

НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ (SCIENTIFIC PUBLICATIONS)

ISSN 2519-8742. Механика. Исследования и инновации. Вып. 16. Гомель, 2023

УДК 621.644

А. АБДУСАТТАРОВ, Н. Б. РУЗИЕВА

*Ташкентский государственный транспортный университет,
Ташкент, Узбекистан*

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ-СТЕРЖНЕЙ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ С УЧЕТОМ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ГРУНТОМ

Приводится математическая модель взаимодействующих с грунтом подземных трубопроводов-стержней, которая учитывает повреждаемость их материала. На основе деформационной теории и вариационного принципа Гамильтона – Остроградского получена система дифференциальных уравнений движения трубопровода-стержня при переменном нагружении и сформулированы краевые задачи. Представлена методика расчета трубопроводов при динамическом нагружении с учетом вязкоупругого взаимодействия с грунтом. Построение решения системы дифференциальных уравнений с учетом заданных граничных и начальных условий выполнено с применением разностной схемы второго порядка точности. Представлен пример, в котором рассмотрены колебания подземной трубы с учетом ее вязкоупругого взаимодействия с грунтом и повреждаемости.

Ключевые слова: переменное нагружение, вязкоупругость, пластичность, вариационный принцип, повреждаемость, взаимодействие с грунтом.

Введение. При действии переменных нагрузок в элементах конструкций и сооружений наряду с упругостью проявляются дополнительные явления, такие как вторичные пластические деформации, изменение диаграмм деформирования от цикла к циклу, проявление свойств циклического упрочнения-разупрочнения и деформационной анизотропии, накопление повреждений и распространение трещин, приводящее к разрушению материала.

В работе [1] сформулированы основные уравнения, описывающие переменную пластичность и вязкопластичность, в том числе с учетом накопленных повреждений. Рассмотрены вопросы циклической и длительной прочности элемен-

тов конструкций. Введена функция повреждаемости для оценки прочности упругопластических и реономных тел при циклических нагружениях. Выполнено подробное описание диаграмм циклического деформирования для различных конструкционных материалов и показаны возможные уточнения и интерпретации диаграмм при решении задач циклической прочности. Создание методов расчета элементов конструкций на прочность при повторно-переменном нагружении стало возможным в результате экспериментального и теоретического изучения закономерностей циклического деформирования в упругопластической области, исследований кинетики напряжённо-деформированного состояния в зонах концентрации напряжений и разработки критериев накопления повреждений и разрушения при неоднородном напряженном состоянии [1–3].

Статья [4] посвящена проблеме построения математических моделей повреждаемых термоупруговязкопластических сред и методам экспериментального определения «нестандартных» констант моделей, связанных с параметрами поврежденности. Компьютерное моделирование процессов деформирования, поврежденности и континуального разрушения нелинейных материалов и конструкций рассматривается в работе [5]. В статье [6] представлена современная теория неупругости (термовязкопластичности), являющаяся обобщением и развитием идей, содержащихся в различных вариантах теории пластичности, ползучести, неупругости и накопления повреждений.

В работах [7, 8] рассмотрено деформирование трехслойных элементов конструкций при переменных нагружениях с учетом упругих, упругопластических и вязкоупругопластических свойств материалов. Численно исследовано напряженно-деформированное состояние при действии однократных и циклических нагрузок. На основе вариационного принципа Лагранжа сформулирована краевая задача изгиба трёхслойных стержней при переменном нагружении с учетом повреждаемости материала. Для решения сформулированных задач применен подход, базирующийся на методе упругих решений Ильюшина. Получены численные значения расчетных величин для элементов конструкций типа стержней-трубопроводов, пластин и оболочек с учетом циклических характеристик материалов и повреждаемости [9].

В работах [10, 11] исследованы условия взаимодействия трубы и грунта при продольных перемещениях трубопровода. На основе этих исследований была предложена гипотеза взаимного смещения подземных сооружений относительно грунта. Экспериментально установлено, что закон взаимодействия подземных трубопроводов с различными грунтами носит нелинейный характер, определены параметры, характеризующие нелинейные упругие, упругопластические и вязкопластические свойства взаимодействия таких трубопроводов с грунтом.

В [12, 13] излагаются методики численного расчета напряженно-деформированного состояния трубопроводов, оценки их прочности в условиях многофакторного анализа, использованы современные методы вычислитель-

ной механики. Дается описание методов численного моделирования магистральных трубопроводных систем. В указанной литературе представлены модели деформирования и колебаний трубопроводов по уточненной теории стержней, взаимодействующих с грунтом. Аналогичные задачи решены также в ряде статей, опубликованных в последнее время [14–16].

Целью представленной работы стало развитие исследований [17], связанных с комплексным учетом явлений, сопровождающих колебания трубопроводов, моделируемых стержнями.

Постановка задачи. Рассмотрим математическую модель и схему расчета трубопроводов – тонкостенных стержней при переменном нагружении на основе теории малых упругопластических деформаций и уточненной теории стержней, предложенной В. З. Власовым, Г. Ю. Джанелидзе и В. К. Кабуловым. При пространственном нагружении, включающем совместные продольные, поперечные и крутильные силы и моменты, законы распределения перемещений, деформаций и напряжений в сечениях стержня являются сложными, поэтому уточненная теория строится на основании ряда гипотез [18, 19].

Рассмотрим тонкостенный стержень произвольного сечения при воздействии внешних переменных сил. Ось OX направим по длине стержня, а оси OZ и OY разместим в плоскости поперечного сечения. Перемещения центральной линии стержня при исходном нагружении обозначим через u_i , компоненты деформаций и напряжений – через e_{ij} , σ_{ij} .

Пользуясь методом, предложенным В. В. Москвитиным [1], введем разности

$$\begin{aligned}\bar{u}_i^{(n)} &= (-1)^n (u_i^{(n-1)} - u_i^{(n)}); & \bar{e}_{ij}^{(n)} &= (-1)^n (e_{ij}^{(n-1)} - e_{ij}^{(n)}); \\ \bar{\sigma}_{ij}^{(n)} &= (-1)^n (\sigma_{ij}^{(n-1)} - \sigma_{ij}^{(n)}).\end{aligned}$$

Здесь и далее n – номер нагружения.

Перемещения точек стержня при переменном нагружении, соответствующие моменту времени t , представим в цилиндрических координатах x, r, γ ($x = x, y = r \cos \gamma, z = r \sin \gamma$):

$$\begin{aligned}\bar{u}_1^{(n)}(x, r, \gamma, t) &= \bar{u}^{(n)}(x, t) - \bar{\alpha}_1^{(n)}(x, t) r \cos \gamma - \bar{\alpha}_2^{(n)}(x, t) r \sin \gamma + \\ &+ \varphi \bar{v}^{(n)}(x, t) + a_1 \bar{\beta}_1^{(n)}(x, t) + a_2 \bar{\beta}_2^{(n)}(x, t); \\ \bar{u}_2^{(n)}(x, r, \gamma, t) &= \bar{v}^{(n)}(x, t) - \bar{\theta}^{(n)}(x, t) r \sin \gamma; \\ \bar{u}_3^{(n)}(x, r, \gamma, t) &= \bar{w}^{(n)}(x, t) + \bar{\theta}^{(n)}(x, t) r \cos \gamma,\end{aligned}\tag{1}$$

где $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ – компоненты перемещений; $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2$ – углы поворота сечения при чистом изгибе; φ – функция кручения Сен-Венана; \bar{v} – погонный угол закручивания (крутка); $\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2$ – углы поперечного сдвига; a_1, a_2 – коэффициенты; $\bar{\theta}$ – угол закручивания.

В соответствии с теорией переменной пластичности компоненты напряжений связаны с деформациями следующим образом:

а) при переменном нагружении в фиктивных координатах (по Москвитину)

$$\bar{\sigma}_{11}^{(n)} = 3G(1-\omega^{(n)})\bar{\varepsilon}_{11}^{(n)}; \quad \bar{\sigma}_{12} = G(1-\omega^{(n)})\bar{\varepsilon}_{12}^{(n)}; \quad \bar{\sigma}_{13}^{(n)} = G(1-\omega^{(n)})\bar{\varepsilon}_{13}^{(n)};$$

б) при переменном нагружении в текущих величинах (по Бурьеву)

$$\sigma_{11}^{(k)} = 3G \left\{ e_{11}^{(k)} - \left[\omega^{(k)} e_{11}^{(k)} + \sum_{m=1}^{k-1} \omega^{0(k-m)} \bar{\varepsilon}_{11}^{0(k-m)} \right] \right\};$$

$$\sigma_{13}^{(k)} = G \left\{ e_{31}^{(k)} - \omega^{(k)} \bar{\varepsilon}_{31}^{(k)} - \sum_{m=1}^{k-1} \omega^{0(k-m)} \bar{\varepsilon}_{31}^{0(k-m)} \right\};$$

$$\sigma_{12}^{(k)} = G \left\{ e_{12}^{(k)} - \omega^{(k)} \bar{\varepsilon}_{12}^{(k)} - \sum_{m=1}^{k-1} \omega^{0(k-m)} \bar{\varepsilon}_{12}^{0(k-m)} \right\}.$$

Здесь G – модуль сдвига; индекс 0 соответствует началу следующего за ним номера нагружения. Функция пластичности определяется по формуле [9]

$$\omega^{(n)} = \begin{cases} 0 & \text{при } \bar{\varepsilon}_u^{(n)} \leq \bar{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta); \\ \bar{A}_n \left[1 - \frac{\bar{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta)}{\bar{\varepsilon}_u^{(n)}} \right]^{\bar{\alpha}_n} & \text{при } \bar{\varepsilon}_u^{(n)} > \bar{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta), \end{cases}$$

где $\bar{\varepsilon}_u$ – текущее значение интенсивности тензора деформаций, $\bar{\varepsilon}_s$ – предельное значение того же параметра, зависящее от функции повреждаемости η [1]; \bar{A}_n , $\bar{\alpha}_n$ – коэффициенты функции пластичности.

В случае применения обобщенного принципа Мазинга $\bar{A}_n = \lambda$, $\bar{\alpha}_n = 1$, $\bar{\varepsilon}_u^{(n)} = \bar{\alpha}_n \varepsilon_s$, при использовании диаграмм деформирования Гусенкова – Шнейдеровича $\bar{\varepsilon}_s^{(n)} = 2\varepsilon_s$, $\bar{A}_n = 1 - g_n$, где g_n – определяется экспериментально. При учете накопления повреждений

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta) &= \alpha_1^{n-z} (1 + \alpha_1) \varepsilon_s + \\ &+ (3G)^{-1} B^{1/\alpha} \left[1 - 0,5(1 + \alpha_1) \alpha_1^{n-2} \right] \left[1 - (1 - \eta)^{1+\alpha} \right]^{1/\alpha} (n-1)^{-1/\alpha}. \end{aligned}$$

Функция повреждаемости η определяется из кинетического уравнения [1]

$$\frac{d\eta}{d\lambda} = f(\bar{\sigma}_u, \eta_n)$$

при условии $\eta(0) = 0$, $\eta(N) = 1$, где N – число полуциклов до наступления предельного состояния (разрушения).

Вывод уравнения движения стержней – подземных трубопроводов.

Для анализа пространственного нагружения с учетом упругопластических деформаций и перечисленных выше взаимодействий используем вариационный принцип Гамильтона – Остроградского [9]

$$\delta \int_t (T - \Pi + A) dt = 0.$$

Выражения вариаций кинетической T , потенциальной Π энергий и работы A внешних сил имеют вид

$$\begin{aligned} \delta \int_t T^{(n)} dt &= \int_x \tilde{\mathbf{A}} \frac{\partial \mathbf{Y}^{(n)}}{\partial t} \mathbf{E} \delta \mathbf{Y}^{(n)} dx \Big|_t - \int_t \int_x \tilde{\mathbf{A}} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}^{(n)}}{\partial t^2} \mathbf{E} \delta \mathbf{Y}^{(n)} dx dt; \\ \delta \int_t \Pi^{(n)} dt &= \int_t \left\{ (\mathbf{A}^{\text{уп}} - \mathbf{A}^{\text{пл}}) \frac{\partial \mathbf{Y}^{(n)}}{\partial x} + (\mathbf{B}^{\text{уп}} - \mathbf{B}^{\text{пл}}) \mathbf{Y}^{(n)} \right\} \mathbf{E} \delta \mathbf{Y}^{(n)} dt \Big|_x + \\ &+ \int_t \int_x \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left((\mathbf{A}^{\text{уп}} - \mathbf{A}^{\text{пл}}) \frac{\partial \mathbf{Y}^{(n)}}{\partial x} + (\mathbf{B}^{\text{уп}} - \mathbf{B}^{\text{пл}}) \mathbf{Y}^{(n)} \right) + \right. \\ &+ \left. (\mathbf{C}^{\text{уп}} - \mathbf{C}^{\text{пл}}) \frac{\partial \mathbf{Y}^{(n)}}{\partial x} + (\mathbf{D}^{\text{уп}} - \mathbf{D}^{\text{пл}}) \mathbf{Y}^{(n)} \right\} \mathbf{E} \delta \mathbf{Y}^{(n)} dx dt; \\ \delta \int_t A^{(n)} dt &= \int_t \mathbf{Q}^{\text{т}(n)} \delta \mathbf{Y}^{(n)} dt \Big|_x + \int_t \int_x \mathbf{Q}^{\text{гр}(n)} \delta \mathbf{Y}^{(n)} dx dt, \end{aligned}$$

где \mathbf{Y} – вектор перемещения; $\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ – матрицы девятого порядка квадратичной формы, индекс «уп» используется для упругих деформаций, «пл» – для пластических; \mathbf{E} – единичная матрица; индекс «гр» здесь и далее соответствует силам $\mathbf{Q}^{\text{гр}(n)}$ взаимодействия труб с грунтом, индекс «т» – торцевым силам $\mathbf{Q}^{\text{т}(n)}$.

В соответствии с теорией, представленной в [10, 11], при анализе взаимодействия трубопровода с грунтом поверхностные \bar{q}_i^n и торцевые $\bar{f}_i^{(n)}$ силы принимаются в виде

$$\bar{q}_i^{(n)} = -k_i^{(n)} (\bar{u}_i^{(n)} - \bar{u}_i^{0(n)}) + \tilde{q}_i^{(n)}; \quad \bar{f}_i^{(n)} = -k_i^{\text{т}(n)} (\bar{u}_i^{(n)} - \bar{u}_i^{0(n)}) + \tilde{f}_i^{(n)}, \quad (2)$$

где k_i – коэффициент, определяющий нелинейное взаимодействие трубопровода с поверхностью окружающей среды при переменном нагружении; $k_i^{\text{т}(n)}$ – коэффициент, характеризующий взаимодействия на торцах трубы; $\bar{u}_i^{0(n)}$ – составляющие пространственного сейсмического перемещения грунта по координатным осям.

Согласно (1) и (2) выражения $\bar{q}_i^{(n)}$ представим в виде

$$\begin{aligned}\bar{q}_1^{(n)} &= -k_1^{(n)} \left[(\bar{u}^{(n)} - \bar{u}^{0(n)}) - y(\bar{\alpha}_1^{(n)} - \bar{\alpha}_1^{0(n)}) - z(\bar{\alpha}_2^{(n)} - \bar{\alpha}_2^{0(n)}) + \varphi(\bar{v}^{(n)} - \bar{v}^{0(n)}) + \right. \\ &\quad \left. + a_1(\bar{\beta}_1^{(n)} - \bar{\beta}_1^{0(n)}) + a_2(\bar{\beta}_2^{(n)} - \bar{\beta}_2^{0(n)}) + \bar{q}_1^{(n)} \right]; \\ \bar{q}_2^{(n)} &= -k_2^{(n)} \left[(\bar{v}^{(n)} - \bar{v}^{0(n)}) - z(\bar{\theta}^{(n)} - \bar{\theta}^{0(n)}) + \bar{q}_2^{(n)} \right]; \\ \bar{q}_3^{(n)} &= -k_3^{(n)} \left[(\bar{w}^{(n)} - \bar{w}^{0(n)}) + y(\bar{\theta}^{(n)} - \bar{\theta}^{0(n)}) + \bar{q}_3^{(n)} \right].\end{aligned}$$

Аналогично записываются формулы для $\bar{f}_i^{(n)}$.

С учетом соотношений (1) и (2) в результате преобразований выражение вариации работ внешних сил приобрело вид

$$\begin{aligned}\delta \int_t Adt &= \iint_{t \ x} \left\{ (N_x^{об(n)} - N_x^{п(n)} + N_x^{вз(n)}) \delta u^{(n)} + (Q_y^{об(n)} + Q_y^{п(n)} + Q_y^{вз(n)}) \delta v^{(n)} + \right. \\ &\quad \left. + (Q_z^{об(n)} + Q_z^{п(n)} + Q_z^{вз(n)}) \delta w^{(n)} - (M_z^{об} + M_z^{п(n)} + M_z^{вз(n)}) \delta \alpha_1^{(n)} - \right. \\ &\quad \left. - (M_y^{об(n)} + M_y^{п(n)} + M_y^{вз(n)}) \delta \alpha_2^{(n)} - (M_x^{об(n)} + M_x^{п(n)} + M_x^{вз(n)}) \delta \theta^{(n)} + \right. \\ &\quad \left. + (M_\varphi^{об(n)} + M_\varphi^{п(n)} + M_\varphi^{вз(n)}) \delta v^{(n)} + (M_{a_1}^{об(n)} + M_{a_1}^{п(n)} + M_{a_1}^{вз(n)}) \delta \beta_1^{(n)} + \right. \\ &\quad \left. + (M_{a_2}^{об(n)} - M_{a_2}^{п(n)} + M_{a_2}^{вз(n)}) \delta \beta_2^{(n)} \right\} dxdt + \\ &\quad + \int_t \left\{ N^T(n) \delta u + Q_y^T \delta v^{(n)} + Q_z^T \delta w^{(n)} - M_z^T(n) \delta \alpha_1^{(n)} - \right. \\ &\quad \left. - M_y^T(n) \delta \alpha_2^{(n)} - M_x^T(n) \delta \theta^{(n)} + M_\varphi^T \delta v^{(n)} + M_{a_1}^{об(n)} \delta \beta_1^{(n)} + M_{a_2}^{об(n)} \delta \beta_2^{(n)} \right\} dt \Big|_x.\end{aligned}$$

Здесь N и Q – продольные и поперечные силы; M – моменты сил. Индекс «об» соответствует объемным нагрузкам, «п» – поверхностным; «вз» – силам взаимодействия при многократной нагрузке-разгрузке, «т» – торцевым усилиям). Сила взаимодействия, например, определяется выражением

$$\begin{aligned}N_x^{вз(n)} &= -K_{N_x}^{(n)} (u^{(n)} - u^{0(n)}) + K_{N_{a_1}}^{(n)} (\alpha_1^{(n)} - \alpha_1^{0(n)}) + K_{N_{a_2}}^{(n)} (\alpha_2^{(n)} - \alpha_2^{0(n)}) + \\ &\quad + K_{N_\varphi}^{(n)} (v^{(n)} - v^{0(n)}) - K_{N_{\beta_1}}^{(n)} (\beta_1^{(n)} - \beta_1^{0(n)}) - K_{N_{\beta_2}}^{(n)} (\beta_2^{(n)} - \beta_2^{0(n)}); \end{aligned}$$

где $K_{N_x}^{(n)}$, $K_{N_{a_1}}^{(n)}$, $K_{N_{a_2}}^{(n)}$, ..., $K_{N_{\beta_2}}^{(n)}$ – коэффициенты, определяемые из эксперимента при повторно-переменном нагружении с учетом поврежденности.

Отметим, что некоторые свойства циклического нагружения наблюдаются и при переменном нагружении подземных трубопроводов, взаимодействующих с грунтом. Такие результаты были получены в экспериментах [10]. На рисунках 1 и 2 приведены диаграммы взаимодействия стальной трубы с суглинком и чугунной трубы с песком при многократном цикле нагрузки-разгрузки.

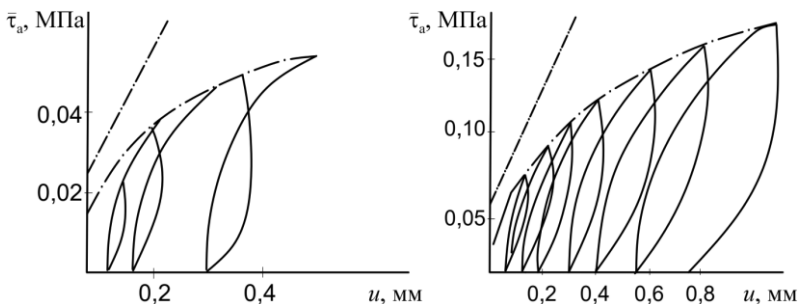


Рисунок 1 – Примеры диаграмм многократной нагрузки-разгрузки стальной трубы ($D_H = 0,189$ м, $l = 3,86$ м) при взаимодействии с суглинком

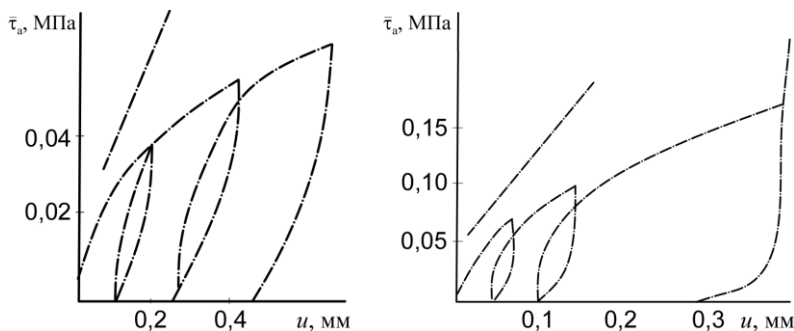


Рисунок 2 – Примеры диаграмм многократной нагрузки-разгрузки чугунной трубы ($D_H = 0,169$ м, $l = 2,00$ м) при взаимодействии с песком

Следуя [1], запишем зависимость сопротивления грунта продольному перемещению трубопровода в виде

$$\tau_a = -K_x^0 \left[u - \int_0^t R(t' - \tau') u(x, t) d\tau \right],$$

где $R(t' - \tau')$ – функция ползучести (ядро релаксации), которая определяется экспериментально;

$$t' = \int_0^t \frac{d\xi}{a_\eta(\eta(x_\alpha, \xi))}, \quad \tau' = \int_0^\tau \frac{d\xi}{a_\eta(\eta(x_\alpha, \xi))}.$$

Эта функция в простейшем случае удовлетворяет условию $R(t' - \tau') = R_0(t' - \tau')^\beta$. Функцию повреждаемости при условии, что грунт обладает вязкоупругими свойствами, можно записать в виде [1]

$$\eta(t) = \frac{(m+1)}{\tilde{B}^{1+m}} \int_0^t (t-\tau)^m \sigma_u^{\alpha_0(1+m)}(\tau) d\tau.$$

При вязкоупругом взаимодействии трубопровода с окружающим грунтом для сил взаимодействия, учитывающих повреждаемость грунта по принципу Вольтерра, имеем [10, 11]:

$$\mathbf{P}^b(x, t) = \mathbf{D}_A^* (\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) = \mathbf{D}_A \left[(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) - \int_0^t R(t' - \tau') [\mathbf{Y}(x, \eta) - \mathbf{Y}_0(x, \eta)] d\tau' \right], \quad (3)$$

В таком случае, исходя из вариационного принципа и с учетом (3), система дифференциальных уравнений движения трубопровода приобретает вид

$$\begin{aligned} -\mathbf{A} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial t^2} + \mathbf{B} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial x^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial x} + \mathbf{D}_n \mathbf{Y} + \mathbf{D}_A (\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) - \\ - \mathbf{D}_A \int_0^t R(t' - \tau') [\mathbf{Y}(x, \eta) - \mathbf{Y}_0(x, \eta)] d\tau + \mathbf{F} = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\left[-\bar{\mathbf{B}} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial x} + \bar{\mathbf{C}}_{II} \mathbf{Y} + \bar{\mathbf{C}}_A (\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) - \bar{\mathbf{C}}_A \int_0^t R(t' - \tau') [\mathbf{Y}(x, \eta) - \mathbf{Y}_0(x, \eta)] d\tau + \mathbf{P}^{pp} \right] \delta \mathbf{Y} \Big|_x = 0; \quad (5)$$

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} \mathbf{E} \delta \mathbf{Y} \Big|_t = 0. \quad (6)$$

Здесь $R(t' - \tau')$ – слабосингулярное трехпараметрическое ядро типа Ржаницына – Колтунова. В частности, для первого приближения считается, что $R(t' - \tau') = R_0(t' - \tau')$. Здесь

$$R(t) = \bar{A}_b e^{-\bar{\beta} t} t^{\alpha-1}, \quad 0 < \alpha < 1.$$

Для устранения особенности в подынтегральном выражении, следуя методике [11], произведена замена переменных для фиксированных $t_n = (n-1)\tau$. После некоторых преобразований из (4)–(6) получено

$$\begin{aligned} -\mathbf{A} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial t^2} + \mathbf{B} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial x^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial x} + \mathbf{D}_n \mathbf{Y} + \\ + \mathbf{D}_A \left[(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) - \frac{A_b}{\alpha} \sum_{k=1}^n B_k^b e^{-\beta t_k} [\mathbf{Y}(x, t_n - t_k) - \mathbf{Y}_0(x, t_n - t_k)] \right] + \mathbf{F} = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \left\{ -\bar{\mathbf{B}} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial x} + \bar{\mathbf{C}}_{II} \mathbf{Y} + \bar{\mathbf{C}}_A [(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) - \right. \\ \left. - \frac{A_b}{\alpha} \sum_{k=1}^n B_k^b e^{-\beta t_k} [\mathbf{Y}(x, t_n - t_k) - \mathbf{Y}_0(x, t_n - t_k)] \right] + \mathbf{P}^{2p} \Big\} \delta \mathbf{Y} \Big|_x = 0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} \mathbf{E} \delta \mathbf{Y} \Big|_t = 0. \quad (9)$$

Чтобы учесть накопление повреждений, ядра типа $R[t, \tau, \eta(\xi)]$ разлагаются в ряд, здесь ограничимся первым слагаемым:

$$R[t - \xi, \eta(\xi)] = R_0(t - \xi) + \eta(\xi)R_1(t - \xi).$$

При пространственном нагружении силы взаимодействия

$$\tau_a = \mathbf{P}^b(x, t) = R_0(0)[(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) - \psi_0(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0)] - R_1(0)\psi_1(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0), \quad (10)$$

где
$$\psi_0(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) = \int_0^t R_0(t - \xi)(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0)d\xi;$$

$$\psi_1(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) = \int_0^t R_1(t - \xi)\eta(\xi)(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0)d\xi.$$

Дифференциальные уравнения (7)–(9) с учетом (10) приобретают вид

$$-\mathbf{A} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial t^2} + \mathbf{B} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial x^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial x} + \mathbf{D}_n \mathbf{Y} + \tilde{\mathbf{D}}_A [(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) - \psi_0(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0)] - \tilde{\mathbf{D}}_A \psi_1(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) + \bar{\mathbf{F}} = 0; \quad (11)$$

$$\left\{ -\bar{\mathbf{B}} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial x} - \tilde{\mathbf{C}}_{II} [(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) - \psi_0(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0)] - \tilde{\mathbf{C}}_A \psi_1(\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0) + \mathbf{P}^{IP} \right\}_x = 0;$$

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial x} \mathbf{E} \delta \mathbf{Y} \Big|_t = 0. \quad (12)$$

Система уравнений решается методом итераций (l – номер итерации), при этом, например,

$$\psi_1(\mathbf{Y}^{(l)} - \mathbf{Y}_0^{(l)}) = \int_0^t R_0(t - \xi)\eta^{(l-1)}(\xi)(\mathbf{Y}^{(l)} - \mathbf{Y}_0^{(l)})d\xi;$$

$$\eta^{(l-1)}(t) = (1+m) \int_0^t (t-\xi)^m \frac{d\xi}{t_0^{1+m} [\sigma_u^{(l-1)}(\xi)]}.$$

При построении решения системы (11) с граничными и начальными условиями (12) применена разностная схема второго порядка точности, в результате чего получена система конечно-разностных уравнений, которая решалась методом прогонки [20].

Численные расчеты. Проведен расчет колебаний стальной подземной трубы с учетом повреждаемости и вязкоупругого взаимодействия с грунтом. Для трубы: $E = 2,3 \cdot 10^8$ кН/м², $\rho = 7,8$ кН·с²/м⁴, $R = 0,6$ м, $r = 0,585$ м, $L = 12$ м. Окружающая среда – песчаный грунт с коэффициентом взаимодействия $k_x = 3,75 \cdot 10^3$ кН/м³. Параметры ядра для песка: $A = 0,0748$, $\alpha = 0,2$, $\beta = 0,048$. Сейсмическое воздействие принято в виде мгновенного смещения $w_0 = 0,007$ м, его направление по отношению к продольной оси подземного трубопровода составляет от 0 до 90°. Расчет произведен методом конечных разностей по пространству и по времени при явной схеме. Шаги сетки по пространству и времени приняты в безразмерном виде: $h = 1/N = 1/20$; $\tau = h^2/4$ [21, 22].

На рисунке 3 сплошная линия 1 соответствует вязкоупругому взаимодействию, а штрих-пунктирная 2 линейно вязкоупругому случаю с учетом накопленных повреждений. Из графиков видно, что в рассмотренных решениях между вязкоупругих (линия 1) и вязкоупругих с учетом накопления повреждаемости (линия 2) разница составляет до 10–15 %.

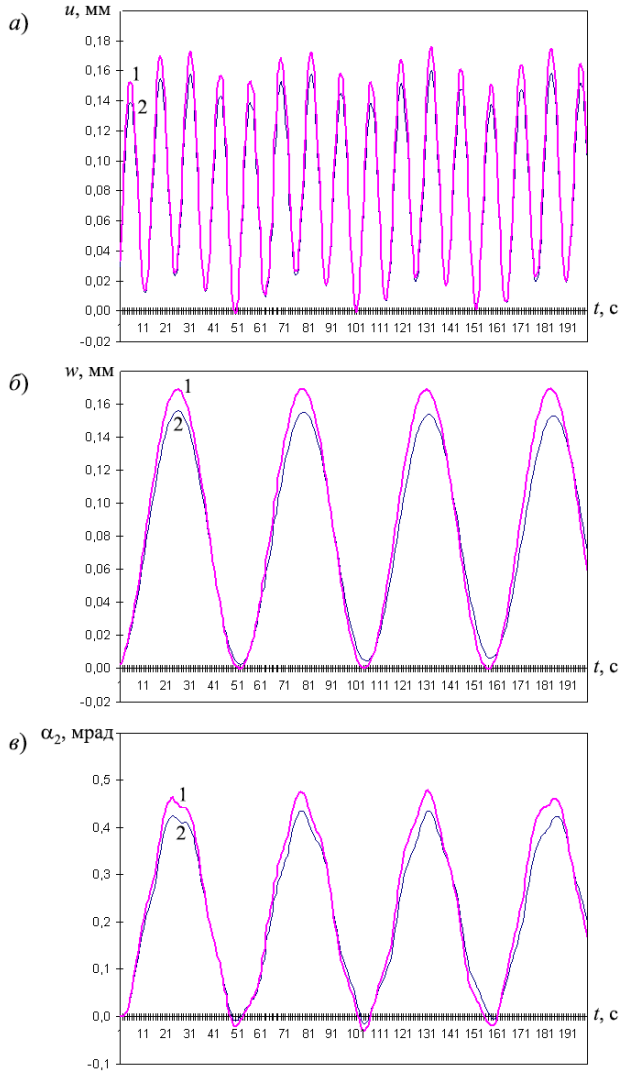


Рисунок 3 – Влияние вязкоупругости взаимодействия и поврежденности на кинетику расчётных величин: а) перемещения u ; б) прогиба w ; в) угла поворота α_2

Заключение. В работе получена система дифференциальных уравнений движения тонкостенных стержней – подземных трубопроводов в цилиндрических координатах. Сформированы краевые задачи для повторно-переменного нагружения с учетом обобщенного принципа Мазинга и повреждаемости материала. Приведены результаты расчета трубопровода с учетом взаимодействия с грунтом, продемонстрировавшие существенное изменение перемещений при совместном учете рассматриваемых факторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Москвитин, В. В.** Циклические нагрузки элементов конструкций / В. В. Москвитин. – М. : URSS, 2021. – 344 с.

2 Прочность конструкций при малоцикловом нагружении / Н. А. Махутов [и др.]. – М. : Наука, 1983. – 271 с.

3 **Гусенков, А. П.** Малоцикловая прочность оболочечных конструкций / А. П. Гусенков, Г. В. Москвитин, В. Н. Хорошилов. – М. : Наука, 1989. – 254 с.

4 **Киселев, А. Б.** Модели необратимого динамического деформирования и микроразрушения повреждаемых сред / А. Б. Киселев. // Упругость и неупругость : материалы Междунар. науч. симпозиума по проблемам механики деформ. тел, посвящ. 90-летию со дня рождения А. А. Ильюшина. – М. : Изд-во МГУ, 2001. – С. 381–383.

5 **Кукуджанов, В. Н.** Компьютерное моделирование деформирования, повреждаемости и разрушения неупругих материалов и конструкций / В. Н. Кукуджанов. – М. : МФТИ, 2008. – 215 с.

6 **Бондарь, В. С.** Термовязкопластичность. Теория и эксперимент / В. С. Бондарь // Упругость и неупругость : материалы Междунар. науч. симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвящ. 100-летию со дня рождения А. А. Ильюшина. – М. : Изд-во Московского университета, 2011. – С. 122–128.

7 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойных элементов конструкции на упругом основании / Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая, Д. В. Леоненко. – М. : Физматлит, 2006. – 379 с.

8 **Старовойтов, Э. И.** Циклическое нагружение упругопластических трёхслойных стержней с учетом их повреждаемости / Э. И. Старовойтов, А. Абдусаттаров, Н. Б. Рузиева // Узбекский журнал «Проблемы механики». – 2023. – № 1. – С. 66–74.

9 **Абдусаттаров, А.** Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : Ideal Press, 2023. – 381 с.

10 **Рашидов, Т. Р.** Сейсмостойкость подземных трубопроводов / Т. Р. Рашидов, Г. Х. Хожметов. – Ташкент : Фан, 1985. – 152 с.

11 **Рашидов, Т. Р.** Модели сейсмодинамики подземных сооружений при пространственном нагружении / Т. Р. Рашидов, Т. Юлдашев, А. Х. Маткаримов // Вестник ТашИИТ. – 2006. – № 1. – С. 66–74.

12 **Алешин, В. В.** Численный анализ прочности подземных трубопроводов / В. В. Алешин. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 320 с.

13 **Селезнев, В. Е.** Основы численного моделирования магистральных трубопроводов / В. Е. Селезнев, В. В. Алешин, С. Н. Прялов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : МАКС Пресс, 2009. – 436 с.

14 **Piriyev, S. A.** On mathematical modeling of the damageability of a cylindrically isotropic thick pipe in a complex stress state / S. A. Piriyev, T. V. Shirinov, A. B. Aliyev // *Mechanics*. – 2022. – Vol. 42, is. 7. – P. 24–31.

15 Development of the Kinetic Equation of the Groove Corrosion Process for Predicting the Residual Life of Oil-Field Pipelines / G. Popov [et al.] // *Energies*. – 2023. – Vol. 16, is. 20. – Article 7067.

16 Strain demand of elastic pipes subjected to permanent ground displacements using the finite difference method / Q. Zheng [et al.] // *Journal of Pipeline Science and Engineering*. – 2021. – Vol. 1, is. 2. – P. 176–186.

17 Mathematical models of deformation of underground pipelines interacting with the ground under spatial-variable loading / A. Abdusattarov [et al.] // *AIP Conference Proceedings*. – 2023. – Vol. 2612, is. 1. – Article 040015.

18 **Кабулов, В. К.** Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности / В. К. Кабулов. – Ташкент : Фан, 1966. – 394 с.

19 **Буриев, Т.** Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций / Т. Буриев. – Ташкент : Фан, 1986. – 244 с.

20 **Годунов С. К.** Разностные схемы (введение в теорию) / С. К. Годунов, В. С. Рябенский. – М. : Наука, 1977. – 440 с.

21 **Абдусаттаров, А.** Уравнение движения подземных магистральных трубопроводов при пространственно-переменном упругопластическом нагружении / А. Абдусаттаров, А. И. Исомиддинов, Н. Б. Рузиева // *Современная архитектура, прочность зданий и сооружений, надежность и проблемы сейсмической безопасности : материалы Респ. науч.-практ. конф.* – Наманган : НамИСИ, 2021. – С. 135–137.

22 **Рузиева, Н. Б.** Нелинейное деформирование подземных трубопроводов при циклическом нагружении / Н. Б. Рузиева, А. Абдусаттаров // *Проблемы безопасности на транспорте : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф.* ; под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2021. – Ч. 2. – С. 181–183.

A. ABDUSATTAROV, N. B. RUZIEVA

Tashkent State Transport University, Tashkent, Uzbekistan

DEFORMATION OF UNDERGROUND PIPELINES-RODS UNDER VARIABLE LOADING, TAKING INTO ACCOUNT THE DAMAGEABILITY AND INTERACTION WITH SOIL

The paper presents a mathematical model for interacting underground pipeline-rods and the soil that takes into account the material damageability. Based on the deformation theory and the Hamilton – Ostrogradsky variational principle, a system of differential equations of pipeline-rod motion (equilibrium) under variable loading is obtained and the boundary value problems are formulated. A method for calculating pipelines under dynamic loading is presented, taking into account viscoelastic interaction with the soil. The formulation of a solution to a system of differential equations is carried out considering the specified boundary and initial conditions and using a difference scheme of the second order accuracy. There is presented the example where the vibrations of an underground pipe are considered, taking into account its viscoelastic interaction with the soil and its damageability.

Keywords: variable loading, viscoelasticity, plasticity, variation principle, damageability, interactions with soil.

Получено 31.10.2023