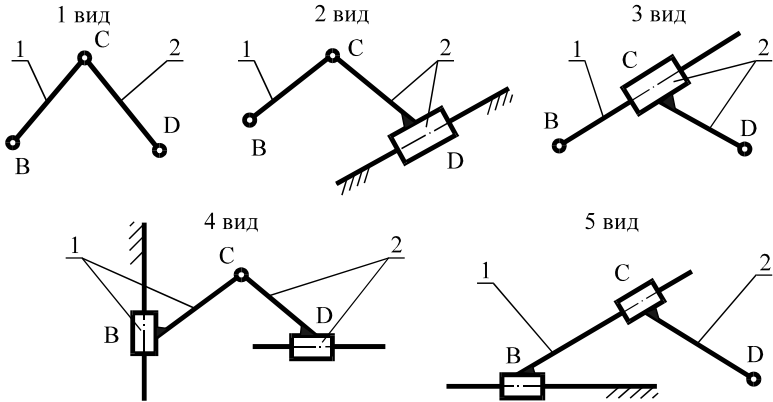


Рисунок 2.3 – Группы Ассура II класса

3). Группа Ассура III класса – «трехповодковая группа» (рисунок 2.4). Состоит из четырех подвижных звеньев (1, 2, 3, 4) и шести кинематических пар (B, E, C, D, F, G).

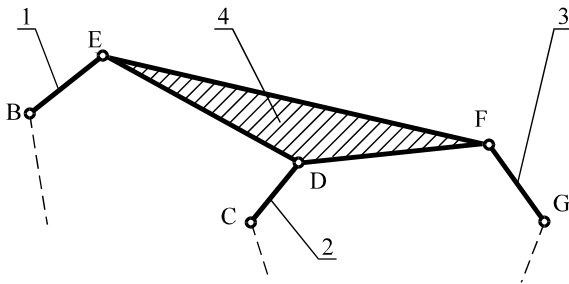


Рисунок 2.4 – Группа Ассура III класса

Любой сложный механизм состоит из простого механизма I класса (группа Ассура I класса) и последовательно присоединенных групп Ассура более высоких порядков. Класс всего механизма определяется классом наивысшей входящей в его состав группы Ассура (если механизм включает группы Ассура II и III классов, то его относят к III классу).

## 2.2 Кинематика плоских механизмов

Основной целью **кинематического анализа** является исследование движения звеньев механизма без учета действующих на них сил. Существует два основных метода проведения кинематического анализа – **аналитический** и **графический**. При выполнении работы рекомендуется использовать графический метод как достаточно наглядный и наиболее полно отвечающий требованиям учебного процесса. В ходе исследования движения механизма строят план положений его звеньев, планы скоростей, ускорений, диаграммы изменения параметров движения ведомого звена.

**План положений** механизма строят на начальном этапе его кинематического анализа для того, чтобы определить положение звеньев в различные моменты времени и траектории движения некоторых точек. Предварительно вычерчивается кинематическая схема механизма в произвольном масштабе. Масштаб должен быть таким, чтобы план занял отведенное ему место чертежа.

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{OA}}{OA} = \frac{\ell_{AB}}{AB} \text{ и т. д. ,} \quad \left(\frac{M}{MM}\right) \quad (2.2)$$

где:  $\ell_{OA}$  – действительная длина звена, м;

$OA$  – длина звена на плане положений, мм.

Длину в мм звена на плане (например звена  $AB$ ) можно определить по формуле  $AB = \frac{\ell_{AB}}{\mu_\ell}$ .

Ведущее звено вычерчивается в нескольких положениях (рекомендуется 12, что обеспечивает достаточную точность результатов) в пределах одного его поворота. Затем методом засечек строятся планы положений механизма. Если необходимо определить траекторию движения какой-либо точки, то соответствующие точки на каждом положении звена соединяются плавной кривой.

Для исследования кинематических параметров точки, траекторией движения которой является отрезок прямой, наиболее удобно применять диаграммы. **Кинематическая диаграмма** – графическое изображение изменения одного из кинематических параметров (перемещения, скорости, ускорения) в пределах одного цикла работы механизма. В этом случае при графическом дифференцировании диаграммы скорости сразу получают диаграмму изменения полного ускорения.

**Диаграмма перемещений** строится в прямоугольной декартовой системе координат. На оси ординат откладываются перемещения точки от крайнего положения. Так как скорость вращения кривошипа задана в виде частоты вращения  $n_1$  (об/мин), то время одного его оборота можно определить по

формуле  $T = \frac{60}{n_1}$  (с). Этот промежуток времени изображается в виде отрезка  $\ell$  (мм) на оси абсцисс. Тогда  $T = \mu_t \ell$  (с), где  $\mu_t$  – масштаб времени.

Итого:  $\frac{60}{n_1} = \mu_t \ell$ , следовательно, масштаб времени кинематических диаграмм определяется по формуле

$$\mu_t = \frac{60}{n_1 \ell}, \quad \left( \frac{\text{с}}{\text{мм}} \right) \quad (2.3)$$

Масштаб диаграммы перемещений:

$$\mu_s = m \ell, \quad \left( \frac{\text{м}}{\text{мм}} \right) \quad (2.4)$$

Если расстояния на диаграмме перемещений приходится **уменьшать в  $m$  раз**, то масштаб **увеличивается в  $m$  раз** по сравнению с масштабом плана положений.

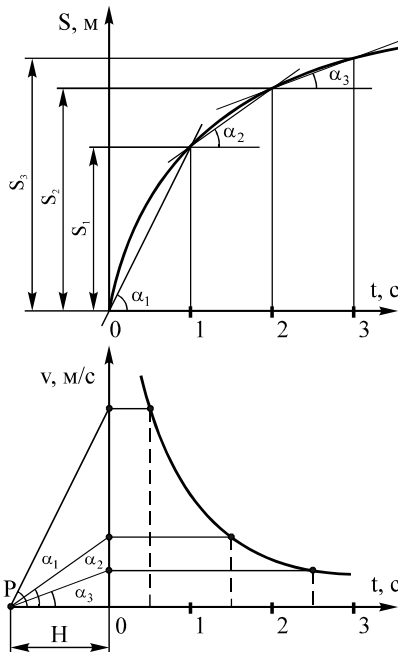


Рисунок 2.5 – Пример графического дифференцирования кривой  $S = f(t)$

Построение диаграмм скорости  $v = f(t)$  и ускорения  $a = f(t)$  производится методом графического дифференцирования. Сущность этого метода (рисунок 2.5) заключается в следующем:

Средняя скорость точки на участках:  $v_{cp1} = \frac{S_1 - S_0}{t_1 - t_0}$ ,  $v_{cp2} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$  ...

Замечаем:  $v_{cp1} = \text{tg} \alpha_1$ ,  $v_{cp2} = \text{tg} \alpha_2$  и т. д.

Следовательно, разбив весь график  $S = f(t)$  на небольшие участки, по тангенсам угла соответствующих хорд можно определить среднюю скорость точки на каждом участке и в результате построить график зависимости скорости точки от времени – **диаграмму скорости**.

Для того, чтобы получить на оси ординат диаграммы  $v = f(t)$  отрезки, пропорциональные средней скорости точки на соответствующих интервалах, из полюса диаграммы  $P$  проводят лучи, параллельные хордам этих

интервалов, до пересечения их с осью ординат. Из получившихся таким образом точек А, В, С проводятся прямые линии параллельно оси абсцисс до пересечения с ординатами, проведенными в серединах соответствующих участков. Соединяя полученные точки плавной кривой, получаем график  $v = f(t)$ . Отрезок Н между полюсом Р диаграммы и началом ее координат называется полюсным расстоянием. Величина полюсного расстояния выбирается произвольно исходя из желаемого масштаба диаграммы.

График  $a = a^T = f(t)$  зависимости от времени ускорения точки строится по графику  $v = f(t)$  аналогичным образом.

**Масштабы диаграмм скорости и ускорения** определяются по формулам:

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H}, \left( \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right) \quad (2.5)$$

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H}, \left( \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right) \quad (2.6)$$

Между интегральной и дифференциальной кривыми должны выполняться характерные зависимости, что может быть использовано для проверки правильности их построения:

- Экстремальным значениям ординат интегральной кривой соответствуют нулевые значения дифференциальной.
- Точкам перегиба интегральной кривой соответствуют экстремальные значения ординат дифференциальной кривой.
- Возрастающим ординатам интегральной кривой соответствуют положительные значения ординат дифференциальной, а убывающим – отрицательные.

Для определения кинематических параметров движения всех точек и всех звеньев механизма в данном его положении **применяются планы скоростей и ускорений**. В том случае, когда подвижные звенья механизма связаны только вращательными кинематическими парами, для построения планов применяют теорию плоскопараллельного движения твердого тела. При этом движение каждого звена механизма рассматривается как сумма двух движений: поступательного, при котором все точки звена движутся так же, как полюс, и вращательного относительно полюса. В качестве полюса выбирается та точка звена, кинематические параметры движения которой относительно неподвижной системы координат известны или легко определимы.

Рассмотрим методику построения плана скоростей на примере кривошипно-ползунного механизма (рисунок 2.6).

Пусть необходимо построить план скоростей механизма в положении, указанном на рисунке. При этом известны размеры всех звеньев ( $l_{OA}, l_{AB}, l_{AC}, l_{CB}$ ) и угловая скорость кривошипа  $\omega_1$ .

Построение плана скоростей для всего механизма производится путем последовательного построения планов скоростей для каждого его звена от ведущего к ведомому. При этом векторы скоростей удобнее изображать не на звеньях, а откладывать их в одинаковом масштабе от произвольной точки  $P$ , символизирующей неподвижную систему координат. Эта точка называется **полюсом плана скоростей**. Напомним, что согласно теории плоскопараллельного движения скорость любой точки геометрически складывается из скорости полюса и скорости, которую эта точка получает при вращении звена относительно полюса.

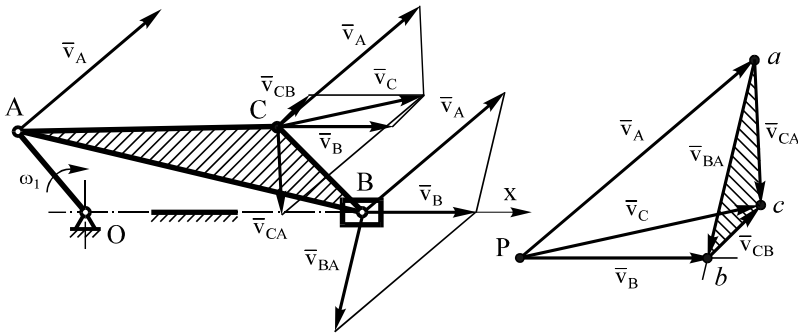


Рисунок 2.6 – Пример построения плана скоростей

Для кривошипа полюсом является неподвижный цилиндрический шарнир  $O$ . Тогда скорость точки  $A$  можно определить по формуле  $v_A = \omega_1 l_{OA}$ .

Учитывая, что цилиндрический шарнир  $O$  неподвижен, вектор  $\bar{v}_A$  откладываем в виде параллельного ему отрезка  $Pa$  от точки  $P$ , называемой **полюсом плана скоростей** и соответствующей неподвижному звену (точка  $O$ , любая точка направляющей и т. д.). Длина отрезка определяется произвольно исходя из желаемого масштаба плана скоростей. Масштаб должен быть таким, чтобы план занял отведенное ему место чертежа.

$$\mu_v = \frac{v_A}{Pa}, \quad \left( \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right) \quad (2.7)$$

Точка  $B$  одновременно принадлежит звеньям 2 и 3. В результате вектор ее скорости  $\bar{v}_B \parallel Ox$  и, кроме того, должен удовлетворять векторному уравнению  $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$ . В этом уравнении и по модулю и по направлению известен вектор  $\bar{v}_A$ , а также направления векторов  $\bar{v}_B$  и  $\bar{v}_{BA}$  ( $\bar{v}_{BA} \perp AB$ ).

В качестве полюса звена 2 выбираем точку А (скорость ее известна и по модулю и по направлению). Из конца вектора  $\bar{v}_A$  на плане проводим линию, соответствующую направлению вектора  $\bar{v}_{BA}$  (из точки  $a$  плана скоростей проводится линия, перпендикулярная шатуну АВ). В соответствии с условием  $\bar{v}_B \parallel O_x$  вектор скорости точки В должен быть параллелен направляющей (оси  $O_x$ ). Поэтому из полюса Р проводим горизонталь и в пересечении направлений  $\bar{v}_{BA}$  и  $\bar{v}_B$  получаем точку  $b$  плана скоростей.

Аналогичным образом определяется величина и направление скорости точки С звена 2. Теперь в качестве полюса можно выбрать и точку В, так как ее скорость уже определена. В результате скорость точки С должна удовлетворять следующим двум уравнениям:

$$\bar{v}_C = \bar{v}_A + \bar{v}_{CA} , \quad (2.8)$$

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB} , \quad (2.9)$$

Графически решая систему уравнений (2.8) и (2.9) из точек  $a$  и  $b$  плана скоростей проводим линии, параллельные векторам  $\bar{v}_{CA}$  и  $\bar{v}_{CB}$  (перпендикулярные соответственно АС и ВС) и в их пересечении находим положение точки  $c$ . Соединяя полюс плана скоростей Р с точкой  $c$  получаем отрезок Рс, пропорциональный по модулю и направлению вектору  $\bar{v}_C$ .

Треугольник  $acb$  на плане называется картиной относительных скоростей звена 2. Картина относительных скоростей всегда подобна перемещающейся фигуре (звену) и повернута относительно нее на  $90^\circ$  в сторону угловой скорости. Следовательно, положение точки  $c$  на плане можно было определить, построив по стороне  $ab$  треугольник, подобный треугольнику АСВ плана положений. При этом нужно следить за тем, чтобы не изменилась последовательность обхода букв соответствующих фигур по одному произвольно выбранному направлению.

После построения плана скоростей можно легко определить угловую скорость любого звена и линейную скорость любой точки механизма:

$$v_B = Pb \cdot \mu_v ; \quad v_{BA} = ab \cdot \mu_v ;$$

$$v_C = Pc \cdot \mu_v ; \quad \omega_2 = \frac{v_{BA}}{\ell_{BA}} .$$

Методика построения плана ускорений при шарнирном соединении подвижных звеньев также основана на теории плоскопараллельного движения твердого тела. Ускорение любой точки звена (рисунок 2.7) геометрически складывается из двух составляющих: заранее известного ускорения полюса и ускорения точки при вращении звена относительно полюса. В свою оче-

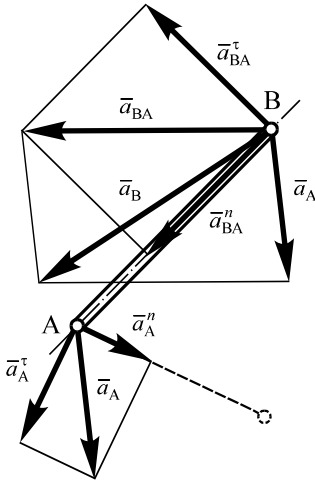


Рисунок 2.7 Ускорения точек звена АВ

$$(2.12)$$

Последовательность построения плана ускорений рассмотрим на примере того же кривошипно-ползунного механизма (рисунок 2.8).

Полус плана ускорений обозначаем буквой П. Из полюса плана ускорений проводим отрезок, параллельный вектору  $\bar{a}_A$ . Так как по условию задания  $\omega_1 = \text{const}$ , то  $\bar{a}_A = \bar{a}_{AO}^n$  ( $a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot \ell_{AO}$ ). Длина отрезка Па на плане ускорений принимается произвольно исходя из желаемого масштаба:

$$\mu_a = \frac{a_{AO}^n}{Pa}, \quad \left( \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right), \quad (2.13)$$

Для графического определения ускорения точки В в соответствии с формулой (2.11) составляем уравнение:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^{\tau}.$$

Нормальное ускорение относительного движения точки В определяем по формуле  $a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot \ell_{AB}$ . Из точки П проводим линию, параллельную Ох (так как  $\bar{a}_B \parallel \text{Ох}$ ), а из точки а отрезок  $an_{BA}$  ( $\bar{a}_{BA}^n$ ), параллельный АВ. Длину этого отрезка определяем расчетом:

$$an_{BA} = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}.$$

реть ускорение полюса и относительное ускорение точки может быть разложено на нормальную и касательную составляющие:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}, \quad (2.10)$$

где:  $\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^{\tau}$  – ускорение полюса;

$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^{\tau}$  – относительное ускорение точки В.

Тогда:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^{\tau} + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^{\tau}, \quad (2.11)$$

Нормальное ускорение точки В звена АВ можно определить по одной из следующих формул:

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot \ell_{AB}; \quad a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{\ell_{BA}}; \quad a_{BA}^n = v_{BA} \cdot \omega_{AB}.$$

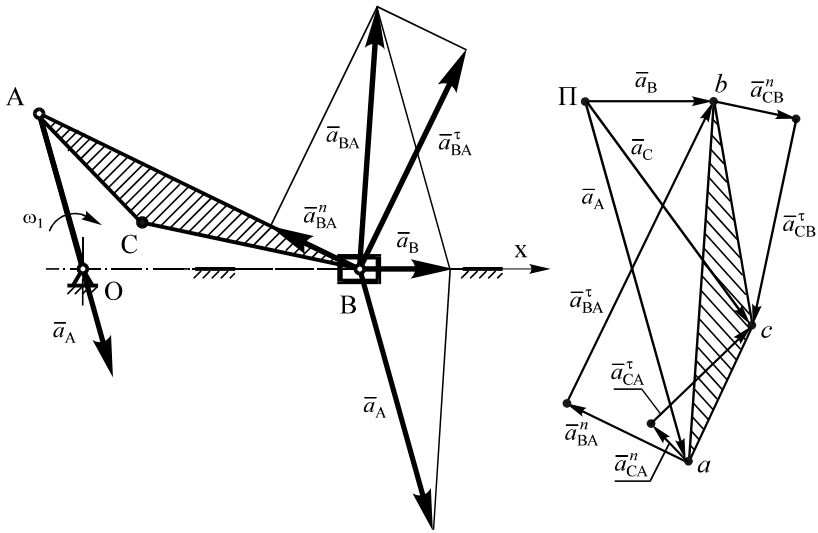


Рисунок 2.8 – Пример построения плана ускорений

После этого из точки  $n_{BA}$  проводим линию, параллельную вектору ускорения  $a_{BA}^\tau$  (перпендикулярную  $AB$ ). В месте пересечения ее с прямой, параллельной оси  $Ox$ , получаем искомую точку  $b$  плана ускорений. В итоге можем определить численное значение ускорения точки  $B$  и угловое ускорение звена, которому эта точка принадлежит:

$$a_B = Pb \cdot \mu_A ; \quad \varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{\ell_{AB}} = \frac{n_{BA} b \cdot \mu_a}{\ell_{AB}} .$$

Положение точки  $c$  на плане определяем аналогичным образом, используя соответствующие векторные уравнения:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^n + \vec{a}_{CA}^\tau , \quad (2.14)$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau , \quad (2.15)$$

Обращаем внимание, что картина относительных ускорений звена 2 (треугольник  $abc$ ) также подобна перемещающейся фигуре  $ABC$  плана положений и повернута в сторону углового ускорения на угол  $\mu$ , удовлетворяющий

соотношению  $\operatorname{tg} \mu = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2}$ . Следовательно, положение точки  $c$  на плане ускорений можно было найти без использования уравнений (7.14) и (7.15). Достаточно было построить по стороне  $ab$  треугольник, подобный треугольнику  $ABC$ . При этом порядок букв при обходе в каком-либо направлении тре-



угольника  $abc$  должен совпадать с порядком букв треугольника  $ABC$  при обходе его в том же направлении.

Кинематические диаграммы и планы скоростей и ускорений не исключают, а взаимно дополняют друг друга. Если кинематические диаграммы позволяют определить параметры движения какой-либо одной точки механизма на протяжении всего цикла его работы, то планы позволяют определить кинематические параметры всех точек и всех звеньев механизма для данного его положения.

### 2.3 Динамический анализ механизмов

При выполнении динамического анализа решаются следующие задачи:

- изучается движение звеньев механизма с учетом действующих на них сил;
- по заданному закону движения и некоторым известным силам определяются неизвестные силы, действующие на звенья механизма.

Важной задачей является определение величины уравнивающей силы (или уравнивающего момента), а также реакций связей в кинематических парах. Знание реакций в кинематических парах позволяет в дальнейшем произвести расчет звеньев на прочность, жесткость, износостойкость. По известной максимальной величине уравнивающей силы определяют потребную мощность двигателя, приводящего во вращение ведущее звено.

Ряд методов динамического анализа основан на использовании принципа Даламбера. Принцип говорит о том, что если к действующим на звено механизма внешним силам и моментам сил добавить силы и моменты сил инерции, то звено условно можно считать находящимся в состоянии равновесия (возникающие в звеньях внутренние силы не учитываются, так как звенья считаются абсолютно твердыми телами). В случае если частота вращения ведущего звена мала, то расчет можно производить, пренебрегая инерционными нагрузками. Такой метод динамического анализа называется **статическим**. Когда инерционные нагрузки на звенья достаточно велики (звенья движутся со значительными ускорениями) их необходимо учитывать – производится **кинеостатический** расчет.

**Силы инерции** всех точек звена, совершающего плоскопараллельное движение, приводятся к главному вектору и главному моменту сил инерции. Если в качестве центра приведения выбран центр масс звена, то главный вектор и главный момент сил инерции определяются по формулам:

$$\bar{F}^n = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i^n = -m\bar{a}_c \quad (\text{Н}), \quad M_c^n = \sum_{i=1}^n M_c(F_i^n) = -\varepsilon I_c \quad (\text{Н} \cdot \text{м}), \quad (2.16)$$

где:  $m$  – масса звена, кг;

$a_c$  – ускорение центра масс,  $\text{м}/\text{с}^2$ .

$\varepsilon$  – угловое ускорение звена,  $\text{рад}/\text{с}^2$ ;

$I_c$  – момент инерции массы относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости движения звена через его центр масс,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ .

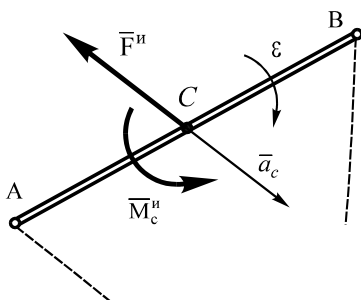


Рисунок 2.9 – Инерционные нагрузки звена, совершающего плоскопараллельное движение

Знак « – » в формулах (2.16) указывает на то, что направления главного вектора и главного момента сил инерции противоположны соответствующим ускорениям.

Расчет **реакций в кинематических парах** производится для ряда положений механизма в пределах одного цикла его работы, что позволяет выявить наибольшие их значения, по которым и выполняется в дальнейшем проверка звеньев на прочность и жесткость.

Методика определения реакций основана на следующих положениях:

- кинематические пары механизмов работают со смазкой, поэтому трение при расчете не учитывается;
- каждая группа Ассур имеет нулевую степень подвижности, что позволяет применять уравнения статики;
- определение реакций связей начинается с рассмотрения условий равновесия последней присоединенной к механизму группы Ассур, иначе число неизвестных будет превышать число уравнений статики;

Для реакций, возникающих между элементами кинематических пар, принимаем следующие обозначения: реакция со стороны звена 1 на звено 2 обозначается  $R_{12}$ , а со стороны звена 2 на звено 1 –  $R_{21}$ . Эти реакции равны по модулю и противоположны по направлению ( $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21}$ ).

В качестве примера определим реакции в кинематических парах А и С кривошипно-ползунного механизма в положении, указанном на рисунке 8.2.

Исходные данные:

Известны все активные силы, силы и моменты сил инерции. Массой ползуна и кривошипа пренебрегаем.

Решение.

Отделяем от механизма последнюю присоединенную группу Ассура. В соответствующих точках прикладываем все активные силы и силы инерции. Указываем направление главного момента сил инерции звена 2. Действие связей заменяем их реакциями. Реакцию в шарнире А раскладываем на нормальную и касательную составляющие.

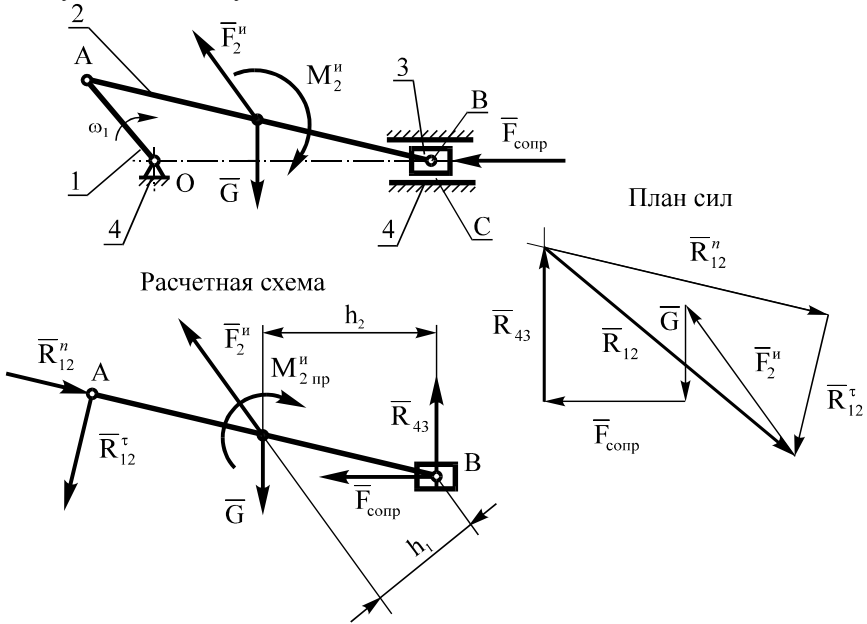


Рисунок 2.10 – Определение реакций в кинематических парах кривошипно-ползунного механизма

Так как каждая группа Ассура имеет нулевую степень подвижности, что позволяет применять уравнения статики, должно выполняться следующее векторное уравнение:

$$\bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{R}_{12}^n + \bar{F}_2^и + \bar{G} + \bar{R}_{43} + \bar{F}_{сопр} = 0 . \quad (2.17)$$

В соответствии с принципом Даламбера звено 2 после приложения к нему инерционных нагрузок можно условно считать находящимся в равновесии и величину реакции  $\bar{R}_{12}^{\tau}$  найти из следующего уравнения:

$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0; \quad R_{12}^{\tau} \ell_2 - F_2^и h_1 + G h_2 - M_{2пр}^и = 0; \quad R_{12}^{\tau} = \frac{F_2^и - G h_2 + M_{2пр}^и}{\ell_2} .$$

Обращаем Ваше внимание на то, что к звену 2 на расчетной схеме (рисунок 2.10) прикладывается приведенный момент инерции, определяемый по формуле

$$M_{2\text{пр}}^n = M_2^n \frac{\ell_2}{\ell_{AB}} \quad , \quad (\text{Н мм}) \quad (2.18)$$

где:  $\ell_2$  – длина звена 2 на рисунке , мм;

$\ell_{AB}$  – действительная длина звена, м.

Для определения величин реакций  $\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{43}$  применим метод построения плана сил. Так как группа Ассура из звеньев 2 и 3 условно считается находящейся в состоянии равновесия, то многоугольник сил, приложенных к этой ГА должен быть замкнут. Порядок построения векторной суммы безразличен, однако удобнее начинать с известной составляющей неизвестной силы и далее обходить ГА по или против движения часовой стрелки. План сил, приложенных к ГА из звеньев 2, 3 изображен на рисунке 2.10.

$$\text{Масштаб плана сил: } \mu_F = \frac{R_{12}^\tau}{\ell_{R_{12}^\tau}} \quad , \quad (\text{Н/мм}) \quad (2.19)$$

После построения плана сил численная величина неизвестной реакции или ее составляющей определяется произведением длины соответствующего отрезка плана, измеренного в мм, на коэффициент  $\mu_F$  .

**Уравновешивающая сила (момент силы)** – приложена к ведущему звену (кривошипу) и обеспечивает требуемый закон его движения, т. е. уравновешивает все внешние силы и силы инерции, действующие на звенья механизма.

Уравновешивающую силу определяют для нескольких положений кривошипа в пределах одного его полного оборота. По максимальной величине уравновешивающей силы определяют требуемую мощность двигателя:

$$P = F_{yp} \cdot v = M_{yp} \cdot \omega \quad , \quad (\text{Вт}) \quad (2.20)$$

где:  $F_{yp}$ ,  $M_{yp}$  – уравновешивающая сила (Н), уравновешивающий момент(Н м);

$v$  – скорость точки приложения  $F_{yp}$ , м/с;

$\omega$  – угловая скорость кривошипа, рад/с.

Для изложения методики нахождения величины уравновешивающей силы используем исходные данные и результаты определения реакций в кинематических парах предыдущего примера (рисунок 2.11).

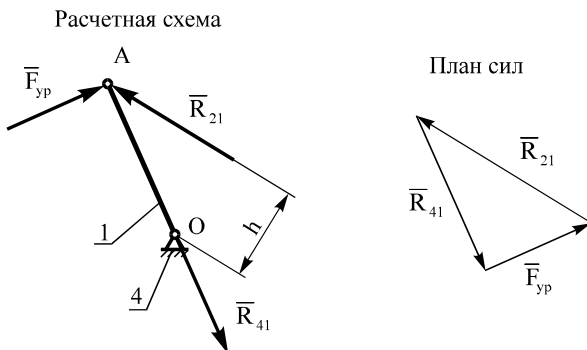


Рисунок 2.11 – Графический метод определения величины уравнивающей силы

Рассмотрим равновесие кривошипа (звена 1) – так как кривошип не является статически определимой системой ( $W = 1$ ), то для равновесия к нему прикладываем уравнивающую силу. Направление реакции  $R_{41}$  определяем, используя теорему о трех силах. Величину  $F_{yp}$  находим или из суммы моментов всех сил относительно шарнира  $O$ , или из плана сил:

$$\sum_{i=1}^n M_{iO} = 0; R_{21} \cdot h - F_{yp} \ell_{OA} = 0, \quad F_{yp} = \frac{R_{21} \cdot h}{\ell_{OA}}, \quad (2.21)$$

Определение уравнивающей силы этим методом требует предварительного расчета реакций во всех кинематических парах механизма.

Профессором Н.Е. Жуковским предложен метод, позволяющий наименее трудоемко решить такую задачу. В его основе лежит принцип возможных скоростей:

$$\sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i = 0, \quad (2.22)$$

где:  $F_i v_i \cos \alpha_i$ ,  $M_i \omega_i$  – мощность, развиваемая силой  $F_i$  или моментом

$M_i$  в данном положении звена, Вт;

$v_i$  – скорость точки приложения силы, м/с;

$\alpha_i$  – угол между направлением силы и вектором скорости;

$\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -того звена в данном его положении, рад/с.

В число известных сил входят все активные силы и силы инерции. Неизвестной является только уравнивающая сила  $F_{yp}$ . На практике данное уравнение чаще всего решают не аналитически, а графически. Для этого применяют метод построения вспомогательного рычага, предложенный Н.Е. Жуковским. Из рисунка 8.4 видно, что произведение  $F_i v_i \cos \alpha_i$  – это момент силы  $F_i$  относительно точки  $P$ , если вектор  $v_i$  откладывать от этой точки по-

вернутым на  $90^\circ$ . Плечом силы относительно полюса Р в этом случае является произведение  $v_i \cos \alpha_i = h$ .

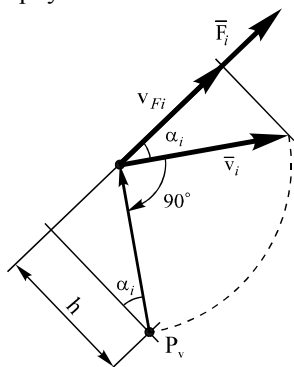


Рисунок 2.12

Следовательно, если для механизма построен план скоростей, повернутый на  $90^\circ$ , то, приложив в соответствующих точках плана скоростей действующие на звенья механизма силы и рассматривая этот план как жесткий рычаг, вращающийся вокруг полюса Р, можно составить уравнение (2.22) в виде суммы моментов сил относительно полюса:

$$\sum_{i=1}^n F_i h_i + F_{yp} h_{yp} = 0, \quad F_{yp} = -\frac{\sum_{i=1}^n F_i h_i}{h_{yp}}. \quad (2.23)$$

Помимо сил к звеньям механизма часто приложены и моменты пар сил. Учет их действие на рычаге Жуковского можно двумя способами.

1). Каждый момент, приложенный к звену, можно рассматривать как пару сил (рисунок 2.13):

$$F'_и = F''_и = \frac{M_и}{\ell}, \quad (2.24)$$

где:  $M$  – момент пары сил,  $H \cdot м$ ;  
 $\ell$  – длина звена, м.

2). Момент пары сил  $M_i$ , ( $H \cdot м$ ), приложенный к звену, на рычаге Жуковского заменяется соответствующим приведенным моментом  $M'_i$ , ( $H \cdot мм$ ):

$$M'_i = M_i \frac{ab}{\ell_{AB}}, \quad (2.25)$$

где:  $ab$  – величина отрезка  $ab$  на повернутом плане скоростей, мм;  
 $\ell_{AB}$  – длина звена АВ, м.

Момент  $M'_i$  совпадает по направлению с моментом  $M_i$  если направление  $\overline{AB}$  на плане положений совпадает с направлением  $ab$  на повернутом плане скоростей. В противном случае направления этих моментов противоположны.

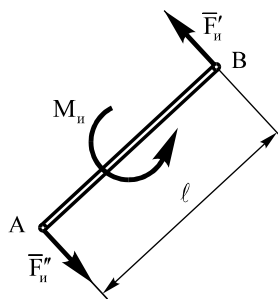


Рисунок 2.13

### 3 ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

#### 3.1 Кинематическая схема и исходные данные

Выполнить структурный, кинематический и динамический анализ плоского шарнирно-рычажного механизма (рисунок 3.1).

Исходные данные:

$$l_{OA} = l_{AD} = l_{O_1D} = 0,1 \text{ м}; \quad x = 0,02 \text{ м}; \quad y = 0,025 \text{ м};$$

$$l_{DC} = 0,03 \text{ м}; \quad l_{O_1C} = 0,085 \text{ м}; \quad l_{CB} = 0,35 \text{ м}.$$

Удельная масса звеньев  $q = 40 \text{ кг/м}$ . Учесть массы только тех звеньев, которые совершают плоскопараллельное движение.

Частота вращения ведущего звена  $n_1 = 120 \text{ об/мин}$ .

Сила сопротивления  $F_{\text{сопр}} = 190 \text{ Н}$  прикладывается к ведомому звену (ползуну) противоположно ходу.

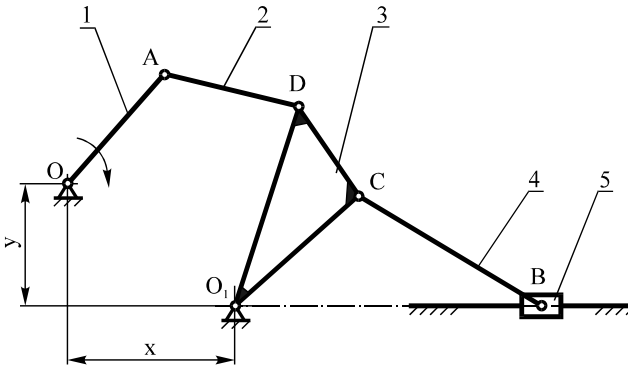


Рисунок 3.1 – Кинематическая схема механизма

#### 3.2 Структурный анализ механизма

Степень подвижности механизма (рисунок 3.2) определим при помощи формулы Чебышева (структурной формулы плоских механизмов)

$$W = 3n - 2p_n - p_v,$$

Где  $n$  – число подвижных звеньев механизма,  $n = 5$ ;

$p_n$  – число низших кинематических пар,  $p_n = 7$  (O, O<sub>1</sub>, A, D, C, B, E);

$p_v$  – число высших кинематических пар,  $p_v = 0$ .

$$\text{Итого: } W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 15 - 14 = 1.$$

Механизм имеет одну степень подвижности.

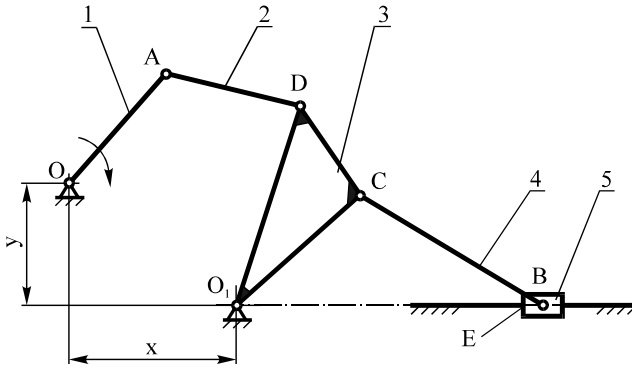
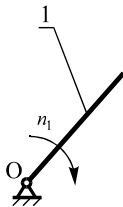


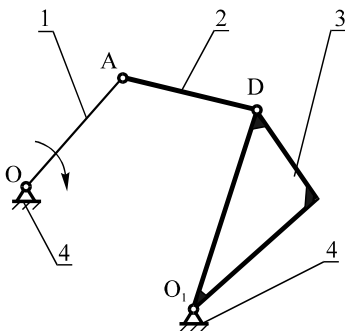
Рисунок 3.2 – Схема механизма с указанием подвижных звеньев и кинематических пар

Механизм образован последовательным присоединением к механизму I класса (ведущему звену со стойкой) группы Ассур II класса 1 вида, а затем группы Ассур II класса 2 вида. Последовательность образования механизма представлена на рисунках 3.3, 3.4 и 3.5.



Ведущее звено (ГА I класса)

Рисунок 3.3 – Начальный механизм



ГА I кл + ГА II кл 1 в

Рисунок 3.4 – Образование шарнирного четырехзвенника



Шарнирный четырехзвенник  $OAДО_1$  получен путем соединения начального механизма (рисунок 3.3) и группы Ассура из звеньев 2 и 3 кинематической парой А в кинематическую цепь. Степень его подвижности:

$$W = 3n - 2p_n - p_v = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

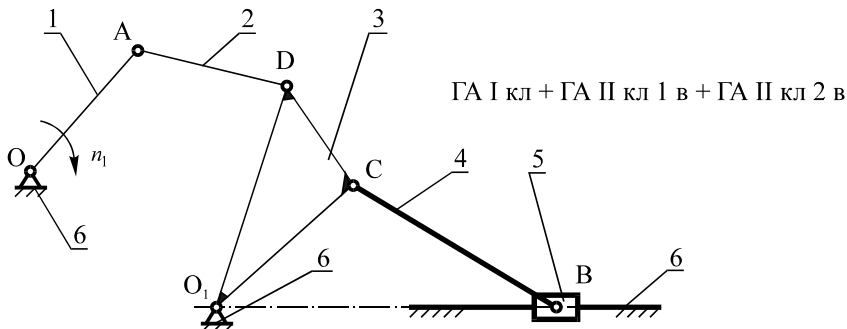


Рисунок 3.5 – Образование шестизвенного механизма

Формула строения механизма: I (1) + II (1) + II (2)

Наивысший класс присоединенных групп – второй, поэтому механизм надо отнести ко II классу.

### 3.3 Построение плана положений механизма

Построение начинаем с вычерчивания 12 положений ведущего звена. Длина отрезка  $OA = 100$  мм, изображающего на чертеже ведущее звено, принимается произвольно с целью получения оптимального масштаба плана положений. Масштаб должен быть таким, чтобы план положений занял от 1/5 до 1/4 площади чертежа.

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{OA}}{OA} = \frac{0,1}{100} = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Определяем координаты шарниров и направляющей, а также длины звеньев механизма на чертеже с учетом масштабного коэффициента:

$$AD = \frac{\ell_{AD}}{\mu_\ell} = \frac{0,1}{0,001} = 100 \text{ мм}; \quad O_1D = \frac{\ell_{O_1D}}{\mu_\ell} = \frac{0,1}{0,001} = 100 \text{ мм};$$

$$O_1C = \frac{\ell_{O_1C}}{\mu_\ell} = \frac{0,085}{0,001} = 85 \text{ мм}; \quad DC = \frac{\ell_{DC}}{\mu_\ell} = \frac{0,03}{0,001} = 30 \text{ мм};$$

$$CB = \frac{\ell_{CB}}{\mu_\ell} = \frac{0,35}{0,001} = 350 \text{ мм}.$$

Аналогично определяем остальные размеры:  $x = 20$  мм,  $y = 25$  мм.

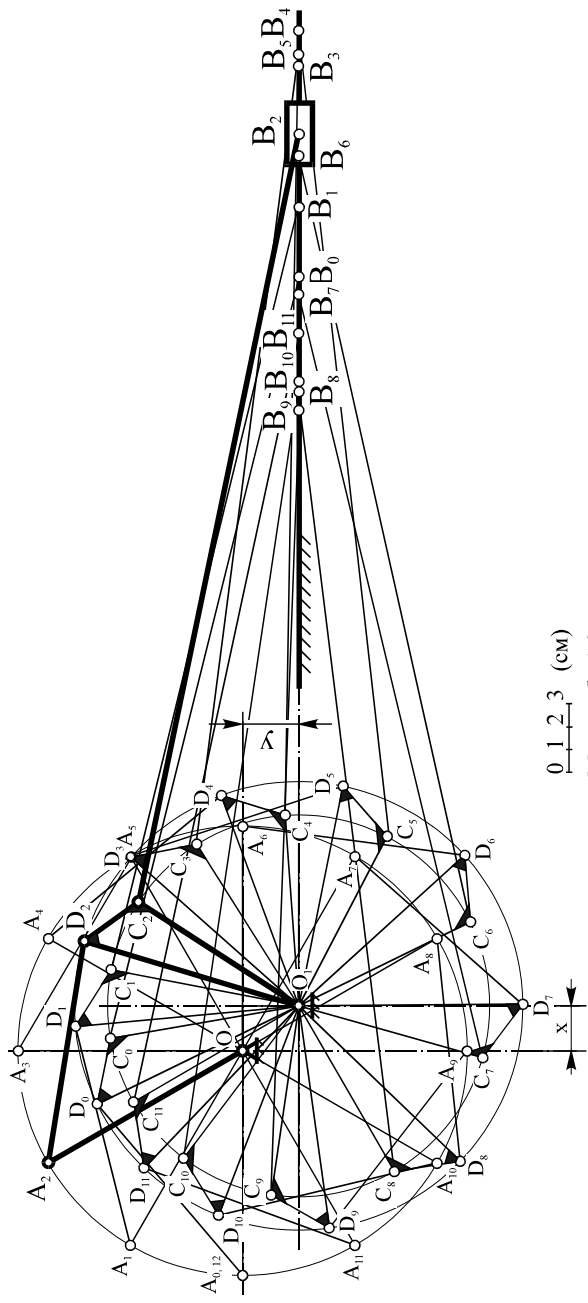


Рисунок 3.6 - План положений механизма

В качестве нулевого принимаем такое положение ведущего звена, при котором точка А занимает крайнее левое положение. Проводим окружность радиуса ОА, делим ее на 12 равных частей, отмечая соответствующие точки (А<sub>0</sub>, А<sub>1</sub>, А<sub>2</sub>, А<sub>3</sub>...А<sub>12;0</sub>). Для каждого из 12 положений ведущего звена методом засечек определяем положение всех остальных звеньев механизма.

Все построения выполняем сплошными тонкими линиями, после чего исследуемое положение механизма выделяем сплошной основной линией (рисунок 3.6).

### 3.4 Определение скорости и ускорения ползуна при помощи кинематических диаграмм

Построение диаграммы перемещений

В правой верхней части чертежа строим оси координат S<sub>B</sub> – t (рисунок 3.7). На оси абсцисс откладываем отрезок  $\ell = 240$  мм, изображающий время одного оборота кривошипа. Отрезок  $\ell$  делим на 12 равных участков. Учтываем, что длина оси абсцисс не должна быть ограничена отрезком  $\ell$ , иначе на диаграммах скоростей и ускорений нельзя будет построить те части кривых, которые соответствуют половине крайних участков. Поэтому к 12 интервалам, на которые разбит весь цикл работы механизма, добавляем дополнительно 2 (12,0 – 1; 1 – 2) – в дальнейшем это позволит более точно построить графики функций скорости и ускорения на крайних интервалах 0 – 1 и 11 – 12.

Для того, чтобы по условиям компоновки откладываемые на диаграмме S = f(t) перемещения уменьшить в два раза по сравнению с планом положений, принимаем коэффициент m = 2. Определяем величину масштаба диаграммы перемещений:

$$\mu_S = 2\mu_\ell = 2 \cdot 0,001 = 0,002 \frac{\text{М}}{\text{ММ}}.$$

Величину масштабного коэффициента по оси абсцисс (масштаба времени) находим по формуле

$$\mu_t = \frac{60}{n_1 \ell} = \frac{60}{120 \cdot 240} = 0,00208 \frac{\text{с}}{\text{ММ}}.$$

В качестве начального принимаем положение 9, поскольку именно точка В<sub>9</sub> является крайней на плане положений. В точках 10, 11, 12(0), 1 ... 8 откладываем ординаты с учетом масштаба  $\mu_S$ , соответствующие перемещению ползуна В от крайнего левого положения В<sub>9</sub>. До крайнего правого положения ординаты возрастают, после чего уменьшаются. Соединив последовательно соответствующие точки плавной кривой, получаем диаграмму перемещений ведомого звена (ползуна).

Для построения диаграмм скорости и ускорения применяем метод графического дифференцирования. Величину полюсного расстояния  $H_1 = 47$  мм выбираем исходя из того, чтобы график  $v = f(t)$  поместился на отведенном ему месте чертежа.

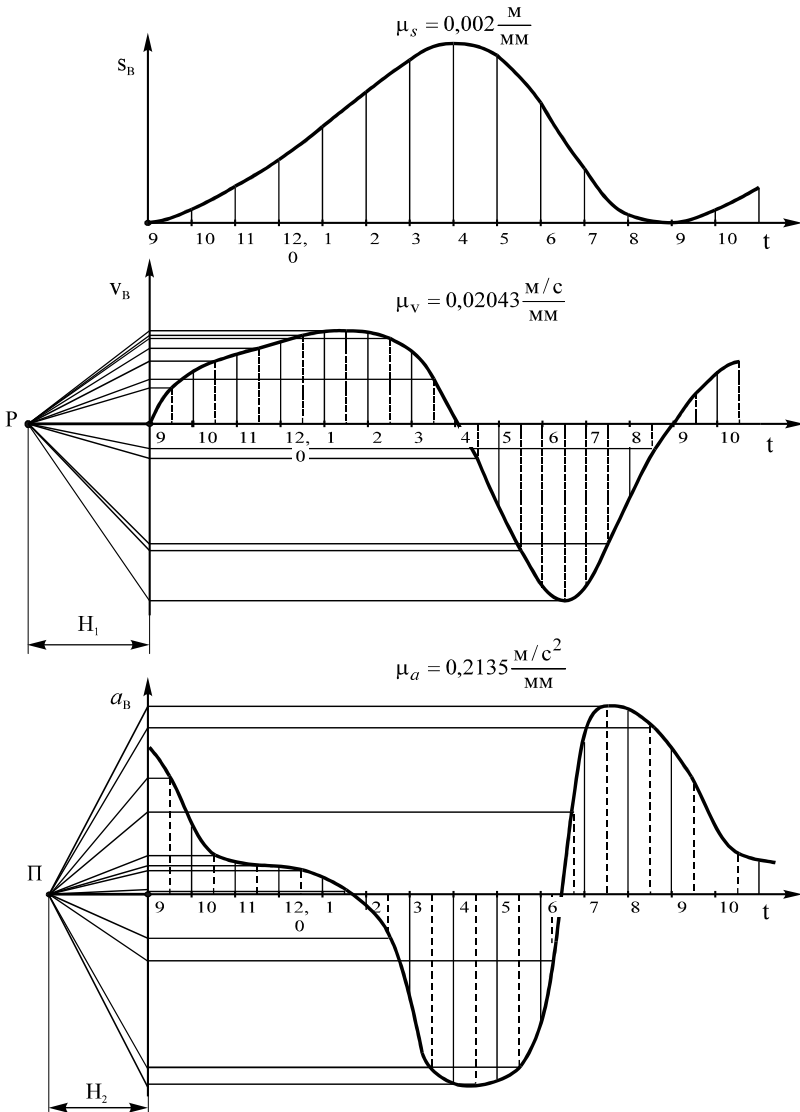


Рисунок 3.7 – Кинематические диаграммы. Масштаб 1:3.

Масштаб скорости определяем по формуле

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H_1} = \frac{0,002}{0,00208 \cdot 47} = 0,02043 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Путем совместного анализа интегральной ( $S = f(t)$ ) и дифференциальной ( $v_B = f(t)$ ) кривых убеждаемся в том, что все характерные зависимости между ними выполняются (рисунок 3.7).

Аналогично строим и диаграмму ускорений. На участке 6 – 7 диаграмма скорости имеет ярко выраженный экстремум, поэтому для более точного построения дифференциальной кривой этот участок разбиваем дополнительно на два интервала – до и после экстремума. Величину полюсного расстояния  $H_2$  принимаем равной 46 мм. Определяем масштаб плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H_2} = \frac{0,02043}{0,00208 \cdot 46} = 0,2135 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Точка пересечения диаграммы  $a = f(t)$  с осью ординат была найдена при определении среднего ускорения на участках 7 – 8, 8 – 9, 9 – 10, 10 – 11 и проведения соответствующей кривой в правой части оси абсцисс.

После построения диаграммы ускорений рекомендуем проверить выполнение характерных зависимостей между интегральной ( $v_B = f(t)$ ) и дифференциальной ( $a_B = f(t)$ ) кривыми.

Определим скорость и ускорение ползуна во 2 положении механизма:

$$v_B = y_{v2} \cdot \mu_v = 39 \cdot 0,02043 = 0,797 \text{ м/с},$$

$$a_B = y_{a2} \cdot \mu_a = 5,5 \cdot 0,2135 = 1,174 \text{ м/с}^2.$$

### 3.5 Применение планов скоростей и ускорений для кинематического анализа механизмов

План скоростей (рисунок 3.8) строим для 2-го положения механизма. Желательно в качестве исследуемого выбирать такое положение, при котором ведомое звено не находится в крайних точках ( $B_9, B_4$ ).

Находим величину скорости точки А звена 1:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 120}{30} = 12,56 \text{ рад/с}, \quad v_A = \omega_1 \ell_{OA} = 12,56 \cdot 0,1 = 1,256 \text{ м/с}.$$

Вектор скорости точки А изображаем в виде отрезка  $Pa$  длиной 130 мм (рисунок 3.8). При выполнении графической части работы на листе формата А1 рекомендуется длину отрезка  $Pa$  выбирать в пределах от 50 до 150 мм, что обеспечивает достаточную точность результатов.

$$\text{Определяем масштаб плана скоростей: } \mu_v = \frac{v_A}{Pa} = \frac{1,256}{130} = 0,00966 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Для определения положения точки  $d$  на плане используем векторное уравнение:  $\vec{v}_D = \vec{v}_A + \vec{v}_{DA}$ . В этом уравнении известны модуль и направле-

ние вектора  $\vec{v}_A$ , а также направление векторов  $\vec{v}_D$  и  $\vec{v}_{DA}$ :  $\vec{v}_D \perp O_1D$ ,  $\vec{v}_{DA} \perp AD$ . Решая графически уравнение  $\vec{v}_D = \vec{v}_A + \vec{v}_{DA}$  получаем точку  $d$ , определяющую величину векторов  $\vec{v}_D$  (отрезок  $Pd$ ) и  $\vec{v}_{DA}$  (отрезок  $ad$ ).

Скорость точки  $C$  звена 3 находим при помощи векторного уравнения  $\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_{CD}$ , учитывая, что  $\vec{v}_C \perp O_1C$ , а  $\vec{v}_{CD} \perp C_1D$ . Модуль и направление этой скорости определяет отрезок  $Pc$  плана скоростей.

Положение точки  $b$  на плане определяем, решив графически уравнение:  $\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_{BC}$ . В уравнении известны модуль и направление вектора  $\vec{v}_C$ , а также направление векторов  $\vec{v}_B$  и  $\vec{v}_{BC}$ :  $\vec{v}_{BC} \perp CB$ ,  $\vec{v}_B \parallel xx$ .

В итоге выполнения всех построений получаем план скоростей, изображенный на рисунке 3.8.

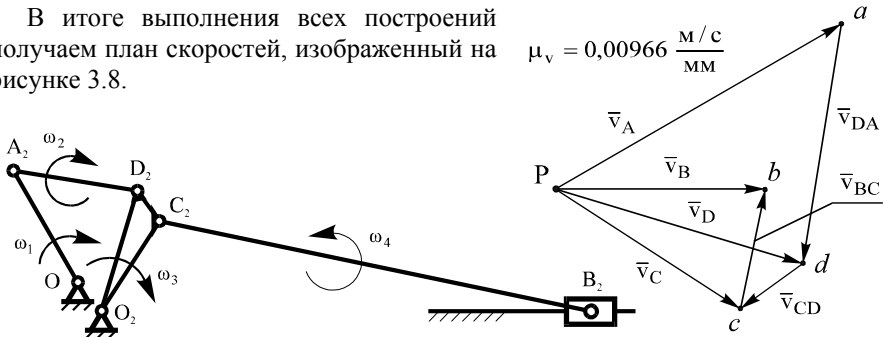


Рисунок 3.8 – План скоростей. Масштаб 1:3.

Определим скорость точки  $B$  при помощи плана скоростей:

$$v_B = Pb \cdot \mu_v = 83,5 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3} = 0,807 \text{ м/с}.$$

$$\text{Расхождение: } \frac{0,807 - 0,797}{0,807} 100\% = 1,24\%.$$

Точность полученных разными способами результатов при определении скорости ползуна считается удовлетворительной, если расхождение не превышает 4%.

**План ускорений** строим для исследуемого (2-го) положения механизма. Ускорение точки  $A$ :  $a_A = a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot \ell_{AO} = 12,56^2 \cdot 0,1 = 15,78 \text{ м/с}^2$ .

Длину отрезка  $Pa$  принимаем равной 280 мм (рисунок 3.9). При выполнении графической части работы на листе формата  $A1$  рекомендуется длину отрезка  $Pa$  выбирать в пределах от 100 до 300 мм.

$$\text{Масштаб плана ускорений: } \mu_a = \frac{a_{AO}^n}{Pa} = \frac{15,78}{280} = 0,05636 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Ускорение точки  $D$  можно найти, решив графически систему уравнений:

$$\vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{DA}^n + \vec{a}_{DA}^t,$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}_{DO_1}^n + \bar{a}_{DO_1}^\tau .$$

В этих уравнениях по модулю и направлению известны ускорения:

$$a_{DA}^n = \omega_2^2 \cdot \ell_{AD} .$$

$$a_{DO_1}^n = \omega_3^2 \cdot \ell_{O_1D} .$$

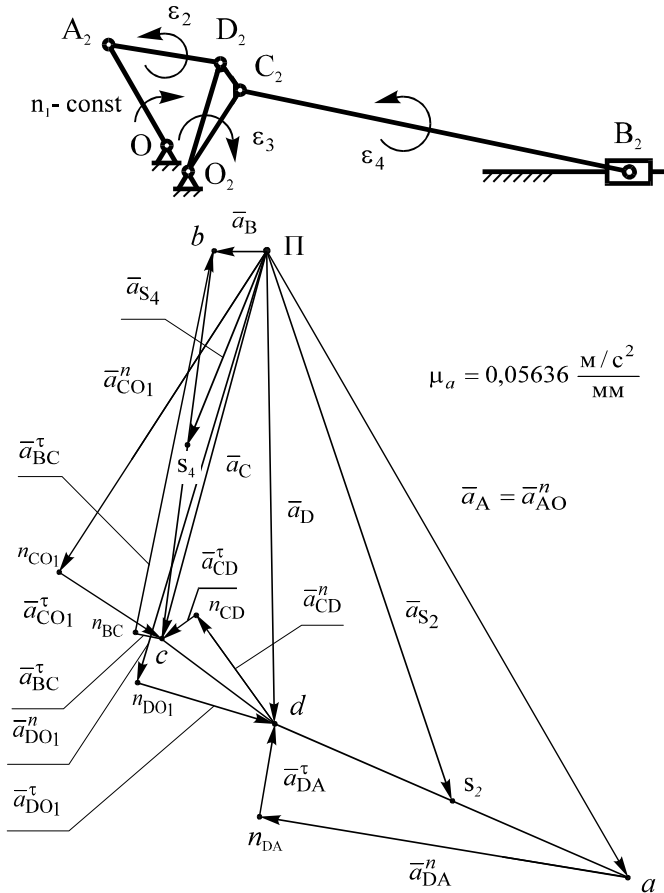


Рисунок 3.9 – План ускорений. Масштаб 1:3

Для нахождения величины угловых скоростей звеньев 2 и 3 используем построенный ранее план скоростей:  $\omega_2 = \frac{v_{DA}}{\ell_{AD}}$  ;  $\omega_3 = \frac{v_D}{\ell_{O_1D}} = \frac{v_C}{\ell_{O_1C}}$  .

Где  $v_{DA} = ad \cdot \mu_v = 93,5 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3} = 0,904 \text{ м/с}$  ,

$$v_D = Pd \cdot \mu_v = 103 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3} = 0,992 \text{ м/с} ,$$

$$v_C = Pc \cdot \mu_v = 87 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3} = 0,842 \text{ м/с} .$$

$$\text{Тогда: } \omega_2 = \frac{0,904}{0,1} = 9,04 \text{ рад/с} , \quad \omega_3 = \frac{0,992}{0,1} = \frac{0,842}{0,085} = 9,91 \text{ рад/с}$$

$$a_{DA}^n = 9,04^2 \cdot 0,1 = 8,17 \text{ м/с}^2 \quad a_{DO_1}^n = 9,91^2 \cdot 0,1 = 9,82 \text{ м/с}^2$$

Длину отрезков, изображающих на плане ускорений векторы  $a_{DA}^n$  и  $a_{DO_1}^n$  определяем по формулам

$$an_{DA} = \frac{a_{DA}^n}{\mu_a} = \frac{8,17}{0,05636} = 145 \text{ мм} ,$$

$$Пn_{DO_1} = \frac{a_{DO_1}^n}{\mu_a} = \frac{9,82}{0,05636} = 174,5 \text{ мм} .$$

Из точки  $a$  плана проводим отрезок  $an_{DA} = 145$  мм по направлению вектора  $a_{DA}^n$ . Затем из точки  $n_{DA}$  проводим перпендикуляр к отрезку  $an_{DA}$ , что представляет собой на плане ускорений направление вектора  $a_{DA}^\tau$ . Из полюса плана ускорений  $\Pi$  проводим отрезок  $Пn_{DO_1}$ , соответствующий вектору нормального ускорения  $a_{DO_1}^n$ . Из точки  $n_{DO_1}$  (конец вектора  $a_{DO_1}^n$ ) проводим перпендикуляр к отрезку  $Пn_{DO_1}$ , соответствующий вектору  $a_{DO_1}^\tau$ . В пересечении направлений векторов  $a_{DA}^\tau$  и  $a_{DO_1}^\tau$  получили точку  $d$  плана ускорений. Отрезок  $Пd$  представляет собой вектор  $a_D$ .

Аналогично определяем положение точек  $c$  и  $b$  на плане ускорений. Положение точки  $c$  определяем, решая графически следующую систему уравнений:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_D + \bar{a}_{CD}^n + \bar{a}_{CD}^\tau ,$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_{CO_1}^n + \bar{a}_{CO_1}^\tau .$$

Кроме того, положение точки  $c$  на плане ускорений можно найти, применив метод подобия.

Для определения ускорения ползуна (положения точки  $b$  на плане ускорений) используем уравнение  $\bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau$ . При этом учитываем, что вектор ускорения точки  $B$  всегда параллелен направляющей ( $\bar{a}_B \parallel O_1x$ ).



Для обеспечения возможности решения приведенных выше уравнений предварительно определяем численные значения нормальных ускорений  $\bar{a}_{CD}^n$ ,  $\bar{a}_{CO_1}^n$ ,  $\bar{a}_{BC}^n$ .

$$\text{Из плана скоростей: } \omega_4 = \frac{v_{BC}}{\ell_{BC}} = \frac{bc \cdot \mu_v}{\ell_{BC}} = \frac{47 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3}}{0,35} = 1,29 \text{ рад/с.}$$

$$\text{Тогда: } a_{CO_1}^n = \omega_3^2 \cdot \ell_{O_1C} = 9,91^2 \cdot 0,085 = 8,35 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{CD}^n = \omega_3^2 \cdot \ell_{CD} = 9,91^2 \cdot 0,03 = 2,95 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BC}^n = \omega_4^2 \cdot \ell_{CB} = 1,29^2 \cdot 0,35 = 0,58 \text{ м/с}^2.$$

Вычисленные выше нормальные ускорения изображаем на плане отрезками следующей длины:

$$Pn_{CO_1} = \frac{a_{CO_1}^n}{\mu_a} = \frac{8,35}{0,05636} = 148 \text{ мм},$$

$$dn_{CD} = \frac{a_{CD}^n}{\mu_a} = \frac{2,95}{0,05636} = 52,3 \text{ мм},$$

$$cn_{BC} = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a} = \frac{0,58}{0,05636} = 10,3 \text{ мм}.$$

В итоге получаем план ускорений, изображенный на рисунке 3.9.

Определим величину ускорения точки В при помощи плана ускорений:

$$a_B = Pb \cdot \mu_a = 20,5 \cdot 0,05636 = 1,16 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Расхождение: } \frac{1,174 - 1,16}{1,174} 100\% = 1,2\%.$$

Точность считается удовлетворительной, если величина расхождения составила не более 6%.

### 3.6 Определение сил, приложенных к звеньям механизма

По условию задания учитывается масса звеньев, совершающих плоскопараллельное движение. Для этого задается величина погонной массы  $q$  (кг/м). Зная длину звена  $l$ , можно рассчитать его массу по формуле  $m_i = q \cdot l_i$ . Массами кривошипа и ползуна пренебрегаем. К ползуну противоположно направлению его движения прикладывается сила сопротивления движению  $F_{\text{сопр}}$ . В рассматриваемом примере  $F_{\text{сопр}} = 190 \text{ Н}$ ,  $q = 40 \text{ кг/м}$ . К точке А кривошипа прикладывается искомая уравновешивающая сила  $F_{\text{уп}}$ .

$$\text{Определяем массы звеньев: } m_2 = \ell_2 q = 0,1 \cdot 40 = 4 \text{ кг},$$

$$m_4 = \ell_4 q = 0,35 \cdot 40 = 14 \text{ кг}.$$

Определяем силы тяжести:  $G_2 = m_2 g = 4 \cdot 9,81 = 39,24 \text{ Н}$ ,

$$G_4 = m_4 g = 14 \cdot 9,81 = 137,34 \text{ Н}.$$

Модуль главного вектора сил инерции звена 2 найдем по формуле

$$P_2^H = m_2 \cdot a_{S2},$$

где  $a_{S2}$  – ускорение центра масс звена 2,  $\text{м/с}^2$ . Определяется при помощи плана ускорений.

$$a_{S2} = PS_2 \cdot \mu_a = 159,5 \cdot 0,0789 = 12,58 \text{ м/с}^2, \quad P_2^H = 4 \cdot 12,58 = 50,34 \text{ Н}.$$

Аналогично:  $P_4^H = m_4 \cdot a_{S4}$ , где  $a_{S4} = PS_4 \cdot \mu_a = 57 \cdot 0,0789 = 4,497 \text{ м/с}^2$ .

$$P_4^H = 14 \cdot 4,479 = 62,96 \text{ Н}$$

Главный момент сил инерции звена 2 определим по формуле

$$M_2^H = I_2 \varepsilon_2,$$

где  $I_2$  – момент инерции массы звена 2 относительно его центра тяжести,  $\text{кг м}^2$ .

$$I_2 = \frac{m_2 \ell_2^2}{12} = \frac{4 \cdot 0,1^2}{12} = 0,0033 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$\varepsilon_2$  – угловое ускорение звена 2,  $\text{рад/с}^2$ . Определяется при помощи плана ускорений.

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{DA}^\tau}{\ell_2} = \frac{n_{DA} d \cdot \mu_a}{\ell_2} = \frac{40 \cdot 0,05636}{0,1} = \frac{2,25}{0,1} = 22,5 \text{ рад/с}^2,$$

$$M_2^H = 0,0033 \cdot 22,5 = 0,075 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Главный момент сил инерции звена 4:  $I_4 = \frac{m_4 \ell_4^2}{12} = \frac{14 \cdot 0,35^2}{12} = 0,143 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,

$$\text{где} \quad \varepsilon_4 = \frac{a_{BC}^\tau}{\ell_4} = \frac{n_{BC} b \cdot \mu_a}{\ell_4} = \frac{150 \cdot 0,05636}{0,35} = \frac{8,44}{0,35} = 24,11 \text{ рад/с}^2,$$

$$M_4^H = 0,143 \cdot 24,11 = 3,45 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

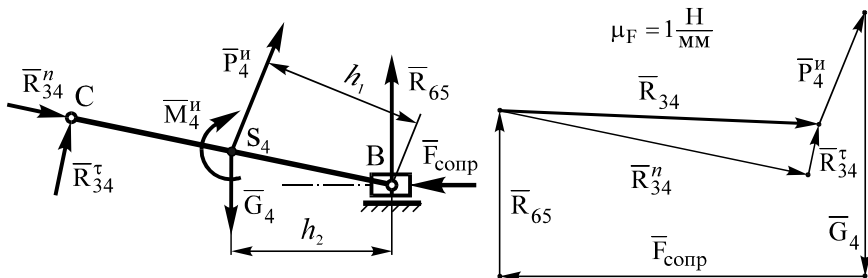
Напоминаем, что направления сил инерции и моментов сил инерции противоположны соответствующим линейным и угловым ускорениям.

### 3.7 Расчет реакций в кинематических парах и величины уравновешивающей силы методом планов сил

Нахождение величин сил реакций начинаем с наиболее удаленной от кривошипа группы Ассура из звеньев 4 и 5. Вычерчиваем ее в произвольном масштабе и в соответствующих точках прикладываем все активные силы, силы и моменты сил инерции, реакции связей (рисунок 3.10).

Так как группа Ассурa была изображена в произвольном масштабе, то главный момент сил инерции приводим в соответствие с этим масштабом. Величину приведенного главного момента сил инерции определяем по формуле

$$M_{4пр}^u = M_4^u \frac{CB}{\ell_4} = 3,45 \cdot \frac{175}{0,35} = 1725 \text{ Н} \cdot \text{мм} .$$



Масштаб 1:3

Рисунок 3.10

В соответствии с принципом Даламбера должно выполняться следующее векторное уравнение:

$$\bar{R}_{34}^{\tau} + \bar{R}_{34}^n + \bar{P}_4^u + \bar{G}_4 + \bar{R}_{65} + \bar{F}_{сопp} = 0 .$$

Величину касательной составляющей реакции  $R_{34}$  определяем из суммы моментов всех сил относительно точки В:

$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0; -R_{34}^{\tau} \ell_4 + G_4 h_2 - P_4^u h_1 - M_{4пр}^u = 0 ,$$

Длину каждого плеча  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\ell_4$  определяем по чертежу при помощи линейки.

$$R_{34}^{\tau} = \frac{+G_4 h_2 - P_4^u h_1 - M_{4пр}^u}{\ell_4} = \frac{137,34 \cdot 85 - 62,96 \cdot 87 - 1725}{175} = 25,55 \text{ Н} .$$

Реакции  $\bar{R}_{34}^n$  и  $\bar{R}_{65}$  определяем при помощи плана сил. Построения начинаем с известной составляющей реакции  $\bar{R}_{34}^{\tau}$ . Это сила  $\bar{R}_{34}^{\tau}$  (рисунок 3.10). Затем последовательно изображаем векторы  $\bar{P}_4^u$ ,  $\bar{G}_4$ ,  $\bar{F}_{сопp}$ . Из конца вектора  $\bar{F}_{сопp}$  проводим линию, параллельную  $\bar{R}_{65}$ , а из начала  $\bar{R}_{34}^{\tau}$  – па-

параллельную  $\bar{R}_{34}^n$ . Точка пересечения этих линий определяет модули реакций  $R_{34}^n$  и  $R_{65}$ .

Масштаб плана сил:  $\mu_F = 1 \text{ Н/мм}$ . Измеряя линейкой соответствующие векторы и используя соотношение  $F_i = l_{F_i} \cdot \mu_F$  ( $l_{F_i}$  – длина вектора на плане сил в мм) получаем следующие значения искомых реакций:

$$R_{34}^n = 167 \text{ Н}; R_{34}^\tau = 169 \text{ Н}; R_{65} = 90 \text{ Н}.$$

Рассмотрим равновесие группы Ассура из звеньев 2 и 3. В произвольном масштабе вычерчиваем ГА и прикладываем к ней все активные силы, реакции, инерционные нагрузки (рисунок 3.11).

Составляем уравнение равновесия:

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{P}_2^n + \bar{G}_2 + \bar{R}_{43} + \bar{R}_{63}^\tau + \bar{R}_{63}^n = 0.$$

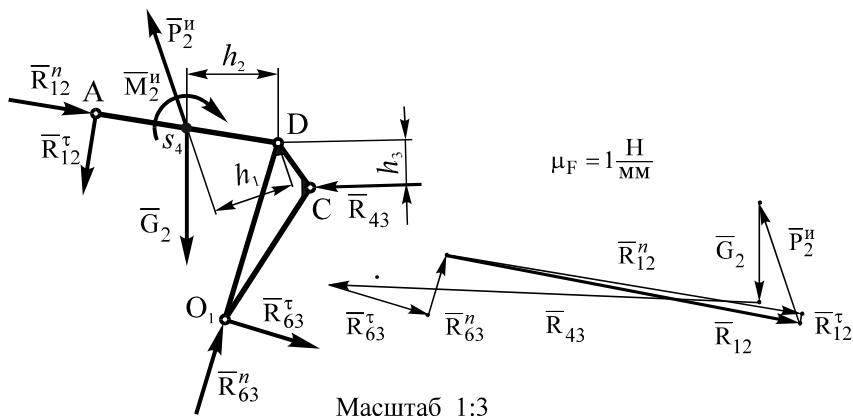


Рисунок 3.11

Исходя из того, что после приложения инерционных нагрузок звено 2 считается находящимся в состоянии равновесия, касательную составляющую реакции  $R_{12}$  можно определить из следующего уравнения:

$$\sum_{i=1}^n M_{iD} = 0; R_{12}^\tau \ell_2 - P_2^n h_1 + G_2 h_2 - M_{2np}^n = 0$$

где  $M_{2np}^n = M_2^n \frac{AD}{\ell_2} = 0,075 \cdot \frac{100}{0,1} = 75 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ .

$$\text{Итого: } R_{12}^{\tau} = \frac{P_2^{\text{н}} h_1 - G_2 h_2 + M_{2\text{пр}}^{\text{н}}}{\ell_2} = \frac{50,34 \cdot 43 - 39,24 \cdot 48 + 75}{100} = 3,56 \text{ Н}.$$

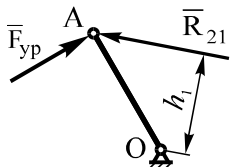
Касательную составляющую реакции  $R_{63}$  определим из аналогичного уравнения равновесия для звена 3:

$$\sum_{i=1}^n M_{iD} = 0; R_{63}^{\tau} \ell_{O_1D} - R_{43} h_3 = 0, \quad R_{63}^{\tau} = \frac{R_{43} h_3}{\ell_{O_1D}} = \frac{169 \cdot 23}{100} = 38,9 \text{ Н}.$$

Строим для группы Ассур из звеньев 2 и 3 план сил в масштабе  $\mu_F = 1 \text{ Н/мм}$ . Из плана сил определяем величину реакции  $R_{12}$ :

$$R_{12} = \ell_{R_{12}} \cdot \mu_F = 143 \cdot 1 = 143 \text{ Н}.$$

Величину уравнивающей силы найдем, рассматривая равновесие ведущего звена (кривошипа). Для этого в произвольном масштабе изображаем ведущее звено (рисунок 3.12) и прикладываем в точке А силу  $F_{\text{yp}}$  и реакцию  $R_{21}$  ( $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ ).



$$\sum_{i=1}^n M_{iO} = 0; R_{12} h_1 - F_{\text{yp}} OA = 0,$$

$$F_{\text{yp}} = \frac{R_{12} h_1}{OA} = \frac{143 \cdot 53}{70} = 108,3 \text{ Н}.$$

$$\text{Итого: } F_{\text{yp}} = 108,3 \text{ Н}$$

Рисунок 3.12

### 3.8 Определение величины уравнивающей силы методом Н. Е. Жуковского

Строим в произвольном масштабе план скоростей, повернутый на  $90^\circ$ . В соответствующих точках прикладываем активные силы и инерционные нагрузки (рисунок 8.9). Действие главных моментов сил инерции учитываем приведением этих моментов в соответствие с масштабом повернутого плана скоростей (этот метод был использован при расчете реакций в кинематических парах) или представляя момент в виде пары сил. Для того, чтобы привести пример подобного расчета, используем второй способ.

$$F'_{2и} = F''_{2и} = \frac{M_2^{\text{н}}}{\ell_2} = \frac{0,075}{0,1} = 0,75 \text{ Н},$$

$$F'_{4и} = F''_{4и} = \frac{M_4^H}{\ell_4} = \frac{3,45}{0,35} = 9,86 \text{ Н} .$$

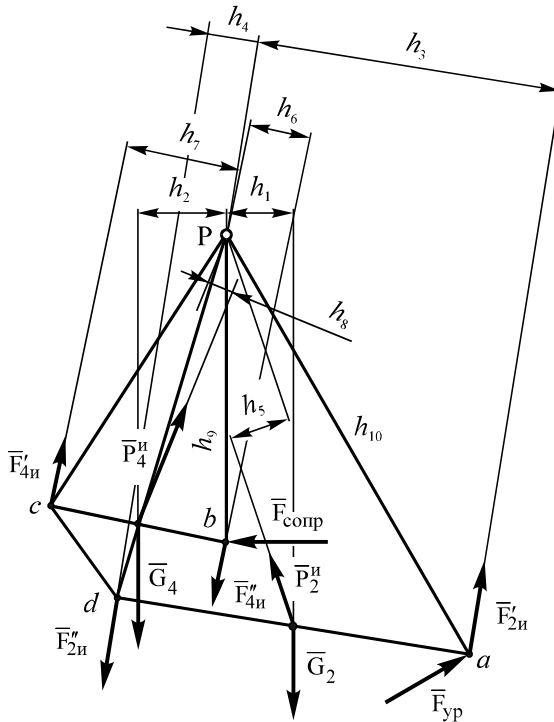


Рисунок 8.9 – Рычаг Жуковского. Масштаб 1:3

Составляем уравнение моментов всех сил относительно повернутого плана скоростей:

$$\sum_{i=1}^n M_{iP} = 0; -G_2 h_1 + G_4 h_2 + F'_{2и} h_3 + F''_{2и} h_4 - P_2^H h_5 - F''_{4и} h_6 - F'_{4и} h_7 + P_4^H h_8 - F_{соп} h_9 + F_{yp} h_{10} = 0 ,$$

$$F_{yp} = \frac{1}{h_{10}} (G_2 h_1 - G_4 h_2 - F'_{2и} (h_3 + h_4) + P_2^H h_5 + F''_{4и} (h_6 + h_7) - P_4^H h_8 + F_{соп} h_9) =$$

$$= \frac{1}{200} (39,24 \cdot 27,5 - 137,34 \cdot 37 - 0,75(124,5 + 20) + 50,34 \cdot 28,5 + 9,86(21 + 47) - 62,96 \cdot 14 + 190 \cdot 128,5) = 107,6 \text{ Н} .$$

Расхождение результатов при определении величины уравнивающей силы различными способами:

$$\frac{108,3 - 107,6}{108,3} 100\% = 0,65\% .$$

Точность считается удовлетворительной, если расхождение результатов составляет не более 8 %.

### **3.9 Расчет величины уравнивающего момента и потребной мощности двигателя в исследуемом положении механизма**

Определяем величину уравнивающего момента по формуле

$$M_{ур} = F_{ур} \ell_1 = 108 \cdot 0,1 = 10,8 \text{ Н} \cdot \text{м} .$$

Потребная мощность двигателя для второго положения механизма:

$$N = M_{ур} \omega_1 = 10,8 \cdot 12,56 = 135,65 \text{ Вт} = 0,136 \text{ кВт} .$$

Кроме того, потребную мощность двигателя можно было найти по формуле

$$N = F_{ур} v_A = 108 \cdot 1,256 = 135,65 \text{ Вт} = 0,136 \text{ кВт} .$$

Расчет закончен.

### 3 ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

#### 3.1 Кинематическая схема и исходные

Произвести структурный, кинематический и динамический анализ плоского шарнирно-рычажного механизма (рисунок 3.1).

Исходные данные:

$$l_{OA} = l_{AD} = l_{O_1D} = 0,1 \text{ м}; \quad x = 0,02 \text{ м}; \quad y = 0,025 \text{ м};$$

$$l_{DC} = 0,03 \text{ м}; \quad l_{O_1C} = 0,085 \text{ м}; \quad l_{CB} = 0,35 \text{ м}.$$

Удельная масса звеньев:  $q = 40 \text{ кг/м}$ . Учесть массы только тех звеньев, которые совершают плоскопараллельное движение.

Частота вращения ведущего звена:  $n_1 = 120 \text{ об/мин}$ .

Сила сопротивления  $F_{\text{сопр}} = 190 \text{ Н}$  прикладывается к ведомому звену (ползуну) противоположно ходу.

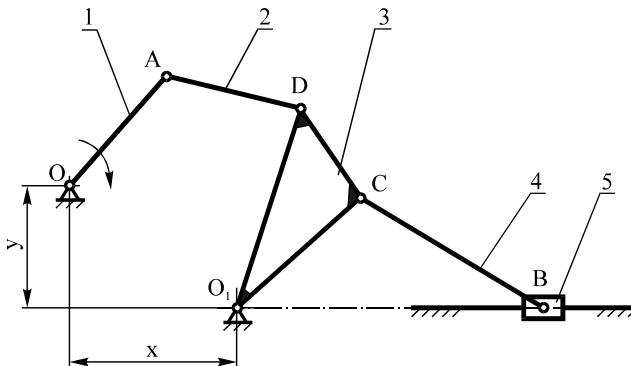


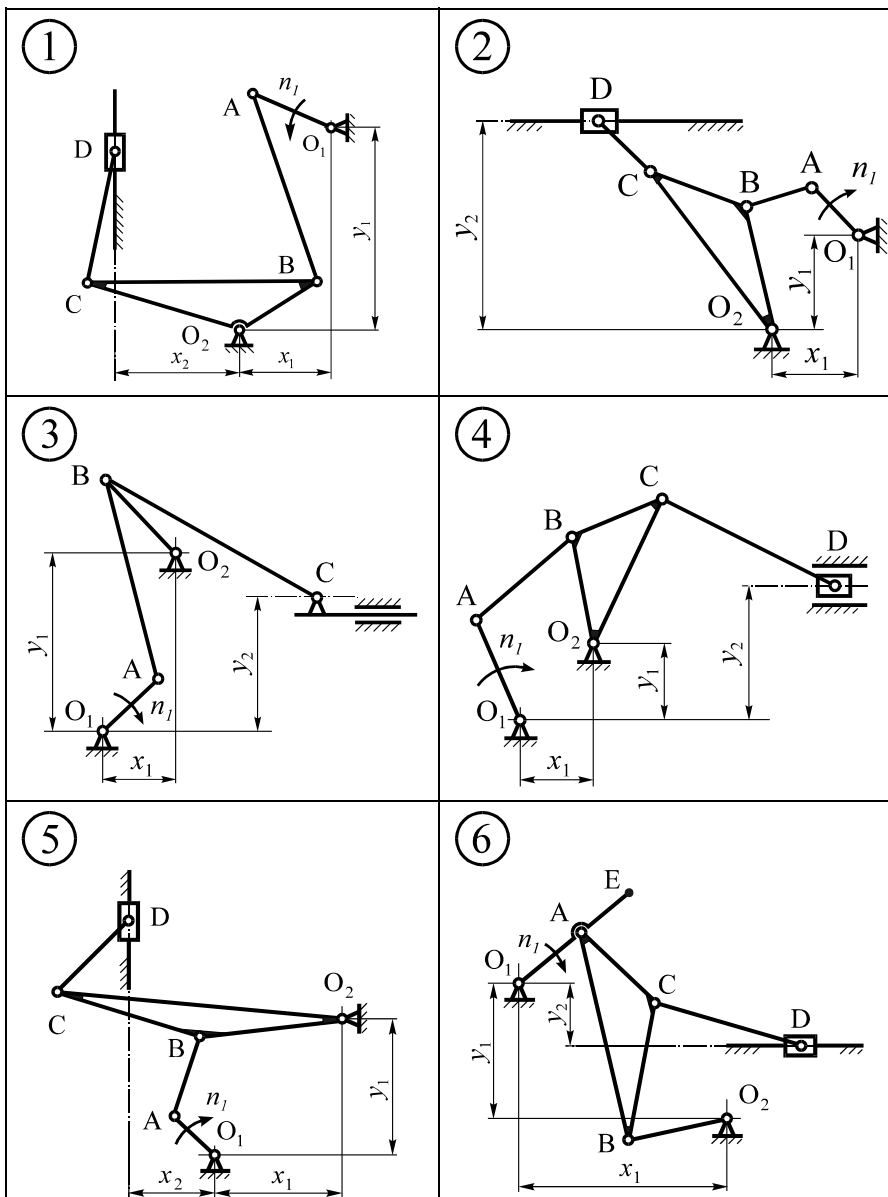
Рисунок 3.1 – Кинематическая схема механизма

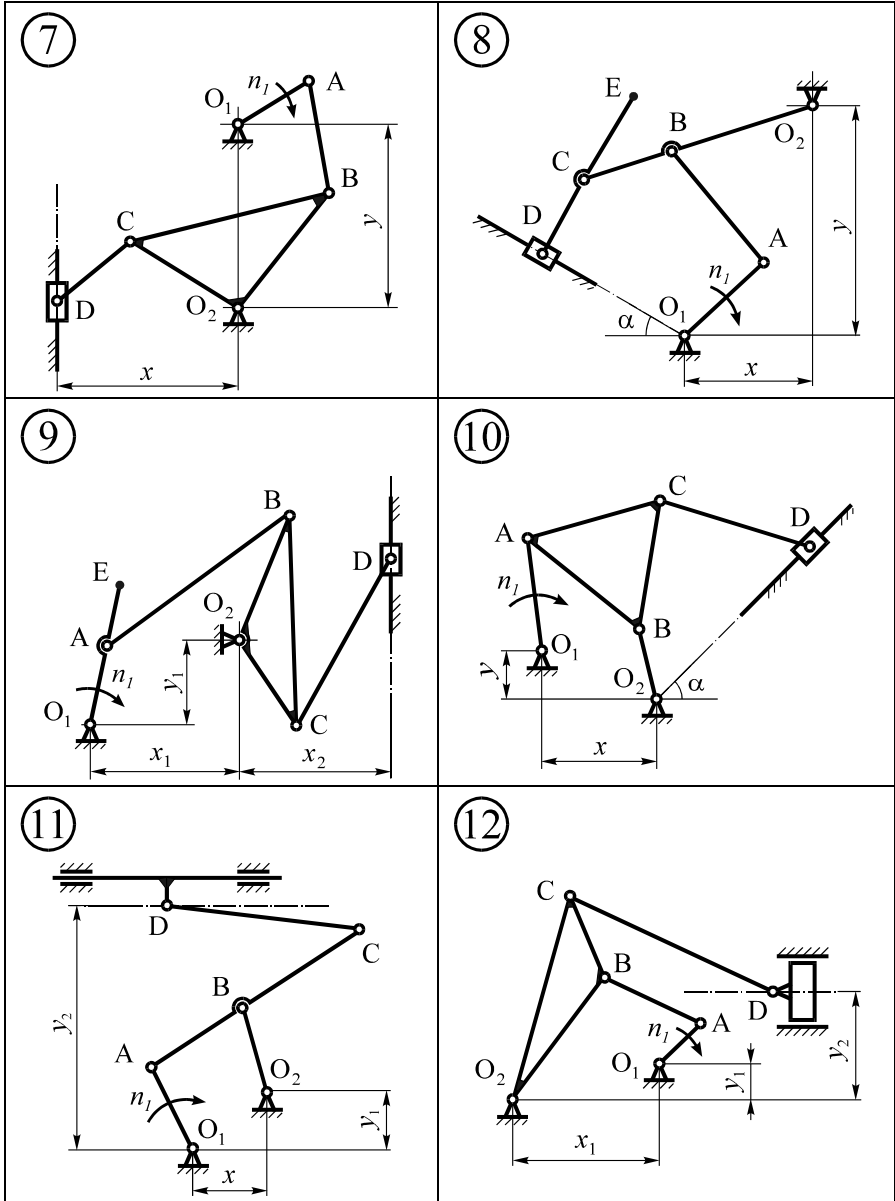


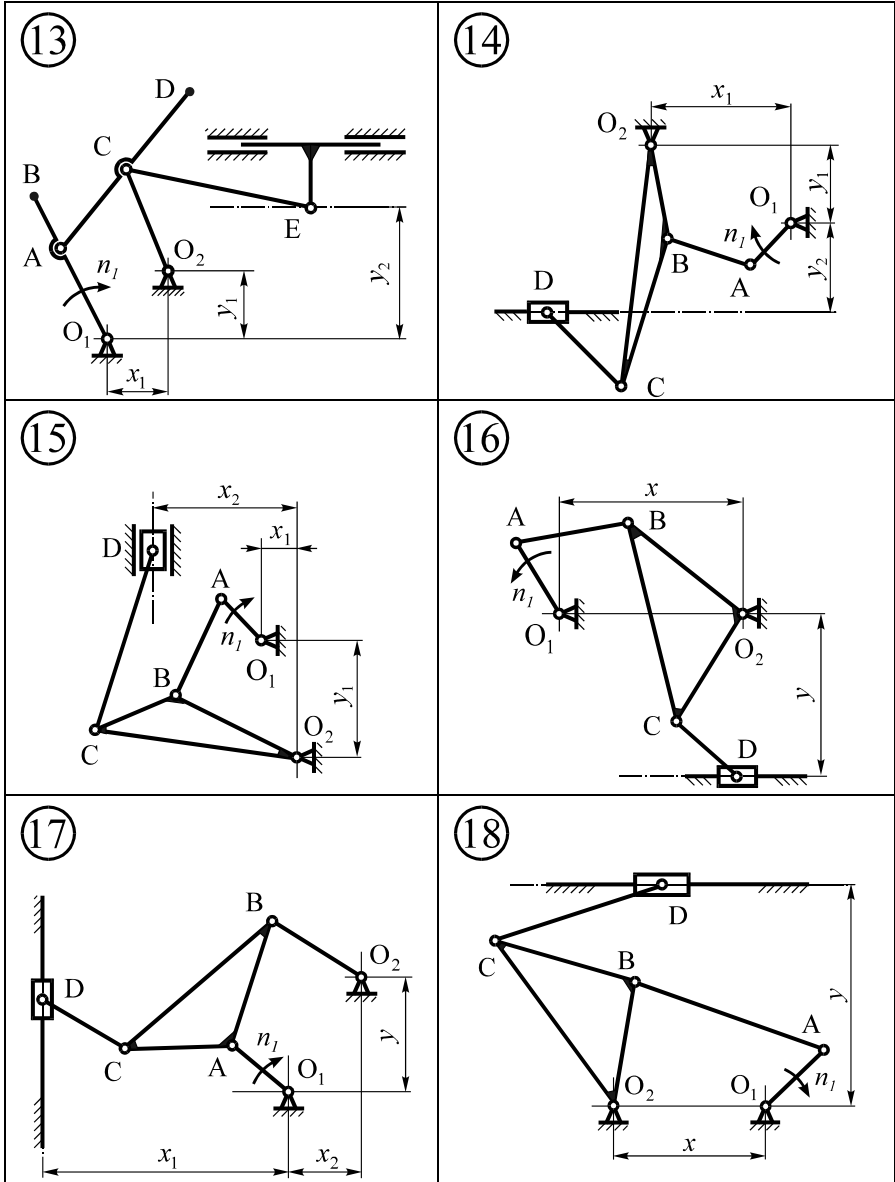
## **ПРИЛОЖЕНИЕ А**

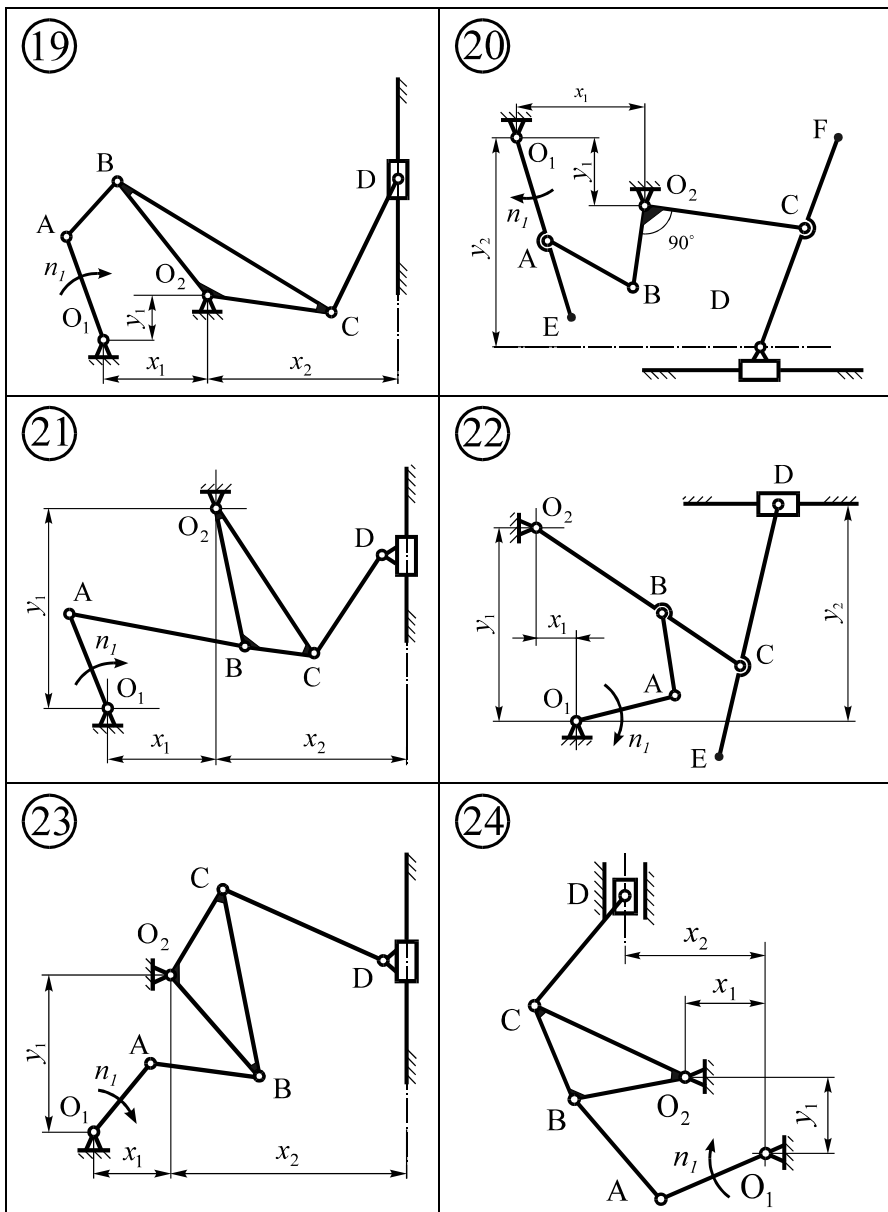
**Схемы механизмов  
и исходные данные**

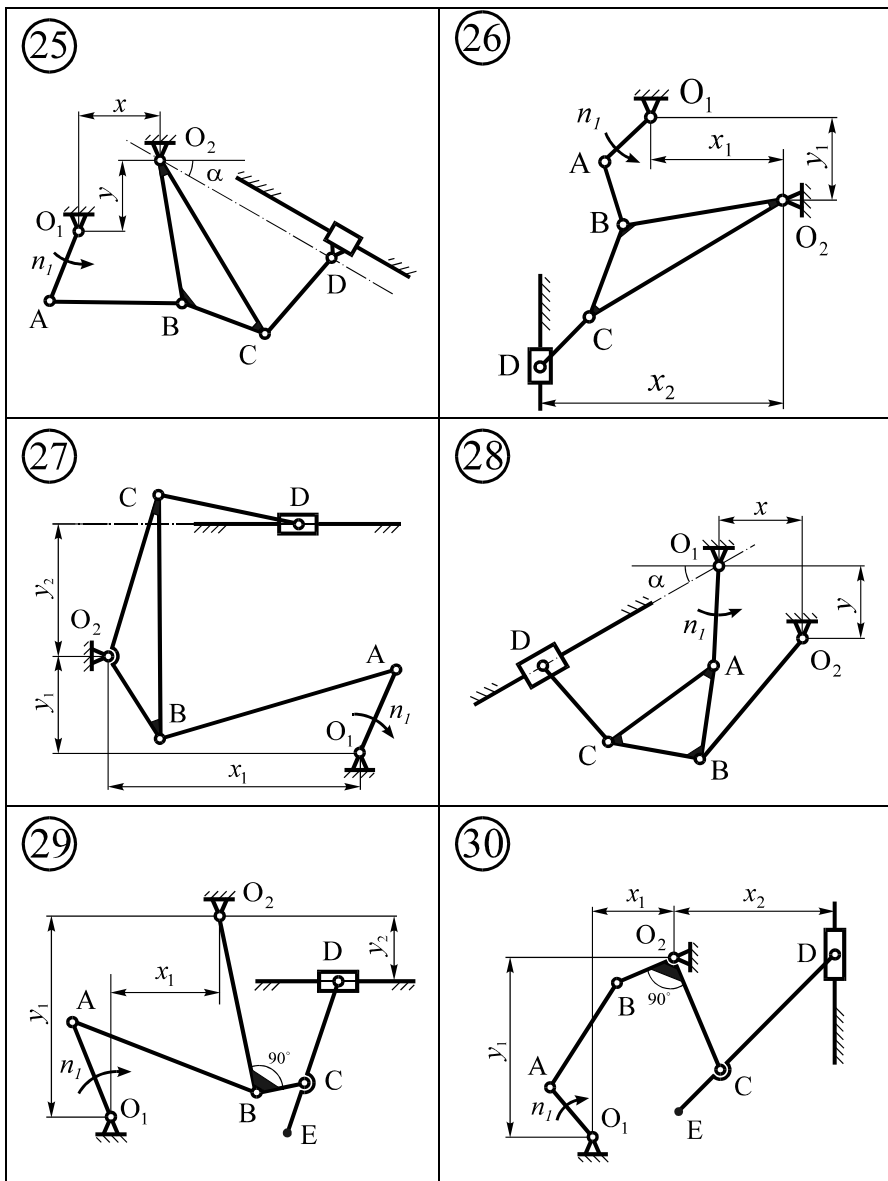
Таблица А.1 – Кинематические схемы механизмов











**Таблица А.2 – Исходные данные для схемы 1**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$y_1$ мм	$x_1$ мм	$x_2$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{\text{об}}{\text{мин}}$
1	110	250	250	145	180	270	200	125	35	15	750
2	65	265	265	175	130	155	310	130	90	26	650
3	25	75	140	45	110	90	80	40	60	15	450
4	50	110	110	65	80	120	90	55	15	16	480
5	25	95	95	65	50	55	110	50	30	30	350
6	65	195	365	115	285	235	210	105	155	29	750
7	70	170	170	95	120	180	130	85	25	18	1000
8	30	120	120	80	60	70	140	60	40	15	600
9	55	215	215	145	110	125	250	110	70	25	800
0	60	140	140	80	100	150	110	70	20	30	920

**Таблица А.3 – Исходные данные для схемы 2**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$y_1$ мм	$x_1$ мм	$y_2$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{\text{об}}{\text{мин}}$
1	30	90	60	90	140	30	100	80	120	18	635
2	30	60	60	90	140	50	100	40	130	15	540
3	20	60	70	85	130	45	100	40	100	27	960
4	40	125	85	125	195	40	140	110	170	30	385
5	35	70	70	110	170	60	120	50	155	27	670
6	25	70	85	100	155	55	120	50	120	40	1120
7	45	135	90	135	210	45	150	120	180	14	1200
8	50	100	100	150	230	80	165	65	215	18	380
9	35	115	115	140	215	75	70	65	165	18	720
0	35	125	125	150	235	80	180	70	180	17	600

**Таблица А.4 – Исходные данные для схемы 3**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{\text{об}}{\text{мин}}$
1	30	90	80	50	40	100	60	15	620
2	45	70	140	55	40	60	20	25	960
3	35	60	110	65	40	60	40	30	820
4	55	160	185	100	70	180	110	45	480
5	65	210	170	115	85	210	125	15	795
6	25	70	95	50	30	80	50	17	630
7	60	90	180	75	50	80	25	19	245
8	75	120	240	85	70	100	35	27	560
9	45	75	140	75	50	75	50	25	585
0	65	115	210	95	75	115	75	30	400

**Таблица А.5 – Исходные данные для схемы 4**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	$q$ кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	30	85	70	65	90	90	100	20	80	18	580
2	30	65	65	40	90	70	80	10	60	17	860
3	45	65	70	40	50	80	80	30	40	27	720
4	35	100	85	80	110	110	120	25	95	30	1500
5	45	125	100	95	130	130	145	30	115	16	780
6	70	195	160	150	205	205	230	45	185	14	435
7	75	165	165	100	225	175	200	25	150	27	840
8	50	110	110	70	155	120	135	15	100	35	520
9	65	95	105	60	75	120	120	45	60	35	1200
0	105	150	160	90	115	185	185	70	90	40	780

**Таблица А.6 – Исходные данные для схемы 5**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$x_2$ мм	$q$ кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	45	75	70	40	90	50	40	80	20	16	180
2	45	90	65	60	90	90	60	80	10	27	75
3	45	65	50	50	90	160	50	40	25	16	190
4	55	90	85	50	110	60	50	95	25	18	320
5	95	155	145	85	190	105	85	170	40	20	40
6	85	170	125	115	170	170	115	150	20	30	65
7	115	235	170	155	235	235	155	210	25	25	400
8	90	130	100	100	180	320	100	80	50	28	70
9	130	190	145	145	260	465	145	115	70	15	350
10	80	135	125	70	160	90	70	140	35	18	200

**Таблица А.7 – Исходные данные для схемы 6**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{O_1E}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{AC}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	$q$ кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	50	100	110	90	70	80	140	100	40	20	18	750
2	35	75	70	50	70	100	110	130	30	20	15	400
3	45	60	90	70	60	60	160	80	20	40	10	580
4	40	80	90	70	55	65	110	80	30	15	12	1160
5	90	180	200	160	125	145	250	180	70	35	25	460
6	80	170	160	115	160	230	250	300	70	45	40	380
7	70	150	140	100	140	200	220	260	60	40	35	520
8	90	120	180	140	120	120	320	160	40	80	30	700
9	80	105	155	120	105	105	280	140	35	70	35	780
0	120	240	265	215	170	190	335	240	95	50	20	940



Таблица А.8 – Исходные данные для схемы 7

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CB}$ мм	$l_{CD}$ мм	x мм	y мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	25	65	70	60	90	60	80	105	10	860
2	40	70	60	60	110	50	40	70	17	780
3	50	65	90	70	70	100	60	85	19	990
4	30	80	85	75	110	75	100	130	20	1000
5	70	120	100	100	185	85	70	120	25	1120
6	60	80	110	85	85	120	70	100	18	570
7	55	145	155	130	200	130	175	230	29	375
8	90	160	140	140	250	115	90	160	15	800
9	115	150	205	160	160	230	140	195	30	685
0	75	195	210	180	270	180	240	315	35	730

Таблица А.9 – Исходные данные для схемы 8

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$l_{ED}$ мм	$\alpha$ град.	x мм	y мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	40	100	80	130	130	180	30	80	100	15	1000
2	20	90	50	160	100	150	60	40	60	18	900
3	30	60	65	110	90	175	45	80	40	25	750
4	50	130	105	170	170	235	30	105	130	30	600
5	60	270	150	480	300	450	60	120	180	35	350
6	80	160	175	300	245	470	45	215	110	40	450
7	40	180	100	320	200	300	60	80	120	15	500
8	35	90	70	115	115	160	30	70	90	18	450
9	35	155	85	280	175	260	60	70	105	25	830
0	70	140	150	250	205	400	45	185	90	30	350

Таблица А.10 – Исходные данные для схемы 9

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{O_1E}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	x <sub>1</sub> мм	y <sub>1</sub> мм	x <sub>2</sub> мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	50	70	100	90	70	140	180	80	30	100	10	520
2	40	60	80	90	70	90	130	70	20	80	12	300
3	30	70	70	55	70	80	65	55	20	35	14	350
4	85	120	170	150	120	240	135	135	50	100	18	400
5	85	125	170	190	150	190	270	150	40	100	20	1200
6	45	105	105	80	105	120	95	80	30	60	25	980
7	105	145	210	190	145	295	170	170	65	150	30	570
8	70	110	145	160	125	225	360	125	35	135	25	350
9	50	110	110	90	110	130	105	90	30	120	18	500
0	100	140	205	180	140	280	155	160	60	200	17	600

Таблица А.11 – Исходные данные для схемы 10

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{AC}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{CD}$ мм	$\alpha$ град.	x мм	y мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	50	70	85	140	60	210	120	80	10	20	1200
2	40	80	65	70	50	160	30	80	40	25	910
3	20	100	110	70	65	110	45	60	60	15	320
4	100	140	170	280	140	420	120	160	20	10	400
5	85	120	145	240	100	355	120	135	15	18	450
6	90	185	150	160	115	370	30	185	90	17	500
7	60	310	340	215	200	340	45	185	185	15	420
8	70	100	120	195	90	295	120	110	15	25	350
9	55	110	90	100	70	225	30	110	55	30	370
0	50	100	80	85	60	200	30	100	50	35	480

Таблица А.12 – Исходные данные для схемы 11

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{AC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	20	55	110	85	100	60	60	60	16	570
2	40	70	110	60	120	50	25	85	17	980
3	30	70	110	90	60	105	30	80	35	725
4	40	110	220	170	200	120	120	120	30	400
5	80	140	220	120	240	100	50	170	35	250
6	70	160	250	205	140	240	70	185	30	300
7	45	125	255	195	230	140	140	140	20	700
8	90	160	250	210	140	240	70	185	14	780
9	60	170	340	265	310	185	185	185	18	565
0	80	190	300	245	160	285	80	215	25	970

Таблица А.13 – Исходные данные для схемы 12

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	30	60	140	160	85	110	125	40	160	18	670
2	35	60	90	110	65	90	75	30	110	25	285
3	45	90	60	115	90	160	85	5	125	30	490
4	50	95	225	255	135	175	200	65	255	32	1200
5	70	120	180	220	130	180	150	60	220	40	400
6	90	180	120	230	180	320	170	10	150	35	350
7	70	140	320	370	195	255	285	90	370	60	700
8	95	160	245	300	175	245	200	80	295	25	765
9	95	190	125	240	190	335	180	10	260	30	645
0	65	110	160	200	115	160	135	55	200	15	370

**Таблица А.14 – Исходные данные для схемы 13**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{O_1B}$ мм	$l_{AC}$ мм	$l_{AD}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CE}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{об}{мин}$
1	40	80	80	100	50	90	50	60	100	18	820
2	30	70	105	140	40	65	100	40	60	10	940
3	25	70	90	125	60	110	80	60	100	12	680
4	65	130	130	160	80	145	80	95	160	15	570
5	90	185	185	230	115	205	115	140	230	16	400
6	50	120	180	240	70	110	170	70	100	20	550
7	65	155	230	310	90	145	220	90	130	25	650
8	75	210	270	375	180	330	240	180	300	35	800
9	60	170	275	300	145	265	190	145	240	40	850
0	100	200	200	250	125	225	125	150	250	10	1000

**Таблица А.15 – Исходные данные для схемы 14**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$y_1$ мм	$x_1$ мм	$y_2$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{об}{мин}$
1	130	190	145	145	260	465	145	115	70	15	350
2	90	130	100	100	180	320	100	80	50	28	570
3	45	65	50	50	90	160	50	40	25	16	490
4	115	235	170	155	235	235	155	210	25	26	400
5	85	170	125	115	170	170	115	150	20	30	765
6	45	75	70	40	90	50	40	80	20	16	980
7	95	155	145	85	190	105	85	170	40	20	640
8	55	90	85	50	110	60	50	95	25	12	320
9	45	90	65	60	90	90	60	80	10	24	775
0	80	135	125	70	160	90	70	140	35	18	1200

**Таблица А.16 – Исходные данные для схемы 15**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	$y_1$ мм	$x_1$ мм	$x_2$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{об}{мин}$
1	90	180	120	230	180	320	170	10	150	35	350
2	70	120	180	220	130	180	150	60	220	40	400
3	45	90	60	115	90	160	85	5	125	30	790
4	50	95	225	255	135	175	200	65	255	32	820
5	65	110	160	200	115	160	135	55	200	15	970
6	95	190	125	240	190	335	180	10	260	30	545
7	30	60	140	160	85	110	125	40	160	18	570
8	95	160	245	300	175	245	200	80	295	25	765
9	70	140	320	370	195	255	285	90	370	20	700
0	35	60	90	110	65	90	75	30	110	25	985

Таблица А.17 – Исходные данные для схемы 16

шифр	$\ell_{O_1A}$ мм	$\ell_{AB}$ мм	$\ell_{O_2B}$ мм	$\ell_{O_2C}$ мм	$\ell_{CB}$ мм	$\ell_{CD}$ мм	у мм	х мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	115	150	205	160	160	230	140	195	30	685
2	75	195	210	180	270	180	240	315	35	930
3	25	65	70	60	90	60	80	105	10	560
4	50	65	90	70	70	100	60	85	19	490
5	70	120	100	100	185	85	70	120	25	1120
6	60	80	110	85	85	120	70	100	18	470
7	55	145	155	130	200	130	175	230	19	675
8	90	160	140	140	250	115	90	160	15	800
9	40	70	60	60	110	50	40	70	17	880
0	30	80	85	75	110	75	100	130	20	1000

Таблица А.18 – Исходные данные для схемы 17

шифр	$\ell_{O_1A}$ мм	$\ell_{AB}$ мм	$\ell_{O_2B}$ мм	$\ell_{BC}$ мм	$\ell_{AC}$ мм	$\ell_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$x_2$ мм	у мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	40	90	60	70	60	90	60	20	100	18	1200
2	30	90	50	100	60	70	40	65	45	14	320
3	50	110	60	90	100	130	100	60	80	10	600
4	70	155	100	120	100	155	100	35	170	20	250
5	130	295	198	230	200	295	200	65	330	25	580
6	50	145	80	160	95	110	65	105	70	30	980
7	60	115	70	110	120	130	120	70	95	25	1270
8	110	245	160	190	160	245	160	55	270	19	450
9	80	245	135	270	160	190	110	175	120	17	320
0	100	200	120	180	200	180	200	120	160	15	800

Таблица А.19 – Исходные данные для схемы 18

шифр	$\ell_{O_1A}$ мм	$\ell_{AB}$ мм	$\ell_{O_2B}$ мм	$\ell_{O_2C}$ мм	$\ell_{CB}$ мм	$\ell_{CD}$ мм	х мм	у мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	30	85	110	100	90	100	60	120	25	750
2	50	115	70	80	90	140	120	120	18	350
3	45	130	165	150	135	105	90	180	40	400
4	65	185	240	220	200	155	130	265	45	450
5	110	255	155	175	200	310	265	265	30	700
6	135	310	190	215	245	380	325	325	25	850
7	90	255	330	300	270	210	180	360	20	1200
8	100	280	365	330	295	230	200	395	17	630
9	60	140	85	95	110	170	145	145	19	980
0	120	275	170	190	215	335	290	290	27	570

Таблица А.20 – Исходные данные для схемы 19

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$x_2$ мм	$y$ мм	$q$ кг/м	$\frac{n_1}{об}$ мин
1	35	160	90	60	140	50	100	80	80	17	520
2	15	110	50	60	90	100	80	120	40	27	340
3	30	120	65	60	105	60	100	70	15	18	760
4	70	320	180	120	280	100	200	160	160	30	450
5	45	330	150	180	270	300	240	360	120	30	545
6	90	360	195	180	315	180	300	210	45	15	480
7	60	270	155	100	240	85	170	135	135	35	1280
8	25	185	85	100	155	170	135	205	70	40	965
9	50	205	110	100	180	100	170	120	25	35	470
0	80	370	205	140	320	115	230	185	185	18	1200

Таблица А.21 – Исходные данные для схемы 20

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{O_1E}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{DF}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	$q$ кг/м	$\frac{n_1}{об}$ мин
1	30	60	60	90	120	150	110	90	20	140	17	380
2	50	70	70	60	110	220	160	70	30	150	18	450
3	40	65	90	90	80	170	125	80	10	110	32	970
4	45	90	90	135	180	225	165	135	30	210	40	480
5	60	120	120	180	240	300	220	180	40	280	30	585
6	100	140	140	120	220	440	320	140	60	300	45	900
7	125	175	175	150	275	550	400	175	75	375	20	920
8	95	190	190	290	385	480	350	290	65	450	16	470
9	105	145	145	125	230	460	335	145	65	315	17	840
0	35	70	70	110	145	180	130	110	25	170	27	960

Таблица А.22 – Исходные данные для схемы 21

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$x_2$ мм	$y_1$ мм	$q$ кг/м	$\frac{n_1}{об}$ мин
1	40	60	100	140	80	70	50	90	80	30	520
2	30	60	60	110	80	40	30	80	80	25	460
3	60	110	80	80	80	140	0	100	95	18	720
4	35	90	55	80	70	100	10	100	95	14	980
5	80	120	200	280	160	140	100	180	160	25	1200
6	60	120	120	220	160	80	60	160	160	35	450
7	120	220	160	160	160	280	0	200	190	30	900
8	85	225	140	200	175	250	25	250	240	20	1250
9	100	150	250	350	200	175	125	225	200	28	300
10	105	210	210	385	280	140	105	280	280	18	980

Таблица А.23 – Исходные данные для схемы 22

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$l_{ED}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{об}{мин}$
1	40	110	70	160	170	200	40	110	170	17	800
2	35	90	100	140	120	160	20	80	60	24	700
3	25	80	45	140	110	200	10	90	30	10	750
4	90	240	155	350	375	440	90	240	375	14	300
5	75	200	220	310	265	350	45	175	130	18	680
6	65	215	120	380	300	540	30	245	80	18	380
7	30	90	55	130	135	160	30	90	135	25	420
8	80	205	230	320	275	370	45	185	140	32	350
9	55	185	105	320	255	460	25	205	70	30	450
0	70	180	200	280	240	320	40	160	120	16	600

Таблица А.24 – Исходные данные для схемы 23

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$x_2$ мм	$y_1$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{об}{мин}$
1	40	90	60	45	90	130	40	100	100	17	580
2	35	70	70	65	30	120	0	50	80	15	440
3	30	130	80	100	140	110	100	120	80	40	600
4	80	180	120	90	180	260	80	200	200	30	800
5	105	210	210	180	80	240	0	150	240	18	550
6	90	390	240	300	420	330	300	360	240	25	400
7	100	225	150	110	225	325	100	250	250	40	960
8	65	125	125	95	50	120	0	100	145	35	700
9	55	235	145	180	250	200	180	215	145	80	680
0	70	140	140	120	60	140	0	200	160	20	350

Таблица А.25 – Исходные данные для схемы 24

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$y_1$ мм	$x_1$ мм	$x_2$ мм	$q$ кг/м	$n_1$ $\frac{об}{мин}$
1	70	195	160	150	205	205	230	45	185	14	635
2	105	150	160	90	115	185	185	70	90	40	780
3	65	95	105	60	75	120	120	45	60	35	1200
4	35	100	85	80	110	110	120	25	95	30	1500
5	45	125	100	95	130	130	145	30	115	16	480
6	30	65	65	40	90	70	80	10	60	17	360
7	50	110	110	70	155	120	135	15	100	35	520
8	30	85	70	65	90	90	100	20	80	18	580
9	75	165	165	100	225	175	200	25	150	27	940
0	45	65	70	40	50	80	80	30	40	27	720

**Таблица А.26 – Исходные данные для схемы 25**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	$\alpha$ град	x мм	y мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	60	100	100	140	80	170	60	60	70	24	400
2	40	130	60	120	80	150	0	100	40	16	560
3	25	115	60	140	95	90	30	80	60	27	870
4	90	150	150	210	120	255	60	90	105	19	750
5	140	230	230	320	185	390	60	140	160	17	820
6	45	205	110	250	170	160	30	145	110	28	385
7	85	275	145	250	170	315	0	210	85	13	1000
8	60	270	140	330	225	210	30	190	140	17	320
9	115	190	190	265	150	325	60	115	135	30	300
0	75	245	130	230	150	285	0	190	75	35	600

**Таблица А.27 – Исходные данные для схемы 26**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$x_2$ мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	50	100	100	150	230	80	165	65	215	18	380
2	35	115	115	140	215	75	70	65	165	18	720
3	25	70	85	100	155	55	120	50	120	40	720
4	40	125	85	125	195	40	140	110	170	30	985
5	35	70	70	110	170	60	120	50	155	27	570
6	35	125	125	150	235	80	180	70	180	17	600
7	45	135	90	135	210	45	150	120	180	14	1200
8	30	60	60	90	140	50	100	40	130	15	940
9	20	60	70	85	130	45	100	40	100	27	560
0	30	90	60	90	140	30	100	80	120	18	735

**Таблица А.28 – Исходные данные для схемы 27**

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	60	140	140	80	100	150	110	70	20	10	520
2	30	120	120	80	60	70	140	60	40	15	600
3	25	75	140	45	110	90	80	40	60	18	450
4	50	110	110	65	80	120	90	55	15	26	380
5	25	95	95	65	50	55	110	50	30	30	350
6	65	265	265	175	130	155	310	130	90	16	500
7	70	170	170	95	120	180	130	85	25	28	800
8	110	250	250	145	180	270	200	125	35	17	1000
9	55	215	215	145	110	125	250	110	70	25	875
0	65	195	365	115	285	235	210	105	155	19	450

Таблица А.29 – Исходные данные для схемы 28

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{AC}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	$\alpha$ град	x мм	y мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	60	70	80	140	100	200	60	40	60	32	860
2	155	180	200	365	260	520	30	105	155	15	480
3	40	50	55	100	70	140	45	30	40	28	500
4	40	60	65	120	100	180	0	60	40	12	1400
5	30	40	45	85	70	125	30	40	30	34	360
6	65	85	95	180	145	260	45	85	60	30	700
7	80	120	130	240	200	360	60	120	80	18	810
8	60	90	100	180	150	270	90	90	60	27	910
9	30	100	75	120	60	90	45	55	90	14	560
0	45	150	110	180	90	135	60	85	135	19	780

Таблица А.30 – Исходные данные для схемы 29

шифр	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{CD}$ мм	$l_{DE}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	30	90	90	120	85	125	60	100	60	16	800
2	60	90	40	90	110	160	10	110	40	10	450
3	40	125	60	90	70	100	120	20	100	15	1250
4	40	125	125	170	120	175	85	140	85	25	400
5	130	200	90	200	240	350	20	240	85	30	300
6	90	275	130	200	155	220	265	45	220	32	750
7	180	270	120	270	330	480	30	330	120	27	840
8	55	160	160	215	155	225	110	180	110	12	600
9	55	175	85	125	100	140	170	30	140	18	450
0	85	125	55	125	155	225	15	155	55	17	700

Таблица А.31 – Исходные данные для схемы 30

схема 30	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{CD}$ мм	$l_{DE}$ мм	$x_1$ мм	$x_2$ мм	$y_1$ мм	q кг/м	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
1	60	140	80	120	170	190	140	20	20	8	935
2	40	120	70	90	140	180	100	60	90	15	630
3	30	100	50	100	140	190	80	10	40	25	710
4	100	240	120	205	290	320	240	35	35	28	800
5	55	180	90	180	250	340	145	20	70	20	1000
6	70	215	125	160	250	320	180	110	160	35	300
7	50	145	85	110	170	215	120	70	110	30	890
8	130	310	155	265	375	420	310	45	45	16	750
9	70	230	115	230	320	440	185	25	90	12	400
0	80	325	190	245	380	485	270	160	245	18	480



схема 7	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{CB}$	$l_{CD}$	x	y	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	25	65	70	60	90	60	80	105	10	60
2	40	70	60	60	110	50	40	70	17	80
3	50	65	90	70	70	100	60	85	19	90
4	30	80	85	75	110	75	100	130	20	100
5	70	120	100	100	185	85	70	120	25	120
6	60	80	110	85	85	120	70	100	8	70
7	55	145	155	130	200	130	175	230	9	75
8	90	160	140	140	250	115	90	160	15	800
9	115	150	205	160	160	230	140	195	30	85
10	75	195	210	180	270	180	240	315	35	30

схема 8	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{CD}$	$l_{ED}$	$\alpha$	x	y	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	град.	мм	мм	кг/м	мин
1	40	100	80	130	130	180	30	80	100	15	100
2	20	90	50	160	100	150	60	40	60	18	200
3	30	60	65	110	90	175	45	80	40	25	250
4	50	130	105	170	170	235	30	105	130	30	300
5	60	270	150	480	300	450	60	120	180	35	350
6	80	160	175	300	245	470	45	215	110	40	450
7	40	180	100	320	200	300	60	80	120	15	500
8	35	90	70	115	115	160	30	70	90	18	450
9	35	155	85	280	175	260	60	70	105	25	30
10	70	140	150	250	205	400	45	185	90	30	350

схема 9	$l_{O_1A}$	$l_{O_1E}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$x_1$	$y_1$	$x_2$	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	50	70	100	90	70	140	80	80	30	100	10	120
2	40	60	80	90	70	90	100	70	20	130	12	300
3	30	70	70	55	70	80	65	55	20	75	14	350
4	85	120	170	150	120	240	135	135	50	170	18	400
5	85	125	170	190	150	190	210	150	40	270	20	120
6	45	105	105	80	105	120	95	80	30	110	25	180
7	105	145	210	190	145	295	170	170	65	210	30	170
8	70	110	145	160	125	160	180	125	35	235	25	350
9	50	110	110	90	110	130	105	90	30	120	18	500
10	100	140	205	180	140	280	155	160	60	200	17	600

схема 10	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{AC}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{CD}$ мм	$\alpha$ град.	x мм	y мм	q кг/м	$\frac{n_1}{об}$ мин
1	50	70	85	140	60	210	120	80	10	20	200
2	40	80	65	70	50	160	30	80	40	25	210
3	20	100	110	70	65	110	45	60	60	15	320
4	100	140	170	280	120	420	120	160	20	10	400
5	85	120	145	240	100	355	120	135	15	18	450
6	90	185	150	160	115	370	30	185	90	17	500
7	60	310	340	215	200	340	45	185	185	15	420
8	70	100	120	195	85	295	120	110	15	25	350
9	55	110	90	100	70	225	30	110	55	30	370
10	50	100	80	85	60	200	30	100	50	35	480

схема 11	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{AC}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	q кг/м	$\frac{n_1}{об}$ мин
1	20	55	110	85	100	60	60	60	16	70
2	40	70	110	60	120	50	25	85	17	80
3	30	70	110	90	60	105	30	80	25	125
4	40	110	220	170	200	120	120	120	30	400
5	80	140	220	120	240	100	50	170	35	250
6	70	160	250	205	140	240	70	185	40	300
7	45	125	255	195	230	140	140	140	20	700
8	90	160	250	210	140	240	70	185	14	80
9	60	170	340	265	310	185	185	185	18	65
10	80	190	300	245	160	285	80	215	25	70

схема 12	$l_{O_1A}$ мм	$l_{AB}$ мм	$l_{O_2B}$ мм	$l_{O_2C}$ мм	$l_{BC}$ мм	$l_{CD}$ мм	$x_1$ мм	$y_1$ мм	$y_2$ мм	q кг/м	$\frac{n_1}{об}$ мин
1	30	60	140	160	85	110	125	40	160	18	70
2	35	60	90	110	65	90	75	30	110	25	85
3	45	90	60	115	90	160	85	5	125	30	90
4	50	95	225	255	135	175	200	65	255	32	120
5	70	120	180	220	130	180	150	60	220	40	400
6	90	180	120	230	180	320	170	10	150	45	350
7	70	140	320	370	195	255	285	90	370	60	700
8	95	160	245	300	175	245	200	80	295	25	65
9	95	190	125	240	190	335	180	10	260	30	45
10	65	110	160	200	115	160	135	55	200	55	70

схема 13	$l_{O_1A}$	$l_{O_1B}$	$l_{AC}$	$l_{AD}$	$l_{O_2C}$	$l_{CE}$	$x_1$	$y_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	40	80	80	100	50	90	50	60	100	18	120
2	30	70	105	140	40	65	100	40	60	10	140
3	25	70	90	125	60	110	80	60	100	12	280
4	65	130	130	160	80	145	80	95	160	15	170
5	90	185	185	230	115	205	115	140	230	16	400
6	50	120	180	240	70	110	170	70	100	20	50
7	65	155	230	310	90	145	220	90	130	25	55
8	75	210	270	375	180	330	240	180	300	35	80
9	60	170	215	300	145	265	190	145	240	40	85
10	100	200	200	250	125	225	125	150	250	10	100

схема 14	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{BD}$	$l_{CD}$	$l_{O_2C}$	$l_{O_3D}$	$l_{BE}$	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	25	90	65	70	50	70	80	60	60	185	20	20	120
2	30	75	65	60	50	40	50	90	50	120	40	20	70
3	30	65	65	60	50	50	60	80	50	100	10	25	85
4	75	270	195	210	150	210	240	180	180	555	60	30	50
5	55	200	145	155	110	155	175	130	130	405	45	25	80
6	65	165	145	130	110	90	110	200	110	265	90	25	85
7	50	125	110	100	85	70	85	155	85	205	70	30	80
8	45	115	100	90	75	60	75	135	75	180	60	30	50
9	45	100	100	90	75	75	90	120	75	150	15	25	600
10	60	130	130	120	100	100	120	160	100	200	200	30	650

схема 15	$l_{O_1A}$	$l_{AC}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{O_2C}$	$l_{BD}$	$l_{O_3D}$	$l_{O_3E}$	$l_{EF}$	$x_1$	$x_2$	$y_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	30	110	100	90	60	50	80	150	90	60	60	60	150	20	120
2	20	90	70	80	70	70	65	160	50	40	150	80	140	25	160
3	20	90	70	60	50	50	100	110	80	40	115	90	130	22	70
4	90	330	300	270	180	150	240	450	270	180	180	180	450	13	180
5	65	290	225	255	225	225	210	510	160	130	480	255	450	23	200
6	40	180	140	120	100	100	200	220	160	80	230	180	260	35	350
7	50	225	175	150	125	125	250	275	200	100	285	225	325	40	400
8	40	155	140	125	85	70	110	210	125	85	85	85	210	45	520
9	45	200	155	175	155	155	145	350	110	90	330	175	310	14	45
10	70	315	245	210	175	175	350	385	280	140	400	315	455	18	60

схема 16	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{CB}$	$l_{O_2C}$	$l_{O_2D}$	$l_{DE}$	x	$\alpha$	q	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	град	кг/м	
1	20	50	70	50	80	100	100	45	10	450
2	40	60	65	50	70	115	120	30	10	200
3	30	40	90	45	75	95	125	60	10	35
4	40	100	140	100	160	200	200	45	25	400
5	60	90	100	75	105	170	180	30	10	650
6	90	130	145	110	155	255	265	30	18	700
7	70	95	215	110	180	230	300	60	19	180
8	50	70	155	75	130	160	210	60	27	60
9	65	165	230	165	265	330	330	45	32	55
10	55	140	195	140	225	280	280	45	16	40

схема 17	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{BC}$	$l_{AC}$	$l_{CD}$	$x_1$	$x_2$	y	q	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	
1	40	90	60	70	60	90	60	20	100	18	200
2	30	90	50	100	60	70	40	65	45	18	320
3	50	110	60	90	100	90	100	60	80	20	600
4	70	155	100	120	100	155	100	35	170	20	250
5	130	295	198	230	200	295	200	65	330	25	180
6	50	145	80	160	95	110	65	105	70	30	180
7	60	130	70	110	120	110	120	70	95	25	270
8	110	245	160	190	160	245	160	55	270	19	450
9	80	245	135	270	160	190	110	175	120	17	320
10	100	220	120	180	200	180	200	120	160	15	200

схема 18	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{CB}$	$l_{CD}$	x	y	q	$\frac{n_1}{\text{об}} / \text{мин}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	
1	30	85	110	100	90	70	60	120	25	250
2	50	115	70	80	90	140	120	120	18	350
3	45	130	165	150	135	105	90	180	40	400
4	65	185	240	220	200	155	130	265	45	450
5	110	255	155	175	200	310	265	265	30	700
6	135	310	190	215	245	380	325	325	25	250
7	90	255	330	300	270	210	180	360	30	120
8	100	280	365	330	295	230	200	395	17	130
9	60	140	85	95	110	170	145	145	19	180
10	120	275	170	190	215	335	290	290	27	270

схема 19	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$x_1$	$x_2$	$y$	$q$	$\frac{n_1}{\text{об}}$ МИН
	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	КГ/М	
1	35	160	90	60	140	50	100	80	80	17	120
2	15	110	50	60	90	100	80	120	40	27	340
3	30	120	65	60	105	60	100	70	15	18	60
4	70	320	180	120	280	100	200	160	160	30	75
5	45	330	150	180	270	300	240	360	120	30	45
6	90	360	195	180	315	180	300	210	45	35	480
7	60	270	155	100	240	85	170	135	135	35	280
8	25	185	85	100	155	170	135	205	70	40	165
9	50	205	110	100	180	100	170	120	25	35	470
10	80	370	205	140	320	115	230	185	185	18	120

схема 20	$l_{O_1A}$	$l_{O_1E}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{DF}$	$l_{CD}$	$x$	$y_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{\text{об}}$ МИН
	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	КГ/М	
1	30	60	60	90	120	150	110	90	20	140	17	180
2	50	70	70	60	110	220	160	70	30	150	18	450
3	40	65	90	90	80	170	125	80	10	110	32	70
4	45	90	90	135	180	225	165	135	30	210	40	80
5	60	120	120	180	240	300	220	180	40	280	30	85
6	100	140	140	120	220	440	320	140	60	300	45	90
7	125	175	175	150	275	550	400	175	75	375	40	120
8	95	190	190	290	385	480	350	290	65	450	16	170
9	105	145	145	125	230	460	335	145	65	315	17	140
10	35	70	70	110	145	180	130	110	25	170	27	160

схема 21	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$x_1$	$x_2$	$y_1$	$q$	$\frac{n_1}{\text{об}}$ МИН
	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	КГ/М	
1	40	60	100	140	80	70	50	90	80	30	120
2	30	60	60	110	80	40	30	80	80	25	160
3	60	110	80	80	80	140	0	100	95	18	120
4	35	90	55	80	70	100	10	100	95	18	180
5	80	120	200	280	160	140	100	180	160	25	200
6	60	120	120	220	160	80	60	160	160	30	45
7	120	220	160	160	160	280	0	200	190	30	90
8	85	225	140	200	175	250	25	250	240	30	125
9	100	150	250	350	200	175	125	225	200	18	300
10	105	210	210	385	280	140	105	280	280	18	180

схема 22	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{CD}$	$l_{ED}$	$x_1$	$y_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	40	110	70	160	170	200	40	110	170	7	800
2	35	90	100	140	120	160	20	80	60	7	700
3	25	80	45	140	110	200	10	90	30	10	750
4	90	240	155	350	375	440	90	240	375	10	300
5	75	200	220	310	265	350	45	175	130	18	180
6	65	215	120	380	300	540	30	245	80	18	380
7	30	90	55	130	135	160	30	90	135	25	420
8	80	205	230	320	275	370	45	185	140	25	35
9	55	185	105	320	255	460	25	205	70	30	45
10	70	180	200	280	240	320	40	160	120	30	60

схема 23	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$x_1$	$x_2$	$y_1$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	40	90	60	45	90	130	40	100	100	20	280
2	35	70	70	25	90	160	0	100	80	25	440
3	30	130	80	100	140	110	100	120	80	60	60
4	80	180	120	90	180	260	80	200	200	700	80
5	105	210	210	75	270	480	0	300	240	80	550
6	90	390	240	300	420	330	300	360	240	250	400
7	100	225	150	110	225	325	100	250	250	400	60
8	65	125	125	45	160	290	0	180	145	350	70
9	55	235	145	180	250	200	180	215	145	80	80
10	70	140	140	50	180	320	0	200	160	100	35

схема 24	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{O_2C}$	$l_{BE}$	$l_{O_3E}$	$l_{DF}$	$l_{BD}$	$x_1$	$x_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	30	80	130	70	90	30	100	30	140	10	20	15	40	10	1000
2	50	35	115	60	90	60	160	25	115	5	10	30	70	12	250
3	40	130	160	75	130	60	100	45	190	50	10	70	60	12	280
4	60	160	260	140	180	60	200	60	280	20	40	30	80	8	400
5	100	325	400	185	325	150	250	110	475	125	25	175	150	15	100
6	125	85	285	150	225	150	400	60	290	10	25	75	175	15	35
7	80	260	320	150	260	120	200	90	380	100	20	140	120	30	60
8	85	60	195	100	155	100	270	40	195	10	15	50	120	35	70
9	50	155	190	90	155	70	120	55	230	60	10	85	70	28	85
10	35	95	155	85	110	35	120	35	170	10	25	20	50	20	30

схема 25	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$\alpha$	x	y	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	град	мм	мм	кг/м	мин
1	60	100	100	140	80	170	60	60	70	4	400
2	40	130	60	120	80	150	0	100	40	16	560
3	25	115	60	140	95	90	30	80	60	27	70
4	90	150	150	210	120	255	60	90	105	19	750
5	140	230	230	320	185	390	60	140	160	17	820
6	45	205	110	250	170	160	30	145	110	28	85
7	85	275	125	250	170	315	0	210	85	13	100
8	60	270	140	330	225	210	30	190	140	17	320
9	115	190	190	265	150	325	60	115	135	30	300
10	75	245	115	230	150	285	0	190	75	45	600

схема 26	$l_{O_1A}$	$l_{AD}$	$l_{BD}$	$l_{CD}$	$l_{BC}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_3C}$	$l_{DE}$	$x_1$	$y_1$	$y_2$	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	20	90	80	80	80	70	65	60	40	120	75	9	100
2	30	90	80	55	70	100	110	140	40	180	160	12	250
3	40	90	80	70	40	80	90	120	80	180	140	15	80
4	50	215	190	190	185	170	155	145	95	290	180	32	450
5	70	215	185	130	170	240	265	335	95	430	385	14	380
6	95	210	195	170	95	190	215	290	190	435	335	30	400
7	40	180	160	160	160	145	130	120	80	240	150	28	120
8	25	115	105	100	105	90	85	80	50	155	100	15	200
9	70	155	135	120	70	135	155	205	135	305	240	7	250
10	90	270	240	165	210	300	330	420	120	540	480	8	500

схема 27	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{CD}$	$x_1$	$y_1$	$y_2$	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	60	140	140	80	100	150	110	70	20	10	120
2	30	120	120	80	60	70	140	60	40	15	600
3	25	75	140	45	110	90	80	40	60	18	450
4	50	110	110	65	80	120	90	55	15	26	380
5	25	95	95	65	50	55	110	50	30	30	350
6	65	265	265	175	130	155	310	130	90	6	50
7	70	170	170	95	120	180	130	85	25	28	800
8	110	250	250	145	180	270	200	125	35	17	1000
9	55	215	215	145	110	125	250	110	70	5	275
10	65	195	365	115	285	235	210	105	155	19	450

схема 28	$l_{O_1A}$	$l_{O_2B}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$\alpha$	x	y	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	град	мм	мм	кг/м	мин
1	60	70	80	140	100	200	60	40	60	72	160
2	155	180	210	365	260	520	30	105	155	15	480
3	40	50	55	100	70	140	45	30	40	8	500
4	40	60	65	120	100	180	0	60	40	12	140
5	30	40	45	85	70	125	30	40	30	34	360
6	65	85	95	180	45	260	45	85	60	30	700
7	80	120	130	240	200	360	60	120	80	18	810
8	60	90	100	180	150	270	90	90	60	27	910
9	30	100	75	120	60	90	45	55	90	14	60
10	45	150	110	180	90	135	60	85	135	19	155

схема 29	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{O_2B}$	$l_{CD}$	$l_{DE}$	$x_1$	$y_1$	$y_2$	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	30	90	90	120	85	125	60	100	60	16	800
2	60	90	40	90	110	160	10	110	40	10	45
3	40	125	60	90	70	100	120	20	100	15	125
4	40	125	125	170	120	175	85	140	85	25	400
5	130	200	90	200	240	350	20	240	85	30	30
6	90	275	130	200	155	220	265	45	220	32	75
7	180	270	120	270	330	480	30	330	120	27	40
8	55	160	160	215	155	225	110	180	110	12	600
9	55	175	85	125	100	140	170	30	140	18	450
10	85	125	55	125	155	225	15	155	55	17	700

схема 30	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{CD}$	$l_{DE}$	$x_1$	$x_2$	$y_1$	q	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	60	140	60	120	170	190	140	20	20	8	35
2	40	120	70	90	140	180	100	60	90	15	630
3	30	100	50	100	140	190	80	10	40	25	710
4	100	240	100	205	290	320	240	35	35	28	800
5	55	180	90	180	250	340	145	20	70	20	100
6	70	215	125	160	250	320	180	110	160	35	300
7	50	145	85	110	170	215	120	70	110	30	80
8	130	310	130	265	375	420	310	45	45	6	75
9	70	230	115	230	320	440	185	25	90	12	40
10	80	325	190	245	380	485	270	160	245	18	80



схема 1	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{CD}$	$l_{O_3D}$	$l_{O_3E}$	$l_{EF}$	$l_{O_2B}$	$\alpha$	$x_1$	$x_2$	$y_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	град	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	60	100	60	90	120	170	125	90	120	120	80	200	20	10	120
2	80	130	80	120	155	220	160	120	90	155	105	260	25	8	400
3	40	100	30	80	90	150	140	90	150	60	80	180	20	10	520
4	50	130	40	105	120	195	180	120	120	80	105	235	25	10	600
5	60	160	50	130	145	240	225	145	90	95	130	290	30	12	480
6	40	80	50	90	90	130	90	90	120	60	80	120	20	25	300
7	45	100	60	110	115	160	110	115	90	75	100	150	25	20	270
8	35	70	45	75	80	110	75	80	150	50	70	100	20	30	35
9	70	135	85	150	155	220	185	155	120	100	135	205	35	20	60
10	60	115	70	130	130	190	160	130	120	85	115	175	30	18	80

схема 2	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{O_2B}$	$l_{O_2C}$	$l_{CD}$	$y_1$	$x_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	30	90	60	90	140	30	100	80	120	18	35
2	30	60	60	90	140	50	100	40	130	15	40
3	20	60	70	85	130	45	100	40	100	27	60
4	40	125	85	125	195	40	140	110	170	30	85
5	35	70	70	110	170	60	120	50	155	27	70
6	25	70	85	100	155	55	120	50	120	40	120
7	45	135	90	135	210	45	150	120	180	14	200
8	50	100	100	150	230	80	165	65	215	18	380
9	35	115	115	140	215	75	165	65	165	18	720
10	35	125	125	150	235	80	180	70	180	17	600

схема 3	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{BC}$	$l_{O_2B}$	$x_1$	$y_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{об}$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	кг/м	мин
1	30	90	80	50	40	100	60	15	120
2	45	70	140	45	40	60	20	25	160
3	35	60	110	45	40	60	40	30	120
4	55	160	145	90	70	180	110	45	180
5	65	190	170	105	85	210	125	15	195
6	25	70	65	40	30	80	50	17	30
7	60	90	180	60	50	80	25	19	45
8	75	120	240	75	70	100	35	27	60
9	45	75	140	55	50	75	50	25	85
10	65	115	210	85	75	115	75	30	400

схема 4	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{BC}$	$l_{O_2C}$	$l_{CD}$	$x_1$	$y_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	кг/м
1	30	85	70	65	90	90	100	20	80	8	180
2	30	65	65	40	90	70	80	10	60	17	360
3	45	65	70	40	50	80	80	30	40	27	720
4	35	100	85	80	110	110	120	25	95	30	1500
5	45	125	100	95	130	130	145	30	115	16	180
6	70	195	160	150	205	205	230	45	185	14	35
7	75	165	165	100	225	175	200	25	150	27	40
8	50	110	110	70	155	120	135	15	100	35	120
9	65	95	105	60	75	120	120	45	60	35	1200
10	105	150	160	90	115	185	185	70	90	40	80

схема 5	$l_{O_1A}$	$l_{AB}$	$l_{O_2B}$	$l_{BC}$	$l_{O_2C}$	$l_{CD}$	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$q$	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	кг/м
1	45	75	70	40	90	50	40	80	20	16	180
2	45	90	65	60	90	90	60	80	10	27	75
3	45	65	50	50	90	160	50	40	25	16	190
4	55	90	85	50	110	60	50	95	25	18	320
5	95	155	145	85	190	105	85	170	40	50	40
6	85	170	125	115	170	170	115	150	20	30	65
7	115	235	170	155	235	235	155	210	25	25	400
8	90	130	100	100	180	320	100	80	50	8	70
9	130	190	145	145	260	465	145	115	70	15	350
10	80	135	125	70	160	90	70	140	35	18	200

схема 6	$l_{O_1A}$	$l_{O_1E}$	$l_{AB}$	$l_{AC}$	$l_{BC}$	$l_{O_2B}$	$l_{CD}$	$x_1$	$y_1$	$y_2$	$q$	$\frac{n_1}{\text{об}}$
	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	ММ	кг/м
1	50	100	110	90	70	80	140	100	40	20	18	750
2	35	75	70	50	70	100	110	130	30	20	15	400
3	45	60	90	70	60	60	160	80	20	40	10	80
4	40	80	90	70	55	65	110	80	30	15	12	160
5	90	180	200	160	125	145	250	180	70	35	25	460
6	80	170	160	115	160	230	250	300	70	45	40	380
7	70	150	140	100	140	200	220	260	60	40	35	520
8	90	120	180	140	120	120	320	160	40	80	30	700
9	80	105	155	120	105	105	280	140	35	70	35	80
10	120	240	265	215	170	190	335	240	95	50	20	40

## 6 СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

### 6.1 Краткие сведения из теории

#### 6.1.1 Стрoение механизмов

Прежде чем приступить к исследованию кинематических и динамических свойств механизма необходимо произвести его структурный анализ – определить степень подвижности, основные принципы строения, последовательность образования, классифицировать и конструктивные элементы, и механизм в целом.

Механизм состоит из отдельных тел (деталей). **Деталь** – часть механизма, изготавливаемая без применения сборочных операций. Каждая подвижная деталь (или жестко соединенная группа деталей) называется «**подвижным звеном**», а все неподвижные – «**неподвижным звеном**». Механизм всегда имеет только одно неподвижное звено.

Подвижное соединение двух звеньев, ограничивающее их относительное перемещение, называется «**кинематической парой**», а система звеньев, образующих между собой кинематические пары – «**кинематической цепью**». Следовательно, любой механизм состоит из звеньев, соединенных кинематическими парами в кинематическую цепь.

По характеру соприкосновения звеньев кинематические пары подразделяют на «**нижние**» и «**высшие**». В нижних кинематических парах соприкосновение звеньев происходит по поверхности, в высших – по линии или в точке. На рисунке 6.1 приведены примеры наиболее распространенных кинематических пар.

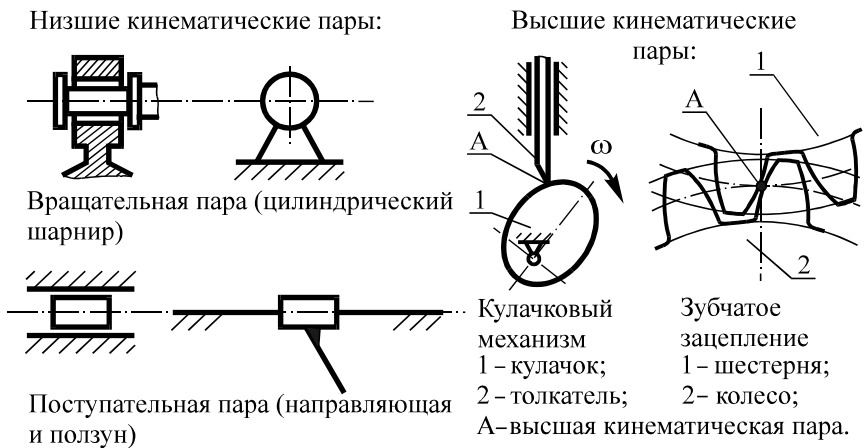


Рисунок 6.1 – Кинематические пары, наиболее часто встречающиеся в современных механизмах

### 6.1.2 Структурная формула плоских механизмов

Всякое свободно движущееся в плоскости тело может совершать три независимых движения (число степеней свободы  $H = 3$ ). Вхождение тела (звена) в кинематическую пару ограничивает свободу его движения – на звено налагаются условия связи. Число условий связи  $S$  соответствует классу кинематической пары:

$S = 0$  – свободно движущееся в плоскости тело;

$S = 1$  – свобода движения ограничена высшей кинематической парой;

$S = 2$  – свобода движения ограничена низшей кинематической парой;

$S = 3$  – неподвижное тело.

Так как одно звено механизма всегда неподвижно, определяют не число степеней свободы его звеньев  $H$ , а число степеней их подвижности  $W$  относительно неподвижного звена. До соединения звеньев плоского механизма в кинематическую цепь, суммарное число степеней их подвижности определяется формулой  $W = H - 3 = 3n$  ( $n$  – число подвижных звеньев механизма). Учитывая, что низшая кинематическая пара налагает на тело два условия связи, а высшая – одно, получаем структурную формулу плоских механизмов (формулу Чебышева).

$$W = 3n - 2p_n - p_v, \quad (6.1)$$

где:  $W$  – число степеней подвижности механизма;

$n$  – число подвижных звеньев механизма;

$p_n$  – число низших кинематических пар;

$p_v$  – число высших кинематических пар.

### 6.1.3 Основной принцип образования плоских механизмов и их классификация

Основной принцип образования механизмов впервые был сформулирован русским ученым Л.В. Ассуром. Согласно принципу Ассура, механизмы образуются путем последовательного наслаения кинематических цепей, обладающих определенными структурными свойствами. Такие кинематические цепи называются «группами Ассура» (ГА).

**Группа Ассура** – кинематическая цепь с нулевой степенью подвижности относительно тех звеньев, с которыми она образует кинематические пары, и при этом не распадающаяся на более простые кинематические цепи, также обладающие нулевой степенью подвижности. Из формулы Чебышева можно сделать вывод, что подобным свойством обладают кинематические цепи, число подвижных звеньев и низших кинематических пар которых удовлетворяет следующему соотношению:  $p_n = (3/2)n$ . Это соотношение выполняется при следующих сочетаниях чисел:

$n$	2	4	6	8
$p_n$	3	6	9	12

Ниже приведены примеры наиболее часто встречающихся в механизмах групп Ассра.

1). Группой Ассра I класса (рисунок 6.2) является кинематическая цепь из одного подвижного звена и стойки, соединенные низшей кинематической парой. В отличие от всех остальных, степень подвижности этой группы  $W = 1$ . Во всех механизмах группа Ассра I класса является ведущим звеном. Число ведущих звеньев механизма определяет число степеней его подвижности.

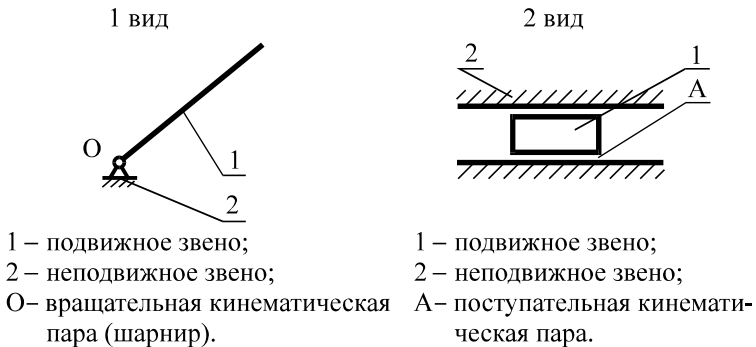


Рисунок 6.2 – Группы Ассра I класса

2). Группа Ассра II класса – «двухповодковая группа». Состоит из двух подвижных звеньев (1, 2) и трех низших кинематических пар (B, C, D).

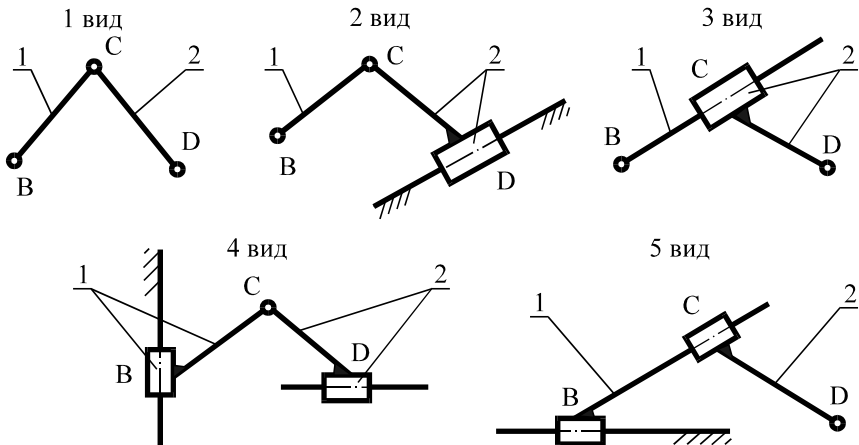


Рисунок 6.3 – Группы Ассра II класса

3). Группа Ассура III класса – «трехповодковая группа» (рисунок 6.4). Состоит из четырех подвижных звеньев (1, 2, 3, 4) и шести кинематических пар (B, E, C, D, F, G).

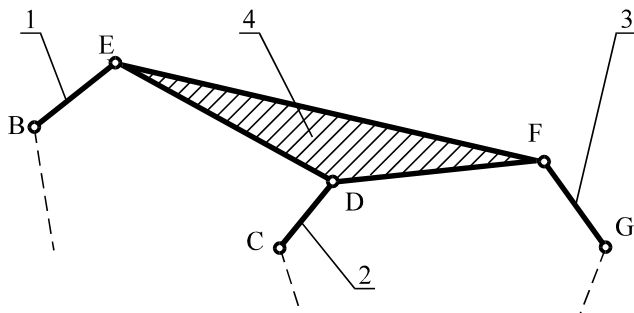


Рисунок 6.4 – Группа Ассура III класса

4). Группа Ассура IV класса. (рисунок 6.5) Также состоит из четырех подвижных звеньев (1, 2, 3, 4) и шести низших кинематических пар (B, E, C, D, F, G), но включает в себя четырехсторонний замкнутый контур (B, E, F, D).

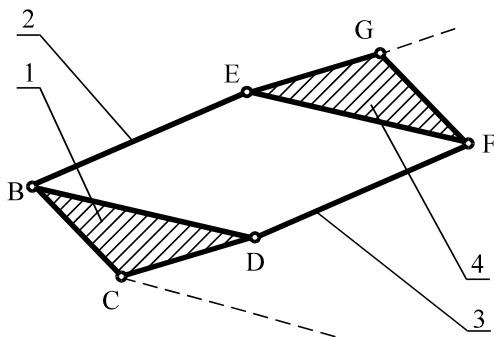


Рисунок 6.5 – Группа Ассура IV класса

Любой сложный механизм состоит из простого механизма I класса (группа Ассура I класса) и последовательно присоединенных групп Ассура более высоких порядков. Класс всего механизма определяется классом наивысшей входящей в его состав группы Ассура (если механизм включает группы Ассура II и III классов, то его относят к III классу).

## 6.2 Пример выполнения структурного анализа

### 6.2.1 Определение степени подвижности механизма

Степень подвижности механизма (рисунок 6.6) определим при помощи формулы Чебышева (структурной формулы плоских механизмов):

$$W = 3n - 2p_n - p_v,$$

где:  $n$  – число подвижных звеньев механизма,  $n = 5$ ;

$p_n$  – число низших кинематических пар,  $p_n = 7$  (O, O<sub>1</sub>, A, Д, C, B, E);

$p_v$  – число высших кинематических пар,  $p_v = 0$ .

Итого:  $W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 15 - 14 = 1$ .

Механизм имеет одну степень подвижности.

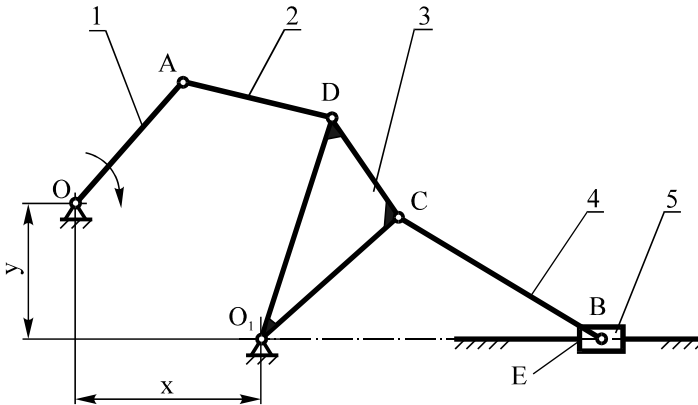
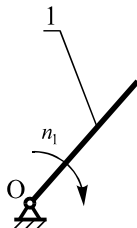


Рисунок 6.6 – Схема механизма с указанием подвижных звеньев и кинематических пар

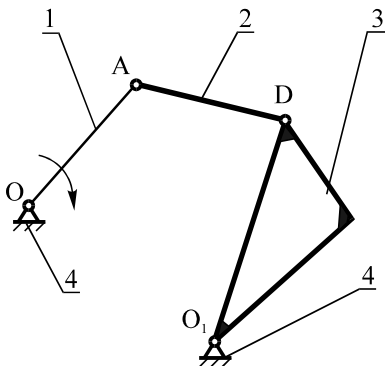
### 6.2.2 Определение класса механизма по Л. В. Ассуру

Механизм образован последовательным присоединением к механизму I класса (ведущему звену со стойкой) группы Ассура II класса 1 вида, а затем группы Ассура II класса 2 вида. Последовательность образования механизма представлена на рисунках 6.7, 6.8 и 6.9.



Ведущее звено (ГА I класса)

Рисунок 6.7 – Начальный механизм

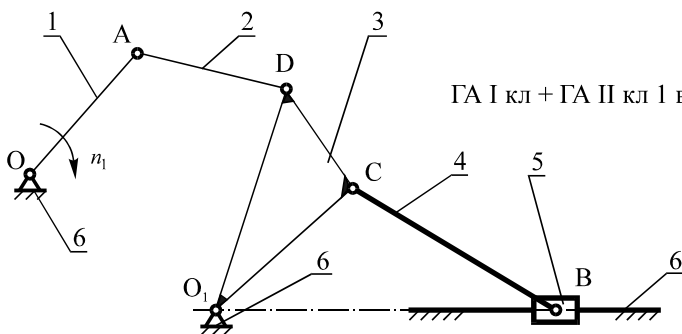


ГА I кл + ГА II кл I в

Рисунок 6.8 – Образование шарнирного четырехзвенника

Шарнирный четырехзвенник  $OADO_1$  получен путем соединения начального механизма (рисунок 6.7) и группы Ассра из звеньев 2 и 3 кинематической парой А в кинематическую цепь. Степень его подвижности:

$$W = 3n - 2p_n - p_v = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$



ГА I кл + ГА II кл I в + ГА II кл 2 в

Рисунок 6.9 – Образование шестизвенного механизма

Формула строения механизма: I (1) + II (1) + II (2)

Наивысший класс присоединенных групп – второй, поэтому механизм надо отнести ко II классу.



## 7 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

### 7.1 Краткие сведения из теории

#### 7.1.1 Цели и методы кинематического анализа

Основной целью кинематического анализа является исследование движения звеньев механизма без учета действующих на них сил. Существует два основных метода проведения кинематического анализа – **аналитический** и **графический**. Аналитический метод с изложением методики и примером расчета на ЭВМ приведен в приложении А. При выполнении работы рекомендуется использовать графический метод как достаточно наглядный, легко позволяющий уяснить сущность методики кинематического анализа, и, тем самым, наиболее полно отвечающий требованиям учебного процесса. В ходе исследования движения механизма строят планы его положений, планы скоростей, ускорений, и, кроме того, диаграммы изменения параметров движения ведомого звена.

#### 7.1.2 Построение плана положений механизма

План положений механизма строят на начальном этапе его кинематического анализа для того, чтобы:

- 1).определить положение звеньев в различные моменты времени в пределах всего цикла работы механизма (одного оборота ведущего звена);
- 2).определить траектории движения некоторых точек звеньев.

Предварительно вычерчивается кинематическая схема механизма в произвольном масштабе. Масштаб должен быть таким, чтобы план занял отведенное ему место чертежа.

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{OA}}{OA} = \frac{\ell_{AB}}{AB} \text{ и т. д. ,} \quad \left( \frac{\text{м}}{\text{мм}} \right) \quad (7.1)$$

где:  $\ell_{OA}$  – действительная длина звена, м;

$OA$  – длина звена на плане положений, мм.

Тогда, например, длину звена  $AB$  на плане можно определить по формуле

$$AB = \frac{\ell_{AB}}{\mu_\ell}, \quad (\text{мм}) \quad (7.2)$$

Ведущее звено вычерчивается в нескольких положениях (рекомендуется 12, что обеспечивает достаточную точность результатов) в пределах одного его поворота. Затем методом засечек строятся планы положений механизма (рисунок 7.1). Сущность метода засечек основана на простых геометрических соображениях:

- звенья механизма считаются абсолютно твердыми телами, поэтому центр В двухшарнирного звена АВ должен располагаться на окружности радиуса АВ с центром в точке А;
- если звено АВ посредством кинематической пары В соединено с ползуном, то центр шарнира В всегда должен располагаться на прямой, параллельной направляющей;
- если двухшарнирное звено АВ посредством кинематической пары В соединяется со звеном ОВ, возможным движением которого является вращение относительно неподвижного шарнира О, то центр шарнира В может находиться только на дуге окружности радиуса ОВ.

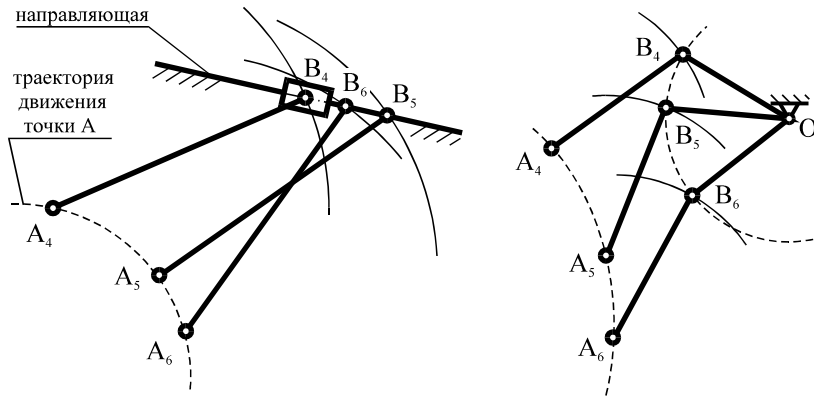


Рисунок 7.1 – Определение положения звеньев методом засечек

Если необходимо определить траекторию движения какой-либо точки, то соответствующие точки на каждом положении звена соединяются плавной кривой.

### 7.1.2 Определение скорости и ускорения точки при помощи кинематических диаграмм

Кинематическая диаграмма – графическое изображение изменения одного из кинематических параметров (перемещения, скорости, ускорения) в пределах одного цикла работы механизма. Наиболее удобно применять диаграммы для исследования кинематических параметров точки, траекторией движения которой является отрезок прямой. В этом случае при графическом дифференцировании диаграммы скорости сразу получают диаграмму изменения полного ускорения ( $a^n = 0$ ,  $\frac{dv}{dt} = a^\tau = a$ ).

Диаграмма перемещения строится в декартовой прямоугольной системе координат. На оси ординат откладываются перемещения точки, на оси абсцисс – отрезок, соответствующий времени одного оборота ведущего звена. Так как в задании на работу скорость вращения кривошипа задана в виде частоты вращения  $n_1$  (об/мин), то время одного его оборота можно определить по формуле  $T = \frac{60}{n_1}$  (с). Кроме того, время одного оборота можно определить по формуле  $T = \mu_t \ell$  (с). Где  $\ell$  (мм) – отрезок на оси абсцисс, соответствующий одному обороту кривошипа, а  $\mu_t$  – масштаб времени,  $\frac{с}{мм}$ .

Итого:  $\frac{60}{n_1} = \mu_t \ell$ , следовательно, масштаб времени кинематических диаграмм определяется по формуле

$$\mu_t = \frac{60}{n_1 \ell}, \quad \left( \frac{с}{мм} \right) \quad (7.3)$$

Масштаб диаграммы перемещений:

$$\mu_s = m \ell, \quad \left( \frac{М}{мм} \right) \quad (7.4)$$

Если расстояния на диаграмме перемещений приходится уменьшать в  $m$  раз, то масштаб увеличивается в  $m$  раз по сравнению с масштабом плана положений.

Построение диаграмм скорости  $v = f(t)$  и ускорения  $a = f(t)$  производится методом графического дифференцирования. Сущность этого метода (рисунок 7.2) заключается в следующем:

$$\text{Средняя скорость точки на участках: } v_{cp1} = \frac{S_1 - S_0}{t_1 - t_0}, \quad v_{cp2} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} \dots$$

Замечаем, что  $v_{cp1} = \text{tg } \alpha_1$ ,  $v_{cp2} = \text{tg } \alpha_2$  и т. д. Следовательно, разбив весь график  $S = f(t)$  на небольшие участки, по тангенсам угла соответствующих хорд можно определить среднюю скорость точки на каждом участке и в результате построить график зависимости скорости точки от времени – диаграмму скорости.

На практике это выполняется следующим образом. Для того, чтобы получить на оси ординат диаграммы  $v = f(t)$  отрезки, пропорциональные средней

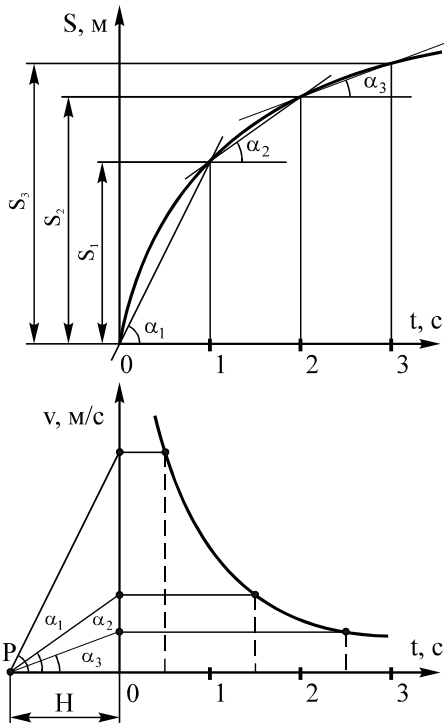


Рисунок 7.2 – Пример графического дифференцирования кривой  $S = f(t)$

скорости точки на соответствующих интервалах, из полюса диаграммы  $P$  проводят лучи, параллельные хордам этих интервалов, до пересечения их с осью ординат. Из получившихся таким образом точек  $A, B, C$  проводятся прямые линии параллельно оси абсцисс до пересечения с ординатами, проведенными в серединах соответствующих участков. Соединяя полученные точки плавной кривой, получаем график  $v = f(t)$ . Отрезок  $H$  между полюсом  $P$  диаграммы и началом ее координат называется полюсным расстоянием. Величина полюсного расстояния выбирается произвольно исходя из желаемого масштаба диаграммы.

График  $a = a^T = f(t)$  зависимости от времени ускорения точки строится по графику  $v = f(t)$  аналогичным образом.

### Масштабы диаграмм скорости и ускорения

Скорость точки, движущейся по некоторой произвольной траектории, при заданном законе ее движения определяется по формуле  $v = \frac{dS}{dt}$ , где:

$$dS = d(\mu_s y) = \mu_s dy, \quad dt = d(\mu_t x) = \mu_t dx. \quad \text{Тогда} \quad v = \frac{\mu_s dy}{\mu_t dx} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha.$$

Тангенс угла наклона хорды к оси абсцисс  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_v}{H}$  – отношению соответствующей ординаты ( $OA, OB, OC$  и т. д.) к полюсному расстоянию. Одновременно

$v = \mu_v y_v$ . Из уравнения  $\mu_v y_v = \frac{\mu_s y_v}{\mu_t H}$  получаем формулу для определения

масштаба скорости:

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H}, \left( \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right) \quad (7.5)$$

Масштаб ускорения определяется аналогично:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H}, \left( \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right) \quad (7.6)$$

При проверке правильности построения диаграмм учитывается что должны выполняться характерные зависимости между интегральной и дифференциальной кривыми:

- Экстремальным значениям ординат интегральной кривой соответствуют нулевые значения дифференциальной.
- Точкам перегиба интегральной кривой соответствуют экстремальные значения ординат дифференциальной кривой.
- Возрастающим ординатам интегральной кривой соответствуют положительные значения ординат дифференциальной, а убывающим – отрицательные.

#### **7.1.4 Применение планов скоростей и ускорений для кинематического анализа механизмов**

В том случае, когда подвижные звенья механизма связаны только вращательными кинематическими парами, для построения планов применяют теорию плоскопараллельного движения твердого тела. При этом движение каждого звена механизма рассматривается как слагающееся из поступательного, при котором все точки звена движутся так же, как полюс, и вращательного относительно полюса. В качестве полюса выбирается та точка звена, кинематические параметры движения которой относительно неподвижной системы координат известны или легко определимы.

#### **Построение плана скоростей**

Рассмотрим методику построения плана скоростей на примере кривошипно-ползунного механизма (рисунок 7.3).

Пусть необходимо построить план скоростей механизма в положении, указанном на рисунке. При этом известны размеры всех звеньев ( $l_{OA}, l_{AB}, l_{AC}, l_{CB}$ ) и угловая скорость кривошипа  $\omega_1$ .

Построение плана скоростей для всего механизма производится путем последовательного построения планов скоростей для каждого его звена от

ведущего к ведомому. При этом векторы скоростей удобнее изображать не на звеньях, а откладывать их в одинаковом масштабе от произвольной точки Р, символизирующей неподвижную систему координат. Эта точка называется полюсом плана скоростей. Напомним, что согласно теории плоскопараллельного движения скорость любой точки геометрически складывается из скорости полюса и скорости, которую эта точка получает при вращении звена относительно полюса.

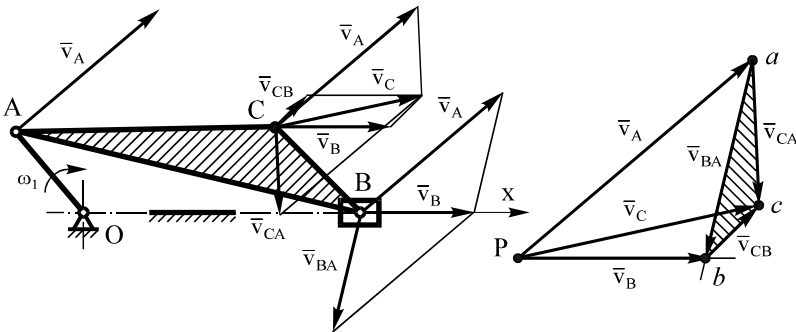


Рисунок 7.3 – Пример построения плана скоростей

Для кривошипа полюсом является неподвижный цилиндрический шарнир О. Тогда скорость точки А можно определить по формуле  $v_A = \omega_1 \ell_{OA}$ .

Учитывая, что цилиндрический шарнир О неподвижен (полюс звена совпадает с полюсом плана скоростей) вектор  $\bar{v}_A$  откладываем в виде параллельного ему отрезка  $Pa$ . Длина отрезка определяется произвольно исходя из желаемого масштаба плана скоростей. Масштаб должен быть таким, чтобы план занял отведенное ему место чертежа.

$$\mu_v = \frac{v_A}{Pa}, \quad \left( \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right) \quad (7.7)$$

При определении величины и направления скорости точки В учитывается, что эта точка одновременно принадлежит звеньям 2 и 3. В результате скорость этой точки должна удовлетворять следующему векторному уравнению:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \quad (7.8)$$

В уравнении (7.8) и по модулю и по направлению известен вектор  $\bar{v}_A$ , и, кроме того, известны направления векторов  $\bar{v}_B$  ( $\bar{v}_B \parallel Ox$ ) и  $\bar{v}_{BA}$  ( $\bar{v}_{BA} \perp AB$ ).

В качестве полюса звена 2 выбираем точку А, так как скорость ее известна и по модулю и по направлению. В соответствии с уравнением (7.8) из

конца вектора  $\bar{v}_A$  на плане проводим линию, соответствующую направлению вектора  $\bar{v}_{BA}$  (из точки  $a$  плана скоростей проводится линия, перпендикулярная шатуну  $AB$ ). В соответствии с условием  $\bar{v}_B \parallel O_x$  вектор скорости точки  $B$  должен быть параллелен направляющей (оси  $O_x$ ). В соответствии с этим из полюса  $P$  проводим горизонталь и в пересечении направлений  $\bar{v}_{BA}$  и  $\bar{v}_B$  получаем точку  $b$  плана скоростей.

Аналогичным образом определяется величина и направление скорости точки  $C$  звена 2. Теперь в качестве полюса можно выбрать и точку  $B$ , так как ее скорость уже определена. В результате скорость точки  $C$  должна удовлетворять следующим двум уравнениям:

$$\bar{v}_C = \bar{v}_A + \bar{v}_{CA} , \quad (7.9)$$

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB} , \quad (7.10)$$

Графически решая систему уравнений (7.9) и (7.10) из точек  $a$  и  $b$  плана скоростей проводим линии, параллельные векторам  $\bar{v}_{CA}$  и  $\bar{v}_{CB}$  (перпендикулярные соответственно  $AC$  и  $BC$ ) и в их пересечении находим положение точки  $c$ . Соединяя полюс плана скоростей  $P$  с точкой  $c$  получаем отрезок  $Pc$ , пропорциональный по модулю и направлению вектору  $\bar{v}_C$ .

Треугольник  $acb$  на плане называется картиной относительных скоростей звена 2. Картина относительных скоростей всегда подобна перемещающейся фигуре (звену) и повернута на  $90^\circ$  в сторону угловой скорости. Следовательно, положение на плане точки  $c$  можно было определить, построив по стороне  $ab$  треугольник, подобный треугольнику  $ACB$  плана положений. При этом нужно следить за тем, чтобы не изменилась последовательность обхода букв соответствующих фигур по одному произвольно выбранному направлению.

После построения плана скоростей можно легко определить угловую скорость любого звена и линейную скорость любой точки механизма:

$$v_B = Pb \cdot \mu_v ; \quad v_{BA} = ab \cdot \mu_v ;$$

$$v_C = Pc \cdot \mu_v ; \quad \omega_2 = \frac{v_{BA}}{\ell_{BA}} .$$

### Построение плана ускорений

При шарнирном соединении звеньев методика построения плана ускорений также основана на теории плоскопараллельного движения твердого тела.

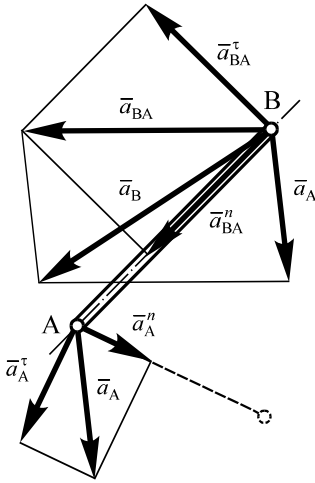


Рисунок 7.4 Ускорения точек звена АВ

Ускорение любой точки звена (рисунок 7.4) геометрически складывается из двух составляющих: заранее известного ускорения полюса и ускорения точки при вращении звена относительно полюса. В свою очередь ускорение полюса и относительное ускорение точки может быть разложено на нормальную и касательную составляющие:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}, \quad (7.11)$$

где:  $\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau$  – ускорение полюса;  
 $\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau$  – относительное ускорение точки В.

Нормальное ускорение точки В звена АВ можно определить по одной из следующих формул:

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot \ell_{AB}; \quad a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{\ell_{BA}}; \quad a_{BA}^n = v_{BA} \cdot \omega_{AB}. \quad (7.12)$$

Последовательность построения плана ускорений также рассмотрим на примере кривошипно-ползунного механизма (рисунок 7.5).

Полюс плана ускорений обозначаем буквой П. Из полюса плана ускорений проводим отрезок, параллельный вектору  $\bar{a}_A$ . Так как по условию задания  $\omega_1 = \text{const}$ , то  $\bar{a}_A = \bar{a}_{AO}^n$  ( $a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot \ell_{AO}$ ). Длина отрезка Па на плане ускорений принимается произвольно исходя из желаемого масштаба:

$$\mu_a = \frac{a_{AO}^n}{Pa}, \quad \left( \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right), \quad (7.13)$$

Для графического определения ускорения точки В в соответствии с формулой (7.11) составляем уравнение:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau.$$

Нормальное ускорение относительного движения точки В определяем по формуле  $a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot \ell_{AB}$ . Из точки П проводим линию, параллельную Ох (так как  $\bar{a}_B \parallel \text{Ох}$ ), а из точки а отрезок  $an_{BA}$  ( $\bar{a}_{BA}^n$ ), параллельный АВ. Длину этого отрезка определяем расчетом:

$$an_{BA} = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}.$$



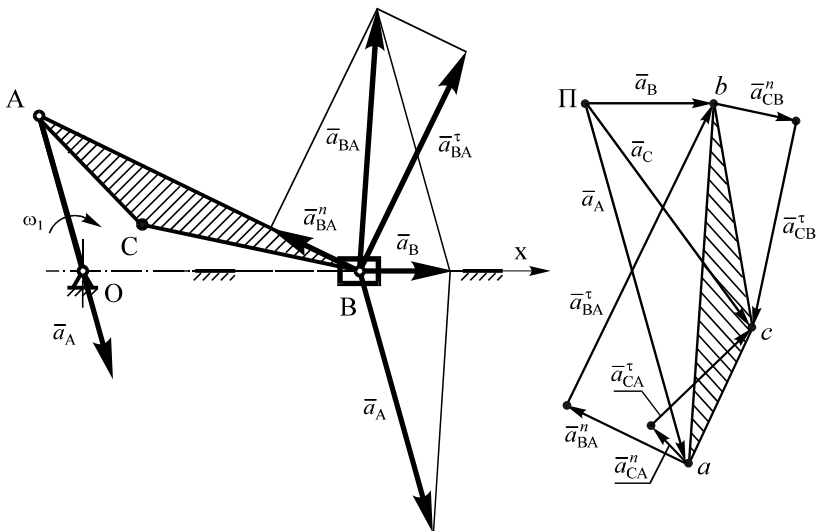


Рисунок 7.5 – Пример построения плана ускорений

После этого из точки  $n_{BA}$  проводим линию, параллельную вектору ускорения  $a_{BA}^{\tau}$  (перпендикулярную  $AB$ ). В месте пересечения ее с прямой, параллельной оси  $Ox$ , получаем искомую точку  $b$  плана ускорений. В итоге можем определить численное значение ускорения точки  $B$  и угловое ускорение звена, которому эта точка принадлежит:

$$a_B = Pb \cdot \mu_A ; \quad \varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^{\tau}}{\ell_{AB}} = \frac{n_{BA} b \cdot \mu_a}{\ell_{AB}} .$$

Положение точки  $c$  на плане определяем аналогичным образом, используя соответствующие векторные уравнения:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^{\tau} , \quad (7.14)$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^{\tau} , \quad (7.15)$$

Обращаем внимание, что картина относительных ускорений звена 2 (треугольник  $abc$ ) также подобна перемещающейся фигуре  $ABC$  плана положений и повернута в сторону углового ускорения на угол  $\mu$ , удовлетворяющий соотношению  $\operatorname{tg} \mu = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2}$ .

Соотношению  $\operatorname{tg} \mu = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2}$ .

Следовательно, положение точки  $c$  на плане ускорений можно было найти без использования уравнений (7.14) и (7.15). Достаточно было построить по стороне  $ab$  треугольник, подобный треугольнику  $ABC$ . При этом порядок

букв при обходе в каком-либо направлении треугольника  $abc$  должен совпадать с порядком букв треугольника  $ABC$  при обходе его в том же направлении.

Кинематические диаграммы и планы скоростей и ускорений не исключают, а взаимно дополняют друг друга. Если кинематические диаграммы позволяют определить параметры движения какой-либо одной точки механизма на протяжении всего цикла его работы, то планы позволяют определить кинематические параметры всех точек и всех звеньев механизма для данного его положения.

## 7.2 Пример выполнения кинематического анализа

### 7.2.1 Построение плана положений механизма

Построение начинаем с вычерчивания 12 положений ведущего звена. Длина отрезка  $OA = 100$  мм, изображающего на чертеже ведущее звено, принимается произвольно с целью получения оптимального масштаба плана положений. Масштаб должен быть таким, чтобы план положений занял от  $1/5$  до  $1/4$  площади чертежа.

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{OA}}{OA} = \frac{0,1}{100} = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Определяем координаты шарниров и направляющей, а также длины звеньев механизма на чертеже с учетом масштабного коэффициента:

$$AD = \frac{\ell_{AD}}{\mu_\ell} = \frac{0,1}{0,001} = 100 \text{ мм};$$

$$O_1D = \frac{\ell_{O_1D}}{\mu_\ell} = \frac{0,1}{0,001} = 100 \text{ мм};$$

$$O_1C = \frac{\ell_{O_1C}}{\mu_\ell} = \frac{0,085}{0,001} = 85 \text{ мм};$$

$$DC = \frac{\ell_{DC}}{\mu_\ell} = \frac{0,03}{0,001} = 30 \text{ мм};$$

$$CB = \frac{\ell_{CB}}{\mu_\ell} = \frac{0,35}{0,001} = 350 \text{ мм}.$$

Аналогично определяем остальные размеры:  $x = 20$  мм,  $y = 25$  мм.

В качестве нулевого принимаем такое положение ведущего звена, при котором точка  $A$  занимает крайнее левое положение. Проводим окружность радиуса  $OA$ , делим ее на 12 равных частей, отмечая соответствующие точки ( $A_0, A_1, A_2, A_3 \dots A_{12,0}$ ). Для каждого из 12 положений ведущего звена мето-

дом засечек (см. пункт 7.1.2) определяем положение всех остальных звеньев механизма.

Все построения выполняем сплошными тонкими линиями, после чего исследуемое положение механизма выделяем сплошной толстой основной линией (рисунок 7.6).

## 7.2.2 Построение кинематических диаграмм движения ползуна

Построение диаграммы перемещений

В правой верхней части чертежа строим оси координат  $S_B - t$  (рисунок 7.7). На оси абсцисс откладываем отрезок  $\ell = 240$  мм, изображающий время одного оборота кривошипа. Отрезок  $\ell$  делим на 12 равных участков. Учтываем, что длина оси абсцисс не должна быть ограничена отрезком  $\ell$ , иначе на диаграммах скорости и ускорений нельзя будет построить те части кривых, которые соответствуют половине крайних участков. Поэтому к 12 интервалам, на которые разбит весь цикл работы механизма, добавляем дополнительно 2 (12,0 – 1; 1 – 2) – в дальнейшем это позволит более точно построить графики функций скорости и ускорения на крайних интервалах 0 – 1 и 11 – 12.

Для того, чтобы по условиям компоновки на чертеже откладываемые на диаграмме  $S = f(t)$  перемещения уменьшить в два раза по сравнению с планом положений, принимаем коэффициент  $m = 2$ . Определяем величину масштаба диаграммы перемещений:

$$\mu_S = 2\mu_\ell = 2 \cdot 0,001 = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Величину масштабного коэффициента по оси абсцисс (масштаба времени) находим по формуле (7.3):

$$\mu_t = \frac{60}{n_1 \ell} = \frac{60}{120 \cdot 240} = 0,00208 \frac{\text{с}}{\text{мм}}.$$

В качестве начального принимаем положение 9, поскольку именно точка  $B_9$  является крайней на плане положений. В точках 10, 11, 12(0), 1 ... 8 откладываем ординаты с учетом масштаба  $\mu_S$ , соответствующие перемещению ползуна В от крайнего левого положения  $B_9$ . До крайнего правого положения ординаты возрастают, после чего уменьшаются. Соединив последовательно соответствующие точки плавной кривой, получаем диаграмму перемещений ведомого звена (ползуна).

Построение диаграмм скоростей и ускорений

Применяем метод графического дифференцирования сущность и методика которого изложены в пункте 7.1.2. Величину полюсного расстояния  $H_1 = 47$  мм выбираем исходя из того, чтобы график  $v = f(t)$  поместился на отведенном ему месте чертежа.

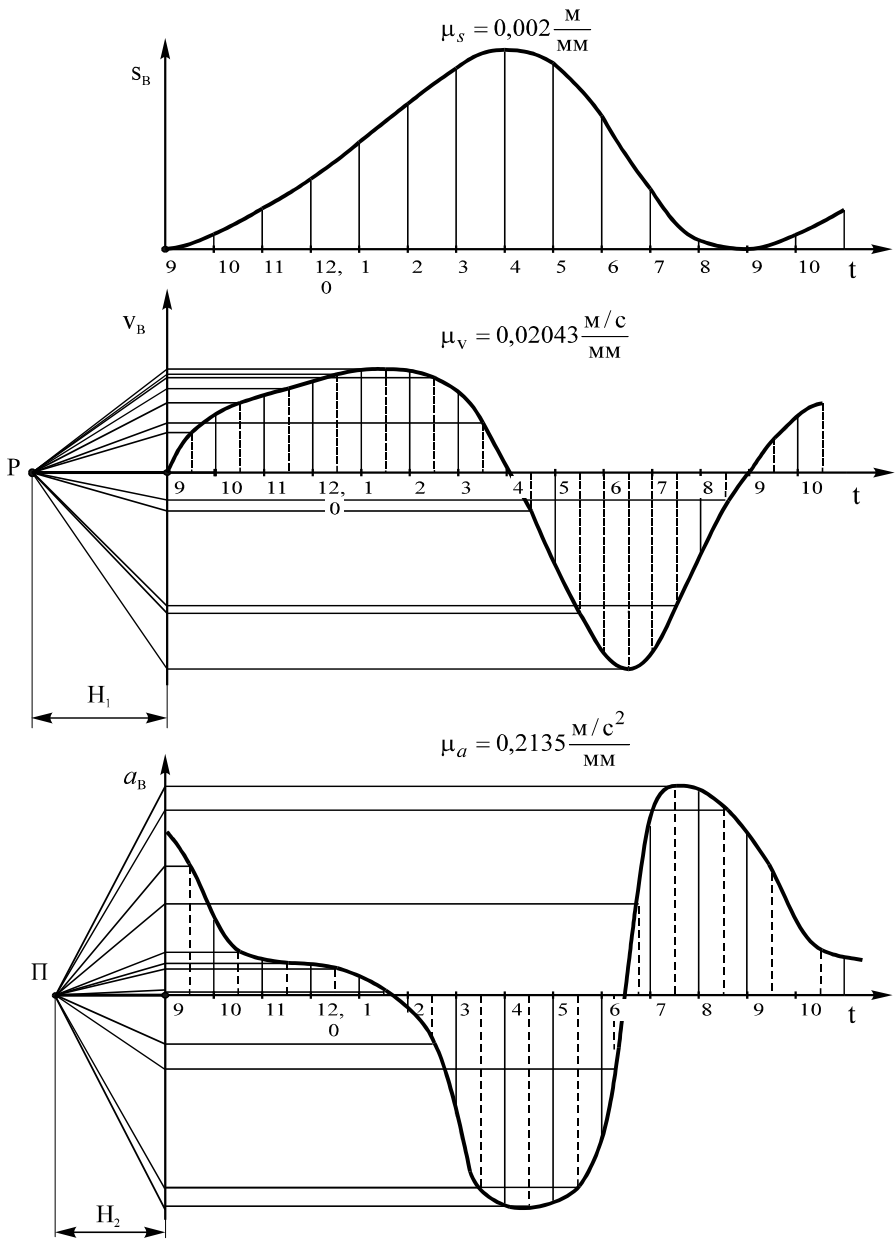


Рисунок 7.7 – Кинематические диаграммы. Масштаб 1:3.

Масштаб скорости определяем по формуле (7.5):

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H_1} = \frac{0,002}{0,00208 \cdot 47} = 0,02043 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Путем совместного анализа интегральной ( $S = f(t)$ ) и дифференциальной ( $v_B = f(t)$ ) кривых убеждаемся в том, что все характерные зависимости между ними выполняются (рисунок 7.7).

Аналогично строим и диаграмму ускорений. На участке 6 – 7 диаграмма скорости имеет ярко выраженный экстремум, поэтому для более точного построения дифференциальной кривой этот участок разбиваем дополнительно на два интервала – до и после экстремума. Величину полного расстояния  $H_2$  принимаем равной 46 мм. Определяем масштаб плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H_2} = \frac{0,02043}{0,00208 \cdot 46} = 0,2135 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Во избежание возможных ошибок акцентируем Ваше внимание на том, что точка пересечения диаграммы  $a = f(t)$  с осью ординат была найдена при определении среднего ускорения на участках 7 – 8, 8 – 9, 9 – 10, 10 – 11 и проведения соответствующей кривой в правой части оси абсцисс.

После построения диаграммы ускорений также рекомендуем проверить выполнение характерных зависимостей между интегральной ( $v_B = f(t)$ ) и дифференциальной ( $a_B = f(t)$ ) кривыми.

### 7.2.3 Построение плана скоростей

План скоростей (рисунок 7.8) строим для 2-го положения механизма. Желательно в качестве исследуемого выбирать такое положение, при котором ведомое звено не находится в крайних точках ( $B_9, B_4$ ).

Находим величину скорости точки А звена 1:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 120}{30} = 12,56 \text{ рад/с},$$

$$v_A = \omega_1 \ell_{OA} = 12,56 \cdot 0,1 = 1,256 \text{ м/с}.$$

Вектор скорости точки А изображаем в виде отрезка  $Pa$  длиной 130 мм (рисунок 7.8). При выполнении графической части работы на листе формата А1 рекомендуется длину отрезка  $Pa$  выбирать в пределах от 50 до 100 мм, что обеспечивает достаточную точность результатов.

Определяем масштаб плана скоростей:

$$\mu_v = \frac{v_A}{Pa} = \frac{1,256}{130} = 0,00966 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}},$$

Основные принципы и методика построения плана скоростей изложены в пункте 7.1.4. Для определения положения точки  $d$  на плане используем векторное уравнение:

$$\bar{v}_D = \bar{v}_A + \bar{v}_{DA} . \quad (7.16)$$

В этом уравнении известны модуль и направление вектора  $\bar{v}_A$ , а также направление векторов  $\bar{v}_D$  и  $\bar{v}_{DA}$ :

$$\bar{v}_D \perp O_1D , \bar{v}_{DA} \perp AD .$$

Решая графически уравнение (7.16) получаем точку  $d$ , определяющую величину векторов  $\bar{v}_D$  (отрезок  $Pd$ ) и  $\bar{v}_{DA}$  (отрезок  $ad$ ).

Скорость точки  $C$  звена 3 определим при помощи векторного уравнения  $\bar{v}_C = \bar{v}_D + \bar{v}_{CD}$ , учитывая, что  $\bar{v}_C \perp O_1C$ , а  $\bar{v}_{CD} \perp C_1D$ . Эту скорость определяет отрезок  $Pc$  плана скоростей.

Положение точки  $b$  на плане определяем графически решив уравнение:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_C + \bar{v}_{BC} . \quad (7.17)$$

В уравнении (7.17) известны модуль и направление вектора  $\bar{v}_C$ , а также направление векторов  $\bar{v}_B$  и  $\bar{v}_{BC}$ :

$$\bar{v}_{BC} \perp CB , \bar{v}_B \parallel xx .$$

В итоге выполнения всех построений получаем план скоростей, изображенный на рисунке 7.8.

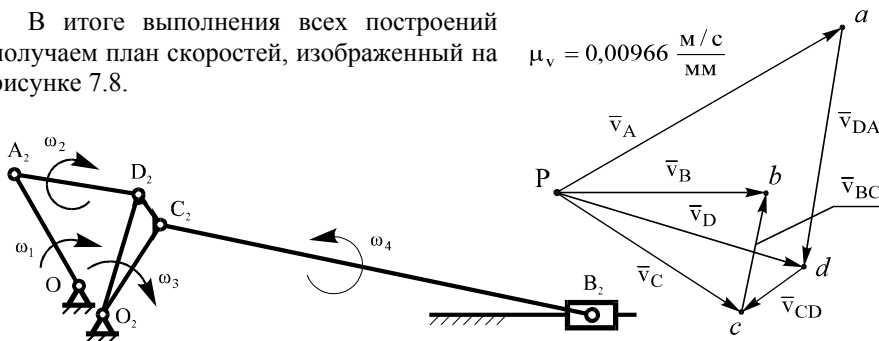


Рисунок 7.8 – План скоростей. Масштаб 1:3.

### 7.2.4 Построение плана ускорений

План ускорений строим для исследуемого ( 2-го ) положения механизма. Методика построения плана ускорений приведена в пункте 7.1.4.

Ускорение точки  $A$  ведущего звена:

$$a_A = a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot \ell_{AO} = 12,56^2 \cdot 0,1 = 15,78 \text{ м/с}^2 .$$

$$\text{(или: } a_{AO}^n = \omega_1 \cdot v_A = 12,56 \cdot 1,256 = 15,78 \text{ м/с}^2 \text{)}$$

Длину отрезка  $Pa$  принимаем равной 280 мм (рисунок 7.9). При выполнении графической части работы на листе формата А1 рекомендуется длину отрезка  $Pa$  выбирать в пределах от 100 до 150 мм.

Вычисляем величину масштаба плана ускорений по формуле (7.13):

$$\mu_a = \frac{a_{AO}^n}{Pa} = \frac{15,78}{280} = 0,05636 \quad \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} .$$

Ускорение точки D можно найти, решив графически систему векторных уравнений:

$$\vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{DA}^n + \vec{a}_{DA}^{\tau} , \quad (7.18)$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_{DO_1}^n + \vec{a}_{DO_1}^{\tau} . \quad (7.19)$$

В уравнениях (7.18) и (7.19) по модулю и направлению известны нормальные ускорения:

$$a_{DA}^n = \omega_2^2 \cdot \ell_{AD} .$$

$$a_{DO_1}^n = \omega_3^2 \cdot \ell_{O_1D} .$$

Для нахождения величины угловых скоростей звеньев 2 и 3 используем построенный ранее план скоростей:

$$\omega_2 = \frac{v_{DA}}{\ell_{AD}} ; \quad \omega_3 = \frac{v_D}{\ell_{O_1D}} = \frac{v_C}{\ell_{O_1C}} .$$

где:  $v_{DA} = ad \cdot \mu_v = 93,5 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3} = 0,904 \text{ м/с} ,$

$$v_D = Pd \cdot \mu_v = 103 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3} = 0,992 \text{ м/с} ,$$

$$v_C = Pc \cdot \mu_v = 87 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3} = 0,842 \text{ м/с} .$$

Тогда:  $\omega_2 = \frac{0,904}{0,1} = 9,04 \text{ рад/с} ,$

$$\omega_3 = \frac{0,992}{0,1} = \frac{0,842}{0,085} = 9,91 \text{ рад/с}$$

$$a_{DA}^n = 9,04^2 \cdot 0,1 = 8,17 \text{ м/с}^2$$

$$a_{DO_1}^n = 9,91^2 \cdot 0,1 = 9,82 \text{ м/с}^2$$

Длину отрезков, изображающих на плане ускорений векторы  $a_{DA}^n$  и  $a_{DO_1}^n$  определяем по формулам:

$$an_{DA} = \frac{a_{DA}^n}{\mu_a} = \frac{8,17}{0,05636} = 145 \text{ мм} ,$$

$$Pn_{DO_1} = \frac{a_{DO_1}^n}{\mu_a} = \frac{9,82}{0,05636} = 174,5 \text{ мм} .$$

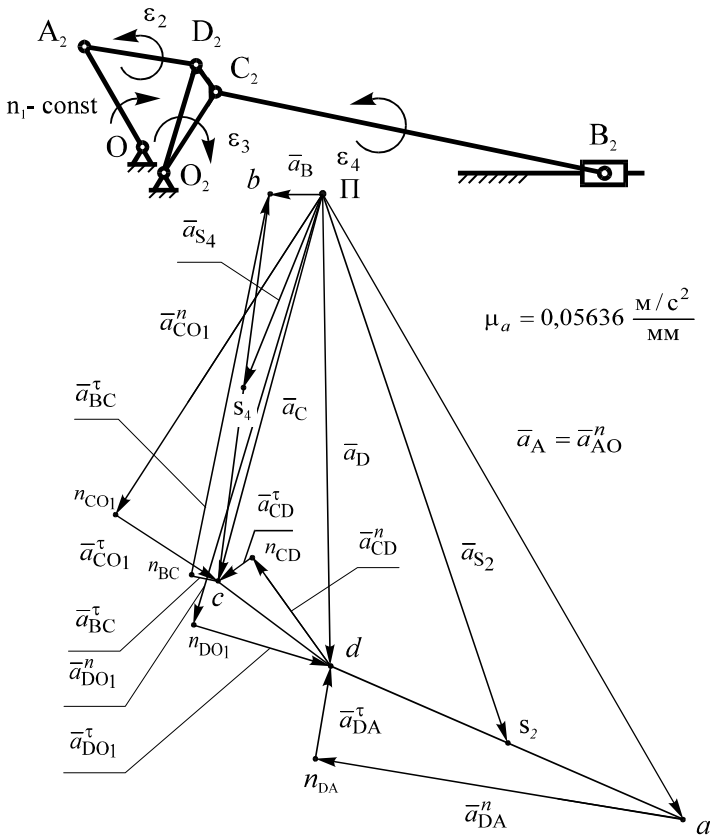


Рисунок 7.9 – План ускорений. Масштаб 1:3

Решая графически систему уравнений (7.18) и (7.19) последовательно выполняем следующие действия. Из точки  $a$  плана проводим отрезок  $an_{DA} = 145$  мм по направлению вектора  $a_{DA}^n$ . Затем из точки  $n_{DA}$  проводим перпендикуляр к отрезку  $an_{DA}$ , что представляет собой на плане ускорений направление вектора  $a_{DA}^\tau$ . Из полюса плана ускорений П проводим отрезок  $Пn_{DO_1}$ , соответствующий вектору нормального ускорения  $a_{DO_1}^n$ . Из точки  $n_{DO_1}$  (конец вектора  $a_{DO_1}^n$ ) проводим перпендикуляр к отрезку  $Пn_{DO_1}$ , соответствующий вектору  $a_{DO_1}^\tau$ . В пересечении направлений векторов  $a_{DA}^\tau$  и



$a_{DO_1}^{\tau}$  получили точку  $d$  плана ускорений. Отрезок  $Pd$  представляет собой вектор  $a_D$ .

Аналогично определяем положение точек  $c$  и  $b$  на плане ускорений. Для определения положения точки  $c$  графически решаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}\bar{a}_C &= \bar{a}_D + \bar{a}_{CD}^n + \bar{a}_{CD}^{\tau}, \\ \bar{a}_C &= \bar{a}_{CO_1}^n + \bar{a}_{CO_1}^{\tau}.\end{aligned}$$

Кроме того, положение точки  $c$  на плане ускорений можно найти применив метод подобия, сущность которого описана в пункте 7.1.4.

Для определения ускорения ползуна (положения точки  $b$  на плане ускорений) используем уравнение  $\bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^{\tau}$ . При этом учитываем, что вектор ускорения точки  $B$  всегда параллелен направляющей ( $\bar{a}_B \parallel O_1x$ ).

Для обеспечения возможности решения приведенных выше уравнений предварительно определяем численные значения нормальных ускорений  $\bar{a}_{CD}^n$ ,  $\bar{a}_{CO_1}^n$ ,  $\bar{a}_{BC}^n$ .

Из плана скоростей:

$$\omega_4 = \frac{v_{BC}}{\ell_{BC}} = \frac{bc \cdot \mu_v}{\ell_{BC}} = \frac{47 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3}}{0,35} = 1,29 \text{ рад/с}.$$

$$\text{Тогда: } a_{CO_1}^n = \omega_3^2 \cdot \ell_{O_1C} = 9,91^2 \cdot 0,085 = 8,35 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{CD}^n = \omega_3^2 \cdot \ell_{CD} = 9,91^2 \cdot 0,03 = 2,95 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BC}^n = \omega_4^2 \cdot \ell_{CB} = 1,29^2 \cdot 0,35 = 0,58 \text{ м/с}^2.$$

Вычисленные выше нормальные ускорения изображаем на плане отрезками следующей длины:

$$Pn_{CO_1} = \frac{a_{CO_1}^n}{\mu_a} = \frac{8,35}{0,05636} = 148 \text{ мм},$$

$$dn_{CD} = \frac{a_{CD}^n}{\mu_a} = \frac{2,95}{0,05636} = 52,3 \text{ мм},$$

$$cn_{BC} = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a} = \frac{0,58}{0,05636} = 10,3 \text{ мм}.$$

В итоге получаем план ускорений, изображенный на рисунке 7.9.

### 7.2.5 Определение скорости и ускорения ведомого звена, оценка точности полученных результатов

Определим скорость и ускорение ползуна (точки В) во 2 положении механизма при помощи кинематических диаграмм.

$$v_B = y_{v2} \cdot \mu_v = 39 \cdot 0,02043 = 0,797 \text{ м/с} ,$$

$$a_B = y_{a2} \cdot \mu_a = 5,5 \cdot 0,1235 = 1,174 \text{ м/с}^2 .$$

Определим скорость точки В при помощи плана скоростей:

$$v_B = Pb \cdot \mu_v = 83,5 \cdot 9,66 \cdot 10^{-3} = 0,807 \text{ м/с} .$$

$$\text{Расхождение: } \frac{0,807 - 0,797}{0,807} 100\% = 1,24\% .$$

Точность полученных разными способами результатов при определении скорости ползуна считается удовлетворительной, если расхождение не превышает 4%.

Определим величину ускорения точки В при помощи плана ускорений:

$$a_B = Pb \cdot \mu_a = 20,5 \cdot 0,05636 = 1,16 \text{ м/с}^2 .$$

$$\text{Расхождение: } \frac{1,174 - 1,16}{1,174} 100\% = 1,2\% .$$

Точность считается удовлетворительной, если величина расхождения составила не более 6%.

## 8 ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

### 8.1 Краткие сведения из теории

#### 8.1.1 Основные задачи и методы динамического анализа

В ходе динамического анализа изучается движение звеньев механизма с учетом действующих на них сил. По заданному закону движения и некоторым известным силам определяются неизвестные силы, действующие на звенья механизма. Важной задачей является определение величины уравновешивающей силы (или уравновешивающего момента), а также реакций связей в кинематических парах. Знание реакций в кинематических парах позволяет в дальнейшем произвести расчет звеньев на прочность, жесткость, износостойкость. По известной максимальной величине уравновешивающей силы определяют требуемую мощность двигателя, приводящего во вращение ведущее звено.

Наиболее часто методы проведения динамического анализа основаны на принципе Даламбера. Согласно принципу Даламбера если к действующим на звено механизма внешним силам и моментам сил добавить силы и моменты сил инерции, то звено условно можно считать находящимся в состоянии равновесия (так как все звенья считаются абсолютно твердыми телами, то внутренние силы, возникающие в звеньях, не учитываются). Кроме того, статически уравновешенной можно считать и каждую группу Ассура, поскольку степень ее подвижности  $W = 0$ . Механизм, имеющий одно ведущее звено, обладает одной степенью подвижности, поэтому, присоединяя к ведущему звену уравновешивающую силу или момент, также можно условно считать весь механизм находящимся в равновесии.

В случае, если частота вращения ведущего звена мала, то расчет можно производить, пренебрегая инерционными нагрузками. Такой метод динамического анализа называется **статическим**. Когда инерционные нагрузки на звенья достаточно велики (звенья движутся со значительными ускорениями) их необходимо учитывать – производится **кинетостатический** расчет.

#### 8.1.2 Определение инерционных нагрузок при кинетостатическом расчете механизмов

Силы инерции всех точек звена, совершающего плоскопараллельное движение, приводятся к главному вектору сил инерции (равнодействующей сил инерции), приложенному в центре масс и главному моменту (алгебраической сумме моментов) сил инерции звена относительно его центра масс.

$$\bar{F}^n = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i^n = -m\bar{a}_c \quad (\text{Н}), \quad (8.1)$$

где:  $m$  – масса звена, кг;

$a_c$  – ускорение центра масс,  $\text{м/с}^2$ .

$$M_c^n = \sum_{i=1}^n M_c(F_i^n) = -\varepsilon I_c \quad (\text{Н} \cdot \text{м}), \quad (8.2)$$

где:  $\varepsilon$  – угловое ускорение звена, рад /с<sup>2</sup>;

$I_c$  – момент инерции массы относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости движения звена через его центр масс, кг · м<sup>2</sup>.

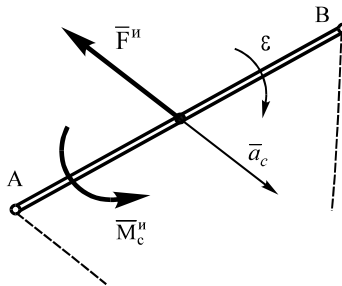


Рисунок 8.1 – Инерционные нагрузки звена, совершающего плоскопараллельное движение

Знак « - » в формулах (8.1) и (8.2) указывает на то, что направления главного вектора и главного момента сил инерции противоположны соответствующим ускорениям.

### 8.1.3 Определение реакций в кинематических парах плоского шарнирно-рычажного механизма

Расчет реакций в кинематических парах производится для ряда положений механизма в пределах одного цикла его работы, что позволяет выявить наибольшие их значения, по которым и выполняется в дальнейшем проверка звеньев на прочность и жесткость.

Методика определения реакций основана на следующих положениях:

- кинематические пары механизмов работают со смазкой, поэтому трение при расчете не учитывается;
- каждая группа Ассур имеет нулевую степень подвижности, т. е. является статически определимой (можно применять уравнения статики);
- определение реакций начинается с рассмотрения условий равновесия последней присоединенной к механизму группы Ассур, иначе число неизвестных будет превышать число уравнений статики;

Для реакций, возникающих между элементами кинематических пар, принимаем следующие обозначения: реакция со стороны звена 1 на звено 2 обозначается  $R_{12}$ , а со стороны звена 2 на звено 1 –  $R_{21}$ . Эти реакции равны по модулю и противоположны по направлению ( $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ ).

В качестве примера определим реакции в кинематических парах А и С кривошипно-ползунного механизма в положении, указанном на рисунке 8.2.

Исходные данные:

Известны все активные силы, силы и моменты сил инерции. Массой ползуна и кривошипа пренебрегаем.

Решение.

Отделяем от механизма последнюю присоединенную группу Ассура. В соответствующих точках прикладываем все активные силы и силы инерции. Указываем направление главного момента сил инерции звена 2. Действие связей заменяем их реакциями. Реакцию в шарнире А раскладываем на нормальную и касательную составляющие.

Так как ГА является статически определимой системой, то должно выполняться следующее векторное уравнение:

$$\bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{R}_{12}^n + \bar{F}_2^H + \bar{G} + \bar{R}_{43} + \bar{F}_{\text{сопр}} = 0 . \quad (8.3)$$

В соответствии с принципом Даламбера звено 2 после приложения к нему инерционных нагрузок также можно условно считать находящимся в равновесии и величину реакции  $\bar{R}_{12}^{\tau}$  найти из следующего уравнения статики:

$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0; \quad R_{12}^{\tau} \ell_2 - F_2^H h_1 + G h_2 - M_{2\text{пр}}^H = 0 ;$$

$$R_{12}^{\tau} = \frac{F_2^H - G h_2 + M_{2\text{пр}}^H}{\ell_2} .$$

Обращаем Ваше внимание на то, что к звену 2 на расчетной схеме (рисунок 8.2) прикладывается приведенный момент инерции, определяемый по формуле

$$M_{2\text{пр}}^H = M_2^H \frac{\ell_2}{\ell_{AB}} , \quad (\text{Н мм}) \quad (8.4)$$

где:  $\ell_2$  – длина звена 2 на рисунке , мм;

$\ell_{AB}$  – действительная длина звена, м.

Для определения величины реакций  $\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{43}$  применим метод построения плана сил (так как группа Ассура из звеньев 2 и 3 условно считается находящейся в состоянии равновесия, то многоугольник сил, приложенных к этой ГА должен быть замкнут). Порядок построения векторной суммы безразличен, однако удобнее начинать с известной составляющей неизвестной силы и далее обходить ГА по или против движения часовой стрелки. План сил, приложенных к ГА из звеньев 2, 3 изображен на рисунке 8.2.

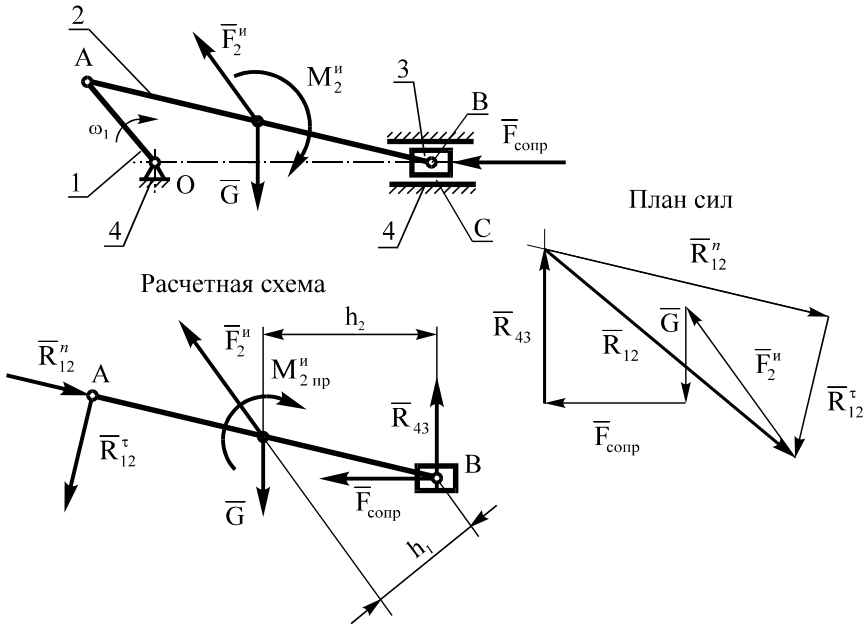


Рисунок 8.2 – Определение реакций в кинематических парах кривошипно-ползунного механизма

Масштаб плана сил:

$$\mu_F = \frac{R_{12}^\tau}{l_{R_{12}^\tau}}, \text{ (Н/мм)} \quad (8.5)$$

После построения плана сил численная величина неизвестной реакции или ее составляющей определяется произведением длины соответствующего отрезка (мм) с плана на его масштаб (Н/мм).

#### 8.1.4 Уравновешивающая сила. Расчет необходимой мощности двигателя

Уравновешивающая сила (момент силы) – приложена к ведущему звену (кривошипу) и обеспечивает требуемый закон его движения, т. е. уравновешивает все внешние силы и силы инерции, действующие на звенья механизма.

Уравновешивающую силу определяют для нескольких положений кривошипа в пределах одного его полного оборота. По максимальной величине уравновешивающей силы определяют потребную мощность двигателя:

$$P = F_{yp} \cdot v = M_{yp} \cdot \omega, \quad (\text{Вт}) \quad (8.6)$$

где:  $F_{yp}$ ,  $M_{yp}$  – уравновешивающая сила (Н), уравновешивающий момент (Н м);

$v$  – скорость точки приложения  $F_{yp}$ , м/с;

$\omega$  – угловая скорость кривошипа, рад/с.

Для изложения методики нахождения величины уравновешивающей силы используем исходные данные и результаты определения реакций в кинематических парах предыдущего примера (рисунок 8.3). Рассмотрим равновесие кривошипа (звена 1) – так как кривошип не является статически определимой системой ( $W = 1$ ), то для равновесия к нему прикладываем уравновешивающую силу.

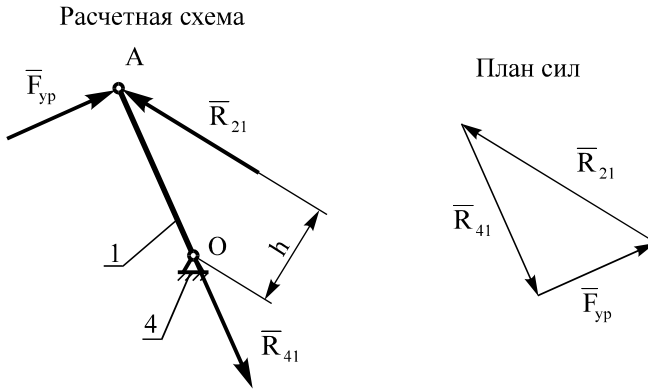


Рисунок 8.3 – Графический метод определения величины уравновешивающей силы

Направление реакции  $R_{41}$  определили, используя теорему о трех силах. Величину  $F_{yp}$  находим или из суммы моментов всех сил относительно шарнира O, или из плана сил:

$$\sum_{i=1}^n M_{iO} = 0; \quad R_{21} \cdot h - F_{yp} \cdot l_{OA} = 0,$$

$$F_{yp} = \frac{R_{21} \cdot h}{l_{OA}}, \quad (\text{Н})$$

### 8.1.5 Методика нахождения величины уравнивающей силы при помощи «вспомогательного рычага» Н.Е. Жуковского

Определение  $F_{\text{уп}}$  предыдущим методом требует предварительного расчета реакций во всех кинематических парах механизма.

Метод определения величины уравнивающей силы, предложенный Н.Е. Жуковским, позволяет наименее трудоемко решить эту задачу. Основан метод на принципе возможных скоростей:

$$\sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i = 0, \quad (1)$$

где:  $F_i v_i \cos \alpha_i$ ;  $M_i \omega_i$  – мощность, развиваемая силой  $F_i$  или моментом  $M_i$  в данном положении звена, Вт;  
 $v_i$  – скорость точки приложения силы, м/с;  
 $\alpha_i$  – угол между направлением силы и вектором скорости;  
 $\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -того звена в данном его положении, рад/с.

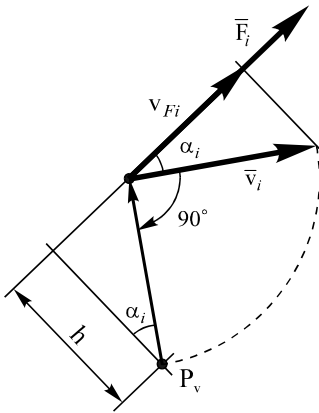


Рисунок 8.4

В число известных сил входят все активные силы и силы инерции. Неизвестной является только уравнивающая сила  $F_{\text{уп}}$ . На практике данное уравнение чаще всего решают не аналитически, а графически. Для этого применяют метод построения вспомогательного рычага, предложенный Н.Е. Жуковским.

Из рисунка 8.4 видно, что произведение  $F_i v_i \cos \alpha_i$  – это момент силы  $F_i$  относительно точки  $P$ , если вектор  $v_i$  откладывать от этой точки повернутым на  $90^\circ$ . Плечом силы относительно полюса  $P$  в этом случае является произведение  $v_i \cos \alpha_i = h$ .

Следовательно, если для механизма построен план скоростей, повернутый на  $90^\circ$ , то, приложив в соответствующих точках плана скоростей действующие на звенья механизма силы и рассматривая этот план как жесткий рычаг, вращающийся вокруг полюса  $P$ , можно составить уравнение (1) в виде суммы моментов сил относительно полюса:

$$\sum_{i=1}^n F_i h_i + F_{\text{уп}} h_{\text{уп}} = 0, \quad (2)$$



Следовательно: 
$$F_{\text{yp}} = -\frac{\sum_{i=1}^n F_i h_i}{h_{\text{yp}}} .$$

Помимо сил к звеньям механизма часто приложены и моменты пар сил. Учесть их действие на рычаге Жуковского можно двумя способами.

1). Каждый момент, приложенный к звену, можно рассматривать как пару сил (рисунок 8.5):

$$F'_i = F''_i = \frac{M_i}{\ell} ,$$

где:  $M$  – момент пары сил,  $\text{H} \cdot \text{м}$  ;  
 $\ell$  – длина звена, м.

2). Момент пары сил  $M_i$  , ( $\text{H} \cdot \text{м}$ ) , приложенный к звену, на рычаге Жуковского заменяется соответствующим приведенным моментом  $M'_i$  , ( $\text{H} \cdot \text{мм}$ ) :

$$M'_i = M_i \frac{ab}{\ell_{AB}} ,$$

где:  $ab$  – величина отрезка  $ab$  на повернутом плане скоростей, мм;  
 $\ell_{AB}$  – длина звена  $AB$ , м.

Момент  $M'_i$  совпадает по направлению с моментом  $M_i$  если направление  $\overline{AB}$  на плане положений совпадает с направлением  $ab$  на повернутом плане скоростей. В противном случае направления этих моментов противоположны.

Формула для определения величины уравновешивающей силы принимает вид:

$$F_{\text{yp}} = -\frac{\sum_{i=1}^n F_i h_i + \sum_{i=1}^n M'_i}{h_{\text{yp}}} .$$

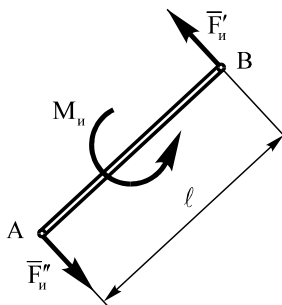


Рисунок 8.5

## 8.2 Пример выполнения динамического анализа

### 8.2.1 Определение сил, приложенных к звеньям механизма

По условию задания учитывается масса звеньев, совершающих плоско-параллельное движение ( $q = 40 \text{ кг/м}$ ). Массами кривошипа и ползуна пренебрегаем. К ползуну противоположно ходу прикладывается сила сопротив-

ления движению ( $F_{\text{сопр}}=190$  Н). К точке А кривошипа прикладывается иско-  
мая уравновешивающая сила  $F_{\text{ур}}$ .

Определяем массы звеньев.

$$\text{Звена 2: } m_2 = \ell_2 q = 0,1 \cdot 40 = 4 \text{ кг ,}$$

$$\text{Звена 4: } m_4 = \ell_4 q = 0,35 \cdot 40 = 14 \text{ кг .}$$

Определяем силы тяжести.

$$\text{Звена 2: } G_2 = m_2 g = 4 \cdot 9,81 = 39,24 \text{ Н ,}$$

$$\text{Звена 4: } G_4 = m_4 g = 14 \cdot 9,81 = 137,34 \text{ Н .}$$

Модуль главного вектора сил инерции звена 2 найдем по формуле

$$P_2^H = m_2 \cdot a_{S_2} ,$$

где:  $a_{S_2}$  – ускорение центра тяжести звена 2,  $\text{м/с}^2$ . Определяется при по-  
мощи плана ускорений.

$$a_{S_2} = PS_2 \cdot \mu_a = 159,5 \cdot 0,0789 = 12,58 \text{ м/с}^2 .$$

$$P_2^H = 4 \cdot 12,58 = 50,34 \text{ Н .}$$

Звена 4:  $P_4^H = m_4 \cdot a_{S_4}$ , где  $a_{S_4} = PS_4 \cdot \mu_a = 57 \cdot 0,0789 = 4,497 \text{ м/с}^2$  .

$$P_4^H = 14 \cdot 4,479 = 62,96 \text{ Н}$$

Главный момент сил инерции звена 2 определим по формуле

$$M_2^H = I_2 \varepsilon_2 ,$$

где:  $I_2$  – момент инерции массы звена 2 относительно его центра тяже-  
сти,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ .

$$I_2 = \frac{m_2 \ell_2^2}{12} = \frac{4 \cdot 0,1^2}{12} = 0,0033 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 .$$

$\varepsilon_2$  – угловое ускорение звена 2,  $\text{рад/с}^2$ . Определяется при помощи  
плана ускорений.

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{DA}^{\tau}}{\ell_2} = \frac{n_{DA} d \cdot \mu_a}{\ell_2} = \frac{40 \cdot 0,05636}{0,1} = \frac{2,25}{0,1} = 22,5 \text{ рад/с}^2 ,$$

$$M_2^H = 0,0033 \cdot 22,5 = 0,075 \text{ Н} \cdot \text{м} .$$

Звена 4:  $I_4 = \frac{m_4 \ell_4^2}{12} = \frac{14 \cdot 0,35^2}{12} = 0,143 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ,$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{BC}^{\tau}}{\ell_4} = \frac{n_{BC} b \cdot \mu_a}{\ell_4} = \frac{150 \cdot 0,05636}{0,35} = \frac{8,44}{0,35} = 24,11 \text{ рад/с}^2 ,$$

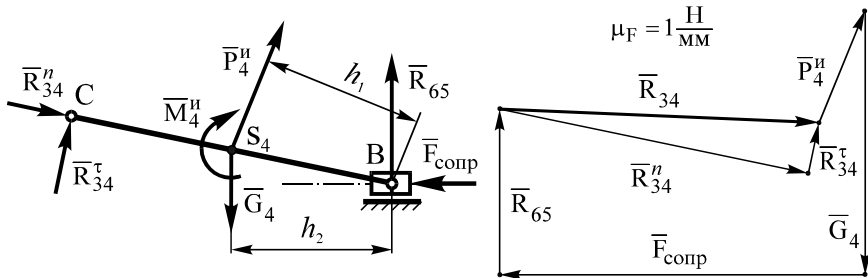
$$M_4^H = 0,143 \cdot 24,11 = 3,45 \text{ Н} \cdot \text{м} .$$

Напоминаем, что направления сил инерции и моментов сил инерции про-  
тивоположны соответствующим ускорениям (рисунок 8.1).

## 8.2.2 Расчет реакций в кинематических парах и величины уравновешивающей силы методом планов сил

Нахождение величины реакций начинаем с наиболее удаленной от кривошипа группы Ассур из звеньев 4 и 5. Вычерчиваем в произвольном масштабе эту группу Ассур и в соответствующих точках прикладываем все активные силы, силы и моменты сил инерции, реакции связей (рисунок 8.6). Так как группа Ассур была изображена в произвольном масштабе, то главный момент сил инерции приводим в соответствие с этим масштабом. Величину приведенного главного момента сил инерции определяем по формуле

$$M_{4пр}^u = M_4^u \frac{CB}{\ell_4} = 3,45 \cdot \frac{175}{0,35} = 1725 \text{ Н} \cdot \text{мм} .$$



Масштаб 1:3

Рисунок 8.6

В соответствии с принципом Даламбера должно выполняться следующее векторное уравнение:

$$\bar{R}_{34}^{\tau} + \bar{R}_{34}^n + \bar{P}_4^u + \bar{G}_4 + \bar{R}_{65} + \bar{F}_{сопp} = 0 .$$

Величину касательной составляющей реакции  $R_{34}$  определяем из суммы моментов всех сил относительно точки В:

$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0; -R_{34}^{\tau} \ell_4 + G_4 h_2 - P_4^u h_1 - M_{4пр}^u = 0 ,$$

Длину каждого плеча  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\ell_4$  определяем по чертежу при помощи линейки.

$$R_{34}^{\tau} = \frac{+G_4 h_2 - P_4^u h_1 - M_{4пр}^u}{\ell_4} = \frac{137,34 \cdot 85 - 62,96 \cdot 87 - 1725}{175} = 25,55 \text{ Н} .$$

Реакции  $\bar{R}_{34}^n$  и  $\bar{R}_{65}$  определяем при помощи плана сил. Построения начинаем с известной составляющей неизвестной реакции  $\bar{R}_{34}^{\tau}$  (рисунок 8.6).

Затем последовательно строим вектора  $\bar{P}_4^n$ ,  $\bar{G}_4$ ,  $\bar{F}_{\text{сопр}}$ . Из конца вектора  $\bar{F}_{\text{сопр}}$  проводим линию, параллельную  $\bar{R}_{65}^\tau$ , а из начала  $\bar{R}_{34}^\tau$  – параллельную  $\bar{R}_{34}^n$ . Точка пересечения этих линий определяет модули реакций  $R_{34}^n$  и  $R_{65}$ .

Масштаб плана сил:  $\mu_F = 1 \text{ Н/мм}$ . Измеряя линейкой соответствующие вектора, получаем следующие значения искомых реакций:

$$R_{34}^n = 167 \text{ Н}; R_{34} = 169 \text{ Н}; R_{65} = 90 \text{ Н}.$$

Рассмотрим равновесие группы Ассур из звеньев 2 и 3. В произвольном масштабе вычерчиваем ГА и прикладываем все активные силы, реакции, инерционные нагрузки (рисунок 8.7).

Составляем уравнение равновесия:

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{P}_2^n + \bar{G}_2 + \bar{R}_{43} + \bar{R}_{63}^\tau + \bar{R}_{63}^n = 0.$$

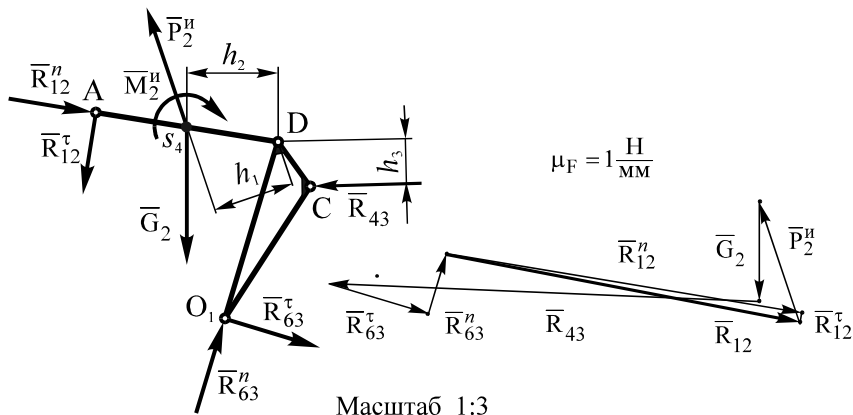


Рисунок 8.7

Исходя из того, что после приложения инерционных нагрузок звено 2 считается находящимся в состоянии равновесия, касательную составляющую реакции  $R_{12}$  можно определить из следующего уравнения:

$$\sum_{i=1}^n M_{iD} = 0; R_{12}^\tau \ell_2 - P_2^n h_1 + G_2 h_2 - M_{2\text{пр}}^n = 0$$

где:  $M_{2\text{пр}}^n = M_2^n \frac{AD}{\ell_2} = 0,075 \cdot \frac{100}{0,1} = 75 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$

$$R_{12}^{\tau} = \frac{P_2^H h_1 - G_2 h_2 + M_{2\text{пр}}^H}{\ell_2} = \frac{50,34 \cdot 43 - 39,24 \cdot 48 + 75}{100} = 3,56 \text{ Н}.$$

Касательную составляющую реакции  $R_{63}$  определим из аналогичного уравнения равновесия для звена 3:

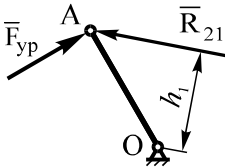
$$\sum_{i=1}^n M_{iD} = 0; \quad R_{63}^{\tau} \ell_{O_1D} - R_{43} h_3 = 0,$$

$$R_{63}^{\tau} = \frac{R_{43} h_3}{\ell_{O_1D}} = \frac{169 \cdot 23}{100} = 38,9 \text{ Н}.$$

Строим для группы Ассура из звеньев 2 и 3 план сил в масштабе  $\mu_F = 1 \text{ Н/мм}$ . Из плана сил определяем величину реакции  $R_{12}$ :

$$R_{12} = \ell_{R_{12}} \cdot \mu_F = 143 \cdot 1 = 143 \text{ Н}.$$

Величину уравнивающей силы найдем, рассматривая равновесие ведущего звена (кривошипа). Для этого в произвольном масштабе изображаем ведущее звено (рисунок 8.8) и прикладываем в точке А силу  $F_{yp}$  и реакцию  $R_{21}$  ( $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ ).



$$\sum_{i=1}^n M_{iO} = 0; \quad R_{12} h_1 - F_{yp} OA = 0,$$

$$F_{yp} = \frac{R_{12} h_1}{OA} = \frac{143 \cdot 53}{70} = 108,3 \text{ Н}.$$

Итого:  $F_{yp} = 108,3 \text{ Н}$

Рисунок 8.8

### 8.2.3 Определение величины уравнивающей силы методом Н. Е. Жуковского

Строим в произвольном масштабе план скоростей, повернутый на  $90^\circ$ . В соответствующих точках прикладываем активные силы и инерционные нагрузки (рисунок 8.9). Действие главных моментов сил инерции учитываем приведением этих моментов в соответствие с масштабом повернутого плана скоростей (этот метод был использован при расчете реакций в кинематических парах) или представляя момент в виде пары сил. Для того, чтобы привести пример подобного расчета, используем второй способ.

$$F'_{2и} = F''_{2и} = \frac{M_2^H}{\ell_2} = \frac{0,075}{0,1} = 0,75 \text{ Н},$$

$$F'_{4и} = F''_{4и} = \frac{M_4^и}{\ell_4} = \frac{3,45}{0,35} = 9,86 \text{ Н} .$$

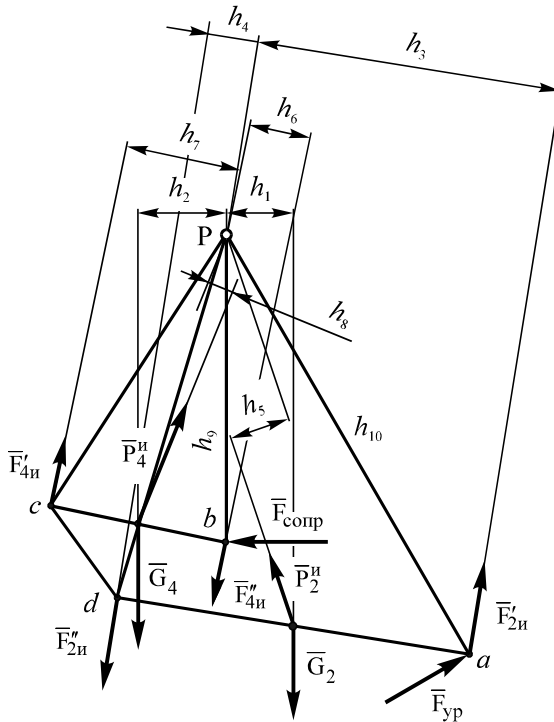


Рисунок 8.9 – Рычаг Жуковского. Масштаб 1:3

Составляем уравнение моментов всех сил относительно повернутого плана скоростей:

$$\sum_{i=1}^n M_{iP} = 0; -G_2 h_1 + G_4 h_2 + F'_{2и} h_3 + F''_{2и} h_4 - P_2^и h_5 - F'_{4и} h_6 - F''_{4и} h_7 +$$

$$+ P_4^и h_8 - F_{\text{сопр}} h_9 + F_{\text{yp}} h_{10} = 0 ,$$

$$F_{\text{yp}} = \frac{1}{h_{10}} (G_2 h_1 - G_4 h_2 - F'_{2и} (h_3 + h_4) + P_2^и h_5 + F''_{4и} (h_6 + h_7) - P_4^и h_8 + F_{\text{сопр}} h_9) =$$

$$= \frac{1}{200} (39,24 \cdot 27,5 - 137,34 \cdot 37 - 0,75(124,5 + 20) + 50,34 \cdot 28,5 + 9,86(21 + 47) -$$

$$- 62,96 \cdot 14 + 190 \cdot 128,5) = 107,6 \text{ Н} .$$

## 8.2.4 Оценка точности полученных результатов

Установим процент расхождения результатов, определения величины уравнивающей силы различными способами.

Путем последовательного определения реакций в кинематических парах механизма:  $F_{ур}=108,3$  Н.

При помощи метода Н. Е. Жуковского:  $F_{ур}=107,6$  Н.

Расхождение:

$$\frac{108,3 - 107,6}{108,3} 100\% = 0,65\% .$$

Точность считается удовлетворительной, если расхождение результатов составляет не более 8 %.

## 8.2.5 Расчет величины уравнивающего момента и потребной мощности двигателя в исследуемом положении механизма

Определяем величину уравнивающего момента по формуле:

$$M_{ур} = F_{ур} \ell_1 = 108 \cdot 0,1 = 10,8 \text{ Н} \cdot \text{м} .$$

Потребная мощность двигателя для 2 положения механизма:

$$N = M_{ур} \omega_1 = 10,8 \cdot 12,56 = 135,65 \text{ Вт} = 0,136 \text{ кВт} .$$

Кроме того, потребную мощность двигателя можно было найти по формуле:

$$N = F_{ур} v_A = 108 \cdot 1,256 = 135,65 \text{ Вт} = 0,136 \text{ кВт} .$$

Расчет закончен.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 *Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р.* Курс теоретической механики.— СПб.: Издательство «Лань», 1998.— 736 с.

2 *Тарг С.М.* Краткий курс теоретической механики.— М.: Высшая школа, 1995.— 416 с.

3 *Шимановский А.О.* Теоретическая механика. Ч. 1. Статика. — Гомель: БелГУТ, 1998.— 72 с.

4 *Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С.* Теоретическая механика в примерах и задачах: Т. 1. Статика и кинематика.— М.: Наука, 1990.— 670 с.



Учебное издание

*Галина Михайловна КУЗЕМКИНА*

*Ирина Евгеньевна КРАКОВА*

*Дмитрий Анатольевич ЧЕРНОУС*

## **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.**

### **РАЗДЕЛ «СТАТИКА»**

#### **(Обзор материала и задания для контрольных работ)**

Пособие для студентов технических специальностей вузов

Редактор М.П. Дежко

Технический редактор В.Н. Кучерова

Корректор О.В. Занина

Подписано в печать 15.08.2002 г. Формат бумаги 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бумага газетная. Гарнитура “Таймс”. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 3,95. Уч. изд. л. 3,74. Тираж 800 экз.

Зак. № 1541. Изд. № 3852.

Редакционно-издательский отдел БелГУТа, 246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34.

Лицензия ЛВ № 57 от 22.10.97 г.

Типография БелГУТа, 246022, г. Гомель, ул. Кирова, 34.

Лицензия ЛП № 360 от 26.07.99 г.