9 **Vakhneev, S.** Damping of circular composite viscoelastic plate vibration under neutron irradiation / Journal of Applied Engineering Science. – 2020. – 18(4). – P. 699–704.

10 **Pronina, P. F.** Study of the radiation situation in Moscow by investigating elastoplastic bodies in a neutron flux taking into account thermal effects / P. F. Pronina, O. V. Tushavina, E. I. Starovoitov // Periódico Tchê Química. – 2020. – Vol. 17, no. 35. – P. 753–764.

11 **Захарчук, Ю. В.** Перемещения в круговой трехслойной пластине со сжимаемым заполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2017. – № 10. – С. 55–66.

12 **Захарчук, Ю. В.** Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины со сжимаемым заполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – № 11. – С. 80–87.

13 **Леоненко, Д. В.** Напряженно-деформированное состояние физически нелинейной трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым заполнителем / Д. В. Леоненко, А. С. Зеленая // Механика машин, механизмов и материалов. – 2018. – № 2 (43). – С. 77–82.

14 **Козел, А. Г.** Деформирование круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2017. – № 32. – С. 235–240.

15 **Козел, А. Г.** Решение задачи об изгибе упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2019. – № 34. – С. 165–171.

16 **Нестерович, А. В.** Радиальное и тангенциальное неосесимметричное нагружение круговой трехслойной пластины / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – 2020. – № 13. – С. 116–121.

17 **Нестерович, А. В.** Неосесимметричное нагружение трехслойной круговой пластины в своей плоскости / А. В. Нестерович // Теоретическая и прикладная механика. – 2020. – № 35. – С. 246–252.

18 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no 4. – P. 1023–1029.

УДК 625.8

ИЗГИБ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ МОМЕНТНОЙ УПРУГОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДВУХ УПРОЩАЮЩИХ ГИПОТЕЗ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНОЙ НАГРУЗКИ

Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ
Московский авиационный институт (НИУ),
МГУ им. М. В. Ломоносова, Российская Федерация

ДО НГОК ДАТ
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Рассматривается нестационарный изгиб изотропных пластин в прямоугольной декартовой системе координат Ox_1x_2. Процедура получения общих уравнений движения для этого случая рассмотрена в [1]. Там же приведены уравнения при использовании гипотезы об отсутствии обжатия. Для дальнейшего упрощения дополнительно применяется применятся гипотеза Кирхгофа – Лява [2, 3]. При этом уравнения движения и физические соотношения имеют вид

$$\ddot{w} = -r^2\Delta\Delta w + 4\alpha\left(\Delta w + \frac{\partial\omega_1}{\partial x_2} - \frac{\partial\omega_2}{\partial x_1}\right) + p, \ddot{\omega}_1 = \gamma_2^{-2}\Delta\omega_1 + c_{02}\frac{\partial\theta_\omega}{\partial x_1} - 4\alpha\upsilon\left(\omega_1 - \frac{\partial w}{\partial x_2}\right) + \tilde{m}_{M1},$$
$$\ddot{\omega}_2 = \gamma_2^{-2}\Delta\omega_2 + c_{02}\frac{\partial\theta_\omega}{\partial x_2} - 4\alpha\upsilon\left(\omega_2 + \frac{\partial w}{\partial x_1}\right) + \tilde{m}_{M2}, \theta_\omega = \frac{\partial\omega_1}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega_2}{\partial x_2}; \tag{1}$$

$$M_{11} = -\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \kappa\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}\right), M_{22} = -\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + \kappa\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right), M_{12} = M_{21} = -2\gamma_1^{-2}\frac{\partial^2 w}{\partial x_1\partial x_2},$$
$$T_{13} = -T_{31} = 2\alpha\left(\frac{\partial w}{\partial x_1} + \omega_2\right), T_{23} = -T_{32} = 2\alpha\left(\frac{\partial w}{\partial x_2} - \omega_1\right), R_{11} = \gamma_0^{-2}\gamma_2^2\frac{\partial\omega_1}{\partial x_1} + \eta_2\frac{\partial\omega_2}{\partial x_2}, \tag{2}$$
$$R_{22} = \gamma_0^{-2}\gamma_2^2\frac{\partial\omega_2}{\partial x_2} + \eta_2\frac{\partial\omega_1}{\partial x_1}, R_{12} = \frac{\partial\omega_2}{\partial x_1} + \eta\frac{\partial\omega_1}{\partial x_2}, R_{21} = \frac{\partial\omega_1}{\partial x_2} + \eta\frac{\partial\omega_2}{\partial x_1}, N_\omega = \eta_2\theta_\omega.$$

Здесь использованы следующие безразмерные величины (при одинаковом начертании величин они обозначены штрихом, который в (1), (2) и последующем изложении опущен):

$$x_i'=\frac{x_i}{L},\tau=\frac{c_1 t}{L},w'=\frac{w}{L},r'=\frac{r}{L},p'=\frac{pL}{h(\lambda+2\mu)},r^2=I/h,I=h^3/12,\tilde{m}_{Mi}'=\frac{\tilde{m}_{Mi}L^2}{h},T_{kl}'=\frac{T_{kl}}{h(\lambda+2\mu)},$$

$$M_{kl}'=\frac{M_{kl}L}{I(\lambda+2\mu)},R_{kl}'=\frac{R_{kl}L}{h(\gamma+\varepsilon)},N_\omega'=\frac{N_\omega L}{h(\gamma+\varepsilon)},\gamma_0^2=\frac{c_1^2}{c_4^2},\ \gamma_1^2=\frac{c_1^2}{c_2^2},\ \gamma_2^2=\frac{c_1^2}{c_3^2},c_1=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}},c_2=\sqrt{\frac{\mu}{\rho}},$$

$$c_3=\sqrt{\frac{\gamma+\varepsilon}{J}},\ c_4=\sqrt{\frac{\beta+2\gamma}{J}},\ \alpha'=\frac{\alpha}{\lambda+2\mu},\ \eta=\frac{\gamma-\varepsilon}{\gamma+\varepsilon},\eta_1=\frac{\gamma}{\gamma+\varepsilon},\ \eta_2=\frac{\beta}{\gamma+\varepsilon},\upsilon=\frac{\rho L^2}{J},\ \kappa=\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}=1-\frac{2}{\gamma_1^2}.$$

Здесь w нормальное перемещение; ω_i – координаты вектора угла вращения за счет моментных свойств среды; t – время; ρ и J – плотность и массовая мера инерции при вращении материала пластины; $\lambda,\ \mu$ − упругие постоянные Ламе; $\alpha,\ \beta, \gamma,\ \varepsilon$ − дополнительные физические параметры среды при наличии моментных эффектов; p – нормальное давление; $\tilde{m}_{Mi}$ – координаты внешнего поверхностного момента; L – характерный размер; h – толщина оболочки; T_{i3}, T_{3i} и M_{ij} – внутренние силовые и моментные характеристики, инициированные тензором напряжений, а R_{ij}, N_ω – аналогичные величины, соответствующие тензору моментных напряжений.

Полагаем, что пластина прямоугольная: $0\le x_1\le a, 0\le x_2\le b$. На ее границах имеют место условия обобщенного шарнирного опирания:

$$w\big|_{x_1=0,a}=w\big|_{x_2=0,b}=0,M_{11}\big|_{x_1=0,a}=0,M_{22}\big|_{x_2=0,b}=0,R_{12}\big|_{x_1=0,a}=0,R_{21}\big|_{x_2=0,b}=0. \qquad (3)$$

Начальные условия нулевые. Тезисно решение такой задачи изложено в [4]. Кинематические параметры и внешние нагрузки представляются в виде рядов

$$w=\sum_{m.n=1}^{\infty}w_{mn}(\tau)\sin a_m x_1\sin b_n x_2, a_m=\frac{\pi m}{a},b_n=\frac{\pi n}{b},\ p=\sum_{m.n=1}^{\infty}p_{mn}(\tau)\sin a_m x_1\sin b_n x_2,$$

$$\omega_1=\sum_{m.n=1}^{\infty}\omega_{1mn}(\tau)\sin a_m x_1\cos b_n x_2,\omega_2=\sum_{m.n=1}^{\infty}\omega_{2mn}(\tau)\cos a_m x_1\sin b_n x_2, \qquad (4)$$

$$\tilde{m}_{M1}=\sum_{m.n=1}^{\infty}\tilde{m}_{M1mn}(\tau)\sin a_m x_1\cos b_n x_2,\tilde{m}_{M2}=\sum_{m.n=1}^{\infty}\tilde{m}_{M2mn}(\tau)\cos a_m x_1\sin b_n x_2.$$

При этом граничные условия (3) выполняются.

Подставляя ряды (4) в уравнения (1), получаем систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\mathbf{A}_{mn}\ddot{\mathbf{X}}_{mn}=-\mathbf{B}_{mn},\mathbf{A}_{mn}=\left(a_{mnij}\right)_{3\times3},\mathbf{X}_{mn}=\left(w_{mn},\omega_{1mn},\omega_{2mn}\right)^T,\mathbf{B}_{mn}=\left(p_{mn},\tilde{m}_{M1mn},\tilde{m}_{M2mn}\right)^T,$$

где

$$a_{mn11}=\left(a_m^2+b_n^2\right)\left[r^2\left(a_m^2+b_n^2\right)+4\alpha\right],a_{mn12}=4\alpha b_n,a_{mn13}=-4\alpha a_m,$$

$$a_{mn31}=4\alpha\upsilon a_m,a_{mn33}=\gamma_2^{-2}a_m^2+\gamma_0^{-2}b_n^2+4\alpha\upsilon,$$

$$a_{mn21}=-4\alpha\upsilon b_n,a_{mn22}=\gamma_0^{-2}a_m^2+\gamma_2^{-2}b_n^2+4\alpha\upsilon,a_{mn23}=a_{mn32}=c_{02}a_m b_n.$$

Решение соответствующей задачи Коши с нулевыми начальными условиями проводится численно либо с помощью преобразования Лапласа.

Ряды (4) заменяются частичными суммами с верхним пределом суммирования, который определяется следующим неравенством:

$$\left\|f_{N+1,N+1}(x_1,x_2,\tau)\right\|=\max_{0\le x_1\le a,0\le x_2\le b,\tau\in[0,T]}\left|f_{N+1,N+1}(x_1,x_2,\tau)\right|<\varepsilon,$$

где ε – заданная точность, а величина T определяет рассматриваемый диапазон изменения времени.

Рассмотрены примеры расчетов при наличии сосредоточенной в точке (x_{10},x_{20}), где $0<x_{10}<a, 0<x_{20}<b$, нагрузки следующего вида: $p=\delta(x_1-x_{10},x_2-x_{20})H(\tau),\tilde{m}_{M1}=\tilde{m}_{M2}=0$, где

$\delta(x_1, x_2)$ и $H(\tau)$ – дельта-функция Дирака и функция Хевисайда [6, 7]. Материал пластины – композит из алюминиевой дроби в эпоксидной матрице [5].

Результаты расчетов здесь не приводятся в силу ограниченности места.

Список литература

1 **Тарлаковский, Д. В.** Начально-краевые задачи для моментных упругих пластин / Д. В. Тарлаковский, Куок Чиен Май // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XII Междунар. научн.-практ. конф., посвящ. 160-летию Бел. ж. д.: в 2 ч., Гомель, 24–25 ноябр. 2022 г. / под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2022. – Ч. 2. – С. 262–263.

2 **Михайлова, Е. Ю.** Обобщенная линейная модель динамики тонких упругих оболочек / Е. Ю. Михайлова, Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки. – 2018. – Т. 160. – Кн. 3. – С. 561–577.

3 **Михайлова, Е. Ю.** Общая теория упругих оболочек : учеб. пособие / Е. Ю. Михайлова, Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков. – М. : Изд-во МАИ, 2018ю – 112 с.

4 **До, Нгок Дат.** Нестационарный изгиб шарнирно опертой моментной упругой прямоугольной пластины – простейшая модель / Нгок Дат До, Д. В. Тарлаковский // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXIX Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова. – Т. 1. – М. : ООО «ТРП», 2023. – С. 102.

5 **Ерофеев, В. И.** Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой / В. И. Ерофеев. – М. : Изд-во МГУ, 1999. – 328 с.

УДК 539.3:624.131

ИЗМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СЛАБОСВЯЗНЫХ ГРУНТОВ ПРИ ТЕХНОГЕННОМ ПОДТОПЛЕНИИ

Е. Ю. ТРАЦЕВСКАЯ
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

В процессе эксплуатации инженерных сооружений происходят изменения состояния их естественных оснований, что обусловливает изменения физико-механических свойств грунтов, в том числе и динамических. В результате могут происходить неравномерные деформации зданий и сооружений. Одним из основных видов техногенных воздействий на геологическую среду являются вибродинамические нагрузки, возникающие при строительстве и эксплуатации инженерных сооружений. Такие нагрузки могут приводить к изменению физико-механических свойств грунтов оснований и тем самым влиять на состояние инженерных объектов.

При эксплуатации инженерных сооружений могут происходить нарушения водного и теплового балансов, химическое и электромагнитное загрязнения и изменения напряженно-деформированного состояния грунтов активной зоны. Эти изменения в свою очередь могут оказать влияние на динамические свойства грунтов.

Ранее проводились теоретические исследования физико-механических свойств дисперсных грунтов [1–7]. Экспериментальное определение характеристик устойчивости и пластичности различного вида грунтов отражено в публикациях [8–11].

Испытания грунтов проводились в лабораторных условиях. Были определены ускорения, возникающие в грунте при определенном ускорении возмущающей силы; вертикальные деформации грунтов необратимого характера при компрессионных испытаниях в статическом и динамическом режимах нагружения образцов. При виброкомпрессионном уплотнении грунта использовали металлическую обойму диаметром 152 мм и высотой 410 мм, жестко закрепленную на вибростоле вибрационного электродинамического стенда.

Статическое зондирование является одним из наиболее эффективных, перспективных и динамично развивающихся полевых экспресс-методов изучения состава, строения, состояния и механических свойств дисперсных грунтов. Этот метод применяют для количественной оценки характеристик физико-механических свойств грунтов (плотности, модуля деформации, угла внутреннего трения и сцепления грунтов и др.). К основным характеристикам относятся удельные сопротивления грунта под наконечником зонда (q_c, МПа) и на участке боковой поверхности зонда ($f_з$, кПа), показатель трения (R_f, %).