УДК 514.742:37.018.43

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗЛОЖЕНИЯ ТЕМЫ «ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА» СТУДЕНТАМ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ПОЛУЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

М. В. ЛАМЧАНОВСКАЯ
Институт информационных технологий
Белорусского государственного университета
информатики и радиоэлектроники, г. Минск

На факультете компьютерных технологий Института информационных технологий БГУИР студенты получают высшее образование в заочной форме обучения, интегрированного со средним специальным образованием. Все они закончили колледж, большинство из них имеет квалификацию «техник-программист» и в процессе профессионального обучения в университете студенты получают квалификацию «инженер-программист», или «инженер-системотехник».

Курс «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» читается студентам ИИТ БГУИР на первом году обучения и играет существенную роль в реализации межпредметных связей при дальнейшем профессиональном обучении в университете. Полученные при изучении этой дисциплины знания применяются не только в математическом анализе, теории вероятности, численных методах, физике, но и в специальных дисциплинах. В соответствии с программой дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» на её изучение отводится 16 аудиторных часов для заочной формы обучения. Из них 8 часов составляют лекционные занятия и 8 часов практические. Также студенты выполняют во время лабораторно-экзаменационной сессии одну контрольную работу (на одном из практических занятий). Согласно учебно-методической карте на изучение темы «Векторная алгебра» отводится одно лекционное и одно практическое занятие.

Следует отметить низкий уровень математической и общеобразовательной подготовки учащихся, поступающих в ИИТ БГУИР в настоящее время. Абитуриенты не готовят к сдаче математику, и, следовательно, не повторяют её, поскольку вступительный экзамен содержит в себе только узкопрофессиональные компоненты, такие как «Основы информационных технологий» или «Основы алгоритмизации и программирования» и «Охрана труда. Охрана окружающей среды и энергосбережение». Тема «Векторная алгебра» в объёме 12 часов входит в типовую учебную программу по учебной дисциплине «Математика» для учреждений образования, реализующих образовательные программы среднего специального образования. Несмотря на это, студенты в большинстве своём не владеют даже понятийным аппаратом данной темы и не могут употреблять научную терминологию. Таким образом, перед преподавателем стоит задача за столь ограниченное время, практически с нуля изложить раздел «векторная алгебра» используя интенсивные методы обучения. Прежде всего, необходимо разбить изучаемый материал на 2 части, одна из которых будет изложена на лекции, другая на практическом занятии. На лекции рассматривается определение свободного вектора, показывается его отличие от направленного отрезка (геометрического вектора), обращается внимание на то, что точка приложения любого вектора может быть выбрана произвольно. Далее даётся определение длины (модуля) вектора, коллинеарных, компланарных векторов, линейных операций над векторами, линейной комбинации векторов, угла между векторами, проекции вектора на ось. Далее рассматриваются примеры на нахождение суммы и разности векторов и умножение вектора на число.

Пример 1. По данным векторам $\bar{a}$ и $\bar{b}$ построить следующие их линейные комбинации: а) $-\bar{a}+2\bar{b}$; б) $3\bar{a}-2\bar{b}$.

Пример 2. Точки M и L являются серединами сторон параллелограмма $ABCD$. Выразить через векторы $\overline{AM}$ и $\overline{AL}$ векторы $\overline{AD}$ и $\overline{DC}$.

Следует отметить, что на лекции и на практическом занятии используется презентация в программе MS Power Point. На слайдах дублируются определения, формулировки теорем, свойства объектов, условия задач. Решение же задач, построение геометрических рисунков обязательно демонстрируется на доске, чтобы студенты видели весь процесс построения и решения. Обязательно указываем, какими свойствами обладают линейные операции над векторами, и приходим к определению линейного (или векторного) пространства. Ещё одно важное понятие, которое обязательно вводится для характеристики взаимного расположения векторов, – это линейная зависимость векторов, связь линейной зависимости и линейной комбинации векторов. Показываем, какие векторы являются линейно зависимыми и линейно независимыми на прямой, на плоскости и в пространстве, приводим доказательство с геометрическими рисунками. Затем приходим к понятию базиса и координат вектора в базисе. Далее рассматриваем прямоугольную декартовую систему координат и координаты вектора в ортонормированном базисе $\left\{\bar{i},\bar{j},\bar{k}\right\}$. Рассматриваем понятие радиус-вектора точки и обязательно демонстрируем, как выразить произвольный вектор $\overline{AB}$ через радиус-векторы $\overline{OA}$ и $\overline{OB}$ этих точек (это умение необходимо при изучении механики). Обращаем внимание студентов на то, что координаты точки совпадают с координатами радиус-вектора этой точки. Приводятся примеры аффинной (косоугольной) системы координат с ортогональным и неортогональным базисом. Решаем на доске пример о нахождении координат вектора, заданного в базисе $\left\{\bar{i},\bar{j},\bar{k}\right\}$, в произвольном базисе $\left\{\bar{e}_1,\bar{e}_2,\bar{e}_3\right\}$.

Пример 3. Проверить, что векторы $\bar{a}(3, 1, 2), \bar{b}(1, -2, -1), \bar{c}(4, 2, 1)$ образуют базис. Найти координаты вектора $\bar{d}(11, 1, -1)$ в этом базисе.

Отметим, что понятие линейной комбинации векторов, линейной зависимости векторов, базиса используется далее при изучении линейных пространств, линейных операторов, матриц линейных операторов в заданных базисах.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов рассматриваются на практическом занятии. Для большей наглядности и компактности изложения, а также для облегчения запоминания материала студентами предлагается таблица 1, содержащая: правила нахождения координат вектора, длины вектора, определение скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, их свойств, геометрические и физические приложения и вычисление произведений в ортонормированном базисе. Далее преподаватель решает примеры на нахождение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов. После нахождения векторного произведения двух векторов можно, используя условие перпендикулярности двух векторов, сделать проверку на правильность вычисления.

Таблица 1

$A(x_A, y_A, z_A), B(x_B, y_B, z_B), \overline{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$ $\bar{a} = (a_x, a_y, a_z), \bar{b} = (b_x, b_y, b_z), \bar{c} = (c_x, c_y, c_z)$ $\lvert\bar{a}\rvert = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$			
	Скалярное произведение	Векторное произведение	Смешанное произведение
Обозначение	$(\bar{a}, \bar{b})$ или $\bar{a} \cdot \bar{b}$	$[\bar{a}, \bar{b}]$ или $\bar{a} \times \bar{b}$	$(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$ или $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$
Определение	ЧИСЛО, равное $\lvert\bar{a}\rvert\lvert\bar{b}\rvert\cos\varphi$, где φ – угол между векторами $\lvert\bar{a}\rvert$ и $\lvert\bar{b}\rvert$	ВЕКТОР $\bar{c}$, удовлетворяющий условиям 1) $\bar{c} \perp \bar{a}, \bar{c} \perp \bar{b}$; 2) $\lvert\bar{c}\rvert = \lvert\bar{a}\rvert\lvert\bar{b}\rvert\sin\varphi$, где φ – угол между векторами $\lvert\bar{a}\rvert$ и $\lvert\bar{b}\rvert$; 3) $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ правая тройка векторов	ЧИСЛО, равное скалярному произведению векторного произведения $\bar{a} \times \bar{b}$ на вектор $\bar{c}$. $\bar{a}\bar{b}\bar{c} = ([\bar{a}, \bar{b}], \bar{c})$

Окончание таблицы 1

Алгебраические свойства	$(\bar a,\bar b)=(\bar b,\bar a)$; $\bar a\cdot(\bar b+\bar c)=\bar a\cdot\bar b+\bar a\cdot\bar c$; $(\lambda\bar a,\bar b)=\lambda(\bar a,\bar b)$	$[\bar a,\bar b]=-[\bar b,\bar a]$; $[\bar a,\bar b+\bar c]=[\bar a,\bar b]+[\bar a,\bar c]$; $[\lambda\bar a,\bar b]=\lambda[\bar a,\bar b]$	$(\bar a,\bar b,\bar c)=-(\bar b,\bar a,\bar c)$ $(\lambda\bar a,\bar b,\bar c)=\lambda(\bar a,\bar b,\bar c)$
Геометрические свойства	$\bar a\perp\bar b\Leftrightarrow(\bar a,\bar b)=0$; $(\bar a,\bar b)>0\Leftrightarrow\varphi-$ острый угол; $(\bar a,\bar b)<0\Leftrightarrow\varphi-$ тупой угол	$\bar a\parallel\bar b\Leftrightarrow[\bar a,\bar b]=\bar 0$	$\bar a,\bar b,\bar c$ компланарны $\Leftrightarrow(\bar a,\bar b,\bar c)=0$; $(\bar a,\bar b,\bar c)>0\Rightarrow\bar a,\bar b,\bar c$ правая тройка векторов; $(\bar a,\bar b,\bar c)<0\Rightarrow\bar a,\bar b,\bar c$ левая тройка векторов
Приложения произведения векторов	Угол между векторами $\cos\varphi=\dfrac{(\bar a,\bar b)}{\lvert\bar a\rvert\lvert\bar b\rvert}$; Проекция вектора $np_{\bar a}\bar b=\dfrac{(\bar a,\bar b)}{\lvert\bar a\rvert}$	Площадь параллелограмма $S=\lvert[\bar a,\bar b]\rvert$ Площадь треугольника $S=\dfrac{1}{2}\lvert[\bar a,\bar b]\rvert$	Объём параллелепипеда $V=\lvert(\bar a,\bar b,\bar c)\rvert$ Объём треугольной пирамиды $V=\dfrac{1}{6}\lvert(\bar a,\bar b,\bar c)\rvert$
Физические приложения	Работа силы $\bar F$ при перемещении точки на вектор $\overline{AB}$. $A=\bar F\cdot\overline{AB}$	Момент силы $\bar F$ относительно начала координат, если точка её приложения A. $m_0(\bar F)=\overline{OA}\times\bar F$	
Координатная форма	$(\bar a,\bar b)=$ $=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$	$[\bar a,\bar b]=\begin{vmatrix}\bar i & \bar j & \bar k\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$	$(\bar a,\bar b,\bar c)=$ $=\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}$

Далее студенты решают следующую задачу с помощью преподавателя. Даны точки $A(-2,-3,3), B(-5,-3,-1), C(2,-3,0), D(1,2,5)$. Определить внешний угол при вершине B и площадь треугольника ABC. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на вектор $\overline{BC}$. Найти объём треугольной пирамиды $ABCD$.