

рия массового обслуживания», которых раньше не было. Из прежней учебной программы были исключены такие разделы, как «Теория поля», «Ряды Фурье», «Криволинейные и поверхностные интегралы», «Тройной интеграл». Глубина изучения материала зависит от его использования выпускающими и инженерными кафедрами, поэтому была сделана новая расчленилка как по разделам, так и темам внутри разделов. Кроме того, в программу включена методика построения и решения математических моделей многих реальных производственных задач.

Список литературы

1 Александров, Л. Д. Математика и диалектика / Л. Д. Александров // Математика в школе. – 1972. – № 1. – С. 5–12.

2 Игнатенко, В. В. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок : учеб. пособие / В. В. Игнатенко, И. В. Турлай, А. С. Федоренчик. – Минск : БГТУ, 2004. – 178 с.

3 Игнатенко, В. В. Математическая модель лесопромышленной системы «харвестер – форвардер» / В. В. Игнатенко, Е. А. Леонов // Современные проблемы анализа динамических систем. Теория и практика : материалы Междунар. открытой конф. 21–23 мая 2019 года / отв. ред. В. В. Зенина; М-во науки и высшего образования РФ, ФГБОУ ВО «ВГЛТУ». – Воронеж, 2019. – С. 217–220.

УДК 519.172+51-73

МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГРАФИЧЕСКОГО ДЕРЕВА

*М. А. Киркор, А. Е. Покатилов, С. В. Шкуратов, Ю. В. Воронович
Белорусский государственный университет
пищевых и химических технологий, г. Могилев*

На рисунке 1 представлен алгоритм силового анализа биомеханической системы (БМС) в виде графической схемы. Она построена на основании представления опорно-двигательного аппарата спортсмена в виде графа [1] и с учетом методов силового анализа, статической определимости системы и наличия опорных поверхностей БМС [2].

Здесь заштрихованы концевые вершины, которые могут быть (или не быть) опорными точками биомеханической системы, в которых возникают внешние реакции. Общее число последних равно или меньше 6. Учет симметрии системы, если это возможно, может увеличить данный параметр.

Начинать силовой анализ необходимо с концевых вершин. В принципе с любых, даже если они не являются опорными, и в них не возникают внешние реакции.

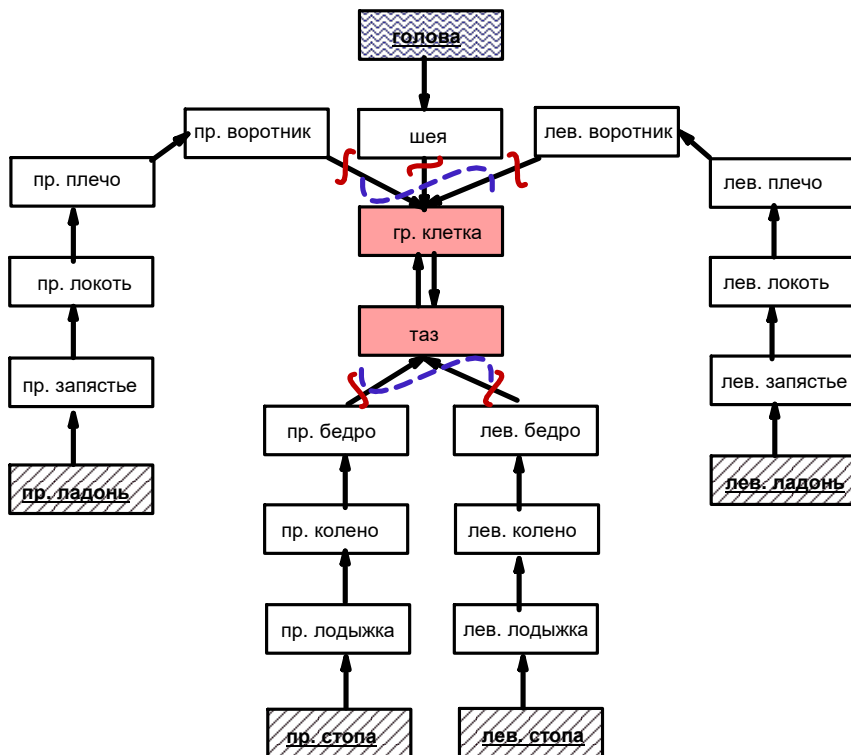


Рисунок 1 – Алгоритм силового анализа пространственной БМС

Порядок обхода БМС при силовом анализе и определении внутренних реакций в суставах показан на схеме. Переход к новым кинематическим парам (вершинам графа) осуществляется от периферии (концевых вершин) к центру. Все концевые вершины заштрихованы. Направление обхода показано стрелками.

Отдельно необходимо рассмотреть две вершины: грудную клетку и таз. К ним ведут несколько дуг, а каждая дуга означает, что это еще одна кинематическая пара со своими реакциями. Таким образом, в поясе верхних конечностей в месте контакта с грудной клеткой при расчете может возникать до 18 реакций одновременно, а в месте контакта пояса нижних конечностей

с тазом таких реакций может быть 12. Но предложенный алгоритм расчета при обходе БМС от периферии к центру позволяет, отбрасывая конечности по очереди или все вместе, найти внутренние реакции как по отдельности от каждой конечности, так и полные от пояса верхних конечностей и пояса нижних конечностей. Данный момент связан с тем, что во всех этих случаях число неизвестных внутренних реакций не будет превышать 6, так как каждый раз исследуется только один сустав. Или же один сустав, но комплексный, включающий в себя соединение с разными звеньями в одном месте.

Также на рисунке 1 волнистыми линиями обозначены варианты пространственного расчленения биомеханической системы в районе пояса верхних конечностей и пояса нижних конечностей. Сплошной волнистой линией показано рассечение только одной дуги, а значит, это дает возможность определить суставные реакции только от данной отсеченной части БМС. Рассечение пунктирной волнистой линией проходит по всем дугам сразу, подходящим к данной вершине (грудная клетка/таз).

Выполнение силового анализа БМС для такого случая позволяет определить полные внутренние реакции в местах присоединения пояса верхних конечностей или пояса нижних конечностей к туловищу.

На рисунке 2 показан случай силового анализа при расчленении одной из вершин (грудная клетка по рисунку 1) на три части: правую конечность, середину (шея и голова) и левую конечность.

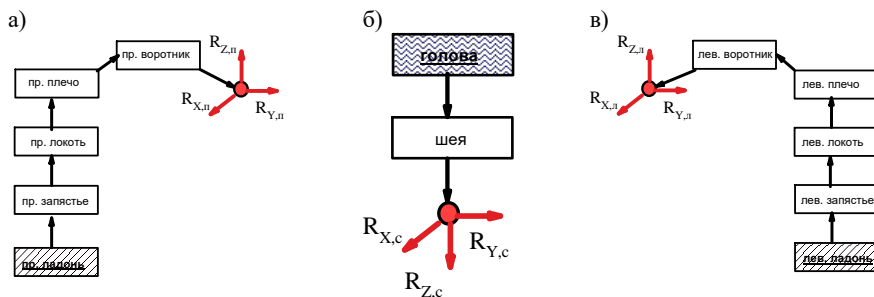


Рисунок 2 – Алгоритм силового анализа пояса верхних конечностей

По рисунку 2, а на основании силового анализа можно определить реакции с туловищем $R_{X,п}$; $R_{Y,п}$; $R_{Z,п}$. По рисунку 2, б определяются реакции в соединении средней части с туловищем в виде реакций $R_{X,с}$; $R_{Y,с}$; $R_{Z,с}$. А на рисунке 2, в показана расчетная схема для определения реакций в соединении левой конечности БМС с туловищем в виде сил $R_{X,л}$; $R_{Y,л}$; $R_{Z,л}$.

На рисунке 3 представлен алгоритм для определения полной реакции в месте соединения пояса верхних конечностей с туловищем.

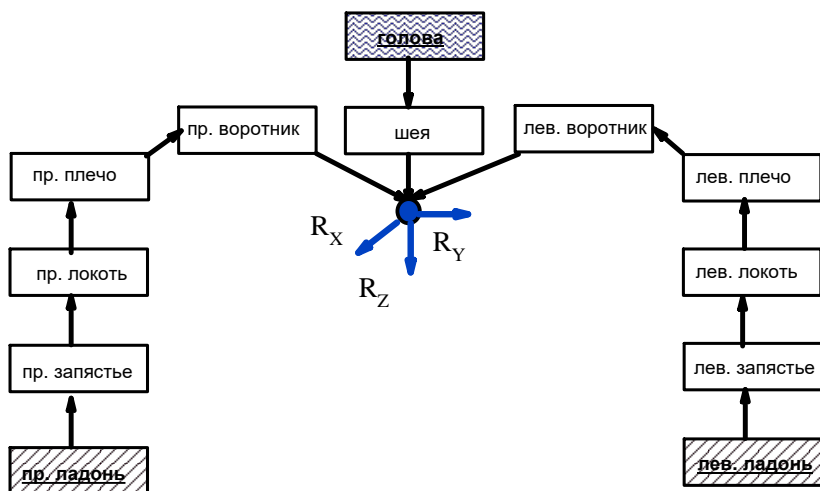


Рисунок 3 – Полный алгоритм силового анализа в виде графической схемы для пояса верхних конечностей

Тогда на основании рисунков 2 и 3 полные проекции реакций можно записать следующим образом:

$$R_x = R_{x,n} + R_{x,c} + R_{x,l}, \quad (1)$$

$$R_y = R_{y,n} + R_{y,c} + R_{y,l}, \quad (2)$$

$$R_z = R_{z,n} + R_{z,c} + R_{z,l}, \quad (3)$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}. \quad (4)$$

Направляющие косинусы найдем как

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}, \quad (5)$$

$$\cos \beta = \frac{R_y}{R}, \quad (6)$$

$$\cos \gamma = \frac{R_z}{R}. \quad (7)$$

Аналогично можно определить реакцию в месте соединения пояса нижних конечностей с туловищем по рисунку 4.

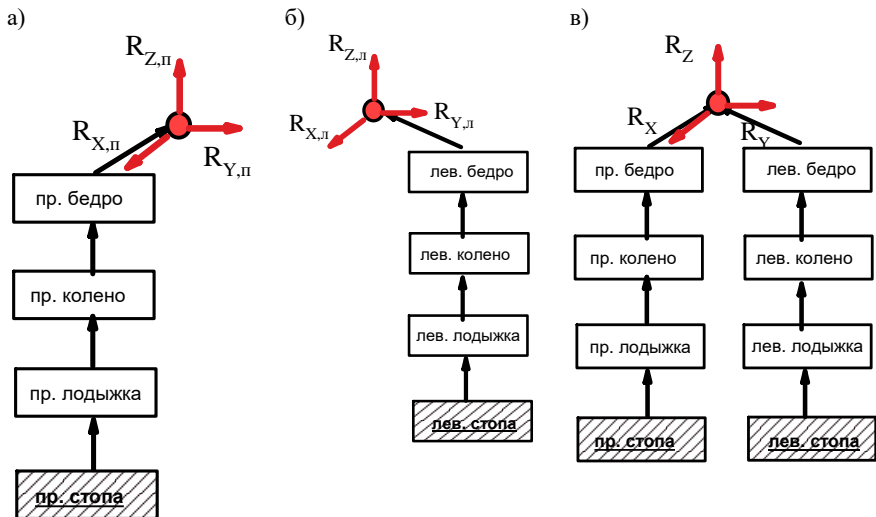


Рисунок 4 – Алгоритмы силового анализа пояса нижних конечностей

Все расчетные формулы для сил и направляющих косинусов аналогичны формулам (1)–(7).

Список литературы

- 1 *Омельченко, А. В.* Теория графов / А. В. Омельченко. – М. : МЦНМО, 2018. – 436 с.
- 2 *Бегун, П. И.* Моделирование в биомеханике : учеб. пособие / П. И. Бегун, П. Н. Афонин. – М. : Высш. шк., 2004. – 390 с.

УДК 378.147: 51

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

А. И. МИТЮХИН

*Институт информационных технологий
Белорусского государственного университета
информатики и радиоэлектроники, г. Минск*

Хорошее математическое образование в технических вузах имеет важное практическое значение, поскольку закладывает основу для инновационных разработок в науке, технике, современной индустрии. В условиях быстрых