

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА

Кафедра “Техническая физика и теоретическая механика”

З.Г. ЕФРЕМОВА

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Часть 1

Рекомендовано методической комиссией механического факультета
в качестве учебного пособия для студентов втузов

Гомель 1999

СОДЕРЖАНИЕ

1 Прикладная механика – основа инженерных знаний	6
1.1 Основное содержание и задачи курса	6
1.2 Краткие сведения о развитии прикладной механики	7
2 Общие принципы проектирования, конструирования и расчёта машин, механизмов и сооружений	8
2.1 Основные характеристики и требования, предъявляемые к машинам и механизмам	8
2.2 Проектирование и конструирование машин	9
3 Основные машиностроительные материалы	11
3.1 Материалы, применяемые в производстве	11
3.2 Виды термообработки и упрочнения материалов	14
4 Наука о сопротивлении материалов	16
4.1 Понятие о прочности, жёсткости и устойчивости конструкции	16
4.2 Допущения, применяемые в курсе сопротивления материалов	16
4.3 Классификация элементов конструкций	17
4.4 Основные виды деформации	18
5 Внутренние силовые факторы в сечениях бруса при различных видах деформации	20
5.1 Внешние и внутренние силы	20
5.2 Метод сечений	20
5.3 Эпюры внутренних силовых факторов при деформации растяжения (сжатия) и кручения	22
5.4 Эпюры внутренних силовых факторов при деформации изгиба	25
5.5 Дифференциальная зависимость между поперечной силой, изгибающим моментом и равномерно распределённой нагрузкой	29
6 Понятие о напряжениях	31
6.1 Напряжения нормальные и касательные	31
6.2 Напряжения предельные и допускаемые	33
7 Центральное растяжение (сжатие)	35
7.1 Продольная и поперечная деформации при растяжении	35
7.2 Закон Гука. Модуль упругости материала	36
7.3 Условия прочности и жёсткости при растяжении (сжатии)	37
8 Экспериментальное определение механических свойств материалов при растяжении и сжатии	40
8.1 Назначение и виды испытаний	40
8.2 Диаграмма растяжения и её характерные точки	40
8.3 Пластичность и хрупкость материала	43
8.4 Диаграммы сжатия	44

9 Деформации сдвига и смятия	45
9.1 Понятие о сдвиге (срезе). Закон Гука при сдвиге	45
9.2 Допускаемые напряжения и условие прочности при сдвиге.	47
9.3 Деформация смятия. Расчёты на прочность	47
10 Основные геометрические характеристики плоских сечений	49
10.1 Геометрические характеристики сечений.	49
10.2 Статический момент площади сечения	49
10.3 Моменты инерции сечений	50
10.4 Радиус инерции и момент сопротивления сечения	51
10.5 Вычисление геометрических характеристик некоторых простых фигур.	52
10.6 Определение моментов инерции сложных сечений	54
11 Кручение бруса	56
11.1 Общие сведения о деформации кручения	56
11.2 Определение напряжений и углов закручивания при кручении	56
11.3 Условия прочности и жесткости при кручении.	59
11.4 Потенциальная энергия при кручении	59
11.5 Расчет винтовых цилиндрических пружин	61
12 Плоский изгиб. Определение напряжений	63
12.1 Поперечный и чистый изгиб	63
12.2 Определение нормальных напряжений при плоском изгибе	64
12.3 Определение касательных напряжений при плоском изгибе	67
12.4 Условия прочности при плоском изгибе	69
12.5 Напряжения в наклонных сечениях балки. Главные напряжения	70
13 Определение линейных и угловых перемещений при изгибе	71
13.1 Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки и его применение к определению перемещений и углов поворота	71
13.2 Метод начального параметра (универсальное уравнение изогнутой оси балки)	73
14 Графоаналитические методы определения перемещений и углов поворота балки при изгибе	76
14.1 Интеграл Мора	76
14.2 Способ Верещагина	77
15 Расчет сжатых стержней на устойчивость	80
15.1 Продольный изгиб длинных тонких стержней. Критическая сила, критическое напряжение	80
15.2 Формула Эйлера для определения критической силы	80
15.3 Пределы применимости формулы Эйлера. Формула Ясинского	82
16 Усталостные явления материалов	84
16.1 Понятие об усталости материалов. Циклы напряжений	84

16.2 Испытания материалов на усталость. Кривая выносливости, предел усталости	85
16.3 Факторы, влияющие на предел выносливости деталей конструкций.	87
17 Некоторые сведения о сварочном производстве	89
17.1 Из истории сварки. Виды сварки. Типы сварных соединений	89
17.2 Ручная дуговая сварка	90
17.3 Механизованная и автоматическая дуговая сварка.	92
17.4 Дуговая сварка неплавящимся электродом в инертных газах	95
17.5 Некоторые специальные виды сварки.	96
17.6 Наплавка и наварка деталей	100
17.7 Расчет сварных швов на прочность.	102
Приложения	105
Приложение А Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)	106
Приложение Б Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-89).	107
Приложение В Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509-86)	108
Приложение Г Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510-86)	110
Список использованной литературы	111

1 ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА — ОСНОВА ИНЖЕНЕРНЫХ ЗНАНИЙ

1.1 Основное содержание и задачи курса

Курс прикладной механики является общеобразовательным для студентов немеханических специальностей технических вузов. Его цель – расширить фундамент общей инженерной подготовки студентов. Каждый инженер, специализирующийся в какой-либо узкой области, должен знать о

возможностях, достоинствах и недостатках механических устройств, которые получили широкое применение в современной индустрии.

Учебный курс **“Прикладная механика и основы метрологии”** следует непосредственно за курсом теоретической механики и включает следующие основные разделы: сопротивление материалов и основы конструирования машин и механизмов, теорию механизмов и машин, детали машин и основы метрологии, стандартизации и сертификации.

В этом курсе студенты изучают общие основы расчета, проектирования и конструирования машин, механизмов, строительных конструкций, основы прочности, жесткости, устойчивости и надежности элементов конструкций, знакомятся с основами стандартизации, сертификации и основами взаимозаменяемости.

В разделе **“Сопротивление материалов”** на основе упрощений и допущений излагаются инженерные, практически широко доступные методы расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость с соблюдением двух основных принципов: надежности и экономичности. В **“Теории машин и механизмов”** изучаются вопросы преобразования механического движения, происходящего в машинах и механизмах, рассматриваются структурные формулы механизмов, проводится их структурный анализ и синтез.

В разделе **“Детали машин”** рассматриваются основы проектирования и конструирования деталей, узлов и механизмов машин, приборов и аппаратов. Изучаются различные соединения деталей машин, механические передачи, валы, оси, подшипники, упругие элементы и муфты, их расчеты, а также факторы, влияющие на их прочность и выносливость.

“Основы метрологии и стандартизации” знакомят студентов с процессом установления и применения стандартов. Стандартизация в области деталей и узлов машин охватывает материалы, геометрические параметры (диаметры валов и отверстий, форму и размеры резьбы, соединений и т.д.), нормы точности, правила оформления чертежей и т. д.

1.2 Краткие сведения о развитии прикладной механики

Прикладная механика как наука о машинах и других конструкциях выделилась из теоретической механики в начале XIX века. Ее развитие было связано с расцветом машинного способа производства и бурным ростом производительных сил в обществе. Однако задолго до этого, начиная с древних мыслителей, многие изобретатели и ученые (*Аристотель, Архимед, Леонардо да Винчи, Галилей, Ньютон* и др.) создали фундамент машиностроения, который явился основой дальнейшего развития всех областей прикладной механики XIII – XVIII вв.

Зарождение науки о сопротивлении материалов относится к XVII веку и связано с работами *Галилея*, которые были посвящены решению задач о

зависимости между размерами балок и нагрузками, которые могут выдержать эти элементы конструкции. В этом же веке *Роберт Гук* сформулировал важный закон, утверждающий, что величина деформации в упругом теле пропорциональна нагрузке.

Большой вклад в развитие прикладной механики внесли русские и зарубежные учёные:

Ломоносов М. В. – разработал конструкцию машин для производства стекла и испытания материалов;

Кулибин И. П. – создал механизм протеза, часы-автомат;

Черепановы Е. А. и М. Е. – создали первый в России паровоз;

Эйлер Л. – впервые предложил для зубчатых колес эвольвентное зацепление, исследовал сжатые стержни на устойчивость;

Чебышев П. Л. – изобрёл арифмометр и 40 различных механизмов;

Петров Н. П. – получил важные эмпирические формулы для определения коэффициента трения между различными материалами;

Ассур Л. В. – открыл общие закономерности в структуре многозвенных механизмов;

Артоболевский И. Г. – провел фундаментальные исследования по кинематике сложных механизмов;

Крылов А. Н. – развил и совершенствовал методы сопротивления материалов;

Журавский Д. И. вывел формулу для определения касательных напряжений при изгибе;

Ясинский Ф. С. – исследовал сжатые стержни на устойчивость;

Тимошенко С. П. – автор учебников и научных работ по вопросам расчета сооружений на прочность и устойчивость, а также по теории колебаний механических систем.

2 ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ, КОНСТРУИРОВАНИЯ И РАСЧЕТА МАШИН, МЕХАНИЗМОВ И СООРУЖЕНИЙ

2.1 Основные характеристики и требования, предъявляемые к машинам и механизмам

Современное производство немислимо без всевозможных высокоэффективных машин. Благодаря их использованию повышается производительность труда, облегчается физический и умственный труд человека. По **назначению** машины условно подразделяются на три основные группы:

- 1) энергетические, в которых какой-либо вид энергии преобразуется в механическую работу или наоборот. Это электродвигатели, тепловые и ядерные двигатели, электрические генераторы и др.;
- 2) информационные, в которых происходит преобразование вводимой информации с целью контроля, регулирования и управления технологическими процессами. Это вычислительные и кибернетические машины. Кибернетические машины способны заменить или имитировать различные механические, физиологические или биологические процессы, присущие человеку или живой природе;
- 3) технологические, или рабочие, предназначенные для выполнения производственных процессов по изменению формы, свойств и положений объектов труда. Это металлорежущие и ткацкие станки, полиграфические, швейные, горнодобывающие, транспортные и др. машины.

В зависимости от **способа управления** различают машины ручного управления, полуавтоматы и автоматы. Машинные агрегаты, выполняющие все операции без участия человека, называют машинами-автоматами. Для изготовления изделий сложной формы могут применяться несколько машин-автоматов, комплекс которых составляет автоматическую линию.

Качества машин и механизмов характеризуют следующие **свойства**:

- работоспособность – состояние машин, при котором они способны нормально выполнять заданные функции в соответствии с параметрами, установленными нормативной документацией;
- надежность – свойство выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в пределах, соответствующих заданным режимам;
- безотказность – свойство изделия сохранять работоспособность в течение заданного времени без вынужденных перерывов;
- долговечность – свойство изделия сохранять работоспособность до определённого состояния с необходимыми перерывами для технического обслуживания и ремонта;
- технологичность. Технологичными называют машины, требующие минимальных затрат времени, средств и труда в производстве, эксплуатации и ремонте. Машины должны характеризоваться высоким уровнем стандартизации и унификации конструктивных элементов и материалов, из которых они изготавливаются;
- экономичность. При оценке экономичности учитывают затраты на проектирование, изготовление, эксплуатацию и ремонт. Экономичность достигается за счет снижения материалоемкости и трудоемкости производства;
- сохраняемость – свойство машины или изделия сохранять требуемые эксплуатационные показатели после установленного срока хранения и транспортирования;

– эргономичность. Совершенство и красота внешних форм машины и удобство ее обслуживания существенно увеличивают производительность труда и влияют на отношение к ней покупателей и обслуживающего персонала.

К **основным характеристикам** машин и механизмов относятся: назначение, область применения, способ управления, мощность и производительность, коэффициент полезного действия, масса, габаритные размеры, стоимость и др.

2.2 Проектирование и конструирование машин

Конструирование машин – творческий процесс со свойственными ему закономерностями построения и развития моделей. Основные особенности этого процесса состоят в многовариантности подходов, необходимости согласования принимаемых решений с общими требованиями к конструкции, соответствующими стандартами, системами измерения и т. д.

Проектированием называют процесс разработки общих схем механизмов и машин, **конструированием** – процесс создания изделия в чертежах на основе технических расчётов.

Стандартом установлены следующие **стадии разработки конструкторской документации и этапы проектировочных работ**:

1-я стадия – *техническое задание*.

Это документ, содержащий наименование, основное назначение, технические требования, показатели качества, экономические показатели и специальные требования заказчика к изделию.

2-я стадия – *техническое предложение*.

Это совокупность конструкторских документов, обосновывающих техническую и технико-экономическую целесообразность разработки изделия на основе технического задания. Рассматриваются варианты возможных решений с учетом достижений науки и техники.

3-я стадия – *эскизный проект*.

Это совокупность конструкторских документов, содержащих принципиальные конструкторские решения и разработку общих видов чертежей. Сюда входит пояснительная записка с необходимыми расчетами.

4-я стадия – *технический проект*.

Это совокупность конструкторских документов, содержащих окончательное решение и дающих полное представление об устройстве изделия. Чертежи проекта состоят из общих видов и сборочных чертежей узлов, полученных с учетом достижений науки и техники. На этой стадии проектирования рассматриваются вопросы надежности и безопасности.

5-я стадия – *конструкторская документация*.

Это совокупность документов, содержащих чертежи общих видов узлов и деталей, оформленных так, чтобы по ним можно было изготавливать изделия и контролировать их производство и эксплуатацию. На этой стадии разрабатываются конструкции деталей, оптимальные по показателям надежности, технологичности и экономичности.

Документация, разработанная в результате проектирования и конструирования, называется **проектом**. При проектировании деталей машин встречаются расчёты двух видов: проектный и проверочный. *Проектный* расчёт выполняется по допускаемым напряжениям. На этой стадии проектирования в большинстве случаев невозможно точно учесть все факторы, влияющие на прочность детали. Поэтому при проектном расчёте определяют только основные размеры деталей и разрабатывают её конструкцию.

Проверочный расчёт производят по тем критериям работоспособности, которые отражают физические явления при работе машины (прочность, жёсткость, выносливость и т. д.). Проверочный расчёт является уточнённым и выполняется, когда форма и размеры изделия известны из проектного расчёта или были приняты конструктивно. В процессе проектирования расчёт и конструирование органически связаны.

В современных условиях на всех стадиях проектирования необходимо широко использовать ЭВМ, чтобы избавить конструктора от трудоемких расчетов, ускорить выполнение большого объема графических работ. На производстве широко используются системы автоматизированного проектирования (САПР) – организационно-технические системы, выполняющие автоматизированное проектирование объектов и состоящие из комплекса средств автоматизации проектирования, взаимосвязанного с подразделениями проектной организации.

Целью создания САПР является повышение технико-экономического уровня проектирования объектов, уменьшение стоимости, трудоёмкости и сокращения сроков выполнения работ.

3 ОСНОВНЫЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

3.1 Материалы, применяемые в производстве

Расчет и проектирование деталей начинается с выбора материала и назначения термической обработки его, которые определяются конструктивными, технологическими и экономическими соображениями. Для изготовления деталей в машиностроении и приборостроении используется большое многообразие материалов. Все их можно

классифицировать по **основным группам**: стали, сплавы, чугуны, порошковые материалы, неметаллические материалы.

Рассмотрим подробно и дадим характеристику каждой группе материалов.

Стали. Это сплав железа с углеродом (С до 2 %) и другими элементами.

Изделия из этого материала поддаются ковке, они имеют высокую прочность, пластичность, хорошо обрабатываются. Стали подразделяются на две большие группы: **углеродистые и легированные**, которые в свою очередь делятся на более мелкие группы. Структурная схема основных видов сталей приводится на рисунке 3.1.

Стали обыкновенного качества дешевые, из них изготавливают напряженные детали (болты, гайки, оси, шестерни, корпуса). Они классифицируются по группам: **А, Б, В**.

К *группе А* относятся стали без уточненного химического состава, в которых не ограничивается наличие примесей. Пример обозначения: **Ст3; Ст6**. Цифра 3 обозначает, что углерода 0,3 %, цифра 6 – углерода 0,6 %.

Стали *группы Б* имеют гарантированный химический состав. Изделия из этой стали подвергаются термообработке. Обозначение: **БСт1, БСт4**.

Стали *группы В* имеют строго установленный химический состав и подвергаются различным видам обработки. Обозначение: **ВСт6**.

Конструкционная (качественная) сталь имеет фиксированный химический состав, ее выполняют с соблюдением более строгих технологических условий. Обозначения: **Сталь 10; Сталь 45**.

Низкоуглеродистые (до 0,25 % С) – пластичные стали. Детали, изготовленные из них, хорошо обрабатываются и подвергаются сварке. *Среднеуглеродистые* стали (0,3 – 0,55 % С) менее пластичны, но также хорошо обрабатываются, широко используются для изготовления разнообразных деталей машин.

Высокоуглеродистые (0,6 - 0,85 % С) — твердые, прочные. Из них изготавливают высокопрочные детали, рессоры, пружины.

Специальная (инструментальная) сталь высокопрочная, из нее изготавливают режущий инструмент.

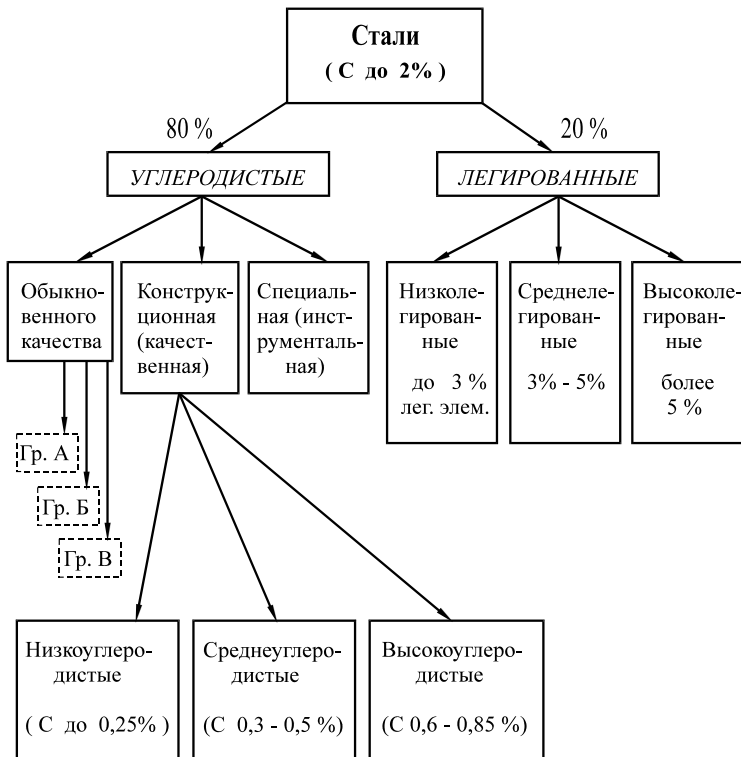


Рисунок 3.1

Легированные стали содержат различные легирующие элементы, которые вводят в ее состав для улучшения механических, тепловых, антикоррозионных свойств. Легирующие элементы обозначаются следующими буквами:

Б – ниобий, **В** – вольфрам, **Г** – марганец, **Д** – медь, **К** – кобальт, **Н** – никель, **М** – молибден, **Р** – бор, **С** – кремний, **Т** – титан, **Ф** – ванадий, **Х** – хром, **Ю** – алюминий.

Например, обозначение **12Х2Н3А** расшифровывается так: 0,12 % углерода, 2 % хрома, 3 % никеля, **А** – высококачественная. Если сталь содержит до 1,5 % легирующего элемента, то цифра после соответствующей буквы не ставится.

Сплавами называются такие соединения металлов, у которых легирующих элементов больше, чем железа, а железа меньше 50 %. Сплавы можно разделить на несколько групп. Структурная схема основных видов сплавов приведена на рисунке 3.2.

Медные сплавы почти в 5 раз дороже стали, они вырабатываются на основе латуни и бронзы.

Сплавы, полученные на основе *латуни*, хорошо обрабатываются, имеют высокие антикоррозионные свойства. Из них изготавливаются узлы трения, проволока. Обозначаются **Л 59**; **Л 62**.

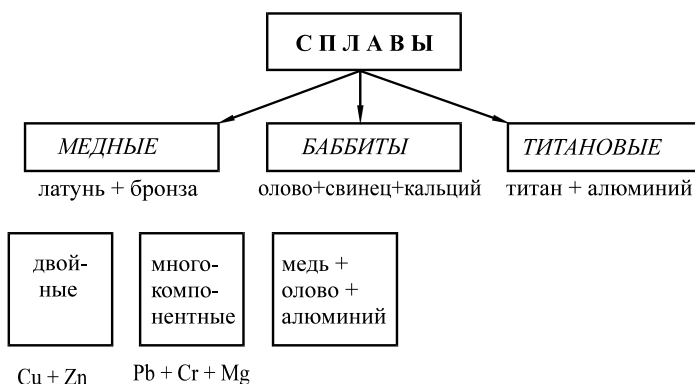
Сплавы, полученные на основе *бронзы*, почти в 10 раз дороже стали. Обозначаются **Бр 9**. Применяются в подшипниках скольжения, в червячных и винтовых колесах. Обозначаются **БрА9Ж4**. Это значит, что они содержат 9 % алюминия и 4 % железа.

Баббиты в 20 раз дороже качественной стали. Из них изготавливают подшипники скольжения, узлы трения. Имеют высокую прочность, обозначаются **Б 8** (8 % олова дополнительные компоненты).

Титановые сплавы очень дорогие, применяются в трубопроводах, авиастроении и судостроении. Обозначаются **ВТ 3** (3 % титана).

Рисунок

3.2



Чугунами называются сплавы железа с углеродом (2 - 4 % **С**) и другими элементами. Чугуны бывают белые, ковкие и серые.

Белый чугун содержит до 4% углерода в виде цементита. Это весьма твёрдый и хрупкий материал, поэтому в машиностроении почти не применяется. Его используют для переделки в серый и ковкий чугун. Ковкий чугун получают длительным нагревом при высоких температурах отливок из белого чугуна. В результате образуется графит хлопьевидной формы. Ковкий чугун обладает высокой прочностью и пластичностью, хорошо переносит вибрационные и ударные нагрузки.

Серый чугун содержит до 3,6% углерода в виде пластинчатого графита. Это прочный и хрупкий материал, но хорошо обрабатываемый. Они применяются для изготовления неподвижных соединений, узлов трения, корпусов, его используют для изготовления литых деталей относительно сложной конфигурации. Обозначение **СЧ 20**. Цифра 20 получается делением предела прочности чугуна на 10.

Порошковые материалы в последние годы находят всё более широкое применение в промышленности. Детали, изготовленные методом порошковой металлургии, не нуждаются в последующей механической

обработке. Сущность метода состоит в прессовании и последующем спекании в пресс-формах композиций металлических порошков и специальных присадок. В зависимости от композиции порошков могут быть получены материалы с необходимыми прочностными, фрикционными, антикоррозионными и другими свойствами. Этот метод реализует принцип безотходной технологии. Порошковые материалы широко используют при изготовлении тормозных колодок, вкладышей подшипников скольжения, малонагруженных зубчатых колес, втулок, шайб и др.

К неметаллическим материалам, применяемым в машиностроении, следует отнести различные виды пластмасс, резину, дерево, бетон и др. Пластмассы — это материалы на основе природных или синтетических полимеров (смола). Они характеризуются невысокой плотностью, высокой коррозионной стойкостью и прочностью. Наиболее распространены *термоактивные слоистые* пластмассы (текстолит, асботекстолит); *термоактивные* пластмассы (волокнит, фенопласт и др.), используемые для изготовления шкивов, ступиц колес и других изделий бытовой техники; *термопластичные* пластмассы (органическое стекло плексиглас, винипласт, фторопласт) используются для изготовления стекол, труб, защитных пленок, ремней, зубчатых колес.

Резина — материал на основе натурального или искусственного каучука обладает высокой упругой податливостью (малой жесткостью), хорошо гасит колебания, сопротивляется истиранию и т.д. В зависимости от назначения резина изготавливается *мягкой* (для шин), *пористой* (для амортизаторов) и *жесткой* (эбонит, для изготовления электротехнических изделий). Для повышения несущей способности изделий из резины их армируют текстильными и стальными элементами. Такую резину используют для изготовления автопокрышек, ремней и т. д.

3.2 Виды термообработки и упрочнения материалов

Различают термическую и химико-термическую обработку материалов.

Термическая обработка. Для придания стали определенных свойств (высокой прочности, пластичности и т. д.) выполняют термическую обработку заготовок или готовых деталей, которая состоит из трех последовательных стадий: нагрева до определенной температуры, выдержки при этой температуре в течение определенного времени и охлаждения с заданной скоростью. Основные виды термической обработки: отжиг, нормализация, закалка и отпуск.

Отжиг заключается в нагреве деталей до определенной температуры (800...900°C) и затем медленном охлаждении вместе с остывающей печью. Проводят его для снижения твердости и улучшения обрабатываемости резанием, а также для снятия остаточных напряжений в конструкциях после сварки или черновой обработки резанием.

Нормализация отличается от отжига медленным охлаждением на воздухе. Ее применяют для получения однородной структуры с более высокой твердостью и прочностью, исправления структуры сварных швов, улучшения обрабатываемости резанием низко- и среднеуглеродистых сталей.

Закалка заключается в нагреве детали до температуры превращений, при которой изменяется структура зерен материала, а затем быстрого охлаждения в воде, масле или соли. В результате металл приобретает мелкозернистую однородную структуру с высокой твердостью, прочностью, износостойкостью. Широко используется *поверхностная* закалка, при которой поверхностный слой детали (зубья колес, кулачки, валы и т. д.) нагревают токами высокой частоты или электронным лучом, а затем быстро охлаждают и получают мелкозернистую структуру поверхностного слоя детали заданной величины. Такая поверхность износостойкая и имеет высокую прочность.

Отпуск — нагрев до температуры ниже интервала превращения, выдержка и последующее охлаждение для повышения вязких свойств, улучшения обрабатываемости резанием. Отпуск применяется обычно после закалки и нормализации.

Химико-термическая обработка применяется для изменения химического состава поверхностных слоев, что позволяет получить после термообработки мелкозернистую структуру, высокую твердость, прочность и износостойкость. Существуют ряд способов такой обработки: цементация — насыщение поверхностных слоев стали углеродом; азотирование — насыщение азотом; цианирование — одновременное насыщение углеродом и азотом; борирование — насыщение бором и другими элементами. Глубина насыщения 0,2 – 1 мм.

Цементации подвергаются детали из низкоуглеродистых легированных сталей, азотированию — высокоуглеродистые легированные стали, цианированию — качественные углеродистые стали.

В последние годы широкое распространение получает обработка поверхностей деталей концентрированными потоками энергии (лазерная, плазменная), которые существенно повышают прочность и износостойкость поверхностных слоев деталей.

4. НАУКА О СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

4.1 Понятие о прочности, жёсткости и устойчивости конструкции

Сопротивление материалов – наука о прочности и надёжности элементов конструкции. Она позволяет инженеру подобрать материалы, определить необходимые размеры элементов конструкций и оценить способность этих элементов сопротивляться внешним воздействиям. Основные требования, предъявляемые к проектируемым объектам, заключаются в том, чтобы они обладали прочностью, жесткостью, устойчивостью, а также удовлетворяли условиям долговечности.

Прочной называется конструкция, размеры каждого элемента которой подобраны так, чтобы при воздействии на нее внешней нагрузки она не разрушалась.

Жесткость конструкции будет обеспечена, если возникающие под действием заданной нагрузки деформации (изменение формы и размеров) не превысят некоторые пределы, устанавливаемые на основании опыта проектирования и эксплуатации аналогичных конструкций.

Под **устойчивостью** понимают способность конструкции сохранять первоначальную форму упругого равновесия.

При проектировании конструкций, их изготовлении и эксплуатации необходимо соблюдать два принципа: *надёжности* и *экономности*, которые достигаются за счет всесторонних экспериментальных исследований и внимательного изучения накопленного опыта проектирования и эксплуатации конструкций.

4.2 Допущения, применяемые в курсе сопротивления материалов

Из-за сложности задач расчета элементов конструкций в сопротивлении материалов принимается ряд допущений, касающихся свойств материалов, нагрузок, а также характера взаимодействия детали и нагрузок:

- материал тела имеет сплошное строение. Таким образом, здесь не принимается во внимание дискретная, атомистическая структура вещества, так как размеры реальных деталей во много раз больше межатомных расстояний;
- материал детали однороден, то есть обладает во всех точках одинаковыми свойствами;
- материал детали изотропен, то есть обладает во всех направлениях одинаковыми свойствами. Это объясняется тем, что у материалов, имеющих мелкозернистую структуру, благодаря большому количеству кристаллов, расположенных в беспорядке, свойства в разных направлениях выравниваются;
- в теле до приложения внешних сил внутренние силы отсутствуют;

– результат воздействия на тело системы сил равен сумме результатов воздействий тех же сил, прилагаемых к телу последовательно и в любом порядке. Другими словами, этот принцип независимости действия сил широко применяется в теоретической механике для абсолютно твердых тел;

– В точках тела, достаточно удаленных от мест приложения нагрузок, внутренние силы мало зависят от конкретного способа приложения этих нагрузок. Это – принцип Сен-Венана. Он позволяет во многих случаях производить замену одной системы сил другой, статически эквивалентной, что может упростить расчет.

Эксперименты показали, что погрешности, вносимые в результаты расчетов этими допущениями, незначительны, и для практических целей ими можно пренебречь.

4.3 Классификация элементов конструкции

Конструкции, с которыми инженеру приходится встречаться на практике, имеют в большинстве случаев сложную форму, однако их можно свести к комбинациям небольшого числа основных элементов (рисунок 4.1, а).

Брус – тело, у которого два размера малы по сравнению с третьим. Брусья могут быть прямолинейными, криволинейными, постоянного и переменного сечения, плоскими и пространственными, иметь различные по форме сечения (рисунок 4.1, б).

Осью бруса называется линия, соединяющая центры тяжести его поперечных сечений. Брус с прямолинейной осью называется стержнем.

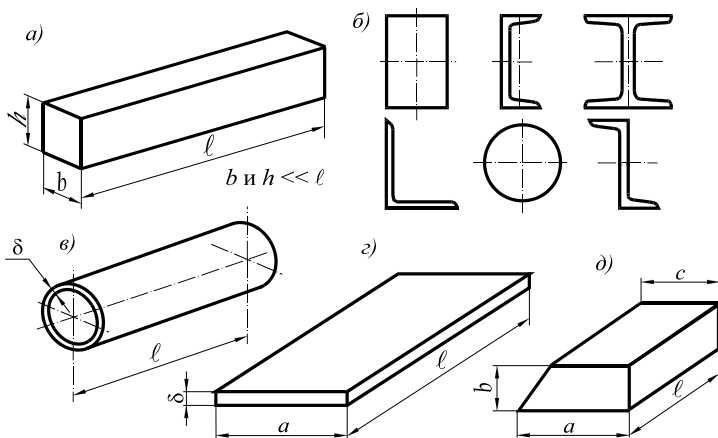


Рисунок 4.1

Оболочка – тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расстояние между которыми мало по сравнению с прочими размерами (рисунок 4.1, в).

Если поверхности оболочки плоские, то такой элемент называется пластиной (рисунок 4.1, *з*).

Массив – тело, у которого все три размера имеют один порядок (рисунок 4.1, *д*).

Из перечисленных выше элементов основным объектом курса сопротивления материалов является брус. Другие элементы конструкции рассчитываются с использованием методов строительной механики и теории упругости.

4.4 Основные виды деформации

Деформацией называется изменение первоначальных размеров и форм тела под действием внешних нагрузок. Изменение линейных размеров тела или его частей называется *линейной* деформацией, а изменение угловых размеров – *угловой* деформацией. При деформировании тел под действием внешних сил внутри них происходит взаимное перераспределение частиц материала, что приводит к возникновению внутренних сил сопротивления или сил упругости. Деформации могут быть упругими и пластическими.

Упругостью называется способность материала незначительно деформироваться под действием сил и восстанавливать свое первоначальное состояние после снятия нагрузки. Упругие деформации не вызывают изменение первоначальных свойств материала (рисунок 4.2)

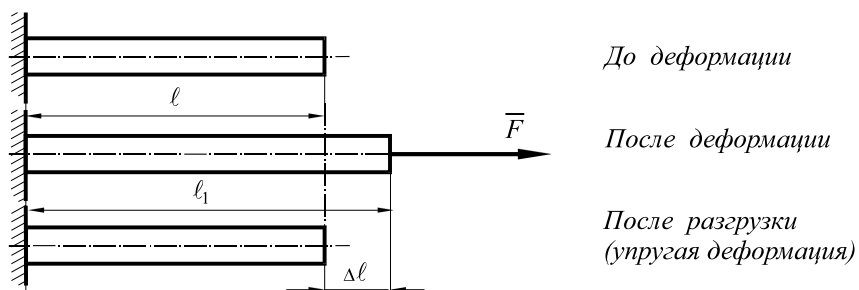


Рисунок 4.2

Пластичностью называется свойство материала претерпевать значительную деформацию под нагрузкой и полностью не восстанавливать своего первоначального состояния после снятия нагрузки. Пластические деформации вызывают изменение первоначальных свойств материалов (рисунок 4.3).

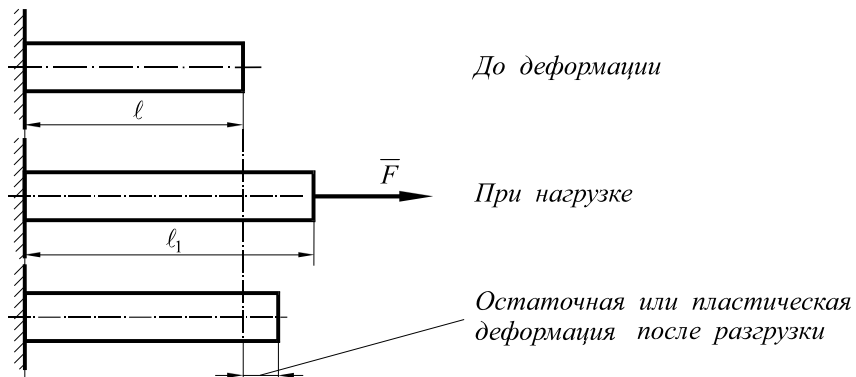


Рисунок 4.3

Деформации элементов сооружений и машин, вызванные внешними силами, могут быть очень сложными. Однако их всегда можно представить состоящими из комбинации небольшого числа основных видов деформаций. Основными видами деформаций деталей конструкций являются: а) *растяжение*; б) *сжатие*; в) *сдвиг (срез)*; г) *кручение*; д) *изгиб* (рисунок 4.4).

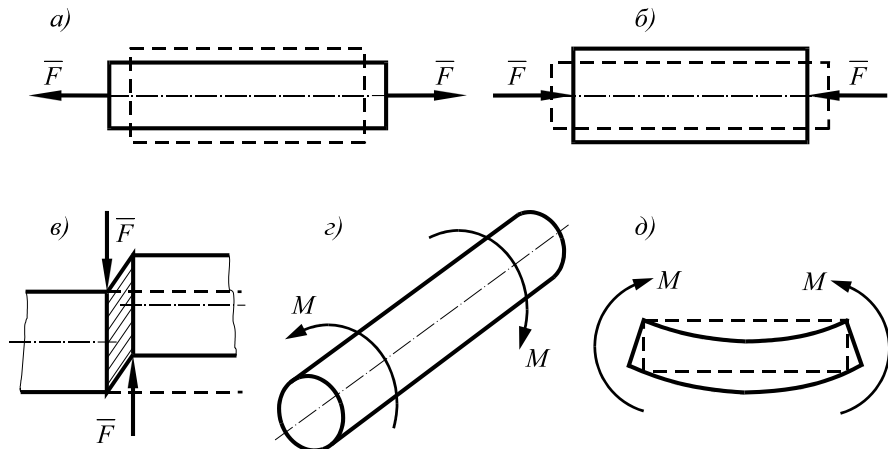


Рисунок 4.4

5 ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ В СЕЧЕНИЯХ БРУСА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ ДЕФОРМАЦИЙ

5.1 Внешние и внутренние силы

При работе сооружений, машин и механизмов их части воспринимают внешние нагрузки как результат действия одного тела на другое. В курсе теоретической механики рассматривается подробная классификация внешних сил. Они по характеру приложения делятся на *сосредоточенные* и *распределенные*, по характеру воздействия – на *статические* и *динамические*, по времени действия – на *стационарные* и *повторно периодические* и т. д. Под воздействием внешних нагрузок материал конструкции испытывает деформацию, из-за которой возникают дополнительные внутренние силы. Внешние силы деформируют тело, а внутренние стараются сохранить первоначальную форму и объем тела. **Уметь определять внутренние силы при различных видах деформации твердого тела – одна из основных задач сопротивления материалов.**

5.2. Метод сечений

Для определения и последующего вычисления дополнительных сил в любом сечении бруса применим метод сечений. Суть метода сечений заключается в том, что брус мысленно рассекают поперек на две части и рассматривают равновесие любой из них, находящейся под действием всех внешних и внутренних сил, приложенных к этой части. Будучи внутренними силами для целого тела, они играют роль внешних для выделенной части.

Пусть тело находится в равновесии под действием n сил: $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n$

(рисунок 5.1, а). Рассечем его плоскостью S и отбросим правую часть (рисунок 5.1, б). Закон распределения внутренних сил по сечению, в общем случае, неизвестен. Для его отыскания в каждой конкретной ситуации необходимо знать, как деформируется под воздействием внешних сил рассматриваемое тело.

Таким образом, метод сечений дает возможность определить только сумму внутренних сил. На основании гипотезы о сплошном строении материала можно считать, что внутренние силы во всех точках конкретного сечения представляют собой распределенную нагрузку.

Приведем систему внутренних сил в центре тяжести к главному вектору \bar{R}^* и главному моменту \bar{M}^* (рисунок 5.1, в). Спроектировав \bar{R}^* и \bar{M}^* на оси координат, получим общую картину напряженно-деформированного состояния рассматриваемого сечения бруса (рисунок 5.1, г).

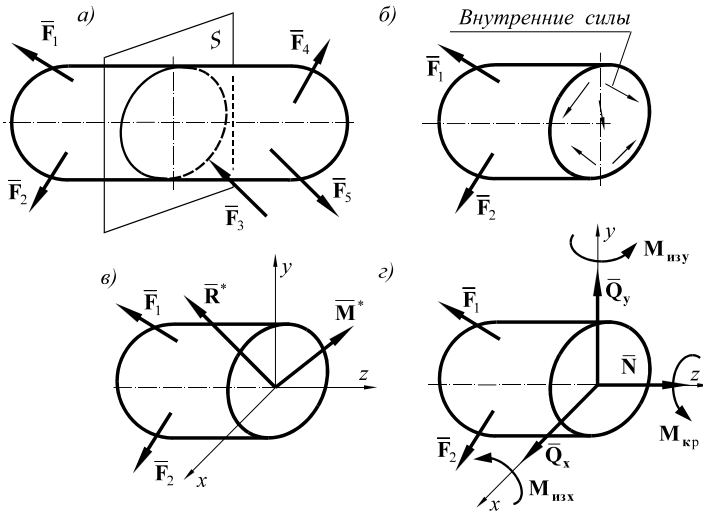


Рисунок 5.1

В результате разложения главного вектора на составляющие проекции на оси координат имеем

$$\bar{R}^* \begin{cases} Q_x - \text{поперечная сила (деформация изгиба),} \\ Q_y - \text{поперечная сила (деформация изгиба),} \\ N - \text{нормальная сила (деформация растяжения или сжатия).} \end{cases}$$

При разложении главного момента на оси координат получим

$$\bar{M}^* \begin{cases} M_{из.x} - \text{изгибающий момент в вертикальной плоскости (изгиб),} \\ M_{из.y} - \text{изгибающий момент в горизонтальной плоскости (изгиб),} \\ M_{кр} - \text{крутящий момент (деформация кручения).} \end{cases}$$

Таким образом, при деформации растяжения в сечении бруса возникает нормальная сила N , при кручении – крутящий момент $M_{кр}$. Деформация изгиба сопровождается появлением в каждой плоскости одновременно двух силовых факторов: поперечной силы Q_x или Q_y и изгибающего момента $M_{из.x}$ или $M_{из.y}$. Значения этих внутренних силовых факторов в каждом сечении бруса определяются построением эпюр соответствующих сил и моментов.

5.3 Эпюры внутренних силовых факторов при деформации растяжения (сжатия) и кручения

Под **эпюрами внутренних силовых факторов** понимают графики (диаграммы), показывающие изменение данного внутреннего усилия при переходе от сечения к сечению. Внутренняя сила либо момент есть функция соответствующих им координат.

Грузовые участки – это часть бруса между точками приложения сосредоточенных сил и сосредоточенных моментов. Если на брус действует распределенная нагрузка, то грузовым участком является та часть бруса, в пределах которой эта нагрузка изменяется по своему непрерывному закону (рисунок 5.2.)

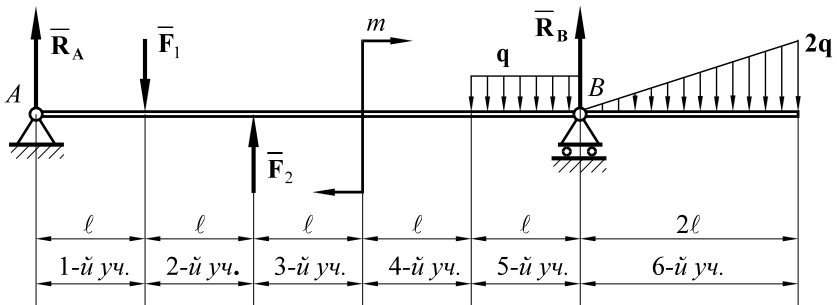


Рисунок 5.2

При построении эпюр необходимо придерживаться следующего порядка:

1. Брус делят на грузовые участки.
2. В пределах каждого участка линиями проводят сечение и определяют величину данной внутренней силы из соответствующих уравнений статики.
3. Проводят ось эпюры параллельно оси бруса.
4. В принятом масштабе с учетом знака откладывают ординаты оси эпюры и вершины соседних ординат соединяют соответствующими линиями (прямыми, выпуклыми, вогнутыми). Если брус зашцемен, то построение удобнее начинать со свободного конца.
5. Над вершинами характерных ординат проставляют численные значения, а в поле эпюры ставят знак (+), либо (-).

Рассмотрим правила построения эпюр при различных видах деформации.

Растяжение (сжатие). Деформации растяжения (сжатия) сопровождаются возникновением внутреннего силового фактора – нормальной силой N . Рассмотрим построение эпюры N .

Правило знаков.

Ординату эпюры N будем считать положительной, если равнодействующая внешних сил F растягивает брус и направлена от сечения, и отрицательной, если она сжимает брус. Положительные значения N откладываем слева или сверху, отрицательные – справа или внизу. Величина силы N в каждом сечении бруса равна сумме проекций всех внешних сил на ось Z , расположенную по одну сторону сечения (слева либо справа):

$$N_j = \sum_{i=1}^n F_i(z)$$

где j – номер сечения; i – номер силы; n – общее число сил.

Правила проверки эпюры N :

1. В пределах грузового участка ординаты эпюры N должны иметь постоянные значения.
2. В точках приложения сосредоточенных сил на эпюре N должны быть скачки, равные по величине приложенным внешним силам.
3. В месте заделки значение ее реакции должно быть равно величине силы N в этом сечении бруса.

Пример

Построить эпюру N для бруса, приведенного на рисунке 5.3.

Дано: $F_1 = 50$ кН, $F_2 = 70$ кН, $F_3 = 20$ кН, $F_4 = 30$ кН

Решение

1. Разбиваем брус на грузовые участки.
2. Обозначаем сечения 1, 2, ..., 5.
3. Проводим ось эпюры.
4. Определяем значения N_i в каждом сечении в пределах грузового участка:

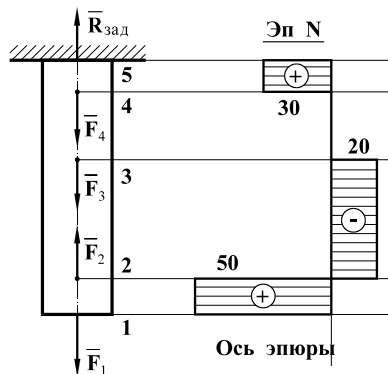
$$N_{1-2} = F_1 = 50 \text{ кН};$$

$$N_{2-3} = F_1 - F_2 = 50 - 70 = -20 \text{ кН};$$

$$N_{3-4} = F_1 - F_2 + F_3 = 50 - 70 + 20 = 0;$$

$$N_{4-5} = F_1 - F_2 + F_3 + F_4 = 50 - 70 + 20 + 30 = 30 \text{ кН}.$$

Рисунок 5.3

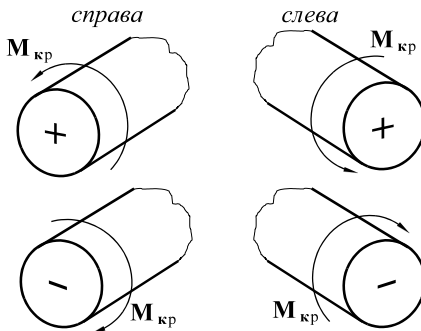


Из эпюры видно, что волокна бруса на участках 1 – 2 и 4 – 5 растянуты, а на участке 2 – 3 сжаты. На участке 3 – 4 внутренние силы N отсутствуют. Реакция заделки $R_{\text{зад}} = 30$ кН.

Кручение. Брус, подвергающийся деформации кручения, называют **валом**. При деформации кручения строят эпюры крутящих моментов. Величина $M_{кр}$ в любом сечении вала численно равна алгебраической сумме внешних моментов, действующих по одну сторону оси этого сечения (либо слева, либо справа от сечения):

$$M_{крj} = \sum_{i=1}^n M_i(z)$$

Правило знаков.



Крутящий момент будем считать положительным, если, идя слева или справа, он вращает вал против хода часовой стрелки, и отрицательным, если наоборот (рисунок 5.4).

Правила построения эпюры $M_{кр}$:

1. Разбиваем вал на грузовые участки.
2. Обозначаем сечения 1 – 4.
3. Определяем значения $M_{крj}$ с

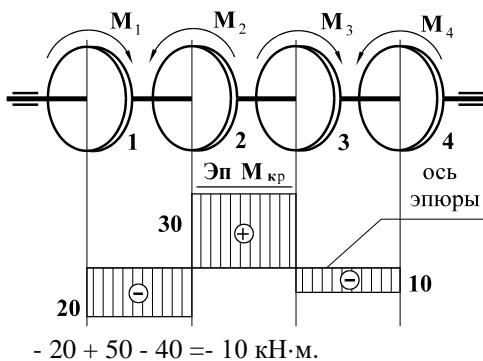
учетом правила знаков.

Рисунок 5.4

Правила проверки эпюры $M_{кр}$:

1. В пределах грузового участка эпюры $M_{кр}$ – постоянная величина.
2. В точках приложения сосредоточенных моментов на эпюре $M_{кр}$ должны быть скачки, равные по величине приложенным моментам.

Пример построения эпюры $M_{кр}$ приведен на рисунке 5.5.



Дано:

$$M_1 = 20 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_2 = 50 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_3 = 40 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Решение

$$M_{кр\ 1-2} = - M_1 = - 20 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_{кр\ 2-3} = - M_1 + M_2 = - 20 + 50 = 30 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_{кр\ 3-4} = - M_1 + M_2 - M_3 = - 20 + 50 - 40 = - 10 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Рисунок 5.5

Таким образом, неизвестный момент $M_x = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$ вращает шкив по ходу часовой стрелки, если смотреть справа на вал. На участках 1-2 и 3-4 вал

закручивается по ходу часовой стрелки (см. слева), а на участке 2-3 – против хода часовой стрелки. Если неизвестный момент M_x находится в середине вала, то удобнее начинать построение эпюры $M_{кр}$ сначала с одной стороны вала, затем продолжать с другой. Скачок на эпюре под шкивом M_x равен величине неизвестного момента.

5.4 Эпюры внутренних силовых факторов при деформации изгиба

При деформации изгиба в рассматриваемом сечении бруса возникают поперечная сила и изгибающий момент. Поэтому для каждой балки строят две эпюры: Q и $M_{из}$.

Поперечная сила Q в каждом j -м сечении балки Q_j численно равна алгебраической сумме проекций на плоскость сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от сечения (слева либо справа):

$$Q_j = \sum_{i=1}^n F_{i(z)}$$

Изгибающий момент $M_{из}$ в поперечном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения (слева либо справа), вычисленных относительно центра тяжести сечения.

$$M_{из. j} = \sum_{i=1}^n M_{i(z)}$$

Правила знаков для построения эпюры поперечных сил и изгибающих моментов приведены на рисунках 5.6, а и 5.6, б.

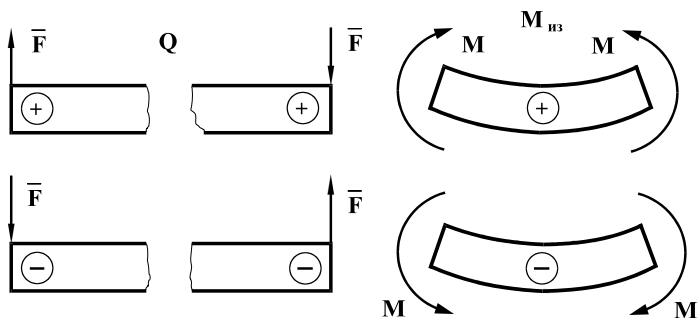


Рисунок 5.6

Поперечная сила в сечении балки считается положительной, если

равнодействующая внешних сил слева от сечения направлена вниз

вверх, а справа – сверху вниз, и отрицательной – в противоположном случае (рисунок. 5.6, а).

Правила проверки построения эпюр при изгибе:

1. Если на участке балки нет распределенной нагрузки, то в пределах этого участка эпюры Q и M ограничены прямыми линиями. Причем эпюра Q ограничена прямой, параллельной оси балки.
2. Если на участке балки есть распределенная нагрузка, то в пределах участка эпюра Q ограничена наклонной прямой, а эпюра $M_{из}$ – квадратной параболой.
3. Если в пределах участка эпюра Q пересекает ось эпюры, то на эпюре $M_{из}$ в этом сечении будет вершина параболы.
 4. Выпуклость параболы направлена так, чтобы “дождик”
распределенной нагрузки “ стекал бы с нее как с зонтика”.

5. Количество скачков на эпюре Q равно числу внешних сосредоточенных сил на балке. Причем каждый скачок должен быть расположен под сосредоточенной силой.

6. Количество скачков на эпюре $M_{из}$ равно числу внешних сосредоточенных моментов. Его величина равна приложенному моменту.

7. Сумма левых и правых от сечения внешних сил и моментов должна иметь одну и ту же величину.

8. Если балка имеет заделку, эпюры нужно строить со свободного конца.

9. Если балка расположена на опорах, предварительно определяются реакции связей, а затем строят эпюры с любого конца.

Для наглядного представления о характере изгибающего момента и поперечной силы по длине балки и для нахождения опасных сечений технику построения эпюр покажем на примерах.

Пример 1. Консольная балка, нагружена сосредоточенной силой

$F = 4q\ell$ и моментом $M = 6q\ell^2$. Построить эпюры Q и $M_{из}$.

Решение.

1. Обозначим сечения балки цифрами и найдем поперечную силу Q_j в каждом сечении с учетом правил знаков, приведенных на рисунке 5.6, а.

$$Q_1 = F = 4q\ell;$$

$$Q_2 = F = 4ql;$$

$$Q_3 = F = 4ql.$$

2. Определим величины изгибающих моментов в каждом сечении балки с учетом правила знаков, приведенного на рисунке 5.6,б.

$$M_{из1} = 0;$$

$$M_{из2}^{после} = -F_1 \ell = -4q\ell^2;$$

$$M_{из2}^{после} = -P_1 \ell + M = -4q\ell^2 + 6q\ell^2 = 2q\ell^2;$$

$$M_{из3} = -P_1 \cdot 2\ell + M = -8q\ell^2 + 6q\ell^2 = -2q\ell^2.$$

Построенные эпюры приведены на

рисунке 5.7.

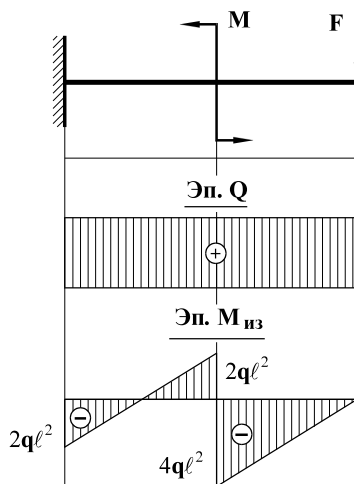


Рисунок 5.7

Пример 2. Консольная балка нагружена сосредоточенными силой F и моментом M , а также равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q . Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Дано: $F = ql$;

$$M = 2,5q\ell^2.$$

Решение.

1. Поперечные силы в сечениях балки:

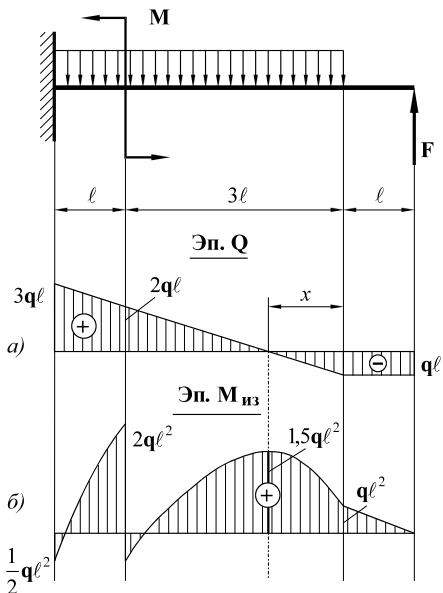
$$Q_1 = -F = -ql;$$

$$Q_2 = -F + q \cdot 3\ell = -ql + 3ql = 2ql;$$

$$Q_3 = -F + q \cdot 4\ell = -ql + 4ql = 3ql.$$

По результатам расчета на рисунке 5.8,а построена эпюра поперечных сил.

2. Изгибающие моменты в сечениях балки (рисунок 5.8,б):



$$M_{из1} = 0;$$

$$M_{из2} = F\ell = q\ell^2;$$

Рисунок 5.8

$$M_{из3}^{до} = F \cdot 4\ell - q \cdot 3\ell \cdot 1,5\ell = 4q\ell^2 - 4,5q\ell^2 = -\frac{1}{2}q\ell^2;$$

$$M_{из3}^{после} = F \cdot 4\ell - q \cdot 3\ell \cdot 1,5\ell + M = 4q\ell^2 - 4,5q\ell^2 + 2,5q\ell^2 = 2q\ell^2.$$

$$M_{из4} = F \cdot 5\ell - q \cdot 4\ell \cdot 2\ell + M = 5q\ell^2 - 8q\ell^2 - 2,5q\ell^2 = -\frac{1}{2}q\ell^2.$$

Поскольку эюра Q пересекает ось, то эюра моментов в этом сечении имеет максимум. Найдем $M_{из}$ в сечении x . Определим вначале абсциссу x из подобия треугольников:

$$\frac{2q\ell}{q\ell} = \frac{3\ell - x}{x}; \quad 2x = 3\ell - x; \quad 3x = 3\ell; \quad x = \ell;$$

$$\begin{aligned} M_{из, x-x} &= F \cdot 2\ell - q\ell \frac{\ell}{2} = \\ &= 2q\ell^2 - \frac{q\ell^2}{2} = 1,5q\ell^2. \end{aligned}$$

Пример 3. Рассмотрим двухопорную балку, нагруженную силами, показанными на рисунке 5.9.

Дано: $F = q\ell$;

$$M = 4q\ell$$

Построить эюры Q и $M_{из}$.

Решение.

1. Находим реакции связей в точках A и B :

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot 4\ell - F \cdot 6\ell + M - q \cdot 6\ell \cdot 3\ell = 0;$$

$$R_B = \frac{F \cdot 6\ell - M + 18q\ell^2}{4\ell} = \frac{26q\ell^2}{4\ell} = 6,5q\ell;$$

$$\sum M_B = 0; \quad -R_A \cdot 4 + M - F \cdot 2\ell + q \cdot 4\ell \cdot 2\ell - q \cdot 2\ell \cdot \ell = 0;$$

$$R_A = \frac{M - F \cdot 2\ell + q \cdot 8\ell^2 - q \cdot 2\ell}{4\ell} = \frac{6q\ell^2}{4\ell} = 1,5q\ell.$$

Сделаем проверку правильности определения реакций:

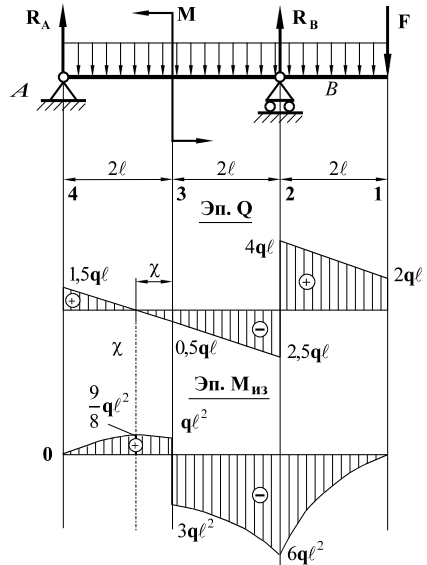


Рисунок 5.9

$$\sum F_{yi} = 0; \quad R_A + R_B - F - q \cdot 6\ell = 0;$$

$$1,5q\ell + 6,5q\ell - 2q\ell - 6q\ell = 0. \quad 0 = 0.$$

Следовательно, реакции определены верно.

2. Находим величины поперечных сил в каждом сечении.

$$Q_1 = F = 2q\ell;$$

$$Q_2^{\text{до}} = F + q \cdot 2\ell = 2q\ell + 2q\ell = 4q\ell;$$

$$Q_3^{\text{после}} = F + q \cdot 2\ell - R_B = 4q\ell - 6,5q\ell = -2,5q\ell;$$

$$Q_3 = F + 4\ell q - R_B = 2q\ell + 4q\ell - 6,5q\ell = -0,5q\ell;$$

$$Q_4 = F - R_B + q \cdot 6\ell = 2q\ell - 6,5q\ell + 6q\ell = 1,5q\ell.$$

3. Найдем величины изгибающих моментов в каждом сечении балки.

$$M_{\text{из1}} = 0;$$

$$M_{\text{из2}} = -F \cdot 2\ell - q \cdot 2\ell \cdot \ell = -4q\ell^2 - 2q\ell^2 = -6q\ell^2;$$

$$M_{\text{из3}}^{\text{до}} = -F \cdot 4\ell - q \cdot 4\ell \cdot 2\ell + R_B \cdot 2\ell = -8q\ell^2 - 8q\ell^2 + 13q\ell^2 = -3q\ell^2;$$

$$M_{\text{из3}}^{\text{после}} = -3q\ell^2 + M = -3q\ell^2 + 4q\ell^2 = q\ell^2;$$

$$M_{\text{из4}} = F \cdot 6\ell - q \cdot 6\ell \cdot 3\ell + M + R_B \cdot 4\ell = -12q\ell^2 - 18q\ell^2 + 4q\ell^2 + 26q\ell^2 = 0.$$

Находим момент в сечении x - x :

$$\frac{1,5q\ell}{0,5q\ell} = \frac{2\ell - x}{x}; \quad 1,5x = 1\ell - 0,5x; \quad x = \frac{\ell}{2};$$

$$M_{\text{из } x-x} = R_A \cdot \frac{3}{2}\ell - q \cdot \frac{3}{2}\ell \cdot \frac{3}{4}\ell = \frac{1,5q\ell \cdot 3\ell}{2} - \frac{9}{8}q\ell^2 = \frac{4,5q\ell^2}{2} - \frac{9}{8}q\ell^2 = \frac{9}{8}q\ell^2.$$

5.5 Дифференциальная зависимость между поперечной силой, изгибающим моментом и равномерно распределенной нагрузкой

Между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки легко установить определенную зависимость. Рассмотрим балку, нагруженную произвольной нагрузкой (рисунок 5.10). Определим поперечную силу в произвольном сечении, отстоящем от левой опоры на расстоянии Z .

Проецируя на вертикаль силы, расположенные левее сечения, получаем

$$Q = R_A - F_1 + qz. \quad (5.1)$$

Вычисляем поперечную силу в сечении, расположенном на расстоянии $z + dz$ от левой опоры.

$$Q + dQ = R_A - F_1 + q(z + dz). \quad (5.2)$$

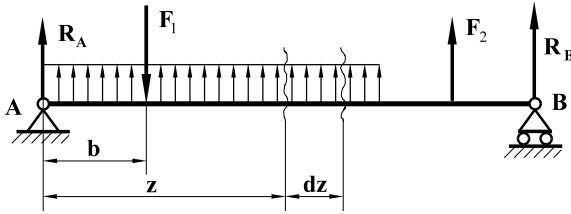


Рисунок 5.8.

Вычитая (5.1) из (5.2) получаем $dQ = qdz$, откуда

$$q = \frac{dQ}{dz},$$

то есть производная от поперечной силы по абсциссе сечения балки равна интенсивности распределенной нагрузки.

Вычислим теперь изгибающий момент в сечении с абсциссой z , взяв сумму моментов сил, приложенных слева от сечения. Для этого распределенную нагрузку на участке длиной z заменяем ее равнодействующей, равной qz и приложенной в середине участка, на расстоянии $z/2$ от сечения:

$$M = R_A z - F_1(z - b) + qz \frac{z}{2}; \quad (5.3)$$

$$M + dM = R_A(z + dz) - F_1(z + dz - b) + \frac{q(z + dz)^2}{2}. \quad (5.4)$$

Вычитая (5.3) из (5.4), получаем приращение изгибающего момента

$$dM = R_A dz - F_1 dz + qz dz = dz(R_A - F_1 + qz).$$

Выражение в скобках представляет собой поперечную силу Q . Тогда $dM = Q dz$. Отсюда получаем формулу

$$Q = \frac{dM}{dz} \quad (5.5)$$

Таким образом, производная от изгибающего момента по абсциссе сечения балки равна поперечной силе (теорема Журавского).

Взяв производную от обеих частей равенства (5.5), получим

$$\frac{dQ}{dz} = \frac{d^2 M}{dz^2} = q,$$

т. е. вторая производная от изгибающего момента по абсциссе сечения балки равна интенсивности распределенной нагрузки. Полученные зависимости будем использовать при проверке правильности построения эпюр изгибающих моментов и поперечных сил.

5 ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ В СЕЧЕНИЯХ БРУСА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ ДЕФОРМАЦИЙ

5.1 Внешние и внутренние силы

При работе сооружений, машин и механизмов их части воспринимают внешние нагрузки как результат действия одного тела на другое. В курсе теоретической механики рассматривается подробная классификация внешних сил. Они по характеру приложения делятся на *сосредоточенные* и *распределенные*, по характеру воздействия – на *статические* и *динамические*, по времени действия – на *стационарные* и *повторно периодические* и т. д. Под воздействием внешних нагрузок материал конструкции испытывает деформацию, из-за которой возникают дополнительные внутренние силы. Внешние силы деформируют тело, а внутренние стараются сохранить первоначальную форму и объем тела. **Уметь определять внутренние силы при различных видах деформации твердого тела – одна из основных задач сопротивления материалов.**

5.2. Метод сечений

Для определения и последующего вычисления дополнительных сил в любом сечении бруса применим метод сечений. Суть метода сечений заключается в том, что брус мысленно рассекают поперек на две части и рассматривают равновесие любой из них, находящейся под действием всех внешних и внутренних сил, приложенных к этой части. Будучи внутренними силами для целого тела, они играют роль внешних для выделенной части.

Пусть тело находится в равновесии под действием n сил: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ (рисунок 5.1, а). Рассечем его плоскостью S и отбросим правую часть (рисунок 5.1, б). Закон распределения внутренних сил по сечению, в общем случае, неизвестен. Для его отыскания в каждой конкретной ситуации необходимо знать, как деформируется под воздействием внешних сил рассматриваемое тело.

Таким образом, метод сечений дает возможность определить только сумму внутренних сил. На основании гипотезы о сплошном строении материала можно считать, что внутренние силы во всех точках конкретного сечения представляют собой распределенную нагрузку.

Приведем систему внутренних сил в центре тяжести к главному вектору \vec{R}^* и главному моменту \vec{M}^* (рисунок 5.1, в). Спроектировав \vec{R}^* и \vec{M}^* на оси координат, получим общую картину напряженно-деформированного состояния рассматриваемого сечения бруса (рисунок 5.1, г).

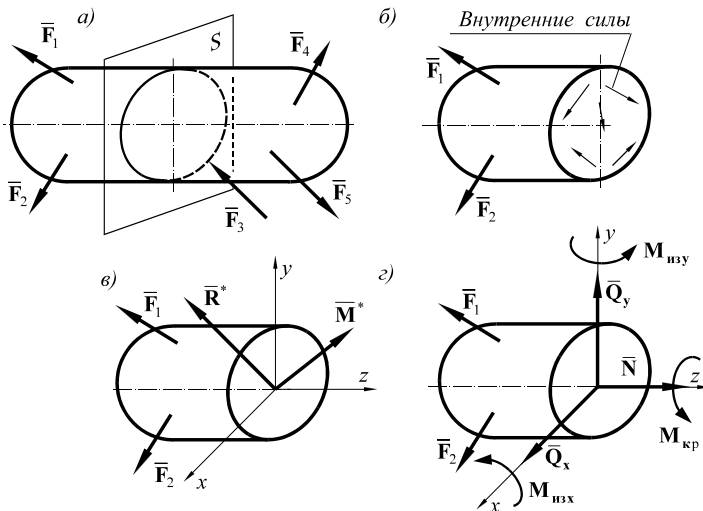


Рисунок 5.1

В результате разложения главного вектора на составляющие проекции на оси координат имеем

$$\vec{R}^* \begin{cases} Q_x - \text{поперечная сила (деформация изгиба),} \\ Q_y - \text{поперечная сила (деформация изгиба),} \\ N - \text{нормальная сила (деформация растяжения или сжатия).} \end{cases}$$

При разложении главного момента на оси координат получим

$$\bar{M}^* \begin{cases} M_{\text{из.}x} & \text{– изгибающий момент в вертикальной плоскости (изгиб),} \\ M_{\text{из.}y} & \text{– изгибающий момент в горизонтальной плоскости (изгиб),} \\ M_{\text{кр}} & \text{– крутящий момент (деформация кручения).} \end{cases}$$

Таким образом, при деформации растяжения в сечении бруса возникает нормальная сила N , при кручении – крутящий момент $M_{\text{кр}}$. Деформация изгиба сопровождается появлением в каждой плоскости одновременно двух силовых факторов: поперечной силы Q_x или Q_y и изгибающего момента $M_{\text{из.}x}$ или $M_{\text{из.}y}$. Значения этих внутренних силовых факторов в каждом сечении бруса определяются построением эпюр соответствующих сил и моментов.

5.3 Эпюры внутренних силовых факторов при деформации растяжения (сжатия) и кручения

Под **эпюрами внутренних силовых факторов** понимают графики (диаграммы), показывающие изменение данного внутреннего усилия при переходе от сечения к сечению. Внутренняя сила либо момент есть функция соответствующих им координат.

Грузовые участки – это часть бруса между точками приложения сосредоточенных сил и сосредоточенных моментов. Если на брус действует распределенная нагрузка, то грузовым участком является та часть бруса, в пределах которой эта нагрузка изменяется по своему непрерывному закону (рисунок 5.2.)

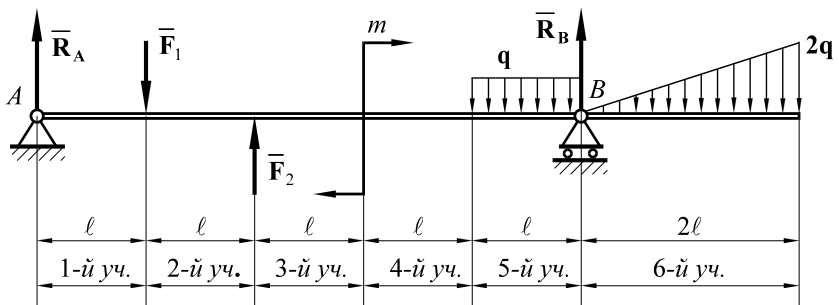


Рисунок 5.2

- При построении эпюр необходимо придерживаться следующего порядка:
1. Брус делят на грузовые участки.
 2. В пределах каждого участка линиями проводят сечение и определяют величину данной внутренней силы из соответствующих уравнений статики.
 3. Проводят ось эпюры параллельно оси бруса.

4. В принятом масштабе с учетом знака откладывают ординаты оси эпюры и вершины соседних ординат соединяют соответствующими линиями (прямыми, выпуклыми, вогнутыми). Если брус зашпемлен, то построение удобнее начинать со свободного конца.

5. Над вершинами характерных ординат проставляют численные значения, а в поле эпюры ставят знак (+), либо (-).

Рассмотрим правила построения эпюр при различных видах деформации.

Растяжение (сжатие). Деформации растяжения (сжатия) сопровождаются возникновением внутреннего силового фактора – нормальной силой N . Рассмотрим построение эпюры N .

Правило знаков.

Ординату эпюры N будем считать положительной, если равнодействующая внешних сил F растягивает брус и направлена от сечения, и отрицательной, если она сжимает брус. Положительные значения N откладываем слева или сверху, отрицательные – справа или внизу. Величина силы N в каждом сечении бруса равна сумме проекций всех внешних сил на ось Z , расположенную по одну сторону сечения (слева либо справа):

$$N_j = \sum_{i=1}^n F_i(z)$$

где j – номер сечения; i – номер силы; n – общее число сил.

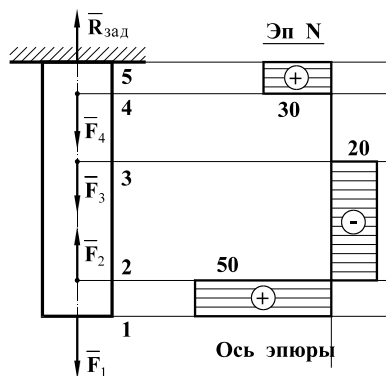
Правила проверки эпюры N :

1. В пределах грузового участка ординаты эпюры N должны иметь постоянные значения.
2. В точках приложения сосредоточенных сил на эпюре N должны быть скачки, равные по величине приложенным внешним силам.
3. В месте заделки значение ее реакции должно быть равно величине силы N в этом сечении бруса.

Пример

Построить эпюру N для бруса, приведенного на рисунке 5.3.
 Дано: $F_1 = 50$ кН, $F_2 = 70$ кН, $F_3 = 20$ кН, $F_4 = 30$ кН

Решение



1. Разбиваем брус на грузовые участки.
2. Обозначаем сечения 1, 2, ..., 5.
3. Проводим ось эпюры.
4. Определяем значения N_i в каждом сечении в пределах грузового участка:

$$N_{1-2} = F_1 = 50 \text{ кН};$$

$$N_{2-3} = F_1 - F_2 = 50 - 70 = -20 \text{ кН};$$

$$N_{3-4} = F_1 - F_2 + F_3 = 50 - 70 + 20 = 0;$$

$$N_{4-5} = F_1 - F_2 + F_3 + F_4 = 50 - 70 + 20 + 20 + 30 = 30 \text{ кН}.$$

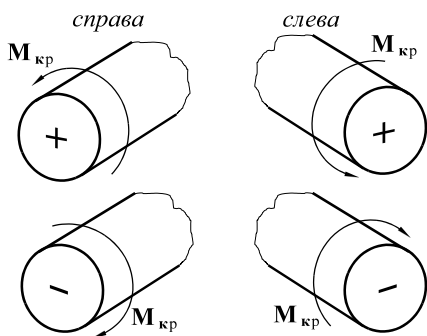
Рисунок 5.3

Из эпюры видно, что волокна бруса на участках 1 – 2 и 4 – 5 растянуты, а на участке 2 – 3 сжаты. На участке 3 – 4 внутренние силы N отсутствуют. Реакция заделки $R_{\text{зад}} = 30 \text{ кН}$.

Кручение. Брус, подвергающийся деформации кручения, называют **валом**. При деформации кручения строят эпюры крутящих моментов. Величина $M_{\text{кр}}$ в любом сечении вала численно равна алгебраической сумме внешних моментов, действующих по одну сторону оси этого сечения (либо слева, либо справа от сечения):

$$M_{\text{кр}j} = \sum_{i=1}^n M_i(z)$$

Правило знаков.



Крутящий момент будем считать положительным, если, идя слева или справа, он вращает вал против хода часовой стрелки, и отрицательным, если наоборот (рисунок 5.4).

Правила построения эпюры $M_{\text{кр}}$:

1. Разбиваем вал на грузовые участки.
2. Обозначаем сечения 1 – 4.
3. Определяем значения $M_{\text{кр}j}$

учетом правила знаков.

Рисунок 5.4

Правила проверки эпюры $M_{\text{кр}}$:

1. В пределах грузового участка эпюры $M_{\text{кр}}$ – постоянная величина.
2. В точках приложения сосредоточенных моментов на эпюре $M_{\text{кр}}$ должны быть скачки, равные по величине приложенным моментам.

Пример построения эпюры $M_{\text{кр}}$ приведен на рисунке 5.5.

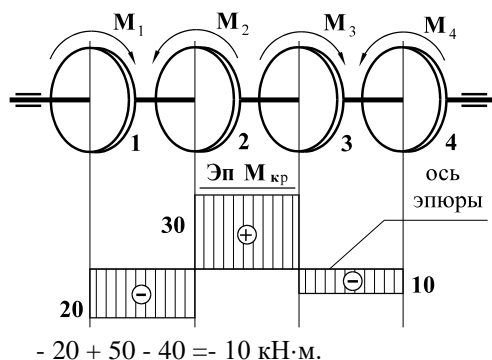


Рисунок 5.5

Таким образом, неизвестный момент $M_x = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$ вращает шкив по ходу часовой стрелки, если смотреть справа на вал. На участках 1-2 и 3-4 вал закручивается по ходу часовой стрелки (см. слева), а на участке 2-3 – против хода часовой стрелки. Если неизвестный момент M_x находится в середине вала, то удобнее начинать построение эпюры $M_{\text{кр}}$ сначала с одной стороны вала, затем продолжать с другой. Скачок на эпюре под шкивом M_x равен величине неизвестного момента.

5.4 Эпюры внутренних силовых факторов при деформации изгиба

При деформации изгиба в рассматриваемом сечении бруса возникают поперечная сила и изгибающий момент. Поэтому для каждой балки строят две эпюры: Q и $M_{\text{из}}$.

Поперечная сила Q в каждом j -м сечении балки Q_j численно равна алгебраической сумме проекций на плоскость сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от сечения (слева либо справа):

$$Q_j = \sum_{i=1}^n F_i(z).$$

Изгибающий момент $M_{\text{из}}$ в поперечном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения (слева либо справа), вычисленных относительно центра тяжести сечения.

$$M_{\text{из. } j} = \sum_{i=1}^n M_i(z)$$

Правила знаков для построения эпюры поперечных сил и изгибающих моментов приведены на рисунках 5.6, а и 5.6, б.

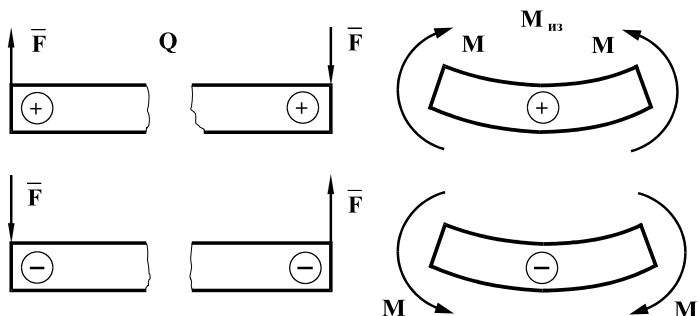


Рисунок 5.6

Поперечная сила в сечении балки считается положительной, если равнодействующая внешних сил слева от сечения направлена снизу вверх, а справа – сверху вниз, и отрицательной – в противоположном случае (рисунок. 5.6, а).

Правила проверки построения эпюр при изгибе:

1. Если на участке балки нет распределенной нагрузки, то в пределах этого участка эпюры Q и M ограничены прямыми линиями. Причем эпюра Q ограничена прямой, параллельной оси балки.
2. Если на участке балки есть распределенная нагрузка, то в пределах участка эпюра Q ограничена наклонной прямой, а эпюра $M_{из}$ – квадратной параболой.
3. Если в пределах участка эпюра Q пересекает ось эпюры, то на эпюре $M_{из}$ в этом сечении будет вершина параболы.
4. Выпуклость параболы направлена так, чтобы “дождик” распределенной нагрузки “стекал бы с нее как с зонтика”.
5. Количество скачков на эпюре Q равно числу внешних сосредоточенных сил на балке. Причем каждый скачок должен быть расположен под сосредоточенной силой.
6. Количество скачков на эпюре $M_{из}$ равно числу внешних сосредоточенных моментов. Его величина равна приложенному моменту.
7. Сумма левых и правых от сечения внешних сил и моментов должна иметь одну и ту же величину.
8. Если балка имеет заделку, эпюры нужно строить со свободного конца.

9. Если балка расположена на опорах, предварительно определяются реакции связей, а затем строят эпюры с любого конца.

Для наглядного представления о характере изгибающего момента и поперечной силы по длине балки и для нахождения опасных сечений технику построения эпюр покажем на примерах.

Пример 1. Консольная балка, нагружена сосредоточенной силой $F = 4ql$ и моментом $M = 6ql^2$. Построить эпюры Q и $M_{из}$.

Решение.

1. Обозначим сечения балки цифрами и найдем поперечную силу Q_j в каждом сечении с учетом правил знаков, приведенных на рисунке 5.6, а.

$$Q_1 = F = 4ql;$$

$$Q_2 = F = 4ql;$$

$$Q_3 = F = 4ql.$$

2. Определим величины изгибающих моментов в каждом сечении балки с учетом правила знаков, приведенного на рисунке 5.6, б.

$$M_{из1} = 0;$$

$$M_{из2}^{после} = -F_1 l = -4ql^2;$$

$$M_{из2}^{после} = -P_1 l + M = -4ql^2 + 6ql^2 = 2ql^2;$$

$$M_{из3} = -P_1 \cdot 2l + M = -8ql^2 + 6ql^2 = -2ql^2.$$

Построенные эпюры приведены на

рисунке 5.7.

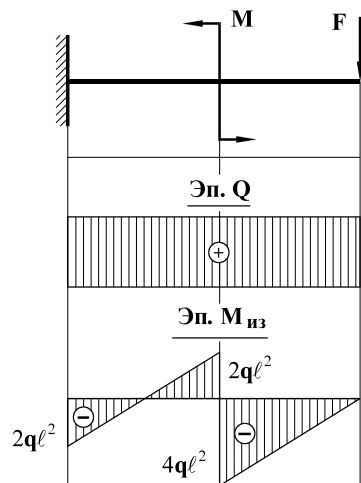


Рисунок 5.7

Пример 2. Консольная балка нагружена сосредоточенными силой F и моментом M , а также равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q . Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Дано: $F = ql$;

$$M = 2,5ql^2.$$

Решение.

1. Поперечные силы в сечениях балки:

$$Q_1 = -F = -ql;$$

$$Q_2 = -F + q \cdot 3l = -ql + 3ql = 2ql;$$

$$Q_3 = -F + q \cdot 4l = -ql + 4ql = 3ql.$$

По результатам расчета на рисунке 5.8,а построена эпюра поперечных сил.

2. Изгибающие моменты в сечениях балки (рисунок 5.8,б):

$$M_{из1} = 0;$$

$$M_{из2} = F\ell = ql^2;$$

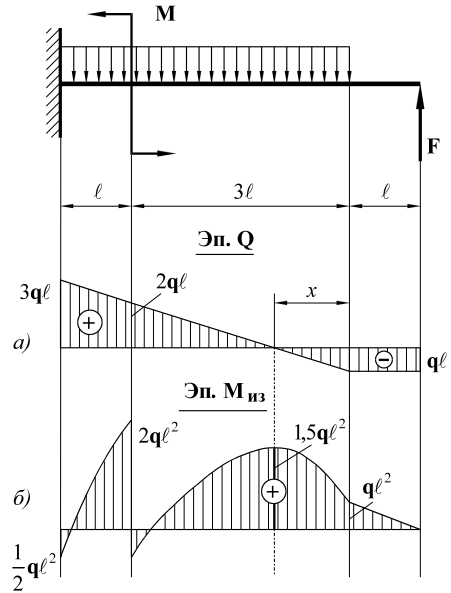


Рисунок 5.8

$$M_{из3}^{до} = F \cdot 4\ell - q \cdot 3\ell \cdot 1,5\ell = 4ql^2 - 4,5ql^2 = -\frac{1}{2}ql^2;$$

$$M_{из3}^{после} = F \cdot 4\ell - q \cdot 3\ell \cdot 1,5\ell + M = 4ql^2 - 4,5ql^2 + 2,5ql^2 = 2ql^2.$$

$$M_{из4} = F \cdot 5\ell - q \cdot 4\ell \cdot 2\ell + M = 5ql^2 - 8ql^2 - 2,5ql^2 = -\frac{1}{2}ql^2.$$

Поскольку эпюра Q пересекает ось, то эпюра моментов в этом сечении имеет максимум. Найдем $M_{из}$ в сечении xx . Определим вначале абсциссу x из подобия треугольников:

подобия треугольников:

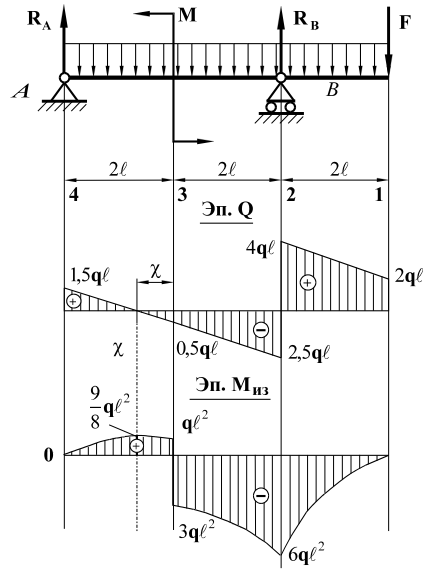
$$\frac{2ql}{ql} = \frac{3\ell - x}{x}; \quad 2x = 3\ell - x; \quad 3x = 3\ell; \quad x = \ell;$$

$$\begin{aligned} M_{из, x-x} &= F \cdot 2\ell - ql \frac{l}{2} = \\ &= 2ql^2 - \frac{ql^2}{2} = 1,5ql^2. \end{aligned}$$

Пример 3. Рассмотрим двухопорную балку, нагруженную силами, показанными на рисунке 5.9.

Дано: $F = ql$;

$$M = 4ql^2$$



Построить эпюры Q и $M_{из}$.

Решение.

1. Находим реакции связей в точках A и B :

$$\sum M_A = 0; R_B \cdot 4\ell - F \cdot 6\ell + M - q \cdot 6\ell \cdot 3\ell = 0;$$

$$R_B = \frac{F \cdot 6\ell - M + 18q\ell^2}{4\ell} = \frac{26q\ell^2}{4\ell} = 6,5q\ell; \quad \text{Рисунок 5.9}$$

$$\sum M_B = 0; -R_A \cdot 4 + M - F \cdot 2\ell + q \cdot 4\ell \cdot 2\ell - q \cdot 2\ell \cdot \ell = 0;$$

$$R_A = \frac{M - F \cdot 2\ell + q \cdot 8\ell^2 - q \cdot 2\ell}{4\ell} = \frac{6q\ell^2}{4\ell} = 1,5q\ell.$$

Сделаем проверку правильности определения реакций:

$$\sum F_{yi} = 0; R_A + R_B - F - q \cdot 6\ell = 0;$$
$$1,5q\ell + 6,5q\ell - 2q\ell - 6q\ell = 0. \quad 0 = 0.$$

Следовательно, реакции определены верно.

2. Находим величины поперечных сил в каждом сечении.

$$Q_1 = F = 2q\ell;$$

$$Q_2^{\text{до}} = F + q \cdot 2\ell = 2q\ell + 2q\ell = 4q\ell;$$

$$Q_3^{\text{после}} = F + q \cdot 2\ell - R_B = 4q\ell - 6,5q\ell = -2,5q\ell;$$

$$Q_3 = F + 4\ell q - R_B = 2q\ell + 4q\ell - 6,5q\ell = -0,5q\ell;$$

$$Q_4 = F - R_B + q \cdot 6\ell = 2q\ell - 6,5q\ell + 6q\ell = 1,5q\ell.$$

3. Найдем величины изгибающих моментов в каждом сечении балки.

$$M_{из1} = 0;$$

$$M_{из2} = -F \cdot 2\ell - q \cdot 2\ell \cdot \ell = -4q\ell^2 - 2q\ell^2 = -6q\ell^2;$$

$$M_{из3}^{\text{до}} = -F \cdot 4\ell - q \cdot 4\ell \cdot 2\ell + R_B \cdot 2\ell = -8q\ell^2 - 8q\ell^2 + 13q\ell^2 = -3q\ell^2;$$

$$M_{из3}^{\text{после}} = -3q\ell^2 + M = -3q\ell^2 + 4q\ell^2 = q\ell^2;$$

$$M_{из4} = F \cdot 6\ell - q \cdot 6\ell \cdot 3\ell + M + R_B \cdot 4\ell = -12q\ell^2 - 18q\ell^2 + 4q\ell^2 + 26q\ell^2 = 0.$$

Находим момент в сечении x - x :

$$\frac{1,5q\ell}{0,5q\ell} = \frac{2\ell - x}{x}; \quad 1,5x = 1\ell - 0,5x; \quad x = \frac{\ell}{2};$$

$$M_{\text{изг.х.х}} = R_A \cdot \frac{3}{2} \ell - q \cdot \frac{3}{2} \ell \cdot \frac{3}{4} \ell = \frac{1,5q\ell \cdot 3\ell}{2} - \frac{9}{8} q\ell^2 = \frac{4,5q\ell^2}{2} - \frac{9}{8} q\ell^2 = \frac{9}{8} q\ell^2.$$

5.5 Дифференциальная зависимость между поперечной силой, изгибающим моментом и равномерно распределенной нагрузкой

Между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки легко установить определенную зависимость. Рассмотрим балку, нагруженную произвольной нагрузкой (рисунок 5.10). Определим поперечную силу в произвольном сечении, отстоящем от левой опоры на расстоянии Z .

Проецируя на вертикаль силы, расположенные левее сечения, получаем

$$Q = R_A - F_1 + qz. \quad (5.1)$$

Вычисляем поперечную силу в сечении, расположенном на расстоянии $z + dz$ от левой опоры.

$$Q + dQ = R_A - F_1 + q(z + dz). \quad (5.2)$$

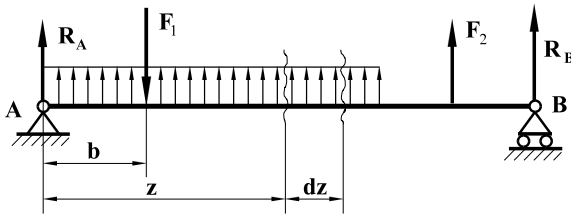


Рисунок 5.8.

Вычитая (5.1) из (5.2) получаем $dQ = qdz$, откуда

$$q = \frac{dQ}{dz},$$

то есть производная от поперечной силы по абсциссе сечения балки равна интенсивности распределенной нагрузки.

Вычислим теперь изгибающий момент в сечении с абсциссой z , взяв сумму моментов сил, приложенных слева от сечения. Для этого распределенную нагрузку на участке длиной z заменяем ее равнодействующей, равной qz и приложенной в середине участка, на расстоянии $z/2$ от сечения:

$$M = R_A z - F_1(z - b) + qz \frac{z}{2}; \quad (5.3)$$

$$M + dM = R_A(z + dz) - F_1(z + dz - b) + \frac{q(z + dz)^2}{2}. \quad (5.4)$$

Вычитая (5.3) из (5.4), получаем приращение изгибающего момента

$$dM = R_A dz - F_1 dz + qz dz = dz(R_A - F_1 + qz).$$

Выражение в скобках представляет собой поперечную силу Q . Тогда $dM = Q dz$. Отсюда получаем формулу

$$\boxed{Q = \frac{dM}{dz}} \quad (5.5)$$

Таким образом, производная от изгибающего момента по абсциссе сечения балки равна поперечной силе (теорема Журавского).

Взяв производную от обеих частей равенства (5.5), получим

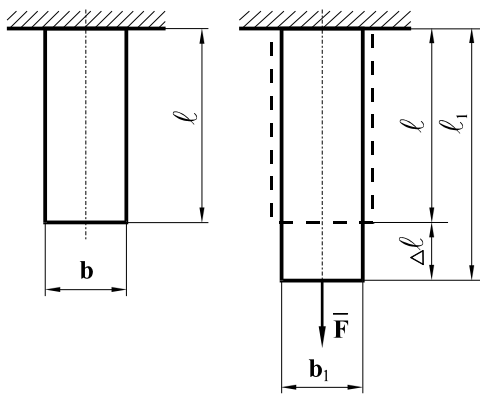
$$\frac{dQ}{dz} = \frac{d^2 M}{dz^2} = q,$$

т. е. вторая производная от изгибающего момента по абсциссе сечения балки равна интенсивности распределенной нагрузки. Полученные зависимости будем использовать при проверке правильности построения эпюр изгибающих моментов и поперечных сил.

7. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ)

7.1 Продольная и поперечная деформации при растяжении

Под центральным растяжением (сжатием) понимают такой вид нагружения внешними продольными силами, при которых равнодействующая этих сил проходит через центр тяжести бруса. Рассмотрим брус, растянутый силой F , приложенной в центре тяжести его сечения (рисунок 7.1). На основании гипотез, применяемых в сопротивлении материалов, после деформации все плоские сечения бруса,



перпендикулярные оси бруса, остаются плоскими и после деформации. При приложении к брусу растягивающей силы F он получает деформацию Δl , которая называется абсолютной продольной деформацией $\Delta l = \ell_1 - \ell$.

Абсолютное удлинение зависит от первоначальной длины бруса.

Поэтому чаще используют относительную деформацию ε , которая является безразмерной величиной и определяется в процентах от первоначальной длины бруса:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100 \% \quad (7.1)$$

Рисунок 7.1

Опыты показывают, что удлинение стержня в осевом направлении сопровождается уменьшением его поперечных сечений (рисунок 7.1).

Если первоначальная ширина стержня была b , то под действием силы F она уменьшилась на величину $\Delta b = b - b_1$.

В таком случае относительная поперечная деформация будет равна:

$$\varepsilon_0 = -\frac{\Delta b}{b} \quad (7.2)$$

Знак “минус” показывает, что при растяжении стержня поперечные размеры уменьшаются. Отношение поперечной деформации к продольной при растяжении (сжатии), взятое по абсолютной величине, называется коэффициентом Пуассона (по имени французского ученого, установившего взаимосвязь этих деформаций),

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right| \quad (7.3)$$

Величина коэффициента Пуассона лежит в пределах $0 \dots 0,5$. Его значения для некоторых материалов приведены в таблице 7.1.

Т а б л и ц а 7.1 – Значения коэффициента Пуассона

Материал	μ
Пробка	0
Сталь	0,24–0,30
Алюминий	0,26–0,36
Медь	0,34
Бронза	0,35
Резина	0,47
Парафин	0,5

7.2 Закон Гука. Модуль упругости материала

Силловые факторы и деформации, возникающие в брус, тесно связаны между собой. Эта связь между нагрузкой и деформацией была сформулирована впервые Робертом Гуком в 1678 году. При растяжении или сжатии бруса закон Гука выражает прямую пропорциональность между напряжением и относительной деформацией, где E модуль продольной упругости материала или модуль Юнга, который имеет размерность [МПа]:

$$\sigma = E \varepsilon. \quad (7.4)$$

Коэффициент пропорциональности E характеризует сопротивляемость материала бруса продольным деформациям. Величина модуля упругости устанавливается экспериментально. Значения E для различных материалов приведены в таблице 7.1.

Для однородных и изотропных материалов $E = \text{const}$, тогда и напряжение $\sigma = E \varepsilon$ тоже величина постоянная.

Как показано ранее, при растяжении (сжатии) нормальные напряжения определяются из соотношения

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (7.5)$$

а относительная деформация – по формуле (7.1). Подставляя значения величин из формул (7.5) и (7.1) в выражение закона Гука (7.4), получаем

$$\frac{N}{A} = E \frac{\Delta \ell}{\ell},$$

отсюда находим $\Delta \ell$ – удлинение (укорочение), получаемое брусом.

$$\Delta \ell = \frac{N \ell}{EA}. \quad (7.6)$$

Величина EA , стоящая в знаменателе, называется **жесткостью сечения** при растяжении (сжатии). Если брус состоит из нескольких участков, то полная его деформация определится как алгебраическая сумма деформаций отдельных i -х участков:

$$\Delta \ell_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \ell_i}{EA_i}, \quad (7.7)$$

Для определения деформации бруса в каждом его сечении строят эпюры продольных деформаций (эпюра $\Delta \ell$).

Т а б л и ц а 7.2 – Значения модулей упругости для различных материалов

Материал	E, МПа
Сталь легированная	$2,1 \cdot 10^5$
Ст. 3	$2 \cdot 10^5$
Чугун	$(1,2-1,0) \cdot 10^5$
Медь	$1,1 \cdot 10^5$
Бронза	$1,15 \cdot 10^5$
Латунь	$1 \cdot 10^5$
Алюминий	$0,7 \cdot 10^5$
Дерево	$(0,1-0,12) \cdot 10^5$
Кирпич	$0,3 \cdot 10^5$
Бетон	$(0,15-0,2) \cdot 10^5$

7.3 Условия прочности и жесткости при растяжении (сжатии)

Определив напряжение в наиболее нагруженном (опасном) сечении растянутого (сжатого) бруса по формуле $\sigma = \frac{N}{A}$ и установив допускаемое напряжение $[\sigma]$ для соответствующего материала (обычно допускаемое напряжение записывается в квадратных скобках), можно произвести оценку прочности бруса. Для этого необходимо фактическое напряжение, возникающее в опасном сечении бруса сопоставить с допускаемым, выбранным из таблицы 6.2. Тогда условие прочности при растяжении (сжатии) примет вид

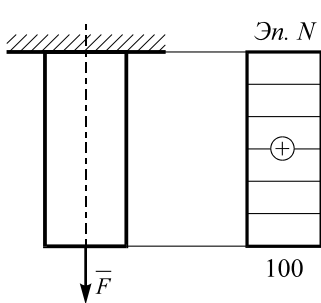
$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]. \quad (7.8)$$

Используя это условие, можно решать следующие задачи:

1. **Производить проектировочный расчет.** По известной нагрузке и допускаемому напряжению подобрать размеры поперечного сечения стержня, то есть из условия прочности определить площадь поперечного сечения бруса:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}. \quad (7.9)$$

Пример 1.



Найти размеры квадратного сечения бруса, растянутого силой $F = 40$ кН, если допускаемое напряжение $[\sigma] = 100$ МПа.

Решение.

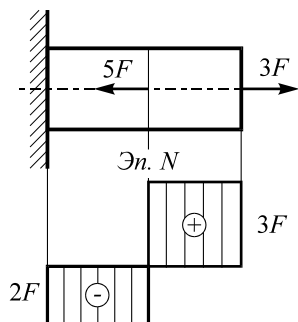
Используя формулу (7.9), определяем площадь квадратного сечения бруса:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]} = \frac{40 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Таким образом, сторона квадрата имеет размер $a = 2$ см².

2. Выполнить проверочный расчет. Определять по заданным нагрузке и размерам поперечных сечений бруса фактические напряжения, возникающие в них, и сравнивать их с допускаемыми. Устанавливать фактический запас прочности.

Пример 2.



На брус действуют продольные силы $3F$ и $2F$ ($F = 20$ кН). Площадь поперечного сечения $A = 6$ см². Допускаемые напряжения $[\sigma] = 80$ МПа. Обеспечена ли прочность бруса?

Решение.

Построим эпюру нормальных сил N . Из эпюры следует, что

$$N_{\max} = 3F = 60 \text{ кН},$$

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} = \frac{60 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^6} = 100 \text{ МПа}.$$

Поскольку полученные напряжения $\sigma_{\max} > [\sigma]$, следовательно, прочность бруса не обеспечена.

На недостаточную прочность указывает и значение коэффициента запаса прочности. Он оказался меньше единицы:

$$K = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\max}} = \frac{80}{100} = 0,8.$$

В связи с этим необходимо увеличить размеры поперечного сечения бруса.

3. **Определять допускаемую нагрузку** по заданным размерам поперечного сечения бруса и известному допускаемому напряжению:

$$N_{\min} \leq A [\sigma].$$

Пример 3.

Какую допускаемую нагрузку $[F]$ может выдержать колонна, имеющая площадь поперечного сечения $A = 50 \text{ см}^2$, если допускаемые напряжения $[\sigma] = 200 \text{ МПа}$.

Решение.

$$[F] \leq [\sigma]A = 200 \cdot 10^6 \cdot 50 \cdot 10^{-4} = 1000000 \text{ Н} = 1000 \text{ кН}.$$

Таким образом, при заданных площади и напряжениях колонна может выдержать нагрузку не более 1000 кН.

В ряде случаев необходимо помимо расчетов на прочность рассчитывать конструкцию на жесткость. Для этого используются условия жесткости при растяжении (сжатии), которые в абсолютных и относительных деформациях имеют следующий вид:

$$\Delta \ell_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \ell_i}{(EA)_i} \leq [\Delta \ell]$$

либо

$$\varepsilon = \frac{N}{EA} \leq [\varepsilon]$$

где $[\Delta \ell]$ и $[\varepsilon]$ – соответственно допускаемые абсолютные и относительные перемещения бруса.

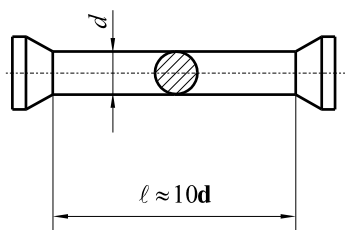
8 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

8.1 Назначение и виды испытаний

Для изучения свойств материалов и установления значения предельных напряжений (соответствующих разрушению или пластическим деформациям) производят испытание образцов материалов при различных видах нагрузок: статической, ударной и циклической.

По виду деформации различают испытания образца на растяжение, сжатие, кручение и изгиб. Значительно реже проводят испытания на сложное деформированное состояние.

Наиболее распространенным испытанием материалов является исследование их свойств при испытании на растяжение. Объясняется это тем, что механические характеристики, получаемые при испытаниях на растяжение, позволяют во многих случаях достаточно точно судить о поведении материала и при других видах деформаций. Испытания на растяжение опытных образцов проводят на специальных машинах, разнообразных по конструкции и мощности. Образцы обычно бывают круглого, реже прямоугольного сечения. На концах образца имеются головки в виде утолщений, предназначенные для закрепления в испытательной машине (см. рисунок 8.1). Формы и размеры образцов стандартизированы: $d = 20$ мм;



$\ell = 10d = 200$ мм. Применяют образцы с отношением $l: \sqrt{A} = 11,3$, где A – площадь поперечного сечения.

Эти образцы растягивают на специальных испытательных машинах, которые снабжены диаграммным аппаратом, регистрирующим величину приложенной к образцу силы и величину деформации.

Рисунок 8.1

8.2 Диаграмма растяжения и её характерные точки

При растяжении образцов материалов на испытательных машинах специальные регистрирующие аппараты автоматически вычерчивают диаграмму, которая называется диаграммой растяжения образца. На оси ординат откладываются в масштабе силы F , замеренные в различные моменты испытания, а на оси абсцисс удлинения $\Delta\ell$ (рисунок 8.2, а). В таких координатах вид диаграммы будет зависеть от размеров образца (чем длиннее будет образец, тем при той же силе будут получаться большие абсолютные удлинения).

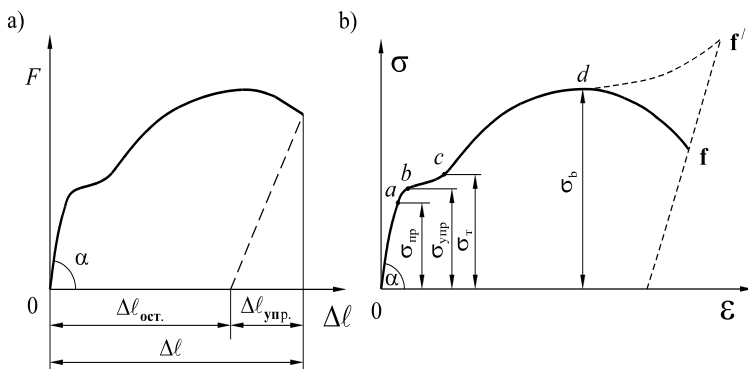


Рисунок 8.2

Чтобы исключить влияние абсолютных размеров образца, диаграмму перестраивают в относительных координатах. На оси ординат

откладываются напряжения $\sigma = \frac{F}{A_0}$, а по оси абсцисс откладывают

относительное удлинение $\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}$ (рисунок 8.2, б), где A_0 и ℓ_0 –

соответственная первоначальная площадь сечения и длина образца.

На диаграмме можно выделить следующие характерные точки:
предел пропорциональности ($\sigma_{\text{пр}}$) – наибольшее напряжение, до которого деформации в материале растут пропорционально напряжениям, то есть сохраняется закон Гука (отрезок *oa*) (рисунок 8.2, б);

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{F_{\text{пр}}}{A_0},$$

где $F_{\text{пр}}$ – максимальная сила, действующая на образец на отрезке *oa*

Согласно закону Гука $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$, и из рисунка $\text{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon}$; тогда $E = \text{tg} \alpha$, т. е. по диаграмме можно определить **модуль упругости материала** при его растяжении;

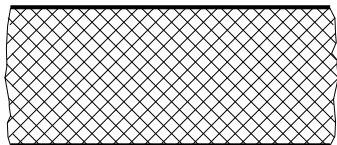
предел упругости ($\sigma_{\text{упр}}$). Если деформация после разгрузки не исчезает, то ее называют упругой. Наибольшие напряжения растяжения, которым соответствуют только упругие деформации, называют пределом упругости (точка *b*).

$$\sigma_{\text{упр}} = \frac{F_{\text{упр}}}{A_0},$$

где $F_{\text{упр}}$ – максимальная сила, действующая на образец на участке *ab*.

Предел упругости очень близок к пределу пропорциональности, поэтому их значения часто принимают равными;

предел текучести (σ_{T}). Далее на участке *bc* удлинение образца начинает расти практически без увеличения напряжений. Такое напряжение называют пределом текучести. При данном состоянии материала говорят, что он “течет”. На образце в это время появляется густая сетка линий, направленных под углом 45° к оси растягиваемого стержня. Эти линии называются линиями Лордеса или Чернова (рисунок 8.3). За пределом



текучести материал снова начинает оказывать сопротивление деформации, но удлинение его уже начинает расти быстрее напряжений, в это время быстро растут остаточные деформации.

Предел текучести

Рисунок 8.3

$$\sigma_{\text{T}} = \frac{F_{\text{T}}}{A_0},$$

где F_{T} – максимальная сила, действующая на образец на участке *bc*;

предел прочности ($\sigma_{\text{б}}$) – напряжение, соответствующее наибольшему значению нагрузки, которую может выдержать образец (точка *d*).

$$\sigma_b = \frac{F_{\max}}{A_0}.$$

где F_{\max} – сила, при которой образец разрывается.

Точка d диаграммы соответствует наибольшему значению растягивающего усилия. После достижения предела прочности образуется местное сужение образца, так называемая “шейка” (рисунок 8.4).

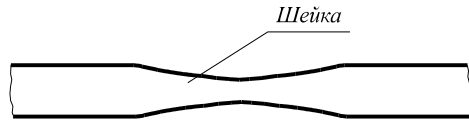


Рисунок 8.4

В таком случае удлинение образца происходит, в основном, на длине шейки, ее сечение становится все меньше и меньше, поэтому деформация образца происходит при уменьшающейся нагрузке. При напряжении, соответствующем точке f , образец разрушается. После разрыва образца упругая деформация исчезает и остается только пластическая (остаточная). Сплошной линией (см. рисунок 8.2, б) показана условная диаграмма, построенная по отношению к первоначальной площади образца, пунктирной – истинная, построенная по отношению к наименьшей площади сечения образца (площади шейки) на данный момент испытания.

8.3 Пластичность и хрупкость материалов

Кроме предела текучести σ_T и предела прочности σ_b очень важной характеристикой является **пластичность** материала. Она характеризуется величиной относительного удлинения ε и относительного сужения поперечного сечения ψ после разрыва образца.

$$\varepsilon = \frac{\ell_k - \ell_0}{\ell_0} \cdot 100\%,$$

где ℓ_k , ℓ_0 – соответственно длина образца после разрыва и первоначальная длина; ε колеблется для стали в пределах 7-10%.

Относительное сужение поперечного сечения находится из выражения

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} \cdot 100\%.$$

Обычно для стали ψ не превышает 2–5%.

Пластичные материалы разрушаются при значительных деформациях. Это малоуглеродистые стали, цветные металлы и др.

Хрупкие материалы разрушаются при очень малых деформациях. Это чугун, кирпич, стекло, бетон и др.

Для пластичных материалов пределы пропорциональности и текучести на растяжение и сжатие совпадают. Предел прочности на сжатие пластичных материалов определить нельзя, а для хрупких можно. Хрупкие материалы всегда лучше сопротивляются сжатию, чем растяжению.

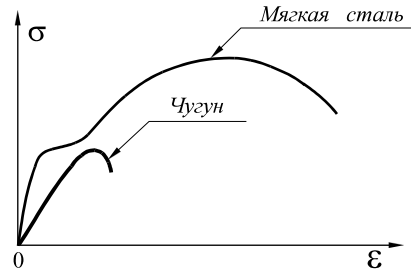


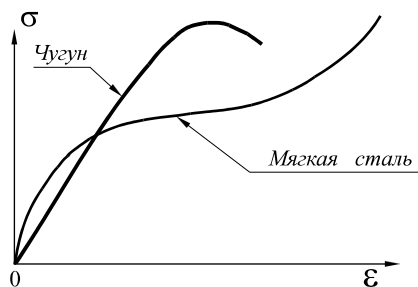
Рисунок 8.5

На рисунке 8.5 приведены диаграммы растяжения пластичного материала (мягкой стали) и хрупкого (чугуна). Видно, что хрупкий материал разрушился при небольшой относительной деформации и не имеет предела текучести.

8.4 Диаграммы сжатия

Сравнительные испытания сталей на растяжение и сжатие показали, что зависимость между напряжениями и деформациями получаются приблизительно одинаковыми. Поэтому их испытывают преимущественно на растяжение. При испытаниях металлов на сжатие изготавливают образцы в виде цилиндров, у которых $1 < \frac{h}{d} < 3$, либо в виде кубиков. Размеры образцов для различных материалов различны.

При сжатии образца из пластичного материала при напряжениях ниже предела пропорциональности или текучести материал ведёт себя так, как при растяжении. После перехода за предел пропорциональности появляются заметные остаточные деформации. Образец принимает бочкообразную форму. По мере увеличения площади поперечного сечения приходится для дальнейшего деформирования увеличивать нагрузку, пока образец не превратится в лепёшку. Напряжения, аналогичного пределу прочности при разрыве, наблюдать не приходится. Хрупкие материалы при сжатии разрушаются так же, как и при растяжении, при весьма малых деформациях. Разрушение хрупких материалов начинается с появления продольных, параллельных направлению сжимающей силы, трещин на образце. Следует отметить, что хрупкие материалы обычно сопротивляются сжатию лучше, чем растяжению.



На рисунке 8.6 показаны диаграммы при испытании на сжатие мягкой стали и чугуна. Пластичный материал не имеет предела прочности на сжатие. Хрупкий материал, например чугун, разрушается и при сжатии с

небольшой относительной деформацией.

Таким образом, при испытании на сжатие величина предела прочности σ_b является в значительной мере условной характеристикой прочности материала. Это обстоятельство приходится учитывать при назначении коэффициента запаса прочности.

Этот коэффициент должен быть выбран с тем расчётом, чтобы величина нормальных напряжений, действующих по всему сечению образца, не превосходила предела упругости или текучести материала, а при действии переменных нагрузок – пределов выносливости, который обычно ниже предела текучести. При других динамических нагрузках значение коэффициента запаса прочности увеличивают в несколько раз.

9 ДЕФОРМАЦИЯ СДВИГА И СМЯТИЯ

9.1 Понятие о сдвиге (срезе). Закон Гука при сдвиге

На сдвиг работает значительное число деталей конструкций. Простейшими примерами подобных деталей являются болтовые и заклепочные. Заклепки во многих случаях уже вытеснены сваркой, однако они имеют еще большое применение для соединения стропил, ферм мостов, кранов, для соединения листов в котлах, судах, резервуарах.

Деформации, предшествующие срезу, заключающиеся в смещении слоев материала и перекашивании прямых углов элементарного параллелепипеда, называются сдвигом. Для дерева и бетона применяется также термин **скалывание**. Если на брус действуют две равные перпендикулярные оси бруса силы F , весьма близко расположенные друг к другу (рисунок 9.1), то при достаточной величине сил происходит **срез** бруса.

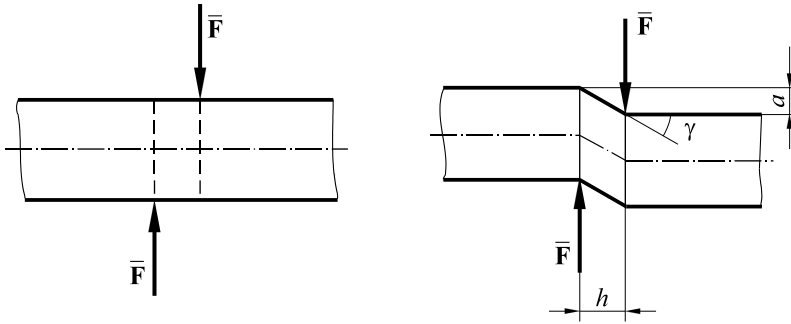


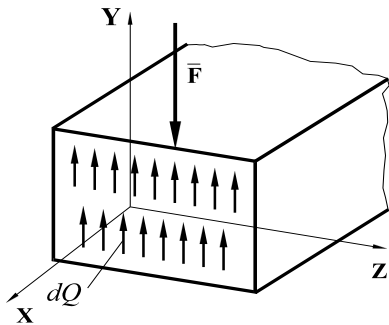
Рисунок 9.1

Изображенное на рисунке расстояние a называется **абсолютным сдвигом**. Угол γ , на который изменяются прямые углы параллелепипеда, называется **относительным сдвигом**. Угол мал, поэтому

$$\gamma \approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{a}{h}. \quad (9.1)$$

Если рассечь брус на две части между срезающими силами и заменить действие отброшенной части на оставшуюся внутренними силами, то все появившиеся силы будут лежать в плоскости сечения (рисунок 9.2). Следовательно, сдвиг вызывает касательные напряжения. Принимаем, что силы равномерно распределены по сечению. Касательные напряжения вдоль оси y определяются по формуле

$$\tau_y = \frac{dQ_y}{dA}.$$



при сдвиге GA , т. е.

Рисунок 9.2

Отсюда определяем величину сдвигающей силы:

$$dQ_y = \tau_y dA;$$

$$Q_y = F = \int_A \tau_y dA.$$

Экспериментами установлено, что величина абсолютного сдвига a прямо пропорциональна произведению Fh и обратно пропорциональна **жесткости бруса**

$$a = \frac{Fh}{GA}, \quad (9.3.)$$

если полученную зависимость сравним с абсолютной деформацией при растяжении (сжатии) $\Delta l = \frac{Nl}{EA}$, то видим прямую аналогию.

Учитывая, что $\frac{a}{h} = \gamma$ и $\frac{F}{A} = \tau$, получаем

$$\tau = G\gamma. \quad (9.4.)$$

Эта зависимость выражает **закон Гука при сдвиге**, где G – модуль упругости материала при сдвиге. Он определяется экспериментально. Его значения для различных материалов приведены в таблице 9.1.

Т а б л и ц а 9.1 – **Значения модуля сдвига различных материалов**

Материал	Модуль сдвига G , МПа
Сталь	$8 \cdot 10^4$
Чугун	$4 \cdot 10^4$
Медь, бронза, латунь	$(4 - 5) \cdot 10^4$
Алюминий	$2,6 \cdot 10^4$
Дерево	$0,06 \cdot 10^4$

Между величинами E и G для одного и того же материала существует определенная зависимость

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (9.5)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

При расчетах модуль сдвига можно принять равным $G \approx 0,4E$.

9.2 Допускаемые напряжения и условие прочности при сдвиге

Вопрос выбора допускаемого напряжения при сдвиге (срезе) сложнее, чем при растяжении и сжатии. При выборе допускаемого напряжения исходят из предела прочности (для хрупких материалов). Однако определение этих характеристик материала при сдвиге усложняется тем, что практически трудно воспроизвести чистый сдвиг без изгиба и других явлений, влияющих на результаты испытаний.

Выявлено, что допускаемые напряжения при сдвиге связаны с допускаемыми напряжениями при деформации растяжения (сжатия) соотношениями: для пластичных материалов $[\tau_{cp}] \approx 0,6[\sigma]$, для хрупких – $[\tau_{cp}] \approx (0,7 - 1)[\sigma]$.

Условие прочности при сдвиге имеет следующий вид:

$$\tau_{cp} = \frac{F}{A_{cp}} \leq [\tau_{cp}], \quad (9.6)$$

где $A_{\text{ср}}$ – площадь среза. На срез проверяются, в основном, болтовые и

$$\text{заклепочные соединения, а для них } A_{\text{ср}} = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Тогда условие прочности при срезе запишется так:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2 n} \leq [\tau_{\text{ср}}], \quad (9.7)$$

где n – число крепежных элементов (число плоскостей среза).

9.3 Деформация смятия. Расчеты на прочность

Деформация сдвига часто сопровождается смятием, когда значительная сжимающая сила действует на сравнительно небольшом участке.

При срезе крепежных деталей деформации смятия подвергается резьба. При навинчивании гайки поверхность детали под гайкой будет вдавливаться. Возникают нормальные напряжения. В этих местах будет иметь место деформация смятия. Чтобы уменьшить местные напряжения, под головку болта и гайку ставят шайбы. Напряжения смятия определяются по формуле

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P}{A_{\text{см}}},$$

где P – сжимающая сила; $A_{\text{см}}$ – площадь смятия.

Площадь смятия для круглых деталей определяют по формуле

$$A_{\text{см}} = td,$$

где t – толщина листа; d – диаметр болта.

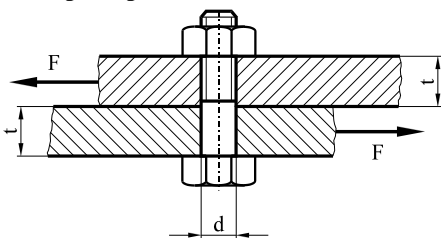
Проверку на смятие выполняют для мягких материалов. Допускаемые напряжения выбираются в следующих пределах: $[\sigma_{\text{см}}] = (2 - 2,5)[\sigma]$ – для металлов, $[\sigma_{\text{см}}] = (0,25 - 0,8)[\sigma]$ – для дерева.

Условие прочности при смятии имеет следующий вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma_{\text{см}}] \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{см}} = \frac{P}{tdn} \leq [\sigma_{\text{см}}] \quad (9.8)$$

где n – число крепежных элементов.

Пример.



Рассчитать болтовое соединение, показанное на рисунке 9.3, если сила $F = 8$ кН, толщина скрепляемых деталей $t = 8$ мм, допускаемое

напряжение сдвига $[\tau_{\text{ср}}] = 60 \text{ МПа}$, а смятия $[\sigma_{\text{см}}] = 200 \text{ МПа}$.

Решение.

Рисунок 9.3

Сила F стремится срезать болт в плоскости соединения деталей.

Найдем диаметр болта из условия прочности на срез:

$$F_{\text{ср}} = \frac{F}{A_{\text{ср}}} \leq [\tau_{\text{ср}}];$$
$$A_{\text{ср}} = \frac{\pi d^2}{4}, \quad d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\tau_{\text{ср}}]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60 \cdot 10^6}} = 1,3 \text{ см}.$$

Проверим стенки отверстий деталей, скрепленных болтом, на смятие:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{t d} = \frac{8 \cdot 10^3}{0,008 \cdot 1,3 \cdot 10^{-2}} = 76,8 \text{ МПа}.$$

Полученные напряжения меньше $[\sigma_{\text{см}}] = 200 \text{ МПа}$, следовательно, принимаем $d = 1,4 \text{ см}$.

Если напряжения смятия получаются больше допускаемых, то вследствие обмятия поверхностей деталей болтом условия эксплуатации последней ухудшаются .

9 ДЕФОРМАЦИЯ СДВИГА И СМЯТИЯ

9.1 Понятие о сдвиге (срезе). Закон Гука при сдвиге

На сдвиг работает значительное число деталей конструкций. Простейшими примерами подобных деталей являются болтовые и заклепочные. Заклепки во многих случаях уже вытеснены сваркой, однако они имеют еще большое применение для соединения стропил, ферм мостов, кранов, для соединения листов в котлах, судах, резервуарах.

Деформации, предшествующие срезу, заключающиеся в смещении слоев материала и перекашивании прямых углов элементарного параллелепипеда, называются сдвигом. Для дерева и бетона применяется также термин **скалывание**. Если на брус действуют две равные перпендикулярные оси бруса силы F , весьма близко

расположенные друг к другу (рисунок 9.1), то при достаточной величине сил происходит **срез** бруса.

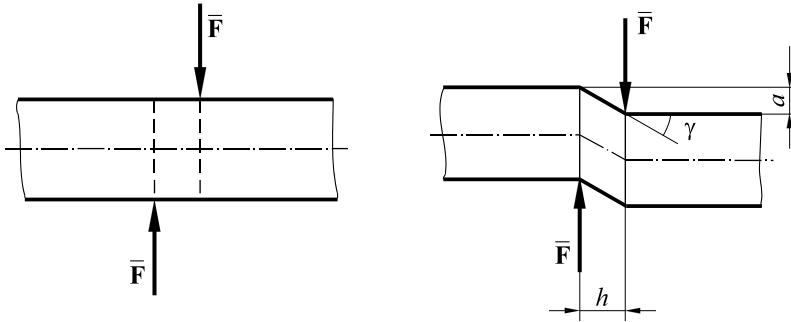


Рисунок 9.1

Изображенное на рисунке расстояние a называется **абсолютным сдвигом**. Угол γ , на который изменяются прямые углы параллелепипеда, называется **относительным сдвигом**. Угол мал, поэтому

$$\gamma \approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{a}{h}. \quad (9.1)$$

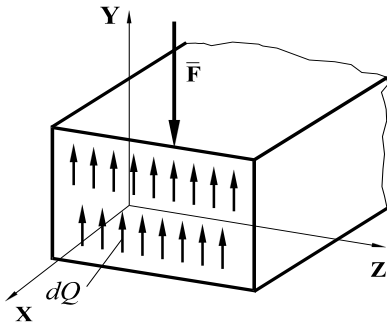
Если рассечь брус на две части между срезающими силами и заменить действие отброшенной части на оставшуюся внутренними силами, то все появившиеся силы будут лежать в плоскости сечения (рисунок 9.2). Следовательно, сдвиг вызывает касательные напряжения. Принимаем, что силы равномерно распределены по сечению. Касательные напряжения вдоль оси y определяются по формуле

$$\tau_y = \frac{dQ_y}{dA}.$$

Отсюда определяем величину сдвигающей силы:

$$dQ_y = \tau_y dA;$$

$$Q_y = F = \int_A \tau_y dA.$$



при сдвиге GA , т. е.

Рисунок 9.2

Экспериментами установлено, что величина абсолютного сдвига a прямо пропорциональна произведению Fh и обратно пропорциональна **жесткости бруса**

$$a = \frac{Fh}{GA}, \quad (9.3.)$$

если полученную зависимость сравним с абсолютной деформацией при растяжении (сжатии) $\Delta \ell = \frac{N\ell}{EA}$, то видим прямую аналогию.

Учитывая, что $\frac{a}{h} = \gamma$ и $\frac{F}{A} = \tau$, получаем

$$\tau = G\gamma. \quad (9.4.)$$

Эта зависимость выражает **закон Гука при сдвиге**, где G – модуль упругости материала при сдвиге. Он определяется экспериментально. Его значения для различных материалов приведены в таблице 9.1.

Т а б л и ц а 9.1 – Значения модуля сдвига различных материалов

Материал	Модуль сдвига G , МПа
Сталь	$8 \cdot 10^4$
Чугун	$4 \cdot 10^4$
Медь, бронза, латунь	$(4 - 5) \cdot 10^4$
Алюминий	$2,6 \cdot 10^4$
Дерево	$0,06 \cdot 10^4$

Между величинами E и G для одного и того же материала существует определенная зависимость

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (9.5)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

При расчетах модуль сдвига можно принять равным $G \approx 0,4E$.

9.2 Допускаемые напряжения и условие прочности при сдвиге

Вопрос выбора допускаемого напряжения при сдвиге (срезе) сложнее, чем при растяжении и сжатии. При выборе допускаемого напряжения исходят из предела прочности (для хрупких материалов). Однако определение этих характеристик материала при сдвиге усложняется тем, что практически трудно воспроизвести чистый сдвиг без изгиба и других явлений, влияющих на результаты испытаний.

Выявлено, что допускаемые напряжения при сдвиге связаны с допускаемыми напряжениями при деформации растяжения (сжатия) соотношениями: для пластичных материалов $[\tau_{ср}] \approx 0,6[\sigma]$, для хрупких – $[\tau_{ср}] \approx (0,7 - 1)[\sigma]$.

Условие прочности при сдвиге имеет следующий вид:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{A_{\text{ср}}} \leq [\tau_{\text{ср}}], \quad (9.6)$$

где $A_{\text{ср}}$ – площадь среза. На срез проверяются, в основном, болтовые и заклепочные соединения, а для них $A_{\text{ср}} = \frac{\pi d^2}{4}$.

Тогда условие прочности при срезе запишется так:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2 n} \leq [\tau_{\text{ср}}], \quad (9.7)$$

где n – число крепежных элементов (число плоскостей среза).

9.3 Деформация смятия. Расчеты на прочность

Деформация сдвига часто сопровождается смятием, когда значительная сжимающая сила действует на сравнительно небольшом участке.

При срезе крепежных деталей деформации смятия подвергается резьба. При навинчивании гайки поверхность детали под гайкой будет вдавливаться. Возникают нормальные напряжения. В этих местах будет иметь место деформация смятия. Чтобы уменьшить местные напряжения, под головку болта и гайку ставят шайбы. Напряжения смятия определяются по формуле

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P}{A_{\text{см}}},$$

где P – сжимающая сила; $A_{\text{см}}$ – площадь смятия.

Площадь смятия для круглых деталей определяют по формуле

$$A_{\text{см}} = td,$$

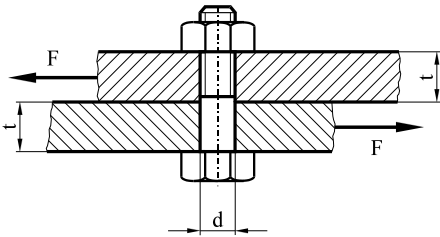
где t – толщина листа; d – диаметр болта.

Проверку на смятие выполняют для мягких материалов. Допускаемые напряжения выбираются в следующих пределах: $[\sigma_{\text{см}}] = (2 - 2,5)[\sigma]$ – для металлов, $[\sigma_{\text{см}}] = (0,25 - 0,8)[\sigma]$ – для дерева.

Условие прочности при смятии имеет следующий вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma_{\text{см}}] \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{см}} = \frac{P}{tdn} \leq [\sigma_{\text{см}}] \quad (9.8)$$

где n – число крепежных элементов.



Пример.
Рассчитать болтовое соединение, показанное на рисунке 9.3, если сила

$F = 8$ кН, толщина скрепляемых деталей $t = 8$ мм, допустимое напряжение сдвига $[\tau_{\text{ср}}] = 60$ МПа, а смятия $[\sigma_{\text{см}}] = 200$ МПа.

Решение.

Рисунок 9.3

Сила F стремится срезать болт в плоскости соединения деталей.

Найдем диаметр болта из условия прочности на срез:

$$F_{\text{ср}} = \frac{F}{A_{\text{ср}}} \leq [\tau_{\text{ср}}];$$
$$A_{\text{ср}} = \frac{\pi d^2}{4}, \quad d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\tau_{\text{ср}}]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60 \cdot 10^6}} = 1,3 \text{ см}.$$

Проверим стенки отверстий деталей, скрепленных болтом, на смятие:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{td} = \frac{8 \cdot 10^3}{0,008 \cdot 1,3 \cdot 10^{-2}} = 76,8 \text{ МПа}.$$

Полученные напряжения меньше $[\sigma_{\text{см}}] = 200$ МПа, следовательно, принимаем $d = 1,4$ см.

Если напряжения смятия получаются больше допустимых, то вследствие обмятия поверхностей деталей болтом условия эксплуатации последней ухудшаются.

10 ОСНОВНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

10.1 Геометрические характеристики сечений

Сопротивление бруса различным деформациям зависит не только от размеров и формы его поперечного сечения, но и от расположения этого сечения по отношению к направлению действия нагрузки. К основным геометрическим характеристикам плоских сечений балки (бруса) относятся следующие величины (приведены их названия, обозначения и основная размерность):

1. Площадь поперечного сечения A , $[\text{м}^2]$;
2. Статический момент площади сечения S , $[\text{м}^3]$;
3. Момент инерции сечения J , $[\text{м}^4]$;

4. Радиус инерции сечения i , [м];
5. Момент сопротивления сечения W , [см³].

Площадь характеризует сопротивляемость бруса при деформации растяжения и сжатия. Рассмотрим, как определяются все остальные характеристики плоских сечений.

10.2 Статический момент площади сечения

Выделим из сечения бесконечно малую площадь dA ; координаты которой x и y (рисунок 10.1). По аналогии с моментами силы относительно осей координат вычислим моменты площадей: $dS_x = ydA$; $dS_y = x dA$.

Интегрируя произведения по всей площади сечения, получим значения статических моментов площади относительно осей координат:

$$S_x = \int_A y dA; \quad S_y = \int_A x dA. \quad (10.1)$$

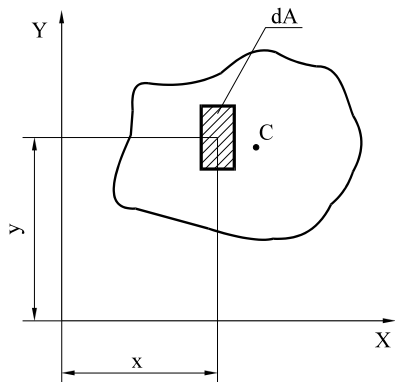


Рисунок 10.1

Если известны координаты центра тяжести сечения x_C и y_C , то статические моменты запишутся так: $S_x = y_C A$ и $S_y = x_C A$, а координаты центра тяжести сечения можно определить по формулам

$$x_C = \frac{S_y}{A}; \quad y_C = \frac{S_x}{A}. \quad (10.2)$$

Из формул (10.1) видно, что если оси x и y проходят через центр тяжести фигуры, то статический момент относительно этих осей равен нулю. Такие оси называются **центральными осями**.

Статический момент сложного сечения равен алгебраической сумме моментов простых его фигур относительно какой-либо оси:

$$S_x = \sum y_i A_i = y_1 A_1 + y_2 A_2 + \dots + y_n A_n;$$

$$S_y = \sum x_i A_i = x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_n A_n.$$

Отсюда получаем известные формулы из курса теоретической механики для определения координат центра тяжести плоского сечения любой формы:

$$\boxed{x_c = \frac{\sum A_i x_i}{A_i}; \quad y_c = \frac{\sum A_i y_i}{A_i}.} \quad (10.3.)$$

10.3 Моменты инерции сечений

Различают **осевые**, **полярные** и **центробежные** моменты инерции.

Осевой момент инерции площади представляет собой интеграл от произведений элементарных площадей на квадраты их расстояний до оси:

$$\boxed{J_x = \int_A y^2 dA; \quad J_y = \int_A x^2 dA.} \quad (10.4)$$

Полярный момент инерции – это интеграл произведений элементарных площадей на квадраты их расстояний до полюса:

$$J_\rho = \int_A \rho^2 dA, \text{ где } \rho^2 = x^2 + y^2.$$

Тогда

$$J_\rho = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = J_x + J_y.$$

$$J_\rho = J_x + J_y = \text{const} \quad (10.5)$$

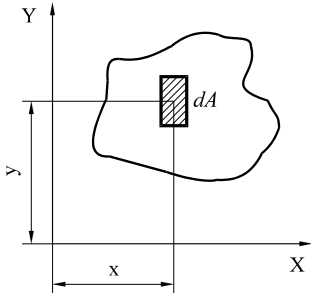


Рисунок 10.2

Сумма осевых моментов инерции относительно любых двух перпендикулярных осей, проведенных через точку, не зависит

от расположения этих осей и **равна полярному моменту инерции**

Центробежный момент инерции площади представляет собой интеграл произведений элементарных площадей на расстояния до осей:

$$J_{xy} = \int_A xy dA. \quad (10.6)$$

Из приведенных формул видно, что осевые и полярные моменты всегда положительны, а центробежный момент инерции может быть и положительным, и отрицательным, и

равным нулю; $J_{xy} = 0$, если хотя бы одна из осей является осью симметрии.

Выведем формулу для определения моментов инерции относительно параллельных осей. На рисунке (10.3) оси x и y – центральные. Пусть момент инерции J_x относительно центральной оси x известен. Требуется определить момент инерции относительно оси x_1 , параллельной оси x ,

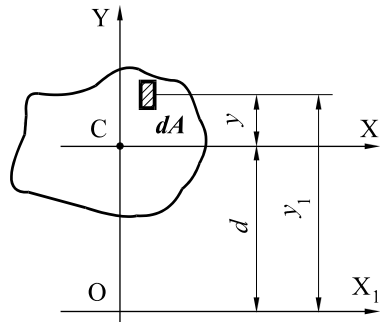


Рисунок 10.3

$$J_{x1} = \int_A y_1^2 dA = \int_A (y+d)^2 dA = \int_A y^2 dA + 2 \int_A yd dA + \int_A d^2 dA = J_x + 0 + d^2 A;$$

$$\boxed{J_{x1} = J_x + d^2 A} \quad (10.7)$$

т. е. момент инерции сечения относительно какой-либо оси равен сумме момента инерции относительно параллельной центральной оси и произведения квадрата расстояния между осями на площадь сечения.

10.4 Радиус инерции и момент сопротивления сечения

Введем еще одну геометрическую характеристику сечения – радиус инерции, связывающую момент инерции фигуры J с ее площадью A :

$$J_x = i_x^2 A; \quad J_y = i_y^2 A.$$

Отсюда **радиусы инерции** определяются из выражений

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}. \quad (10.8)$$

По аналогии с моментами инерции различают осевые и полярные моменты сопротивления сечений.

Осевым моментом сопротивления площади поперечного сечения называют отношение осевого момента инерции относительно данной оси к расстоянию до наиболее удаленной точки сечения:

$$\boxed{W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}; \quad W_y = \frac{J_y}{y_{\max}}.} \quad (10.9)$$

Момент сопротивления кручению (полярный) – это отношение полярного момента инерции к наибольшему радиусу сечения.

$$\boxed{W_p = \frac{J_p}{R_{\max}}} \quad (10.10)$$

10.5 Вычисление геометрических характеристик некоторых простых фигур

В практических расчетах часто встречаются детали, имеющие сложную форму поперечного сечения. Для нахождения моментов инерции таких сечений необходимо разбить их на простые по форме элементы, моменты инерции которых можно определить по известным формулам. Знание моментов инерции простых фигур позволит определить моменты инерции сложных сечений, используя формулу (10.7). Рассмотрим вычисление геометрических характеристик некоторых простых фигур.

Прямоугольник.

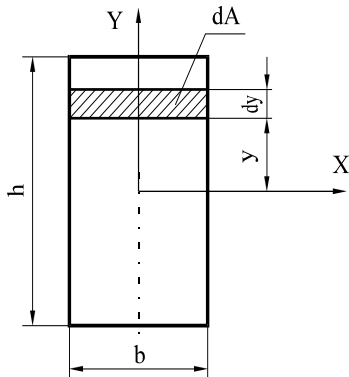


Рисунок 10.4

Осевой момент инерции определяется по формуле $J_x = \int_A y^2 dA$.

Выделим элементарную площадку прямоугольника площадью $dA = b dy$. Подставим это выражение в общую формулу

$$J_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} by^2 dy = \frac{by^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{b}{3} \left(\frac{h^3}{2^3} + \frac{h^3}{2^3} \right) = \frac{bh^3}{12}.$$

Таким образом, осевой момент инерции прямоугольника относительно центральной оси x равен

$$J_x = \frac{bh^3}{12}.$$

Аналогично

$$J_y = \frac{hb^3}{12}.$$

Найдем момент сопротивления сечения относительно оси x :

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{J_x}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^3 \cdot 2}{12 \cdot h} = \frac{bh^2}{6}.$$

Таким образом,

$$W_x = \frac{bh^2}{6};$$

$$W_y = \frac{hb^2}{6}.$$

Квадрат.

Пусть сторона квадрата равна a . Так как квадрат – это прямоугольник со сторонами $b = h = a$, то

$$J_x = J_y = \frac{a^4}{12}; \quad W_x = W_y = \frac{a^3}{6}.$$

Круг.

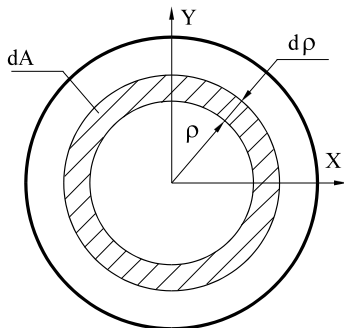
Рассмотрим элементарное кольцо площади dA ,

$$dA = 2\pi r \cdot dr.$$

Полярный момент инерции определяем по формуле

$$J_\rho = \int_A \rho^2 dA = \int_0^{\frac{D}{2}} \frac{D}{2} \pi r^3 dr = 2\pi \frac{\rho^4}{4} \Big|_0^{\frac{D}{2}} = \frac{\pi d^4}{32}.$$

$$J_\rho = \frac{\pi d^4}{32}.$$

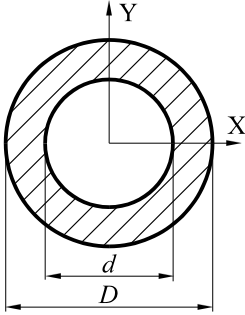


Так как согласно формуле $J_x = J_y = \frac{J_D}{2}$, то

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}.$$

Моменты сопротивления круглого сечения соответственно будут равны:

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32}; \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16}.$$



Сечение в форме кольца.

Найдем моменты инерции кольцевого сечения:

$$J_x = J_y = J_6 - J_M = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4),$$

где J_6, J_M – моменты инерции большого и малого круга соответственно.

Рисунок 10.6

$$J_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4).$$

Определим моменты сопротивления кольцевого сечения:

$$W_x = W_y = \frac{J_x}{D} = \frac{\pi \cdot 2}{64 \cdot D} (D^4 - d^4) = \frac{\pi D^4}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right].$$

Обозначим $\frac{d}{D} = \alpha$, тогда

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^4}{32} [1 - \alpha^4];$$

$$W_p = \frac{W_x}{R} = \frac{W_x \cdot 2}{D} = \frac{\pi D^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right];$$

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} [1 - \alpha^4].$$

Для удобства пользования выведенными формулами они сведены в таблицу 10.1.

10.6 Определение моментов инерции сложных сечений

В инженерной практике часто применяются поперечные сечения сложной конфигурации. Для вычисления моментов инерции сложной фигуры ее разбивают на ряд простых, моменты инерций которых определить легко по известным формулам, а затем их суммируют с учетом зависимости (10.7), учитывающей параллельный перенос осей:

$$J_x = J_{x1} + J_{x2} + \dots + J_{xn}.$$

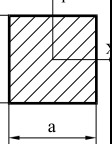
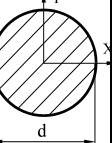
Момент инерции сложного сечения равен алгебраической сумме моментов инерций простых его фигур. Указанное правило справедливо также и для центробежного момента инерции.

Геометрические характеристики элементов прокатного профиля (двутавры, уголки, швеллеры и т. д.) приведены в справочных таблицах сортамента и их специально вычислять не надо. Некоторые из них размещены в приложениях А, Б, В и Г предлагаемого пособия.

Следует помнить, что **моменты сопротивления сложных сечений не равны алгебраической сумме моментов сопротивлений простых сечений.** Они вычисляются как отношение суммарного момента инерции сечения относительно оси x или y к расстоянию от этой оси до наиболее удаленной точки сложного сечения (см. формулы 10.9).

Таблица 10.1 – Геометрические характеристики некоторых плоских сечений

Сечение	Площадь, A	Моменты инерции			Моменты сопротивления		
		J_x	J_y	J_p	W_x	W_y	W_p
прямоугольник 	bh	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	–	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{hb^2}{6}$	–

<p>квадрат</p> 	a^2	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	—	$\frac{a^3}{6}$	$\frac{a^3}{6}$	—
<p>круг</p> 	$\frac{\pi d^2}{4}$	$\frac{\pi d^4}{64} \approx 0.05d^4$	$\frac{\pi d^4}{64} \approx 0.05d^4$	$\frac{\pi d^4}{32} \approx 0.1d^4$	$\frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3$	$\frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3$	$\frac{\pi d^3}{16} \approx 0.2d^3$

11 КРУЧЕНИЕ БРУСА

11.1 Общие сведения о деформации кручения

Если стержень испытывает кручение, то в его поперечных сечениях действуют крутящие моменты $M_{кр}$. Вращающиеся и работающие на кручение стержни называют **валами**. Обычно внутренние крутящие моменты появляются под действием внешних сил и моментов, которые возникают, как правило, в местах посадки на вал шкивов, зубчатых колес и т. п. Участок вала между шкивами скручивается во время работы. Эксперименты показали, что при скручивании круглого вала его образующие

поворачиваются на один и тот же угол, на такой же угол относительно друг друга поворачиваются его поперечные сечения. Таким образом, стержень можно представить как систему жестких дисков, насаженных на общую ось. Это позволяет принять следующие гипотезы:

- все поперечные сечения остаются плоскими;
- радиусы, проведенные в сечениях, остаются прямыми;
- расстояния между сечениями неизменны.

При расчетах валов на прочность часто задаются мощность N и число оборотов вала в минуту n . Поскольку мощность выражается формулой

$$N = M_{\text{кр}} \omega,$$

где $M_{\text{кр}}$ – крутящий момент в рассматриваемом сечении вала,

ω – угловая скорость вращения вала в рад/с, $\omega = \frac{\pi n}{30}$,

то крутящий момент следует вычислять из соотношения

$$\boxed{M_{\text{кр}} = \frac{30 N}{\pi n}}. \quad (11.1)$$

Если мощность задана в лошадиных силах, то при расчете момента следует учесть, что 1 л. с. = 736 Вт.

11.2 Определение напряжений и углов закручивания при кручении

Чтобы найти напряжения, вызываемые в сечении крутящим моментом, воспользуемся основным методом решения задач сопротивления материалов – методом сечений.

Рассмотрим участок вала, изображённый на рисунке 11.1. В сечении вала действует крутящий момент. Выделим из закручиваемого вала диск радиуса r и шириной dz . При повороте вала его образующая повернется на угол γ , который называется **углом закручивания**, а радиус переместится на угол $d\varphi$. Выделенный элемент вала претерпел абсолютный сдвиг $rd\varphi$. Тогда относительный сдвиг

$$\gamma = \frac{rd\varphi}{dz}. \quad (11.2)$$

а) Определение касательных напряжений.

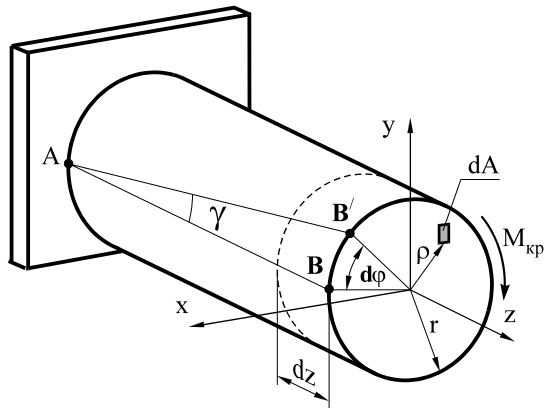
Согласно закону Гука при сдвиге касательные напряжения в сечении радиуса ρ равны $\tau_\rho = G\gamma$, где G – модуль упругости материала при сдвиге. Подставим значение γ из формулы (11.2).

$$\tau_\rho = G\gamma = G \frac{\rho d\varphi}{dz}. \quad (11.3.)$$

Для вычисления крутящего момента $M_{кр}$ выберем

площадку площади dA в слое радиуса ρ .

Рисунок 11.1



Элементарная сила, действующая на сечение площади dA – $dP = \tau_\rho dA$, а элементарный крутящий момент при этом

$$dM_{кр} = dP \cdot \rho = \tau_\rho dA \rho;$$

$$M_{кр} = \int_A \tau_\rho dA = \int_A G \frac{\rho d\varphi}{dz} \rho dA = G \frac{d\varphi}{dz} \int_A \rho^2 dA.$$

Так как $\int_A \rho^2 dA = J_\rho$, то

$$M_{кр} = G \frac{d\varphi}{dz} J_\rho. \quad (11.4)$$

Отсюда

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_{кр} \rho}{J_\rho}. \quad (11.5)$$

Подставляя это выражение в уравнение (11.3), получаем

$$\tau_\rho = G\rho \frac{M_{кр}}{GJ_\rho} = \frac{M_{кр}\rho}{J_\rho}.$$

Таким образом, касательное напряжение в месте сечения, удаленном на расстояние ρ от оси симметрии вала, определяется по формуле

$$\tau_\rho = \frac{M_{кр}\rho}{J_\rho} \quad (11.6.)$$

Это уравнение показывает, что при чистом кручении в сечении вала возникают касательные напряжения, прямо пропорциональные крутящему моменту и радиусу, где они определяются, и обратно пропорциональные полярному моменту инерции.

Как следует из формулы (11.6), касательные напряжения изменяются по линейному закону, причем на оси вала ($\rho = 0$) касательные напряжения отсутствуют ($\tau_\rho = 0$), а на поверхности вала ($\rho = r$) они максимальны.

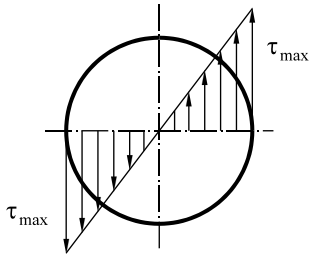


Рисунок 11.2

Поскольку $W_\rho = \frac{J_\rho}{r}$, то максимальные касательные напряжения определяются по формуле

$$\tau_{\rho\max} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_\rho} \quad (11.7)$$

Распределение касательных напряжений по сечению вала представлено на рисунке 11.2.

б) Определение деформаций при кручении.

Из уравнения (11.5) находим угол закручивания

$$d\varphi = \frac{M_{\text{кр}}}{GJ_\rho} dz. \quad (11.8)$$

Проинтегрируем выражение (11.8.) по длине вала:

$$\varphi = \int_0^\ell \frac{M_{\text{кр}}}{GJ_\rho} dz = \frac{M_{\text{кр}}}{GJ_\rho} z \Big|_0^\ell = \frac{M_{\text{кр}} \ell}{GJ_\rho}.$$

$$\varphi = \frac{M_{\text{кр}} \ell}{GJ_\rho}.$$

Деформация при кручении, таким образом, прямо пропорциональна крутящему моменту и обратно пропорциональна жесткости стержня при кручении GJ_ρ .

Чаще всего угол закручивания определяют в градусах. Тогда

$$\varphi^\circ = \frac{180^\circ M_{\text{кр}} \ell}{\pi GJ_\rho}.$$

11.3 Условия прочности и жесткости при кручении

Условие прочности вала, испытывающего деформацию кручения, определяется из условий работы наиболее нагруженного слоя, находящегося на его поверхности:

$$\tau_{\rho \max} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_{\rho}} \leq [\tau_{\rho}]$$

Это условие используется при проектных расчетах для определения диаметра вала, передающего крутящий момент. Допускаемые касательные напряжения при кручении выражаются через допускаемые нормальные напряжения следующим образом:

$$[\tau_{\rho}] \approx (0,6 - 0,7)[\sigma].$$

Подобранный в соответствии с условием прочности вал должен удовлетворять также и условию жесткости

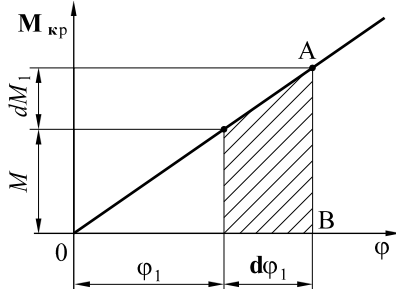
$$\varphi = \frac{M_{\text{кр}} \ell}{GJ_{\rho}} \leq [\theta] \quad (11.9.)$$

где $[\theta]$ – допускаемый угол при кручении.

Обычно для сталей $[\theta] = (0,5 - 1)$ град/м. Если величина угла закручивания превышает допускаемые значения, то наступает пластическая деформация вала, приводящая к его разрушению.

11.4 Потенциальная энергия при кручении

При кручении внешние моменты, приложенные к валу, совершают работу вследствие поворота сечений, к которым они приложены. Эта работа расходуется на создание запаса потенциальной энергии деформации, численно равной работе внутренних сил.



значению M . Увеличим момент

Рисунок 11.3

В пределах упругих деформаций согласно закону Гука угол закручивания растет пропорционально крутящему моменту. Поэтому зависимость крутящего момента от угла закручивания $M_{\text{кр}} = f(\varphi)$ представляет собой прямую OA , изображенную на рисунке 11.3. Пусть угол φ_1 соответствует промежуточному

на бесконечно малую величину dM .

Тогда угол получит приращение $d\varphi$.

Произведенная работа равна площади заштрихованной трапеции и определится соотношением

$$dU = \frac{M_1 + dM_1 + M_1}{2} d\varphi_1 = \left(M_1 + \frac{dM_1}{2} \right) d\varphi. \quad (11.10)$$

Полная работа деформации при возрастании крутящего момента от 0 до $M_{кр}$, равная накопленной потенциальной энергии, представится площадью треугольника OAB и будет равна

$$U = \frac{M_{кр}\varphi}{2}. \quad (11.11)$$

Подставим в формулу (11.11) значение угла закручивания

$$U = \frac{M_{кр} \cdot M_{кр}\ell}{2GJ_\rho} = \frac{M_{кр}^2 \ell}{2GJ_\rho}; \quad (11.12)$$

Получено выражение потенциальной энергии при кручении

$$U = \frac{M_{кр}^2 \ell}{2GJ_\rho}$$

где G – модуль сдвига;

J_ρ – полярный момент инерции сечения;

ℓ – длина вала.

Потенциальная энергия может быть выражена и через деформацию, если в формулу (11.12) подставить зависимость крутящего момента от угла закручивания.

Поскольку $\varphi = \frac{M_{кр}\ell}{2GJ_\rho}$, то $M_{кр} = \frac{\varphi GJ_\rho}{\ell}$.

Таким образом, потенциальная энергия равна

$$U = \frac{\varphi^2 G^2 \ell J_\rho^2}{2G\ell^2 J_\rho} = \frac{GJ_\rho \varphi^2}{2\ell}; \quad U = \frac{GJ_\rho}{2\ell} \varphi^2. \quad (11.13)$$

11.5 Расчет винтовых цилиндрических пружин

Во многих механизмах и машинах, например в рессорах вагонов и автомобилей, применяют винтовые пружины. При проектировании таких пружин необходимо уметь вычислять наибольшие напряжения (для проверки на прочность) и определять деформацию пружины (ее удлинение или прогиб). При работе материал пружины испытывает деформацию кручения.

Рассмотрим пружину с небольшим шагом витков. Можно предположить, что плоскости отдельных витков пружины перпендикулярны к ее оси.

Рассечем виток пружины плоскостью, проходящей через ось пружины.

Удалим одну часть пружины и рассмотрим равновесие оставшейся части (рисунок 11.4).

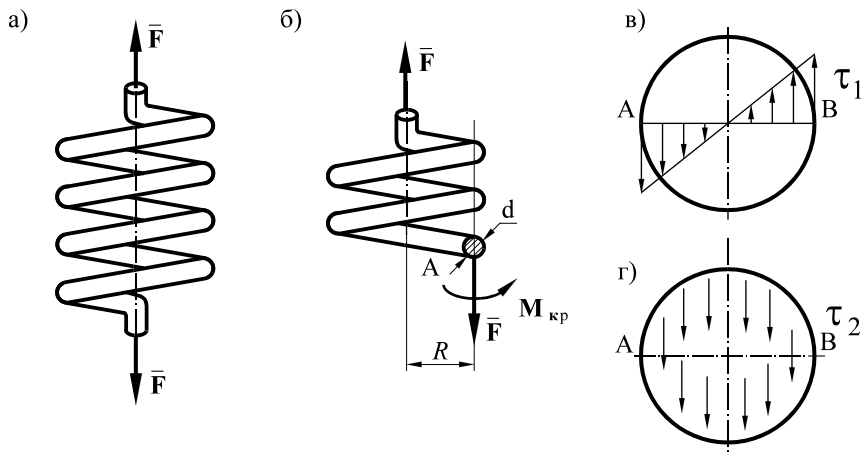


Рисунок 11.4

На основании метода Пуансо необходимо приложить в центре сечения силу F , параллельную оси пружины, и момент $M_{кр} = F \cdot R$; где R – средний радиус витка пружины. Момент $M_{кр}$ действует в плоскости сечения витка пружины и вызывает деформацию кручения. При этом

$$\tau_1 = \frac{M_{кр}}{W_\rho} = \frac{F \cdot R}{W_\rho} = \frac{F \cdot R \cdot 16}{\pi d^3},$$

где d – диаметр поперечного сечения прутка.

Сила F вызывает напряжение сдвига.

$$\tau_2 = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2}.$$

Для определения суммарных напряжений рассмотрим, как направлены напряжения τ_1 и τ_2 в сечении прутка пружины. Из рисунков 11.4, в и г видно, что $\tau_{max} = \tau_1 + \tau_2$ будет в точке А.

$$\tau_{max} = \frac{16F \cdot R}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{16RF}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4R} \right).$$

Так как $R \gg d$, то вторым слагаемым в скобках можно пренебречь. Тогда

$$\tau_{max} = \frac{16F \cdot R}{\pi d^3}. \quad (11.14)$$

Условие прочности для пружин принимает вид:

$$\tau_{max} = \frac{16F \cdot R}{\pi d^3} \leq [\tau]. \quad (11.15)$$

Допускаемое напряжение $[\tau]$ для сталей, из которых изготавливают пружины, принимается в пределах от 300 до 700 МПа.

При определении деформации пружины учитывают только кручение. Если под действием силы F пружина получит деформацию f , то работа, совершаемая этой силой (по аналогии с зависимостью (11.11)), будет равна

$$U = \frac{Ff}{2}. \quad (11.16)$$

Эта работа равна потенциальной энергии пружины, накопившейся в ней в результате скручивания витков. Следовательно,

$$\frac{Ff}{2} = \frac{M_{\text{кр}}^2 \ell}{2GJ_{\rho}}, \quad (11.17)$$

где ℓ – длина выпрямленной пружины; n – число витков пружины.

Подставив в уравнение (11.17) выражения $M_{\text{кр}} = F \cdot R$; $J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32}$,

получим

$$f = \frac{64FR^3n}{Gd^4}.$$

(11.18)

Таким образом, условие жесткости для расчета пружин принимает вид

$$f = \frac{64FR^3n}{Gd^4} \leq [f].$$

12 ПЛОСКИЙ ИЗГИБ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ

12.1 Поперечный и чистый изгиб

Под **изгибом** понимают такой вид деформации бруса, при котором его ось изменяет свое положение в пространстве. При этом его поперечные сечения совершают поступательное и угловое перемещения.

Брус, работающий на изгиб, называют **балкой**. Если внешние нагрузки расположены в плоскости, совпадающей с одной из главных центральных плоскостей, то имеет место **плоский прямой изгиб**.

Плоский изгиб может быть поперечным и чистым. При поперечном изгибе в сечении бруса возникают поперечные силы и изгибающие моменты (рисунок 12.1,а). В этом случае сечения сдвигаются параллельно одно другому и поворачиваются на некоторый угол. При чистом изгибе возникают только изгибающие моменты, а сечения поворачиваются относительно друг друга на угол (рисунок 12.1,б).

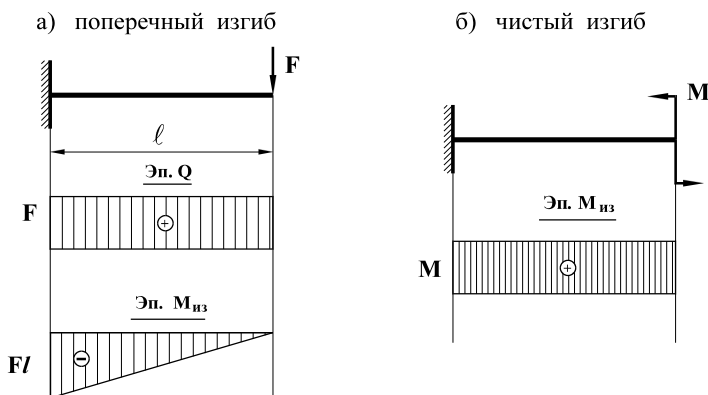


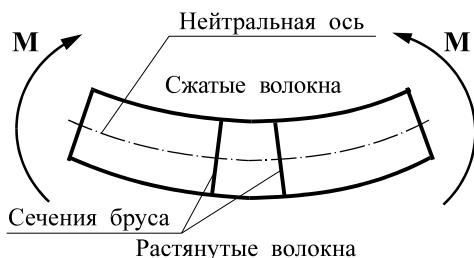
Рисунок 12.1

Рассмотрим брус, подвергающийся деформации изгиба (рисунок 12.2).

Его сечения поворачиваются на некоторый угол, но остаются плоскими.

Происходит растяжение одних и сжатие других волокон.

Вследствие удлинения одних и укорочения других волокон под действием момента M в поперечных сечениях бруса возникают **нормальные напряжения**. Поперечные силы Q вызывают сдвиг, и в брус



возникают **касательные напряжения**.

Рисунок 12.2

12.2 Определение нормальных напряжений при плоском изгибе

Рассмотрим балку, испытывающую деформацию чистого изгиба. При таком виде деформации ее сечения относительно друг друга перемещаются только вдоль оси OZ (рисунок 12.3).

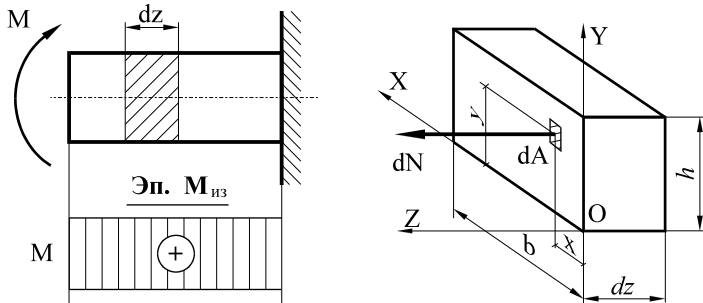


Рисунок 12.3

Вырежем элемент балки длиной dz . Рассмотрим элементарный участок площади dA . Нормальная сила и изгибающие моменты, действующие на эту площадь, равны:

$$N = \int_A \sigma dA; \quad (12.1)$$

$$M_y = \int_A \sigma x dA = 0; \quad (12.2)$$

$$M_x = \int_A \sigma y dA = M. \quad (12.3)$$

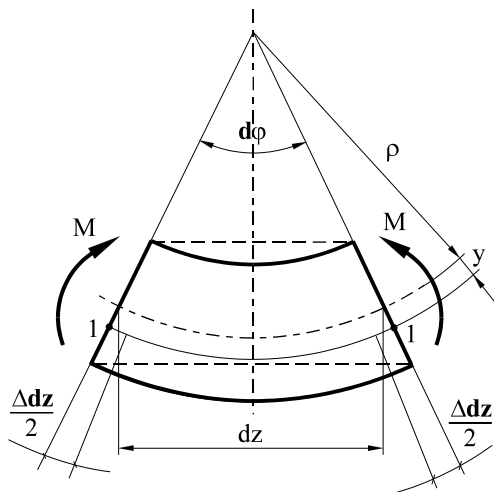


Рисунок 12.4

Для вывода формулы нормальных напряжений при изгибе воспользуемся рисунком 12.4, где изображена часть изогнутой балки длиной dz . Ее верхние волокна сжимаются, нижние получили абсолютное удлинение Δdz .

На рисунке обозначены:

ρ – радиус кривизны нейтрального слоя; где волокна балки не деформируются;

y – расстояние от нейтрального до рассматриваемого слоя 1-1.

Слой 1-1 до деформации имел длину $dz = \rho d\varphi$, после деформации

$$dz + \Delta dz = (\rho + y)d\varphi.$$

Абсолютная деформация $\Delta dz = yd\varphi$.

Относительная деформация $\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{yd\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}$;

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho}. \quad (12.4)$$

На основании закона Гука $\sigma = E\varepsilon = E \frac{y}{\rho}$. Таким образом, нормальные напряжения в рассматриваемом слое

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}. \quad (12.5)$$

Формула (12.5) показывает, что нормальные напряжения в поперечном сечении изогнутой балки прямо пропорциональны расстоянию до рассматриваемой точки от нейтрального слоя. На нейтральном слое $y = 0$; и $\sigma = 0$. Однако в виде (12.5) для определения напряжений использовать формулу нельзя, так как неизвестно положение нейтрального слоя.

Подставим полученное выражение (12.5) в формулы (12.1), (12.2) и (12.3).

Нормальная сила в сечении бруса

$$N = \int_A \sigma dA = \int_A E \frac{y}{\rho} dF = \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0;$$

так как $\frac{E}{\rho} \neq 0$, то интеграл, равный статическому моменту площади, равен нулю:

$$S_x = \int_A y dA = 0.$$

Поскольку $S_x = 0$, то нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения.

Изгибающий момент относительно оси y в соответствии с формулой (12.2)

$$M_y = \int_A \sigma x dA = \frac{E}{\rho} \int_A yx dA = 0.$$

Отсюда получаем $\int_A yx dA = J_{xy} = 0$.

Так как центробежный момент инерции равен 0, то оси x и y являются главными центральными осями.

Изгибающий момент относительно оси x

$$M_x = \int_A \sigma y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA, \quad \text{или} \quad M_x = \frac{E}{\rho} J_x.$$

Получена основная формула теории изгиба

$$\pm \frac{1}{\rho} = \frac{M_{изх}}{EJ_x}. \quad (12.6)$$

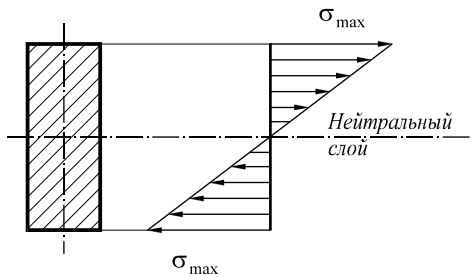
Величина $\frac{1}{\rho}$ называется кривизной изогнутой оси балки. Она характеризует величину деформации при изгибе. EJ_x – жесткость сечения балки при изгибе.

Подставляя (12.5) в (12.6), получим

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma}{Ey}; \quad \frac{\sigma}{Ey} = \frac{M_{изх}}{EJ_x};$$

$$\sigma = \frac{M_{изх} y}{J_x}. \quad (12.7)$$

По формуле (12.7) определяются нормальные напряжения при плоском изгибе.



Из анализа выражения (12.7) видно, что наибольшие напряжения возникают в волокнах, наиболее удаленных от нейтральной оси. В нейтральном слое нормальные напряжения равны нулю. Распределение нормальных напряжений по высоте

сечения балки приведено на рисунке 12.5.

Рисунок 12.5

Так как отношение осевого момента инерции сечения к максимальному расстоянию у равно моменту сопротивления сечения

$$\frac{J_x}{y_{max}} = W_x,$$

то формула для определения наибольших нормальных напряжений (на крайних волокнах балки) примет вид

$$\sigma_{max} = \frac{M_{изх}}{W_x}. \quad (12.8)$$

12.3 Определение касательных напряжений при плоском изгибе

Наличие поперечной силы в сечениях балки при изгибе вызывает возникновение касательных напряжений. Для определения касательных напряжений рассмотрим балку прямоугольного поперечного сечения со сторонами b и h (рисунок 12.6, а и б).

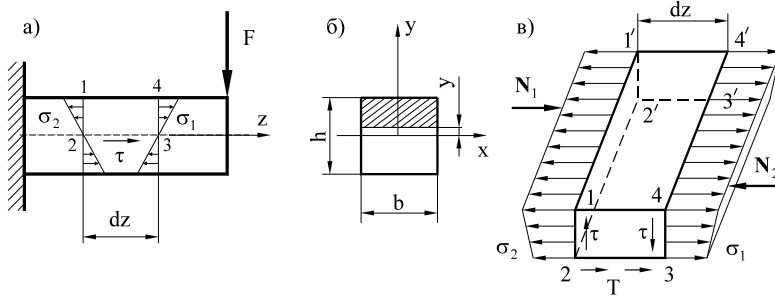


Рисунок 12.6

Вырежем из балки элемент длиной dz и шириной b . На гранях этого элемента действуют следующие нормальные напряжения (рисунок 12.6, в):

по грани 3 4 4' 3' –

$$\sigma_1 = \frac{M_1 y}{J_x};$$

(12.9)

по грани 1 2 2' 1' –

$$\sigma_2 = \frac{M_2 y}{J_x},$$

(12.10)

где M_1 и M_2 – изгибающие моменты в сечениях 3 4 4' 3' и 1 2 2' 1'.

Кроме того, в указанных сечениях действуют неизвестные пока касательные напряжения, которые ввиду незначительной ширины сечения балки можно считать равномерно распределенными по ширине сечения. По грани 3 2 2' 3' действуют только касательные напряжения. В соответствии с законом парности касательных напряжений они равны таким же напряжениям, действующим по вертикальным граням параллелепипеда.

Рассмотрим условия равновесия вырезанного параллелепипеда.

Действие на него отброшенной части балки заменим внутренними силовыми факторами. По боковым граням будут действовать сжимающие нормальные силы N_1 и N_2 , причем $N_1 > N_2$, так как изгибающий момент $M_1 > M_2$. Кроме того, по боковым граням будут действовать касательные силы, вызванные поперечными. Так как $N_1 > N_2$, то параллелепипед будет стремиться сдвинуться влево. Этому передвижению препятствуют силы, равнодействующую которых обозначим через T .

Нормальные силы, действующие по граням 3 4 4'3' и 1 2 2'1', имеют соответственно равнодействующие

$$N_1 = \int_A \sigma_1 dA; \quad N_2 = \int_A \sigma_2 dA.$$

Спроектируем все силы на ось z :

$$N_1 - N_2 + T = 0, \quad \text{или} \quad \int_A \sigma_1 dA - \int_A \sigma_2 dA + \tau b dz = 0.$$

Используя формулы (12.1) и (12.2), имеем

$$\frac{M_1}{J_x} \int_A y dA - \frac{M_2}{J_x} \int_A y dA + \tau b dz = 0.$$

Выражение $\int_A y dA = S_x$ представляет собой статический момент площади

отсеченной части сечения относительно нейтральной оси.

$$S_x \left(\frac{M_1}{J_x} - \frac{M_2}{J_x} \right) = -\tau b dz.$$

Так как $M_2 - M_1 = dM$ – приращение изгибающего момента на длине dz , то

$$\frac{S_x}{J_x} dM = \tau b dz.$$

Найдем касательные напряжения:

$$\tau = \frac{S_x dM}{b J_x dz}, \quad \frac{dM}{dz} = Q.$$

$$\boxed{\tau = \frac{Q S_x}{b J_x}}. \quad (12.11)$$

Эта зависимость впервые была установлена *Д. И. Журавским*, поэтому называется его именем. В ней обозначены: J_x – момент инерции сечения балки; b – ширина отсеченной части балки; Q – поперечная сила в сечении; S_x – статический момент отсеченной площади, $S_x = A_{отс} y$, y – расстояние от нейтрального слоя сечения до центра тяжести отсеченной части.

Величины Q и J_x для данного сечения постоянны. Поэтому, касательные напряжения изменяются пропорционально отношению $\frac{S_x}{b}$.

В самых верхних и нижних продольных слоях балки касательные напряжения $\tau = 0$, так как $S_x = 0$. Для прямоугольных сечений, у которых $b = \text{const}$, наибольшие касательные напряжения будут в нейтральном слое,

так как здесь S_x максимален. Эпюра распределения касательных напряжений по высоте балки приведена на рисунке 12.7.

Пример.

Найти величины максимальных нормальных и касательных напряжений в поперечном сечении прямоугольного бруса.

Решение.

1. Определяем величину максимальных касательных напряжений, используя формулу Журавского.

$$\tau_{\max} = \frac{QS_x}{J_x b} = \frac{Qbh^2 \cdot 12}{4bh^3 b} = \frac{3Q}{2A}. \quad \text{Здесь} \quad J_x = \frac{bh^3}{12}.$$

Таким образом,
$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2A}.$$

Определим величину максимальных нормальных напряжений :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{из}}}{W_x} = \frac{Ql}{bh^2/6} = \frac{6Ql}{bh^2}.$$

Сопоставим эти напряжения:

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} = \frac{6Ql \cdot 2bh}{bh^2 3Q} = \frac{4l}{h}.$$

12.4 Условия прочности при плоском изгибе

Из приведенного примера в п. 12.3 видно, что касательные напряжения в балках, где $(l > h)$, существенно меньше нормальных. Поэтому расчеты на прочность ведутся, в основном, по нормальным напряжениям. Зная допускаемые напряжения $[\sigma]$ для данного материала балки, можно записать условия прочности по нормальным напряжениям при изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (12.12)$$

Это условие прочности позволяет решать три задачи:

- 1) определять максимальные напряжения;
- 2) находить предельные значения изгибающих моментов в сечениях балки;
- 3) подбирать размеры сечений.

Условие прочности балки по касательным напряжениям при изгибе имеет следующий вид:

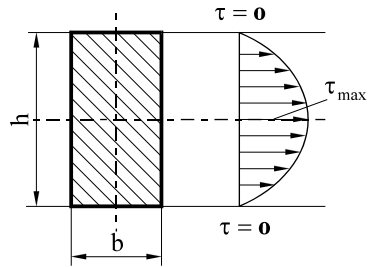


Рисунок 12.7

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_x}{J_x b} \leq [\tau]. \quad (12.13)$$

Нормальные и касательные напряжения по высоте сечения распределяются, как показано на рисунке 12.8.

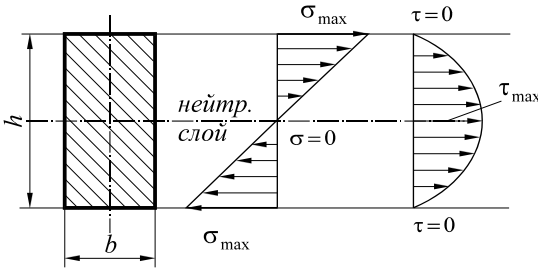


Рисунок 12.8

нейтральном слое.

С использованием формулы (11.12) можно проверить прочность балки в крайних нижнем и верхнем слоях сечения. Они подвергаются простому растяжению или сжатию. Второе условие прочности позволяет определить максимальные касательные напряжения в

12.5 Напряжения в наклонных сечениях балки.

Главные напряжения

В наклонных сечениях балки возникают и нормальные, и касательные напряжения (рисунок 12.9).

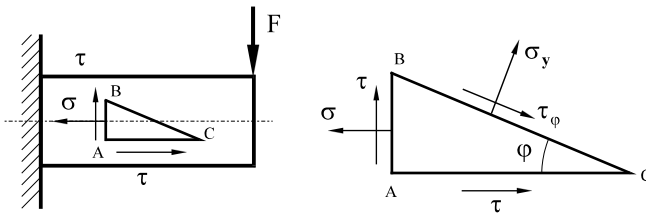


Рисунок 12.9

Для проверки общей прочности балки определяют главные напряжения по формуле

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2}. \quad (12.14)$$

Угол наклона главных площадок (рисунок 12.9):

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\tau}{\sigma}.$$

Для некоторых материалов важно знать наибольшие касательные напряжения. Они действуют на площадках, образующих с главными площадками угол 45° . Их определяют по формуле

$$\tau_{\min}^{\max} = \pm \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2}. \quad (12.15)$$

13 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И УГЛОВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ

13.1 Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки и его применение к определению перемещений и углов поворота

Под действием внешней нагрузки ось балки искривляется. Перемещение центра тяжести сечения AA' по направлению, перпендикулярному оси балки, называется **прогибом балки** в данной точке сечения и обозначается y . Угол φ , на который сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению, называется **углом поворота** сечения (рисунок 13.1). При анализе напряжений была получена основная формула теории изгиба:

$$\pm \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_x}. \quad (13.1)$$

Из нее

$$\rho = \frac{EJ}{M},$$

то есть радиус кривизны оси

балки прямо пропорционален

жесткости балки и обратно пропорционален внутреннему изгибающему

моменту.

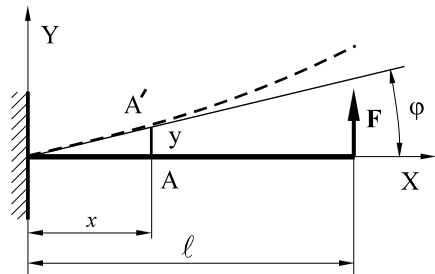


Рисунок 13.1

Из математики известна формула кривизны линии в точке с координатами (x, y) :

$$K = \frac{1}{\rho} = \pm \frac{y''}{\left[1 + (y')^2\right]^{\frac{3}{2}}},$$

где $y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}$; $y' = \frac{dy}{dx}$.

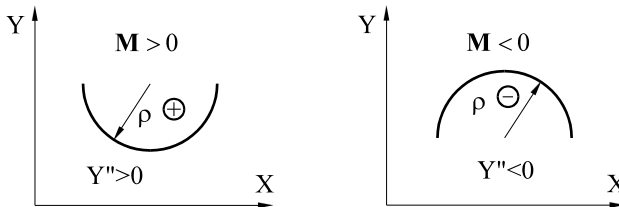
В большинстве практических задач перемещения точек оси стержня малы, поэтому $tg\varphi = \varphi = y'$ – также малая величина. Принимаем $\frac{1}{\rho} \approx y''$, тогда

$$y'' = \frac{1}{\rho} = \pm \frac{M}{EJ_x}.$$

И окончательно

$$y'' = \pm \frac{M}{EJ_x}. \quad (13.2)$$

Получено дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.



Для того, чтобы в правой части равенства (13.2) всегда был положительный знак, используем следующие правила:

Рисунок 13.2

Таким образом, знаки моментов и y'' совпадают, поэтому уравнение (13.2) принимает вид

$$y'' = \frac{M}{EJ_x}. \quad (13.3)$$

Для получения уравнения упругой линии в форме, дающей непосредственную связь между прогибом y и абсциссой x , следует проинтегрировать два раза уравнение (13.3). После каждого интегрирования появляется постоянная, которая определяется из граничных условий (условий закрепления балки).

Определим перемещение y и угол поворота φ сечения стержня, соответствующего точке A (рисунок 13.1):

$$M = F(\ell - x) \text{ или } EJ_x y'' = F(\ell - x) = F\ell - Fx.$$

Считаем, что жесткость стержня при изгибе EJ_x постоянная. Интегрируем дважды, получим:

$$EJ_x y' = F\ell x - \frac{Fx^2}{2} + C_1; \quad EJ_x y = \frac{F\ell x^2}{2} - \frac{Fx^3}{6} + C_1 + C_2.$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяют по известным граничным условиям. При $x = 0$ $y' = 0$, $y = 0$. Отсюда $C_1 = 0$; $C_2 = 0$

Тогда угол поворота φ и прогиб y для сечения, соответствующего координате x , равны:

$$\varphi = y'(x) = F\ell x - \frac{Fx^2}{2}; \quad y = y(x) = \frac{F\ell x^2}{2} - \frac{Fx^3}{6}.$$

Найдем угол поворота φ и прогиб y на конце балки:

$$EJ_x \varphi(\ell) = F \cdot \ell^2 - \frac{F\ell^2}{2} = \frac{F\ell^2}{2}; \quad EJ_x y(\ell) = \frac{F\ell^3}{2} - \frac{F\ell^3}{6} = \frac{F\ell^3}{3};$$

$$\boxed{\varphi(\ell) = \frac{F\ell^2}{2EJ_x};}$$

$$\boxed{y(\ell) = \frac{F\ell^3}{3EJ_x}.}$$

Использование непосредственного интегрирования дифференциальных уравнений изогнутой оси балки приводит к решению системы уравнений с большим числом неизвестных постоянных интегрирования.

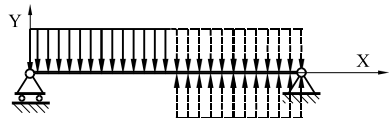
13.2 Метод начального параметра (универсальное уравнение изогнутой оси балки)

При выводе уравнения изогнутой оси стержня методом начального параметра применим следующие правила.

1. Начало координат поместим на левом конце балки, направляя ось x вправо, а ось y вверх.
2. При вычислении моментов будем рассматривать ту часть балки, которая содержит начало координат, то есть всегда будем определять момент в сечении, подходя к нему с левой стороны.
3. Интегрирование некоторых выражений, содержащих скобки, будем вести без их раскрытия, например,

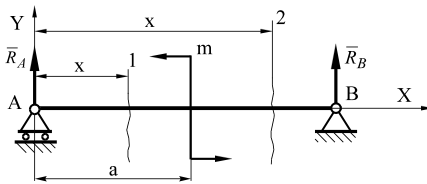
$$\int P(x-a)^n dx = P \frac{(x-a)^{n+1}}{n+1} + C. \quad (13.4)$$

4. Если на балку действует распределенная нагрузка, не доходящая до ее конца, то нагрузку



следует продолжить до конца, а чтобы не изменить условия работы балки, следует одновременно приложить нагрузку обратного знака (рисунок 13.3).

Рисунок 13.3



5. Если на балку действует сосредоточенный момент m на расстоянии a от левой опоры (рисунок 13.4), изгибающий момент в сечении балки 2 равен $R_A x - m$. Для дальнейших преобразований этот момент удобно записать

следующим образом:

Рисунок 13.4

$$R_A x - m(x - a)^0. \quad (13.5)$$

Пусть балка под действием различных по характеру положительных нагрузок, указанных на рисунке. 13.5, находится в равновесии. Схема приложения силовых факторов такова, что необходимо рассмотреть 5 участков балки.

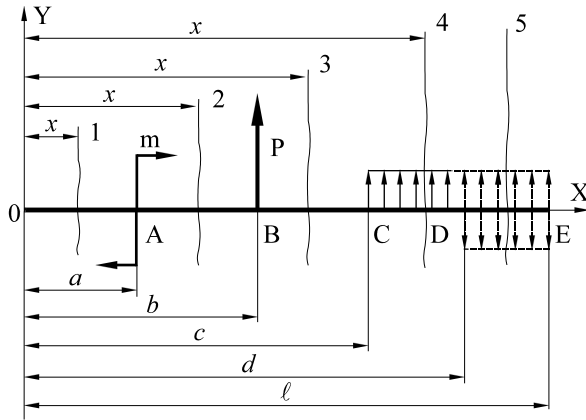


Рисунок 13.5

1-й участок – 0А

На участке **0А** нагрузки нет, следовательно, выражения, определяющие уравнение упругой линии, будут иметь вид

$$EJ_x y'' = 0; \quad EJ_x y' = C_1; \quad EJ_x y = C_1 x + D_1.$$

2-й участок – АВ. Применим пятое правило:

$$EJ_x y'' = m(x-a)^0.$$

Интегрируем это выражение, применяя первое правило:

$$EJ_x y' = m(x-a) + C_2;$$

$$EJ_x y = \frac{m(x-a)^2}{2} + C_2 x + D_2,$$

3-й участок – ВС.

$$EJ_x y'' = m(x-a)^0 + P(x-b);$$

$$EJ_x y' = m(x-a) + \frac{P(x-b)^2}{2} + C_3;$$

$$EJ_x y = \frac{m(x-a)^2}{2} + \frac{P(x-b)^3}{6} + C_3 x + D_3.$$

4-й участок – CD.

$$EJ_x y'' = m(x-a)^0 + P(x-b) + \frac{q(x-c)^2}{2};$$

$$EJ_x y' = m(x-a) + \frac{P(x-b)^2}{2} + \frac{q(x-c)^4}{24} + C_4 x + D_4.$$

5-й участок – DE.

$$EJ_x y'' = m(x-a)^0 + P(x-b) + \frac{q(x-c)^2}{2} - \frac{q(x-d)^2}{2};$$

$$EJ_x y' = m(x-a) + \frac{P(x-b)^2}{2} + \frac{q(x-c)^3}{6} - \frac{q(x-d)^3}{6} + C_5;$$

$$EJ_x y = \frac{m(x-a)^2}{2} + \frac{P(x-b)^3}{6} + \frac{q(x-c)^4}{24} - \frac{q(x-d)^4}{24} + C_5 x + D_5.$$

Равенство постоянных ($C_1 = C_2 = \dots = C$ и $D_1 = D_2 = \dots = D$) следует из неразрывности функции y и ее первой производной на границах смежных участков. Например, чтобы доказать равенство $C_3 = C_4$, подставляем $x = c$ в соответствующее уравнение углов наклона касательной $EJ_x y'$ 3 и 4 участков. Получаем:

$$m(c-a) + \frac{P(c-b)^2}{2} + C_3 = m(c-a) + \frac{P(c-b)^2}{2} + \frac{q(c-c)^3}{6} + C_4.$$

Отсюда $C_3 = C_4$. Таким образом, легко доказать равенство всех остальных постоянных.

Для определения постоянных C и D воспользуемся граничными условиями на левом конце балки. При $x=0$ $C = EJ_x \varphi_0$; $D = EJ_x y_0$.

Уравнения углов наклона касательной при многократном повторении нагрузок действующих на балку, могут быть записаны в следующем виде:

$$EJ_x \varphi = EJ_x \varphi_0 + \sum m(x-a) + \frac{\sum P(x-b)^2}{2} + \frac{\sum q(x-c)^2}{6} - \frac{\sum q(x-d)^3}{6},$$

а уравнение прогибов –

$$EJ_x Y = EJ_x \varphi_0 x + EJ_x y_0 + \frac{\sum m(x-a)^2}{2} + \frac{\sum P(x-b)^3}{6} + \frac{\sum q(x-c)^4}{24} - \frac{\sum q(x-d)^4}{24}.$$

Следует обратить внимание на то, что если нагрузки противоположны показанным на рисунке 13.5, то они вносятся в уравнения со знаком “минус”.

Если левый конец балки зашпелен, то значения φ_0 и y_0 обращаются в нули. Если левый конец однопролетной балки опирается на опору, совпадающую с началом координат, то неизвестное значение φ_0 определяется из условия равенства нулю прогиба над правой опорой. Если балка лежит на двух опорах и имеет две консоли, то определяются оба

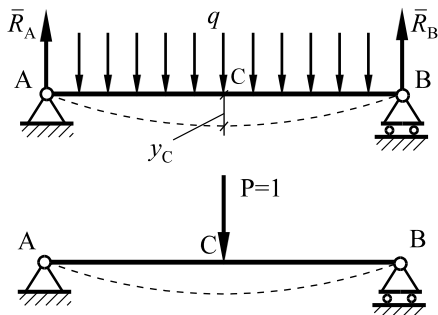
неизвестных – φ_0 и y_0 из условия равенства нулю прогибов над обеими опорами

14 ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И УГЛОВ ПОВОРОТА БАЛКИ ПРИ ИЗГИБЕ

14.1 Интеграл Мора

Определение перемещений и углов поворота различных сечений балки, лежащей на двух опорах, методом начальных параметров, представляющий собой достаточно трудоемкий процесс. Он требует громоздких вычислений по определению постоянных, интегрирования и граничных условий задачи. Рассмотрим теперь общий метод определения перемещений, пригодный для любой линейно деформируемой системы при любой нагрузке. Этот метод был предложен немецким ученым О. Мором.

Пусть требуется определить вертикальное перемещение y_C точки C балки, представленной на рисунке 14.1, а.



Возьмем такую же балку и в искомой точке C нагрузим ее единичной силой $P = 1$. Затем сообщим этой второй балке дополнительно совершенно такие же прогибы, какие имеет первая балка, изгибаемая нагрузкой F . Дополнительная потенциальная энергия U , накопленная вследствие этого во второй балке, будет равна работе единичной силы $P = 1$ на

перемещении y_C :

Рисунок 14.1

$$U = 1 \cdot y_C. \quad (14.1)$$

Дополнительную потенциальную энергию второй балки можно определить другим способом (см. рисунок 11.3). Если вырезать из балки бесконечно малый элемент длиной dx , то его потенциальная энергия

$$dU = M_1 d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота конечного сечения элемента балки относительно

рассматриваемого длиной dx , $d\varphi = \frac{dx}{\rho}$;

ρ – радиус нейтрального слоя.

В выведенную ранее формулу (12.6) $\frac{1}{\rho} = \frac{M_{из}}{EJ_x}$ подставим значение ρ .

Тогда
$$d\varphi = \frac{M_{из} dx}{EJ_x} \quad \text{или} \quad dU = M_1 \frac{M_{из} dx}{EJ_x}. \quad (14.2)$$

Потенциальная энергия всей балки, нагруженной единичной силой, будет

$$U = \int_0^l \frac{M_1 M_{из} dx}{EJ_x}. \quad (14.3)$$

Из сравнения выражений (14.1) и (14.3) получим

$$y_C = \int_0^l \frac{M_1 M_{из}}{EJ_x} dx. \quad (14.4)$$

Если балка имеет постоянное поперечное сечение, то

$$y_C = \frac{I}{EJ_x} \int_0^l M_1 M_{из} dx. \quad (14.5)$$

Формулы (14.4) и (14.5) называются **интегралами Мора**. В эти формулы входят следующие величины:

$M_{из}$ – изгибающий момент, полученный от действия на балку внешних нагрузок;

M_1 – изгибающий момент в сечении от действия единичной силы;

EJ_x – жесткость балки при изгибе;

x – координата сечения балки;

u_C – прогиб балки в рассматриваемом сечении.

14.2 Способ Верещагина

Помимо непосредственного вычисления интеграла Мора можно пользоваться графоаналитическим приемом: **способом перемножения эпюр или правилом Верещагина**. Для вывода формулы, предложенной Верещагиным, возьмем один участок балки длиной $(\ell_2 - \ell_1)$.

Построим эпюру $M_{из}$ от внешних сил. Часть этой эпюры на длине балки $\ell_2 - \ell_1$ приведена на рисунке 14.3, а.

В сечении, где нужно найти прогиб балки, прикладываем единичную силу и строим от нее эпюру изгибающих моментов M_1 . Часть этой эпюры на той же длине балки приведена на рис. 14.3, б. В общем случае $M_{из}$

описывается уравнением $f(x)$, а эпюра от единичной нагрузки – уравнением прямой $M_1 = ax + b$. Подставляем эти значения в

интеграл Мора: Рисунок 14.3

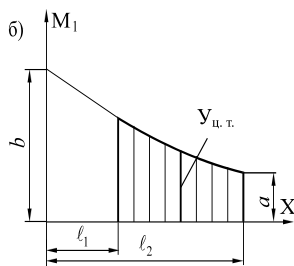
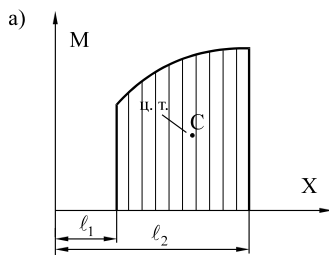
$$u_C = \frac{1}{EJ_x} \int_0^l M_{из} M_1 dx = \frac{1}{EJ_x} \int_0^l M_{из} (ax + b) dx = \frac{1}{EJ_x} \int_0^l M_{из} ax dx + \frac{1}{EJ_x} \int_0^l M_{из} b dx.$$

Выражение $\int_0^l M_{из} x dx$ представляет собой статический момент площади.

Второй интеграл $\int_0^l M_{из} b dx = A_{M_{из}}$ имеет смысл площади эпюры

изгибающих моментов внешних сил.

Поскольку $ax_{ц.т.} + b = y_{ц.т.}$, то окончательно получим



$$y_C = \frac{1}{EJ_x} A_{M_{из}} (ax_{ц.т.} + b) = \frac{1}{EJ_x} A_{M_{из}} y_{ц.т.}, \quad (14.6)$$

где $y_{ц.т.}$ – ордината эпюры моментов M_1 от единичной силы под центром тяжести эпюры $M_{из}$.

Для определения перемещений с учетом нескольких грузовых участков надо полученную формулу (14.6) применить для всех этих участков

$$y_C = \frac{I}{EJ_x} \sum A_{M_{из}} y_{ц.т.} \quad (14.7)$$

Таким образом, чтобы использовать правило Верещагина, необходимо:

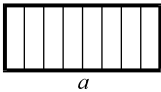
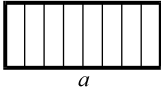
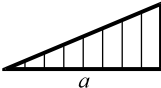
1. Построить эпюры изгибающих моментов от внешних сил.
2. В том сечении, где надо определить прогиб, приложить единичную силу (для нахождения угла поворота сечения приложить единичный момент).
3. Построить эпюры изгибающих моментов от единичной силы (от единичного момента).
4. Вычислить площадь эпюры $A_{M_{из}}$ на каждом участке балки.
5. Умножить эту площадь на ординату единичной эпюры, находящуюся под центром тяжести эпюры моментов внешних сил.
6. Вычислить y_C либо φ по формуле (14.7).

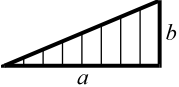
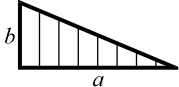
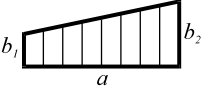
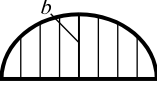
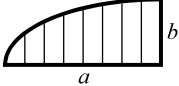
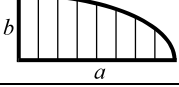
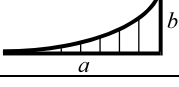
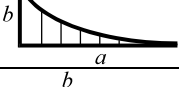
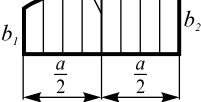
При этом необходимо учитывать тот факт, что перемножение эпюр с одинаковыми знаками дает “плюс”, с разными “минус”.

Положительные y_C и φ всегда направлены в сторону действия соответствующей им единичной силы или единичного момента.

Для упрощения процесса расчета деформаций сечений балки целесообразно воспользоваться готовой таблицей, где приведены формулы, по которым можно найти произведение $A_{M_{из}} y_{ц.т.}$ в зависимости от вида эпюр $M_{из}$ и M_1 (см. таблицу 14.1).

Таблица 14.1 – Значения, используемые при применении правила Верещагина

Эпюры M , построенные от внешних нагрузок	Эпюры M_1 , построенные от единичных сил и моментов		
			
	abc	$\frac{abc}{2}$	$\frac{ab(c_1 + c_2)}{2}$

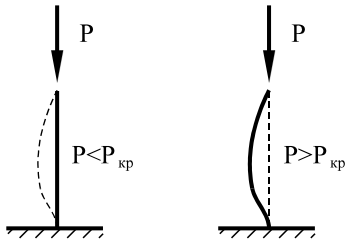
	$\frac{abc}{2}$	$\frac{abc}{3}$	$\frac{ab(c_1 + 2c_2)}{6}$
	$\frac{abc}{2}$	$\frac{abc}{6}$	$\frac{ab(2c_1 + c_2)}{6}$
	$\frac{ac(b_1 + b_2)}{2}$	$\frac{ac(b_1 + 2b_2)}{6}$	$\frac{a}{6}(2b_1c_1 + b_1c_2 + b_2c_1 + 2b_2c_2)$
	$\frac{2abc}{3}$	$\frac{abc}{3}$	$\frac{ab(c_1 + c_2)}{3}$
	$\frac{2abc}{3}$	$\frac{5abc}{12}$	$\frac{ab(3c_1 + 5c_2)}{12}$
	$\frac{2abc}{3}$	$\frac{abc}{4}$	$\frac{ab(5c_1 + 3c_2)}{12}$
	$\frac{abc}{3}$	$\frac{abc}{4}$	$\frac{ab(c_1 + 3c_2)}{12}$
	$\frac{abc}{3}$	$\frac{abc}{12}$	$\frac{ab(3c_1 + c_2)}{12}$
	$\frac{ac}{6}(b_1 + b_2 + 4b)$	$\frac{ac}{6}(b_2 + 2b)$	$\frac{a}{6}(b_1c_1 + b_2c_2 + 4bc)$

15 РАСЧЕТ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

15.1 Продольный изгиб длинных тонких стержней.

Критическая сила, критическое напряжение

Если тонкий длинный стержень сжимать продольными силами до некоторой предельной величины, то он будет испытывать деформацию сжатия, и его ось будет оставаться прямолинейной. В этом случае стержень будет находиться в состоянии устойчивого равновесия. Однако если сжимающие силы станут больше предельной величины, то стержень выпучится, и его ось изогнется, а состояние оказывается неустойчивым. Искривление длинных стержней, сжимаемых продольными силами, называется **продольным изгибом**.



Если сила, сжимающая стержень станет больше предельной величины, то будут возможны две формы упругого равновесия стержня – прямолинейная и криволинейная. Прямолинейная форма

теперь станет неустойчивой, а изогнутая будет устойчивой. На второй стадии продольного изгиба даже небольшое увеличение силы уже ведет к значительному изгибу стержня (рисунок 15.1).

Рисунок 15.1 Предельное значение силы, при котором прямолинейное положение стержня становится неустойчивым, называется **критической силой**. Допускать в конструкциях критическую нагрузку **нельзя!**

Обозначим критическую силу – $P_{кр}$, а допускаемую силу через $[P]$, тогда отношение $\frac{P_{кр}}{[P]} = n_y > 1$ называется **запасом устойчивости**. Его значение,

как и у запаса прочности для конструкций, изготовленных из менее однородных материалов берется выше, чем из однородных. Так, запас устойчивости принимается: для сталей – (1,8 – 3); чугуна – (5 – 6); дерева – 2,5.

Таким образом, длинные тонкие стержни при воздействии сжимающей нагрузки, помимо расчетов на прочность должны проверяться на **устойчивость**. При этом определяются критические напряжения и сравниваются с допускаемыми для данного материала.

15.2. Формула Эйлера для определения критической силы

При расчете стержней на продольный изгиб нужно определить

критическую силу. Формула для ее определения была впервые выведена знаменитым математиком Леонардом Эйлером.

Рассмотрим сжатый стержень, изображенный на рисунке 15.2, в таком состоянии, когда сжимающая сила достигла критического значения $P_{кр}$. Для нахождения критической силы используем дифференциальное уравнение изогнутой оси балки

$$EJ_{\min}y'' = M_{из}, \quad (15.1)$$

где J_{\min} – минимальный изгибающий момент в плоскости наименьшей жесткости сечения;

$M_{из}$ – изгибающий момент относительно центра тяжести сечения в изогнутом состоянии,

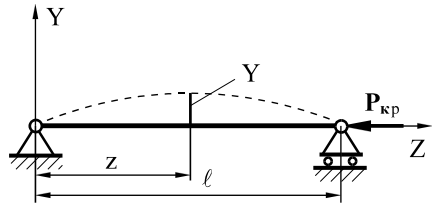


Рисунок 15.2

$$M_{из} = -P_{кр}y \quad (15.2)$$

Знак (-) берется потому, что стержень изгибается выпуклостью вверх, а прогиб y положителен. Тогда уравнение (15.2) принимает вид

$$EJ_{\min}y'' = -P_{кр}y, \quad \text{или} \quad y'' + \frac{P_{кр}}{EJ_{\min}}y = 0. \quad (15.3)$$

Обозначим $\frac{P_{кр}}{EJ_{\min}} = k^2$. Подставляя в (15.3), получим $y'' + k^2y = 0$.

Это линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Его общее решение, как известно из курса математики, имеет вид

$$y = C \cos kz + D \sin kz, \quad (15.4)$$

где C и D – постоянные интегрирования, их определяют с использованием граничных условий.

Для изображенной на рисунке балки имеются два граничных условия:

1) при $z = 0$ $y = 0$; 2) при $z = l$ $y = 0$.

Из первого условия получим $C = 0$. Следовательно, стержень изгибается по синусоиде

$$y = D \sin kz \quad (15.5)$$

Из второго условия получим $D \sin kl = 0$. Это соотношение справедливо в двух случаях:

а) $D = 0$. Но если $C = 0$ и $D = 0$, то из соотношения (15.4) получается, что $y = 0$, а это противоречит предположению об изогнутости стержня;

б) $\sin kl = 0$. Это условие выполняется, если аргумент синуса принимает следующий бесконечный ряд значений: $kl = 0; \pi; 2\pi; n\pi$, где n – любое целое число. Отсюда $k = \frac{\pi n}{\ell}$.

Так как $k = \frac{\sqrt{P_{кр}}}{EJ_{min}}$, то $P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min} n^2}{\ell^2}$. (15.6)

Первый корень $n = 0$ не дает решения задачи. При $n = 1$ получаем наименьшее значение критической силы. Итак, выведена **формула Эйлера**:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{\ell^2}. \quad (15.7)$$

Чаще всего концы стержня закрепляют одним из четырех способов, показанных на рисунке 15.3. Именно второй из них – шарнирное закрепление обоих концов рассмотрен нами при выводе формулы Эйлера.

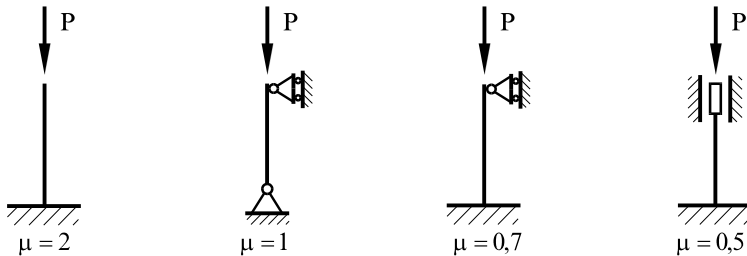


Рисунок 15.3

Для практических расчетов при определении критической силы

используется обобщенная формула Эйлера, имеющая вид

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{\ell_{пр}^2}, \quad (15.8)$$

где $\ell_{пр} = \mu\ell$ – приведенная длина стержня;

μ – коэффициент приведения длины стержня, зависящий от способов закрепления концов стержня.

15.3 Пределы применимости формулы Эйлера. Формула Ясинского

Эйлер при выводе своей формулы для определения критической силы предполагал, что материал стержня следует закону Гука. Этот закон, как известно, справедлив до тех пор, пока напряжения не превосходят предела пропорциональности. Чтобы установить предел применимости формулы

Эйлера, определим критическое напряжение, то есть напряжение, возникающее в поперечном сечении стержня при действии критической нагрузки,

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{P_{\text{кр}}}{A} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{min}}}{(\mu\ell)^2 A}, \quad (15.9)$$

где A – площадь поперечного сечения стержня.

Мы знаем, что $i_{\text{min}} = \sqrt{\frac{J_{\text{min}}}{A}}$ – наименьший радиус инерции поперечного сечения стержня. Поэтому формулу (15.9) можно записать в виде

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{min}}^2}{(\mu\ell)^2}. \quad (15.10)$$

Величина $\lambda = \mu\ell / i_{\text{min}}$ характеризует влияние на $\sigma_{\text{кр}}$ размеров стержня и способа закрепления концов, она называется **гибкостью** стержня.

Таким образом, получаем

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad \text{отсюда} \quad \lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{кр}}}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{кр}}}}. \quad (15.11)$$

Чтобы можно было пользоваться формулой Эйлера, необходимо соблюдать условие: $\sigma_{\text{кр}} \leq \sigma_{\text{пр}}$, где $\sigma_{\text{пр}}$ – предел пропорциональности материала.

Тогда гибкость стержня можно оценить с использованием следующей

зависимости:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{кр}}}}$$

(15.12)

Поэтому для стержней из малоуглеродистой стали формула Эйлера

применима, если их гибкость больше 100. Для чугуна > 80 .

Если, как это очень часто случается на практике, гибкость стержней будет меньше указанных значений, то формула Эйлера становится неприменимой, так как критические напряжения превзойдут предел пропорциональности и закон Гука потеряет силу. В этих случаях обычно пользуются эмпирической **формулой Ясинского**, полученной на основании многочисленных опытов

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda, \quad (15.13)$$

где a и b – коэффициенты, зависящие от материала. Их значения для различных материалов приводятся в справочниках.

Вместо двух формул Эйлера и Ясинского, каждая из которых пригодна для определенного диапазона значений гибкости, удобно пользоваться

обобщенной формулой, применяющейся при расчетах строительных конструкций. Она устанавливает зависимость между критическим $\sigma_{кр}$ и допускаемым напряжениями для сжатых стержней $[\sigma]$:

$$\sigma_{кр} = \varphi[\sigma],$$

где φ – коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения, значения которого приведены в справочной литературе.

16 УСТАЛОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

16.1 Понятие об усталости материалов. Циклы напряжений

Уже более 100 лет назад было замечено, что части машин и сооружений, подвергающиеся длительное время переменным напряжениям, могут разрушаться внезапно без заметных остаточных деформаций при напряжениях, значительно меньших предела прочности материалов. Причины этого явления были выявлены позже.

В настоящее время установлено, что структура материала при действии переменных нагрузок не меняется. Природа усталостного разрушения обусловлена особенностями молекулярного и кристаллического строения вещества. По-видимому, она кроется в неоднородности строения материалов. Например, отдельные кристаллы металла обладают различной прочностью в разных направлениях. Поэтому при определенных напряжениях в отдельных кристаллах возникают пластические деформации.

Опытами установлено, что если переменные напряжения становятся больше определенной величины для данного материала, то после некоторого числа перемен напряжений в материале появляются трещины. Возникшая трещина сама становится сильным концентратором напряжений.

Процесс постепенного накопления повреждений материала под действием переменных напряжений, приводящий к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению называют **усталостью материала**.

При установившемся режиме изменение напряжений во времени носит повторяющийся (периодический) характер. **Совокупность последовательных значений напряжений за один период их изменения при регулярной нагрузке называют циклом напряжений**. Опыты показывают, что, как правило, изменение напряжений во времени происходит по закону, близкому к синусоиде (рисунок 16.1).

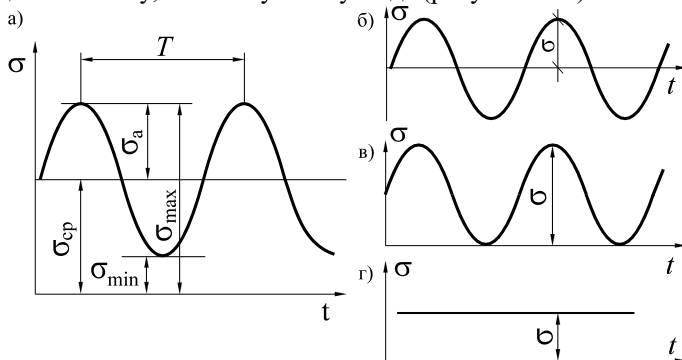


Рисунок 16.1

Цикл переменных напряжений в таком случае характеризуется:

- 1) максимальным по алгебраическому значению напряжением цикла $\sigma_{\max}; \tau_{\max};$
- 2) минимальным по алгебраическому значению напряжением цикла $\sigma_{\min}; \tau_{\min};$
- 3) средним напряжением цикла $\sigma_{\text{cp}}; \tau_{\text{cp}};$

$$\sigma_{\text{cp}} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad (16.1)$$

- 4) амплитудой напряжений цикла $\sigma_a; \tau_a;$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}; \quad (16.2)$$

- 5) коэффициентом асимметрии цикла $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}.$ (16.3)

Циклы, имеющие одинаковые коэффициенты асимметрии R , называют **подобными**.

В случае, если $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$, имеет место симметричный цикл напряжений. При этом $\sigma_{\text{cp}} = 0; \sigma_a = \sigma; R = -1$ (см. рисунок 16.1, б).

Цикл напряжений, показанный на рисунке 16.1, в, называется **обнуленным** (пульсационным). Для этого случая $\sigma_{\max} = \sigma; \sigma_{\min} = 0; \sigma_{\text{cp}} = \frac{\sigma}{2}; R = 0.$

Постоянное статическое напряжение (см. рисунок 16.1, г) можно рассматривать как частный случай переменного с характеристиками $\sigma_{\max} = \sigma; \sigma_{\min} = \sigma; \sigma_{\text{cp}} = \sigma; \sigma_a = 0; R = 1.$

Любой симметричный цикл напряжений можно представить как сумму симметричного цикла с максимальным напряжением, равным амплитуде заданного цикла σ_a , и постоянного напряжения, равного среднему напряжению заданного цикла σ_{cp} (см. рисунок 16.1, а).

В случае переменных касательных напряжений остаются в силе все приведенные здесь термины и соотношения с заменой σ на τ .

16.2 Испытания материалов на усталость.

Кривая выносливости, предел усталости

При расчете деталей машин и сооружений, на которые действуют переменные напряжения, основной характеристикой прочности материала является предел усталости или предел выносливости.

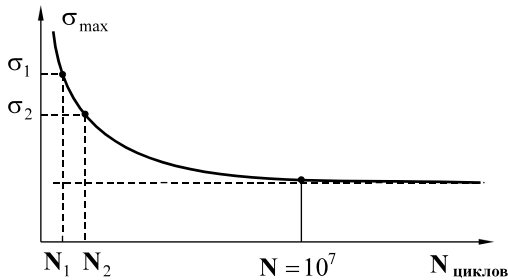
Пределом усталости (выносливости) называется наибольшее напряжение, которое материал в состоянии выдержать при данной асимметрии цикла R неограниченно большое число циклов.

Для определения пределов усталости (выносливости) и выявления влияния на их величину различных факторов выполняют испытания материалов на усталость.

Испытания производят на испытательных машинах, позволяющих нагружать образец переменными нагрузками с частотой цикла 2000 – 3000 об/мин. Из данного материала изготавливают несколько специальных образцов. Затем первый из них устанавливают в машину и нагружают переменным симметрично изменяющимся напряжением. После некоторого числа циклов этот образец разрушается, машина автоматически выключается. Тогда берется второй образец и нагружается с меньшей амплитудой напряжения, чем был нагружен первый образец. Затем ставится третий, четвертый образец и т. д. Испытания заканчиваются, когда в результате постепенного снижения амплитуды напряжений и увеличения числа циклов найдется такая амплитуда напряжений, при которой очередной образец не разрушится при заданном числе циклов.

Опыты показали, что если стальной образец не разрушился после 10^7 циклов, то он может перенести сколь угодно большое число циклов без разрушения. В результате испытаний строится **кривая выносливости**, общий вид которой приведен на рисунке 16.2.

Аналогичным образом, но на других машинах, проводят испытания и



находят пределы выносливости при действии осевых сил σ_{-1} , при кручении τ_{-1} и при сложных деформациях.

Предел выносливости σ_{-1} определяется как постоянная ордината участка кривой, где она становится параллельной

оси абсцисс.

Рисунок 16.2

Для многих материалов в настоящее время пределы выносливости найдены и приводятся в справочниках. Их значения показывают, что для большинства металлов предел выносливости при симметричном цикле меньше предела текучести.

На основании большого числа испытаний сталей установлены следующие приближенные зависимости между пределами выносливости на изгиб, кручение и растяжение: $\sigma_{-1p} = 0,7\sigma_{-1}$; $\tau_{-1} = 0,58\sigma_{-1}$.

Для приближенной оценки пределов усталости сталей при симметричных циклах по известному их пределу прочности $\sigma_{\text{пр}}$ можно пользоваться следующими зависимостями:

$$\sigma_{-1p} = 0,28\sigma_{\text{пр}}; \sigma_{-1} = 0,40\sigma_{\text{пр}}; \tau_{-1} = 0,22\sigma_{\text{пр}}.$$

16.3 Факторы, влияющие на предел выносливости деталей конструкций

Опыты показывают, что на предел выносливости материала оказывают влияние многие факторы, в том числе концентраторы напряжений, абсолютные размеры деталей, качество их поверхностей и другие. Рассмотрим влияние каждого из них в отдельности.

1. Влияние концентрации напряжений. Резкие изменения формы детали, отверстия, выточки, надрезы и т. д. значительно снижают предел выносливости по сравнению с пределом выносливости для гладких цилиндрических образцов. Это снижение учитывается эффективным коэффициентом концентрации напряжений, который определяется экспериментальным путем. Для этого берут две серии одинаковых образцов, но первые без концентраторов напряжений, а вторые – с концентраторами, и определяют пределы выносливости при симметричном цикле для образцов без концентрации напряжений и для образцов с концентрацией напряжений. Эффективный коэффициент концентрации напряжений

$$K = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}. \quad (16.5)$$

Для уменьшения концентрации напряжений не следует допускать перехода от одного размера сечения к другому без переходных кривых (галтелей). В некоторых случаях рекомендуется применять специальные разгружающие надрезы, выточки, фаски (рисунок 16.3).

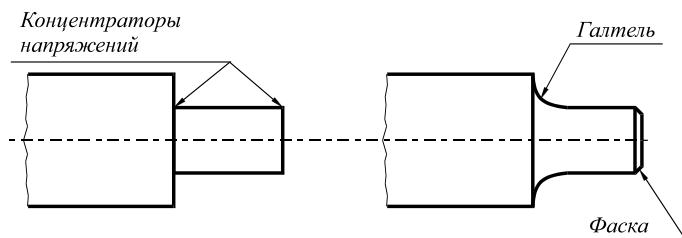


Рисунок 16.3

2. Влияние абсолютных размеров поперечного сечения детали. Опыты показывают, что чем больше абсолютные размеры поперечного сечения детали, тем меньше предел выносливости. Отношение предела выносливости детали диаметром d к пределу выносливости лабораторного образца

диаметром $d = 10$ мм называют коэффициентом влияния абсолютных размеров поперечного сечения:

$$K_d = \frac{\sigma_{-1}d}{[\sigma_{-1}]d_0}.$$

При деформации кручения коэффициент K_{di} можно приблизительно принимать равным K_d .

3. Влияние качества поверхности и упрочнения поверхностного слоя.

Опыты показывают, что грубая обработка поверхности детали снижает предел выносливости. Для оценки влияния качества поверхности на предел выносливости вводится коэффициент K_{Π} , называемый коэффициентом качества поверхности и равный отношению предела выносливости образца с данной поверхностью $(\sigma_{-1})_{\Pi}$ к пределу выносливости образца с поверхностью не грубее $R_a = 0,32$.

$$K_{\Pi} = \frac{(\sigma_{-1})_{\Pi}}{\sigma_{-1}}.$$

Поэтому необходимо тщательно обрабатывать поверхность детали, вплоть до полировки, устраняя малейшие царапины, которые могут явиться началом будущей усталостной трещины.

4. Влияние вида деформации детали и асимметрия цикла. При различных видах деформации: растяжении, сжатии, кручении, изгибе предел выносливости одних и тех же деталей различен. Причем самый низкий из них при кручении, следующий – при растяжении (сжатии), а затем при изгибе.

$$\tau_{-1} < \sigma_{-1p} < \sigma_{-1}.$$

Замечено, что самый низкий предел усталостной прочности оказывается при симметричном цикле нагружения. При увеличении коэффициента асимметрии цикла R предел выносливости повышается.

Повышения предела усталостной прочности можно добиться проведением поверхностного упрочнения путем наклепа деталей, применением при изготовлении деталей более однородных материалов с мелкозернистой структурой без трещин и неметаллических включений.

17 НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О СВАРОЧНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ*

17.1 Из истории сварки. Виды сварки. Типы сварных соединений

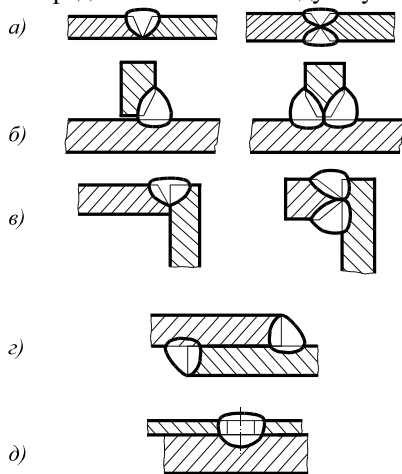
Возникновение сварки относится к IV веку до н. э. Тогда трипольские племена, обитавшие на территории Западной Украины, Молдавии и Румынии, выполняли кузнечную сварку меди, а в II веке до н. э. – бронзы. В 1802 году академик *Петров В. В.* открыл явление электрической дуги, но использована она была в сварочном производстве спустя 80 лет. Только в 1882 году русский изобретатель *Бернадос Н. Н.* применил электрическую дугу для сварки. Он изобрел также точечную контактную сварку.

В 1888 году русский инженер *Славянов Н. Г.* предложил выполнять дуговую сварку металлическим электродом. Он впервые в мире создал электросварочный аппарат.

С 1930 года в нашей стране сварку стали применять в большом объеме не только при ремонте, но и при производстве новых машиностроительных и строительных конструкций. Осуществлялось интенсивное внедрение сварки в производство, литые детали и клепаные конструкции частично или полностью начали заменяться сварными.

Институт сварки им. *Патона Е. О.* с 1940 года начал активное внедрение в производство механизированной сварки под флюсом. Наряду со сваркой в производстве широко применяются различные методы наплавки и наварки металлов.

Сварка – это процесс получения неразъемного соединения путем



* При написании главы 17 использован материал учебного пособия Федина А.П. «Сварочное производство». Минск: Вышэйшая школа, 1992.

создания связей между ионами, атомами и молекулами.

Участок сварного соединения, образовавшийся в результате кристаллизации металла сварочной ванны, называется **сварным швом**.

На рисунке 17.1 показаны различные виды сварных соединений: а) стыковое, б) тавровое, в) угловое, г) нахлесточное, д) электрозаклепочное.

Известно около 70 способов сварки. В соответствии с традиционной классификацией они делятся на две большие группы: сварка плавлением и сварка давлением.

При *сварке плавлением* металл нагревается в зоне сварки до жидкого состояния. К этому виду относятся дуговая, плазменная, лазерная, электрошлаковая, электронно-лучевая, ионно-лучевая, индукционная, газовая, термитная, литейная и др.

Для *сварки давлением* обязательным условием является наличие внешних сжимающих усилий. Это контактная, диффузионная, термокомпрессорная, дугопрессовая, шлакопрессовая, газопрессовая, трением, взрывом, холодной, магнито-импульсная и другие способы сварки.

В зависимости от вида источника энергии различают *термический*, *термомеханический* и *механический* классы сварки.

Основные типы сварных соединений, применяемые в производстве, показаны на рисунке 17.1.

17.2 Ручная дуговая сварка

Схема ручной дуговой сварки покрытым электродом приведена на рисунке 17.2. На ней обозначены: 1 – хвостовик электрода; 2 – электродное покрытие; 3 – дуга; 4 – капля, переходящая с конца электрода в сварочную ванну; 5 – свариваемый металл; 6 – жидкий шлак; 7 – сварочная ванна; 8 – газопаровая оболочка; 9 – затвердевший шлак; 10 – шов.

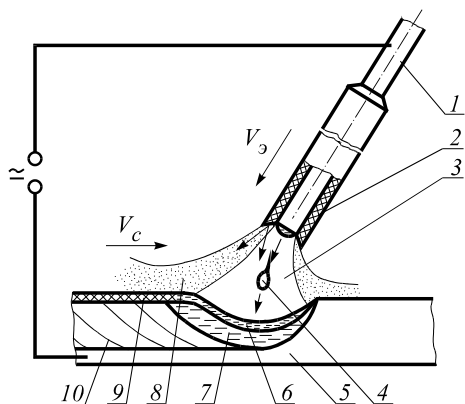


Рисунок 17.2

Для выполнения сварочной операции металл в зоне сварки нагревается и расплавляется под действием теплоты дуги, горячей между электродом и основным металлом. В

Р
е Рисунок 17.1

зультате развивается эмиссия электронов и ионизация газов и паров в промежутке между электродом и основным металлом, загорается дуга.

Материал электрода, расплавленный дугой, заполняет стык соединяемых элементов. После остывания расплавленного металла образуется сварной шов. Для защиты плавящегося металла от попадания вредных веществ из воздуха на поверхность электрода наносится толстая защитная обмазка, выделяющая при плавлении электрода большое количество шлака и газов. Так как шлак имеет меньшую плотность, чем металл, он всплывает на поверхность сварочной ванны и изолирует металл от окружающей среды.

Технология сварки. Технологический процесс ручной дуговой сварки состоит из следующих операций:

- обработка свариваемых кромок;
- очистка поверхностей свариваемых заготовок;
- сборка и прихватка;
- сварка;
- правка;
- очистка швов от шлака закристаллизовавшихся брызг металла;
- контроль качества сварной конструкции.

Для выполнения сварочной операции возбуждают дугу прикосанием свободным от покрытия торцом электрода к основному металлу, а прерывают дугу – отрывом от него.

При ручной дуговой сварке швы накладываются во всех пространственных положениях – нижнем, вертикальном, потолочном. Наиболее высокое качество швов получается в нижнем положении.

Выбор режима сварки заключается в определении диаметра электрода и силы сварочного тока и зависит от толщины свариваемых элементов.

Сварочные электроды. Электрод для ручной дуговой сварки – это металлический стержень, на который нанесено покрытие. Как отмечалось ранее, при воздействии теплоты дуги компоненты покрытия электрода расплавляются, образуя жидкие шлаки и газы.

Государственным стандартом электроды подразделяются на классы: У – для сварки углеродистых и низколегированных сталей; Л – для сварки легированных конструкционных сталей; Т – для сварки легированных теплоустойчивых сталей; В – для сварки высоколегированных сталей с особыми свойствами.

Стандартом установлены следующие типы электродов: Э38, Э42, Э46 и Э50, Э55 и Э60 – для сварки углеродистых и низколегированных конструкционных сталей; Э42А, Э46А и Э50А – для сварки углеродистых и низколегированных конструкционных сталей, если к металлу сварных швов предъявляют повышенные требования по пластичности и ударной вязкости; Э70, Э85, Э100, Э125, Э150 – для сварки легированных конструкционных сталей повышенной прочности. В марках электродов число после буквы Э обозначает предел прочности наваренного металла, кгс/мм² (1кгс/мм² = 10 МПа), буква А указывает на то, что материал электрода –

высококачественная сталь. Выбор электрода для сварки конкретной стали осуществляется с учетом требуемых химического состава и механических свойств металла шва, технологических и других характеристик электродов, а также специфики производства.

Сварочное оборудование. Ручную сварку выполняют на постоянном и переменном токах. При сварке на переменном токе потребляется меньше электроэнергии, источники переменного тока имеют более простую конструкцию, они долговечнее и надежнее. Однако при постоянном токе устойчивее горит дуга.

Для понижения напряжения в сети применяются трансформаторы. Питание электрической дуги выпрямленным током осуществляется различными сварочными выпрямителями. При сварке тонких деталей применяются специальные преобразователи с электронным блоком управления, которые обеспечивают хорошую стабилизацию тока.

Применение. Ручная дуговая сварка в основном применяется при монтажных и ремонтных работах, а также в единичном и мелкосерийном производствах. На предприятиях железнодорожного транспорта с применением ручной дуговой сварки выполняется более половины всего объема сварочных работ. Этим способом заваривают трещины и другие дефекты, наваривают изношенные поверхности деталей подвижного состава.

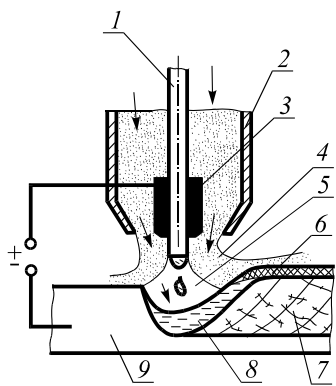
Преимущества. При ручной дуговой сварке можно накладывать швы в любом пространственном положении; выполняются сварные соединения всех типов; применяемое оборудование отличается простотой, надежностью и небольшими габаритами;.

Недостатки. Низкая производительность; невысокое качество швов; автоматически не регулируется сила сварочного тока.

17.3 Механизированная и автоматическая дуговая сварка

Механизированная (или полуавтоматическая) сварка – это дуговая сварка, при которой подача плавящегося электрода и перемещение дуги относительно изделия выполняются с использованием механизмов. С ее помощью выполняют любые сварные соединения: стыковые, угловые, тавровые, нахлесточные и др.

Автоматической называют дуговую сварку, при которой возбуждение дуги,



подача электрода и перемещение дуги относительно изделия выполняются механизмами без непосредственного участия человека, в том числе и по заданной программе.

На рисунке 17.3 приведена схема образования сварного соединения при рассматриваемых видах сварки. На ней обозначены: 1 – электродная проволока; 2 – сопло (насадка); 3

– токоподводящий наконечник; 4 – газ (флюс); 5 – дуга; 6 – затвердевший шлак; 7 – шов; 8 – сварочная ванна; 9 – основной (свариваемый) металл. При механизированной и автоматической сварке образование сварного соединения происходит следующим образом. Теплотой дуги электрод и

Рисунок 17.3

основной металл расплавляются, капли расплавленного металла с конца электрода попадают в сварочную ванну, где перемешиваются с расплавленным основным металлом. Жидкий металл сварочной ванны подвергается металлургической обработке за счет использова

ния газа или флюса (в этом состоит отличие от ручной дуговой сварки). То есть он раскисляется и легируется. При передвижении дуги вдоль свариваемых кромок перемещается и сварочная ванна. В ее хвостовой части металл охлаждается, кристаллизуется и образуется сварное соединение.

Различают следующие виды механизированной (автоматической) сварки.

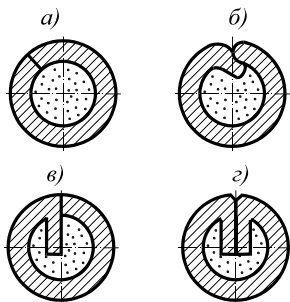
1. *В углекислом газе* и его смесях с кислородом сваривают низко- и среднеуглеродистые, а также низколегированные стали. В углекислом газе сваривают стали толщиной до 40, а в смесях газов – до 80 мм. Защита смесью газов улучшает технологические и металлургические характеристики процесса сварки. Расход углекислого газа зависит от мощности дуги, вылета электрода, воздушных потоков в помещении, где выполняется сварка.

2. *В инертных газах* (аргоне или гелии) можно сваривать алюминий, магний, титан и их сплавы. Свариваются низко- и среднеуглеродистые, низко-, средне- и высоколегированные конструкционные стали. Использование названных газов целесообразно, так как аргон имеет плотность почти в 1,5 раза большую, чем воздух, а гелий – значительно меньшую, чем воздух и аргон. Кроме того аргон и гелий не образуют химических соединений с металлами, поэтому в этих газах можно сваривать любые металлы и сплавы.

3. *Под флюсом* свариваются низко- и среднеуглеродистые, низко-, средне- и высоколегированные стали, чугун, титан, медь, алюминий и их сплавы.

Флюс – порошкообразный материал, который при сварке выполняет такие же функции, как покрытие электрода при ручной дуговой сварке. Основой флюса является силикат марганца $\text{SiO}_2 \cdot \text{MnO}$. Флюсы в зависимости от способа изготовления бывают двух видов: плавленые и неплавленые. Плавленые получают сплавлением исходных компонентов в печах. К неплавленным относятся керамические и спеченные флюсы. Керамические флюсы изготавливаются из порошкообразных материалов, соединяемых в зерна клеящими веществами, например жидким стеклом. Спеченные флюсы получают спеканием исходных порошкообразных материалов при высоких температурах с последующим дроблением частиц до заданных размеров.

Во время сварки часть флюса расплавляется, а после затвердения образует



шлаковую корку. Нерасплавленная часть флюса после просева используется повторно.

4. Порошковыми проволоками сваривают низкоуглеродистые и низколегированные стали, а специальными порошковыми проволоками – некоторые высоколегированные, в частности, нержавеющие стали, сплавы меди. Ими можно сваривать стали толщиной до 40 мм.

Порошковые проволоки представляют собой металлическую оболочку, заполненную *шихтой*.

Их некоторые поперечные сечения показаны на рисунке 17.4: а) трубчатое, б) трубчатое с

захлесткой, в) и з) – сложные сечения.

Наиболее простая по конструкции – порошковая проволока трубчатого поперечного сечения. Для увеличения жесткости проволоки, а также изменения соотношения компонентов материалов оболочки и шихты

Рисунок 17.4 применяются проволоки, у которых во внутреннюю полость отогнуты кромки металлической оболочки.

Состав металла оболочки выбирается в зависимости от свариваемого металла. В шихту порошковой проволоки вводят компоненты, которые могут выполнять следующие функции:

- защиту расплавленного металла от взаимодействия с кислородом и азотом воздуха;
- раскисление и легирование расплавленного металла;
- стабилизацию горения дуги;
- улучшение формирования шва.

Применяют три вида порошковых электродных проволок: самозащитные, для сварки в углекислом газе, для сварки под флюсом. Наиболее высокой технологичностью отличается сварка самозащитными порошковыми проволоками, так как отпадает необходимость в применении защитных газов и флюсов.

Сварочное оборудование. Для механизированной и автоматической сварки применяются соответственно полуавтоматы и автоматы, комплектуемые источниками тока для питания дуги.

Автоматы выполняют следующие функции: возбуждение дуги и автоматическое регулирование процесса сварки; механизированную подачу электродной проволоки со скоростью, равной скорости плавления; механизированное передвижение дуги относительно свариваемых кромок; подачу флюса или газа в зону дуги.

Автомат состоит из двух основных устройств: трактора или самоходной головки и аппаратуры управления. Автоматы для сварки в защитных газах, кроме того, имеют газовую аппаратуру, которая включает газовый редуктор,

баллон с углекислотой, подогреватель газа и осушитель, предназначенный для очистки газа от влаги.

Трактор выполняет подачу электродной проволоки, а также подводит ток к месту сварки. В механизме подачи автоматов и полуавтоматов для сварки электродными проволоками обычно имеются два подающих ролика, один из которых ведущий, а другой прижимной, между этими роликами зажимается электродная проволока. Она сматывается с кассеты, проталкивается через шланг и через токопроводящее устройство подается в зону дуги.

У трактора для сварки под флюсом имеются системы подачи и уборки флюса, а у трактора для сварки в защитных газах – специальная газозлектрическая горелка, которая предназначена для направления в зону электродной проволоки, подвода к ней сварочного тока и подачи защитного газа в зону дуги. При сварке под флюсом вместо горелки применяется держатель, на котором закреплен бункер для подачи флюса.

Применение механизированной и автоматической дуговой сварки.

Механизированной сваркой можно накладывать не только прямолинейные, но и криволинейные швы, а также швы небольшой длины в труднодоступных местах. Сваривают металл малой и средней толщины. Эти виды сварки применяются при различных работах, в том числе и ремонтных. При серийном производстве прямолинейные и кольцевые сварные швы длиной более 300–500 мм целесообразно выполнять автоматической сваркой.

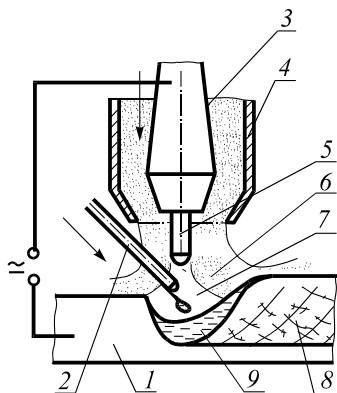
В транспортном машиностроении механизированная и автоматическая дуговая сварка применяются при производстве вагонов и локомотивов. Хребтовые балки сваривают на поточных механизированных линиях автоматами под флюсом. Рамы вагонов сваривают автоматами сваркой в углекислом газе на специально оборудованных кантователях. В тракторном и сельскохозяйственном машиностроении сваркой в углекислом газе выполняется до 75 % всех сварочных работ.

Автоматическая сварка под флюсом и в углекислом газе широко применяются в трубном производстве для изготовления прямошовных и спиралешовных труб большого диаметра.

Механизированная сварка под флюсом, в углекислом газе и порошковыми проволоками широко применяется при строительстве доменных печей, резервуаров для хранения нефтепродуктов, при строительстве мостов, в судостроении и т. д.

17.4 Дуговая сварка неплавящимся электродом в инертных газах

Схема дуговой сварки неплавящимся электродом в инертном газе показана на рисунке 17.5. На ней обозначены: 1 – основной металл; 2 – присадочный металл; 3 – держатель электродов; 4 – сопло; 5 – неплавящийся электрод; 6 –



струя газа; 7 – дуга; 8 – шов; 9 – сварочная ванна.

В зоне сварки осуществляется нагрев основного и присадочного материала до жидкого состояния теплотой электрической дуги, горячей между неплавящимся электродом и основным металлом. В сварочной ванне основной и присадочный металлы перемешиваются и взаимно растворяются. Расплавленный металл в зоне сварки защищен инертным газом от взаимодействия с окружающей средой. При этом виде сварки используют один из двух способов: обдув зоны сварки инертным газом, подаваемым из горелки, либо сварка в камере

с контролируемой атмосферой. Инертный газ защищает не только дугу и расплавленный металл сварочной ванны, но и нагретый выше 300 – 400 °С металл шва.

Неплавящиеся электроды для сварки в инертных газах изготавливают из чистого вольфрама (ЭВЧ), а также вольфрама с иттрием (ЭВИ-1) и с лантаном (ЭВЛ). В последнее время изготовлены электроды из титана с

Рисунок 17.5

включением редкоземельных металлов. Такие электроды могут выдерживать температуру до

3200 °С.

Присадочный материал. Детали толщиной до 2 мм обычно сваривают без присадочного металла. При толщине более 2 мм в дугу подается присадочная проволока. Химический состав присадочного материала должен быть близок к составу основного металла.

Инертные газы. Для защиты расплавленного металла, а также нагретого, находящегося в твердом состоянии, от взаимодействия с газами окружающего воздуха используются инертные газы – аргон, гелий и их смеси. Эти газы поставляют в стальных баллонах емкостью 40 литров под давлением 14,7 МПа. В производстве особо ответственных конструкций инертный газ подвергается дополнительной очистке от влаги, кислорода и азота.

Применение. В инертных газах можно сваривать любые конструкционные металлы и сплавы. Однако инертные газы дороже и дефицитнее активных, поэтому их применяют в основном для сварки химически активных металлов – магния, алюминия, титана, цинка, тантала, молибдена и др., а также высокопрочных сталей и сплавов с особыми свойствами.

В инертных газах, как правило, сваривают ответственные конструкции. Этот способ используется для сварки химически активных и тугоплавких металлов и сплавов в авиационном, космическом, энергетическом и

химическом машиностроении, а также в приборостроении. В инертных газах сваривают высокопрочные, коррозионно-стойкие и жаропрочные стали в судостроении, производстве железнодорожного подвижного состава. Изготавливают также резервуары цистерн и другие конструкции, работающие в условиях повышенных температур и сложного нагружения.

17.5 Некоторые специальные виды сварки

К специальным условно отнесены следующие виды сварки:

- **термический класс:** лазерная, электронно-лучевая, плазменная, электрошлаковая, термитная, газовая;
- **термомеханический и механический классы:** диффузионная, дугопрессовая, газопрессовая, трением, ультразвуковая, взрывом, холодная;
- **контактная** сварка: точечная, рельефная, шовная стыковая.

Рассмотрим некоторые из них более подробно.

Лазерная сварка. Лазерный луч с помощью оптической системы фокусируется на поверхности материала в световое пятно диаметра 100 мкм. При этом реализуется очень высокая плотность световой мощности и начинается плавление металла. В результате поглощения электромагнитного лазерного излучения металлом в пятне поглощения (световом пятне) образуется сварочная ванна. Мощные лазеры позволяют накладывать непрерывные швы с глубиной проплавления до 20 мм. Ими сваривают не только металлы, но и неметаллические материалы, например стекло, кварц и др. Лазерную сварку можно выполнять на воздухе или в камере с контролируемой атмосферой

С применением лазерной сварки приваривают наконечники к лопастям газовых турбин, закаленные режущие кромки к полотнам металлорежущих пил, соединительные планки к стволам охотничьих ружей, герметизируют корпуса приборов и др.

Преимущества лазерной сварки: швы можно накладывать в труднодоступных местах; отсутствует контакт со свариваемым металлом и поэтому не загрязняются металл сварочной ванны и шов; мала зона термического влияния и поэтому незначительно коробление сварной конструкции.

Плазменная сварка. Металл в зоне сварки нагревается плазмой до расплавления с образованием сварочной ванны. После кристаллизации происходит образование сварного шва.

Плазма – частично или полностью ионизированный газ с высокой концентрацией заряженных частиц, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Ионизированные частицы плазмы обладают запасом кинетической и потенциальной энергий. Для создания плазмы применяют различные источники энергии, например,

электрический разряд в газах, лазерный луч, процессы горения и взрыва, ядерные реакции. С целью повышения степени ионизации плазма обжимается в канале сопла плазмотрона.

Установка для автоматической плазменной сварки состоит из плазмотрона, самоходной головки, аппаратуры управления, системы газопитания и источника тока. Катоды плазменных горелок изготавливают из вольфрама с присадками лантана, а аноды (сопла) – из меди и латуни. Поскольку в плазме развиваются высокие температуры, электроды (катод и анод) интенсивно охлаждаются проточной водой.

Применение. Плазменной сваркой сваривают мембранные элементы, сифоны, термодары, тонкостенные трубы. Она применяется в производстве статоров электродвигателей, кузовов автомобилей, труб, вытяжных каналов двигателей внутреннего сгорания и др.

Преимущества. Нагрев свариваемого металла можно достаточно точно регулировать в широком интервале температур, изменяя форму и размеры сопла, состав и расход газов и т. д. Поэтому весьма стабильны геометрические параметры швов, меньше склонность их к образованию трещин.

Точечная сварка относится к группе контактной сварки, при которой для образования соединения в свариваемый металл вводятся два вида энергии: тепловая и механическая. При точечной, а также рельефной, шовной сварке металл в зоне сварки нагревается до жидкого состояния с большой скоростью, достигающей десятков тысяч градусов в секунду. Затем заготовки прижимаются одна к другой, в результате чего поверхностные выступы сминаются, а зерна металла измельчаются. После выключения сварочного тока металл в зоне сварки охлаждается и кристаллизуется. В результате образуется соединение, называемое *сварной точкой*. Воздействие внешнего давления и пластическая деформация благоприятно влияют на уплотнение ядра при кристаллизации металла.

Точечная сварка выполняется на машинах переменного, постоянного тока и конденсаторных машинах.

Есть две разновидности точечной сварки: одноточечная и многоточечная.

Многоточечная сварка применяется с целью повышения производительности труда и уменьшения коробления сварной конструкции. Выполняют только нахлесточные соединения заготовок различной конфигурации из листа, прокатных и пресованных профилей, а также из литых, кованных, обработанных резанием полуфабрикатов.

Применение. Диапазон применения контактной сварки весьма широк – от микроминиатюрных полупроводниковых устройств и пленочных микросхем, до крупных космических аппаратов. Точечная сварка широко применяется в вагоно- и тепловозостроении: выполняют сварку крыш, боковых стен, настила пола цельнометаллических пассажирских вагонов. Стыковая контактная сварка применяется в производстве железнодорожных рельсов

для их соединения в плети длиной до 800 м, а также при ремонте деталей подвижного состава.

Ультразвуковая сварка. Соединение при этом способе сварки образуется в результате воздействия на свариваемый материал ультразвуком в сочетании с небольшими сдавливающими усилиями. При введении ультразвука окислы и загрязнения, имеющиеся на сопрягаемых поверхностях, разрушаются и удаляются к периферии, а в металле развивается пластическая деформация и нагрев на локальных участках, на которых происходит смятие микровыступов и измельчение зерен металла. Установка для сварки ультразвуком состоит из высокочастотного генератора электрических колебаний, магнитостриктора, преобразующего высокочастотные электрические колебания в механические, волновода, сварочного наконечника, привода сжатия.

Применение. Ультразвуком в основном сваривают пластичные металлы: алюминий, медь, никель, а также некоторые неметаллические материалы – пластмассы, стекло, полупроводники. Ультразвуком выполняют точечные и шовные нахлесточные соединения. Ультразвуковая сварка применяется в производстве конструкций из тонкого металлического листа в приборостроении и радиотехнике, а также для приварки обшивок к несущим конструкциям летательных аппаратов.

Преимущества. Из-за незначительного нагрева свариваемых деталей невелики деформации конструкции в зоне термического влияния. Возможна сварка разнородных трудносвариваемых металлов; сварка деталей из тонкого листа и фольги; можно приваривать детали малой толщины к толстым; электрическая мощность сварочного оборудования невелика. Сварка взрывом. Для образования сварного соединения возбуждается взрыв, в результате которого подвижная заготовка перемещается с большой скоростью к неподвижной заготовке, лежащей на опорах. При высокочастотном косом их соударении создается давление, большее предела текучести материала, и поэтому развивается пластическая деформация поверхностных слоев металла. Соударяющиеся заготовки сближаются до межатомных расстояний, и между их хорошо очищенными поверхностями возникают связи, образуется сварное соединение. Сварка выполняется на полигонах, в шахтных выработках, в бетонных и стальных взрывных камерах, а также в специальных вакуумных камерах.

Этим способом сваривают углеродистые стали с нержавеющейми сталями и никелевыми сплавами, стали с титаном, алюминий, медь, бронзы и другие металлы и сплавы.

Применение. С применением сварки взрывом изготавливают многослойные плиты больших размеров из разнородных металлов, крупногабаритные тавровые и двутавровые балки, биметаллические трубы и др. Взрывом сваривают контактные провода электрифицированных железных дорог, приваривают к рельсам соединительные проводники автоблокировки.

Получает распространение сварка микровзрывом миниатюрных конструкций в радио- и электронной промышленности, точечная сварка слоев фольги.

Преимущества и недостатки. Сварка взрывом характеризуется высокими технико-экономическими показателями, надежностью сварных конструкций. Однако при этом способе возникает сильный шумовой эффект и образование ударной волны.

Холодная сварка. Сварное соединение можно получить не только при нагреве металла, но и при комнатных и отрицательных температурах.

Соединение деталей при холодной сварке получается так. Если сжать свариваемые детали большим давлением, в зоне их контакта развивается пластическая деформация, приводящая к разрушению и удалению поверхностных оксидных и других пленок и измельчению зерен металла. В результате увеличивается площадь контакта, соединяемые поверхности сближаются до межатомных расстояний, возникают силы сцепления, приводящие к образованию сварного соединения. Холодную сварку выполняют на специальных машинах, которые могут создавать необходимое давление 500 – 2500 МПа. Иногда для проведения холодной сварки используются гидравлические и механические прессы со специальной оснасткой.

Применение. Холодной сваркой соединяют пластичные материалы, в основном, цветные металлы и их сплавы. С ее помощью можно выполнять нахлесточные и стыковые сварные соединения. Этим способом сваривают различные элементы электро- и радиотехнических устройств. Выполняют сварку электроприводов из цветных металлов, корпусов полупроводников и других приборов, а также армируют медью сопрягаемые элементы алюминиевых токоведущих шин.

Преимущества. При холодной сварке в околошовной зоне отсутствуют структурные превращения, которые изменяют электропроводность металла.

17.6 Наплавка и наварка деталей

Наплавка и наварка – технологические процессы нанесения посредством сварки слоя металла с заданными свойствами и геометрическими параметрами на поверхность изделия. Наплавляются и навариваются слои, имеющие повышенную износостойкость, коррозионную стойкость, жаропрочность и другие свойства.

При *наплавке* присадочный материал наносится на оплавленную металлическую поверхность изделия. В процессе последующего охлаждения металл кристаллизуется. В результате образуется наплавленный слой, который создается сваркой плавлением.

При *наварке* твердый присадочный материал, который может быть монолитным или порошковым, соединяется с поверхностью изделия посредством сварки давлением.

Слой, наплавленный за один проход, называется *валиком*. Наплавка и наварка выполняются на плоские и криволинейные поверхности. Наплавку на плоские поверхности можно выполнять двумя способами: отдельными валиками и челночным способом. Наплавка на криволинейные поверхности тел вращения выполняются четырьмя способами: по образующей, по окружности, по винтовой линии, с поперечными колебаниями дуги. Наплавку средне- и высокоуглеродистых, средне- и высоколегированных сталей следует выполнять с учетом особенностей их поведения при нагреве и охлаждении. В ряде случаев наплавка этих сталей ведется с предварительным, а иногда с последующим подогревом, а также с термообработкой после наплавки с целью снятия внутренних напряжений. При выборе технологии наплавки или наварки следует учитывать назначение конструкции и экономическую эффективность технологического процесса. Свойства наплавленного металла должны быть лучше, чем свойства основного, а затраты на наплавку или наварку ниже, чем стоимость нового изделия.

В промышленности применяются различные *способы наплавки*: плазменная, лазерная, электронно-лучевая, электрошлаковая, индукционная, дуговая, газовая и др. *Наварка* может быть контактная, трением, взрывом и др. Рассмотрим особенности и области применения некоторых способов наплавки и наварки изделий.

Плазменная наплавка. При этом виде наплавки присадочный и основной металлы нагреваются до жидкого состояния плазмой на специальных установках, состоящих из наплавочной головки и аппаратуры управления. Плазмой наплавляют лопатки газовых турбин, рабочие поверхности клапанов внутреннего сгорания, рабочие органы сельскохозяйственных машин. Плазменная наплавка применяется при ремонтных работах в локомотиво- и вагоностроении.

Лазерная и электронно-лучевая наплавка. При них наплавляемая поверхность с нанесенным на нее присадочным материалом оплавляется лазерным лучом или пучком электронов. Этим способом на углеродистую сталь наплавляют сплавы на основе никеля и других сплавов. Для наплавки целесообразно применять лазеры с непрерывным излучением.

Транспортирование присадочного материала в зону наплавки выполняется инертным газом, который защищает расплавленный металл от взаимодействия с окружающей средой. Лазерная сварка может выполняться различными присадочными материалами: фольгой, проволоками, пастой с металлическим порошком. Если наплавляют присадочным порошком, подбирается такой режим, при котором порошок полностью расплавляется. В связи с высокой концентрацией энергии и спецификой электронно-лучевого нагрева этот способ наплавки характеризуется высокой производительностью, минимальным растворением основного металла в наплавляемом, небольшими деформациями наплавляемого изделия.

Электрошлаковая наплавка. Особенность этого вида наплавки состоит в том, что основной и электродный металлы в зоне наплавки расплавляются теплотой, которая выделяется при прохождении электрического тока от электрода через жидкий шлак к основному металлу. Для наплавки могут применять аппараты, предназначенные для электрошлаковой сварки, а также специализированное оборудование. Наплавка выполняется электродными проволоками, лентами и пластинами. Применяют следующие *флюсы*: высококремнистые марганцевые, низкокремнистые марганцевые, бескремнистые оксидные, фторидные. Поскольку расплавленный металл хорошо защищен шлаковой ванной от взаимодействия с кислородом и азотом окружающего воздуха, потери его незначительны, а качество наплавляемого металла весьма высокое. Электрошлаковую наплавку целесообразно применять при изготовлении и восстановлении массивных деталей, при большой толщине наплавляемого слоя.

Дуговая наплавка. При дуговой наплавке присадочный материал и основной металл поверхности изделия расплавляются теплотой, которая выделяется при горении электрической дуги. Применяется автоматическая, механизированная и ручная дуговая наплавка. Она выполняется под флюсом и в защитных газах. Используются электроды, порошковые проволоки и электродные ленты. Хорошие результаты получаются при наплавке электродными лентами, ширина которых изменяется от 20 до 100 мм. Такой же ширины за один проход получается наплавленный слой, поэтому производительность выше, чем при наплавке электродными проволоками. В качестве защитного газа при наплавке сталей чаще всего используется углекислый газ.

Контактная наварка. Различают контактную наварку монолитным и порошковым присадочными материалами.

При первом виде между деталью и токоподводящим роликом зажимается присадочная полоса или лента, а затем через них импульсами пропускается сварочный ток, который их нагревает до жидкого состояния. В результате основной металл и присадочный привариваются друг к другу.

При выполнении контактной наварки порошковым присадочным материалом порошок из бункера попадает в зазор между транспортирующим порошок роликом и навариваемой деталью. Через них пропускают электрический ток. Основной металл и присадочный порошок в контакте нагреваются до пластического состояния. В результате в поверхностном слое основной металл и частицы порошка деформируются и свариваются.

Контактную наварку применяют при восстановлении деталей цилиндрической формы, например валов диаметром 20 – 100 мм.

Наварка трением. При ней изделие закрепляют на столе станка, а цилиндрическому стержню из присадочного материала, закрепленному в цанге сообщают вращательное движение. Поскольку присадочный пруток прижат к поверхности изделия, в результате их взаимного трения выделяется

теплота, и трущиеся поверхности нагреваются до пластического состояния. Направленный перенос металла с присадочного прутка на поверхность изделия обусловлен его более высокой термической активацией. За один проход наваривается слой от 0,01 до 0,5 мм.

При наварке порошковым присадочным материалом порошок подается в зону контакта трущего тела и изделия. За счет работы сил трения выделяется теплота, поверхности основного металла и частиц порошка активируются и соединяются между собой, образуя слой на изделии.

17.7 Расчет сварных швов на прочность

Расчет сварных соединений ведется с предположением о равномерном распределении напряжений по сечению швов. Для швов, выполненных автоматической сваркой под флюсом, а также ручной дуговой сваркой электродами высшего качества, допускаемые напряжения для материала швов принимаются такими же, как и для основного свариваемого металла. При сварке же обычными электродами допускаемые напряжения для швов снижаются на 10 %.

Вследствие возможного непровара вначале шва и образования кратера в конце его, а также из-за различия в структуре основного и наплавленного металлов расчетную длину шва принимают меньше действительной на 10 мм.

Рассмотрим методы расчета некоторых видов сварных соединений.

1. Соединение встык. Такое соединение осуществляется в зависимости от толщины соединяемых элементов по одному из типов, показанных на рисунке 17.6. Проверка прочности таких швов производится на растяжение или сжатие по формуле

$$\sigma_3 = \frac{F}{\ell t} \leq [\sigma_3],$$

где $\ell t = A_3$ – условная рабочая площадь сечения шва;

ℓ – длина шва;

t – толщина свариваемых элементов.

$[\sigma_3]$ – допускаемые нормальные напряжения для сварных швов.

Так как при учете возможного непровара

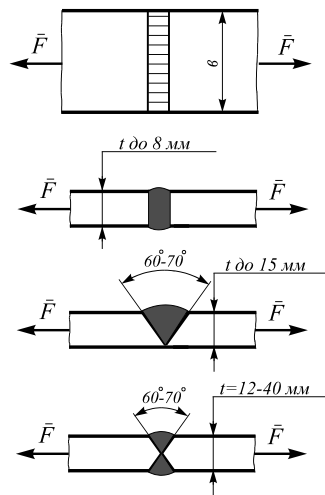


Рисунок 17.6

на концах шва длина его увеличивается на

10 мм, то принимается $\ell = b - 10$ мм, где b – ширина свариваемого изделия.

2. **Торцовое, тавровое, угловое соединение.** Разрушение таких швов производится по наиболее слабому сечению АВ (рисунок 17.7). При этом высота сварного шва по сечению АВ $h = t \cos 45^\circ = 0,7 t$.

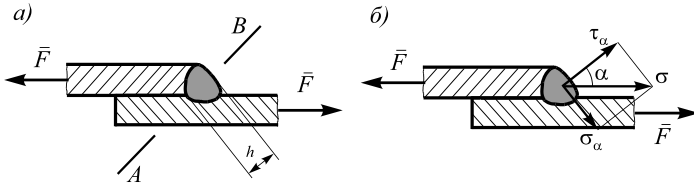


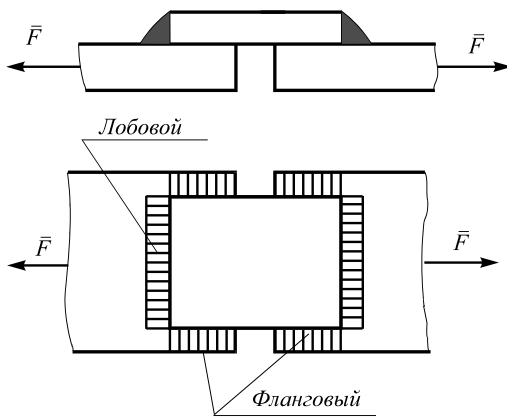
Рисунок 17.7

Как видно из рисунка, полное напряжение, возникающее в сечении АВ, может быть разложено на нормальную σ_α и касательную τ_α составляющие. Поскольку сопротивление стали сдвигу ниже, чем растяжению, расчет таких швов производится условно на срез в предположении равномерного распределения касательных напряжений по площади сечения АВ. Касательные напряжения максимальны при значении угла α , равном 45° . При этом же значении угла минимальна площадь срезаемого сечения. Поэтому условие прочности рассматриваемых сварных соединений имеет вид

$$\tau_\alpha = \frac{F}{0,7lt} \leq [\tau_\alpha].$$

В том случае, когда работают два шва, касательные напряжения будут определяться по формуле

$$\tau_\alpha = \frac{F}{1,4lt} \leq [\tau_\alpha],$$



где $[\tau_\alpha]$ – допускаемые касательные напряжения для сварного шва.

При проектировании конструкций стремятся обеспечить большую надежность сварных соединений, комбинируя сварку встык и перекрытие стыка накладками, которые

привариваются *фланговыми* и *лобовыми* швами.

Пример такого соединения приведен на рисунке 17.8.

Допускаемые напряжения для сварных швов выбираются в зависимости от метода сварки и вида сварных соединений. Их ориентировочные численные значения приведены в таблице 17.1.

Таблица
напряжений Рисунок 17.8

17.1 – Значения допускаемых
для сварных швов

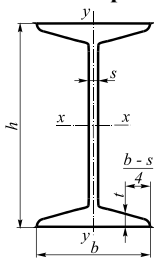
Вид напряжений	Обозначения	Ручная сварка, МПа	Автоматическая сварка, МПа
Растяжение (сжатие)	[σ_s]	100–130	130
		110–145	145
Срез	[τ_s]	80–110	110

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А. В., Потапов В. Д., Державин Б. П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов.– М.: Высшая школа, 1995.– 560 с.
2. Беляев Н. М. Сопротивление материалов.– М.: Наука, 1976.– 608 с.
3. Иосилевич Г. Б., Строганов Г. Б., Маслов Г. С. Прикладная механика: Учеб. для студ. немашин. спец. вузов.– М.: Высшая школа, 1989.– 352 с.
4. Кинасошвили Р. С. Сопротивление материалов.– М.: Высшая школа, 1975.– 384 с.
5. Прикладная механика/ Пулята Т. В., Можаровский И. С., Соколов Н. Г., Гордийко Ф. П.– Киев.: Вища школа, 1977.– 534 с.
6. Прикладная механика: Учеб. пособие/ Под общ. ред. А. Т.Скойбеды.– Мн.: Высшая школа, 1997.– 522 с.
7. Справочник по сопротивлению материалов/ Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.; Отв. ред. Писаренко Г. С.– Киев: Наук. думка, 1988.– 736 с.
8. Федин А. П. Сварочное производство: Учеб. пособие для вузов.– Мн.: Высшая школа, 1992.– 303 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)



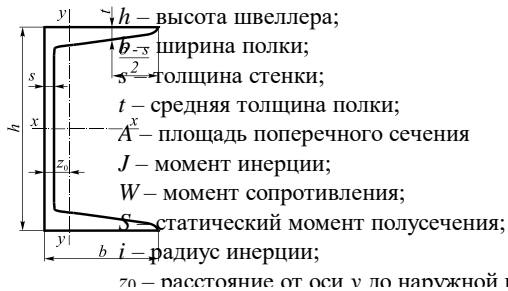
h – высота двутавра;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 A – площадь поперечного сечения;
 J_x – момент инерции;
 W_x – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;
 i_x – радиус инерции

Номер двутавра	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				A , см ²	J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³
		h	b	s	t					
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12	198	39,7	4,06	23
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8
16	15,9	160	81	5	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4
20	21	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104
22	24	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163
27	31,5	270	125	6	9,8	40,2	5010	371	11,2	210
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268
33	42,2	330	140	7	11,2	53,8	9840	597	13,5	339
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423

40	57	400	155	8,3	13	72,6	19062	953	16,2	545
45	66,5	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708
50	78,5	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919
55	92,6	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181
60	108	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

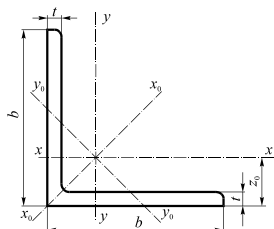
Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-89)



ра	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				A , см ²	J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	J_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см
		h	b	s	t								
4,84	50	32	4,4	7	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	
5,9	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	
7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	
8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	
10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	
12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	
14,2	160	64	5	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	
15,3	160	68	5	9	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	
16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	
17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	
18,4	200	76	5,2	9	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,2	
21	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	
24	240	90	5,6	10	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,6	
27,7	270	95	6	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	
31,8	300	100	6,5	11	40,5	5810	387	12	224	327	43,6	2,84	
16,5	330	105	7	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	
41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,1	
48,3	400	115	8	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509-86)



b – ширина полки;
 t – толщина полки;
 A – площадь поперечного сечения;
 J – момент инерции;
 i – радиус инерции;
 z_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.

Номер уголка	Масса 1 м уголка, кг	Размеры		A , м ²	J_x , см ⁴	i_x , см	$J_{x0 \max}$, см ⁴	$i_{x0 \max}$, см	$J_{y0 \max}$, см ⁴	$i_{y0 \max}$, см	$ J_{xy} $, см ⁴	z_0 , см
		b , мм	t , мм									
5	3,05	50	4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,8	0,99	5,42	1,38
	3,77		5	4,8	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	6,57	1,42
5,6	3,44	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	7,69	1,52
	4,25		5	5,41	16	1,72	25,4	2,16	6,59	1,1	9,41	1,57
6,3	3,9	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	11	1,69
	4,81		5	6,13	23,1	1,94	36,8	2,44	9,52	1,25	13,7	1,74
	5,72		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	15,9	1,78
7	5,38	70	5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	18,7	1,9
	6,39		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	22,1	1,94
7,5	5,8	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	23,1	2,02
	6,89		6	8,78	46,6	2,3	73,9	2,9	19,3	1,48	27,3	2,06
	7,96		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	31,2	2,1
8	6,78	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	30,9	2,17
	7,36		6	9,38	57	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	33,4	2,19
	8,51		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27	1,58	38,3	2,23

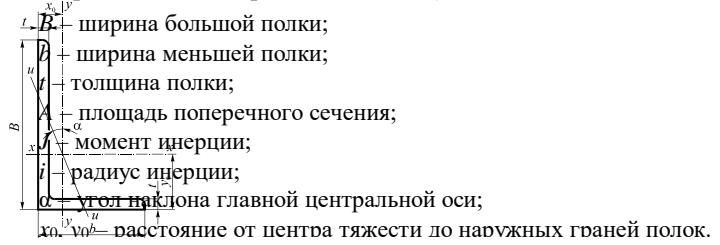
Окончание приложения В

Номер уголка	Масса 1 м уголка, кг	Размеры		A , м ²	J_x , см ⁴	i_x , см	$J_{x0 \max}$, см ⁴	$i_{x0 \max}$, см	$J_{y0 \max}$, см ⁴	$i_{y0 \max}$, см	$ J_{xy} $, см ⁴	z_0 , см
		b , мм	t , мм									
9	8,33	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,5	34	1,79	48,1	2,43
	9,64		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	55,4	2,47
	10,9		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	62,3	2,51
10	10,8	100	7	13,8	131	3,08	207	3,88	34,3	1,98	76,4	2,71
	12,2		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	86,3	2,75
	15,1		10	19,2	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	110	2,83
	17,9		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	122	2,91
11	11,9	110	7	15,2	176	3,4	279	4,29	72,7	2,19	106	2,96
	11,5		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	116	3

12.5	15,5	125	8	19,7	294	3,87	467	4,87	122	2,49	172	3,36
	17,3		9	22	327	3,86	520	4,86	136	2,48	192	3,4
	19,1		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	211	3,45
	22,7		12	28,9	422	3,52	670	4,82	174	2,46	248	3,53
14	19,4	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	274	3,78
	21,5		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	301	3,82
	25,5		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	354	3,9
16	24,7	160	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	455	4,3
	27		11	34,4	844	4,95	1340	6,24	348	3,18	496	4,35
	29,4		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	537	4,39
	34		14	43,6	1046	4,92	1662	6,2	431	3,16	615	4,47
	38,5		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	690	4,55
18	30,5	180	11	38,8	1216	5,6	1933	7,06	500	3,59	716	4,85
	33,1		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	776	4,89

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510-86)



Масса 1 м уголка, кг	Размеры, мм			A , см ²	J_x , см ⁴	i_x , см	J_y , см ⁴	i_y , см	$J_u \text{ min.}$, см ⁴	$i_u \text{ min.}$, см	tg α	J_{xy} , см ⁴	x_0 , см
	B	b	t										
2,4	50	32	4	3,17	7,98	1,59	2,56	0,90	1,52	0,69	0,401	2,59	0,76
4,79	75	50	5	6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	12	1,17
6,7	90	56	6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	22,5	1,28
7,53	100	63	6	9,58	98,3	3,2	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	31,5	1,42
8,7			7	11,1	113	3,19	35	1,78	20,8	1,37	0,392	36,1	1,46
9,87			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	40,5	1,5
10,9	110	70	8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,4	55,9	1,64
11	125	80	7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	74,7	1,8
12,6			8	16	256	4	83	2,28	48,8	1,75	0,406	84,1	1,84
15,5			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	102	1,92
14,1	140	90	8	18	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	121	2,03
17,5			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	147	2,12
18	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,2	0,391	194	2,24
19,8			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,39	213	2,28
23,6			12	30	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	249	2,36
22,2	180	110	10	28,3	952	5,8	276	3,12	165	2,42	0,376	295	2,44
26,4			12	33,7	1123	5,77	324	3,1	194	2,4	0,374	348	2,52
27,4	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	465	2,79
29,7			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,74	0,392	503	2,83
34,4			14	43,9	1801	6,41	551	3,54	327	2,73	0,39	573	2,91
39,1			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	2,72	0,388	643	2,93