

Список литературы

- 1 Шмурак, И. Л. О тенденциях в области шинного корда и его обработки / И. Л. Шмурак // Проблемы шин и резино-кордных композитов : сб. тр. XXII симпозиума. – М. : НИИШП, 2011. – Т. 2. – С. 205–211.
- 2 Ferreira da Cruz, A. D. Influence of Cord Design on Mechanical Properties of Tire Cords / A. D. Ferreira da Cruz: Master's Thesis. – FEUP, Departamento de Engenharia Química, 2014. – 81 p.
- 3 Performance Evaluation of Cord Material Models Applied to Structural Analysis of Tires / N. Korunović [et al.] // Composite Structures. – 2019. – Vol. 224. – DOI : 10.1016/j.compstruct.2019.111006
- 4 Экспериментальное определение упругих и вязкоупругих характеристик шинных резин / С. В. Шилько [и др.] // Теоретическая и прикладная механика : междунар. н/т сб. / Белор. нац. техн. ун-т ; редкол. : Ю. В. Василевич (пред. редкол., гл. ред.). – Минск : БНТУ, 2022. – Вып. 36. – С. 114–117.
- 5 ASTM D 885. Conditioned Fibers and Cords Test. Standard Test Methods for Tire Cords, Tire Cord Fabrics, and Industrial Filament Yarns Made from Manufactured Organic-Base Fibers. – US : ASTM Int., 2014. – 31 p.

УДК 539.31

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ ЧОУ НА УПРУГО-ИНЕРЦИОННОМ ОСНОВАНИИ

Д. О. СЕРДЮК, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ

Московский авиационный институт (НИИ);

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Российская Федерация

Объектом исследования является тонкая пластина с постоянной толщиной h и плотностью ρ . Пластина связана с двухпараметрическим основанием, характеризующимся коэффициентом жёсткости основания c и массовым коэффициентом m_f . Материал пластины упругий и анизотропный, с симметрией относительно срединной плоскости пластины – моноклинный тип симметрии упругой среды, для которой тензор упругих постоянных характеризуется тринадцатью независимыми упругими постоянными [1] $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{16}, c_{22}, c_{23}, c_{26}, c_{33}, c_{36}, c_{44}, c_{45}, c_{55}, c_{66}$.

В начальный момент времени $t = 0$ на пластину воздействует нестационарное нормальное давление $p(x_1, x_2, t)$ с переменной по координатам и времени амплитудой. Движение пластины рассматривается в прямоугольной системе координат $Ox_1x_2x_3$, плоскость Ox_1x_2 совпадает со срединной плоскостью пластины.

В качестве математической модели пластины приняты гипотезы Чоу [2]. Уравнения движения пластины Чоу построены из концепций балочной теории Тимошенко и включают эффекты поперечного сдвига и инерции вращения. В работе [2] исследована нестационарная динамика многослойной ортотропной пластины Чоу. В работе [3] представлены результаты сопоставления экспериментальных данных и расчетов для анизотропной пластины Чоу в случае действия импульсной нагрузки.

Ранее были построены и исследованы фундаментальные решения для анизотропных пластин по гипотезам Кирхгофа и теории Тимошенко [4, 5]. В настоящей работе построены фундаментальные решения для гомогенной анизотропной пластины Чоу на упруго-инерционном основании. Постановка задачи включает в себя уравнения движения в перемещениях, начальные условия и условия ограниченности решения на бесконечности:

$$\rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} (G_b + G_s) = hK_2 (G_s) + \delta(x_1, x_2) \delta(t) - cG_b - m_f \frac{\partial^2}{\partial t^2} (G_b + G_s),$$
$$\rho I \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 G_b}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 G_b}{\partial x_2^2} \right) = IK_1 (G_b) + hK_2 (G_s),$$
(1)

$$G_b|_{t=0} = \frac{\partial G_b}{\partial t}|_{t=0} = G_s|_{t=0} = \frac{\partial G_s}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad G_b|_{r \rightarrow \infty} = G_s|_{r \rightarrow \infty} = O(1), \quad r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}.$$
(2)

Дифференциальные операторы в (2) имеют следующий вид:

$$K_1 = c_{11} \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + c_{22} \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} + 2(c_{12} + 2c_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + 4c_{16} \frac{\partial^4}{\partial x_1^3 \partial x_2} + 4c_{26} \frac{\partial^4}{\partial x_1 \partial x_2^3}, K_2 = c_{55} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + c_{44} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}.$$

В (1), (2) $G_b = G_b(x_1, x_2, t)$ – фундаментальное решение для компоненты нормального перемещения от изгиба пластины; $G_s = G_s(x_1, x_2, t)$ – фундаментальное решение для компоненты нормального перемещения от сдвига пластины, $\delta(x_1, x_2)$ и $\delta(t)$ – дельта-функции Дирака; $I = h^3 / 12$ – погонный момент инерции. Из постановки задачи (1), (2) видно, что анизотропная пластина Чоу включает в свои соотношения 8 независимых компонент тензора упругих постоянных.

Для решения задачи (1), (2) использованы интегральное преобразование Фурье по пространственным координатам x_1, x_2 и интегральное преобразование Лапласа по времени t :

$$f^{FL}(q_1, q_2, s) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty f(x_1, x_2, t) e^{i(q_1 x_1 + q_2 x_2) - st} dx_1 dx_2 dt.$$

Оригиналы по Лапласу построены с применением второй теоремы разложения для интегрального преобразования Лапласа. Оригиналы по Фурье построены с использованием связи ряда Фурье с интегралом обращения Фурье на переменном интервале. В результате этого построены новые фундаментальные решения для анизотропной пластины Чоу, связанной с упруго-инерционным основанием:

$$G_b(x_1, x_2, t) = \frac{1}{4c_*^2 t^2} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M G_b^F(\lambda_{1n}, \lambda_{2m}, t) e^{-i(\lambda_{1n} x_1 + \lambda_{2m} x_2)},$$

$$G_s(x_1, x_2, t) = \frac{1}{4c_*^2 t^2} \sum_{p=-P}^P \sum_{q=-Q}^Q G_s^F(\lambda_{1p}, \lambda_{2q}, t) e^{-i(\lambda_{1p} x_1 + \lambda_{2q} x_2)}. \quad (3)$$

В соотношениях (3):

$$G_b^F(q_1, q_2, t) = -\frac{R_1}{\rho h + m_f} (f_1(q_1, q_2) \sin(\alpha t) + f_2(q_1, q_2) \sin(\beta t)),$$

$$G_s^L(q_1, q_2, t) = \frac{1}{\rho h + m_f} (g_1(q_1, q_2) \sin(\alpha t) + g_2(q_1, q_2) \sin(\beta t)),$$

$$\lambda_{1n} = \frac{\pi n}{c_* t}, \lambda_{2m} = \frac{\pi m}{c_* t}, \lambda_{1p} = \frac{\pi p}{c_* t}, \lambda_{2q} = \frac{\pi q}{c_* t}, c_* = \sqrt{c_{66} / \rho},$$

$$f_1 = \frac{1}{\alpha^3 - \alpha \beta^2}, f_2 = \frac{1}{\beta^3 - \beta \alpha^2}, g_1 = \frac{\alpha^2 - R_2}{\alpha^3 - \alpha \beta^2}, g_2 = \frac{\beta^2 - R_2}{\beta^3 - \beta \alpha^2}, \alpha = \alpha(q_1, q_2) = \sqrt{\frac{R_3 - \sqrt{D}}{2}},$$

$$\beta = \beta(q_1, q_2) = \sqrt{\frac{R_3 + \sqrt{D}}{2}}, R_1 = \frac{12Q_1}{Q_2 \rho h^2}, R_2 = \frac{Q_3}{Q_2 \rho}, R_3 = R_1 + R_2 + \frac{Q_1 h}{\rho h + m_f}, R_4 = \frac{R_1 c + R_2 Q_1 h}{\rho h + m_f},$$

$$Q_1 = c_{55} q_1^2 + c_{44} q_2^2, Q_2 = q_1^2 + q_2^2, Q_3 = c_{11} q_1^4 + c_{22} q_2^4 + 2(c_{12} + 2c_{66}) q_1^2 q_2^2 + 4c_{16} q_1^3 q_2 + 4c_{26} q_1 q_2^3.$$

В качестве примера на рисунке 1 представлены фундаментальное решение для компоненты нормального перемещения от изгиба пластины $G_b(x_1, x_2, t)$ и фундаментальное решение для компоненты нормального перемещения от сдвига пластины $G_s(x_1, x_2, t)$ в момент времени $t = 8$ мс для пластины толщиной $h = 4,1$ мм, выполненной из углепластика [3] с плотностью $\rho = 1957$ кг/м³ и следующими упругими постоянными:

$$c_{11} = 23.51, c_{12} = 1.74, c_{16} = 0.88, c_{22} = 14.63, c_{26} = -3.54, c_{44} = 4.44, c_{55} = 4.22, c_{66} = 8.88.$$

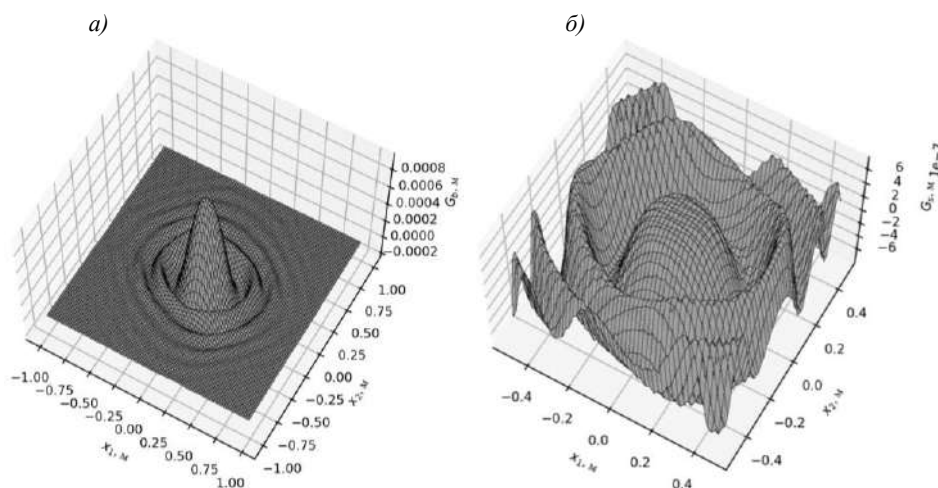


Рисунок 1 – Фундаментальные решения для пластины Чоу из углепластика на упруго-инерционном основании в момент времени 8 мс:

a – функция $G_b(x_1, x_2, t)$; b – функция $G_s(x_1, x_2, t)$

Представленные на рисунке 1 результаты демонстрируют асимметричный характер распространения возмущений, что согласуется с моделью симметрии упругой среды. Видно, что сдвиг пластины вносит существенно меньший вклад в нормальное перемещение по отношению к вкладу от изгиба пластины.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ проект №20-19-00217.

Список литературы

- 1 Тарлаковский, Д. В. Общие соотношения и вариационные принципы математической теории упругости : учеб. пособие / Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков. – М. : Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. – 112 с.
- 2 Chow, T. S. On the Propagation of Flexural Waves in an Orthotropic Laminated Plate and Its Response to an Impulsive Load / T. S. Chow // Journal of Composite Materials. – 1971. – Vol. 5, is. 3. – P. 306–319. – DOI : 10.1177/002199837100500302.
- 3 Fallstrom, K. E. Transient Bending Wave Propagation in Anisotropic Plates / K. E. Fallstrom, O. Lindblom // J. Appl. Mech. – 1998. – 65(4). – P. 930–938. – DOI : 10.1115/1.2791937.
- 4 Макаревский, Д. И. Волны в анизотропной пластине Тимошенко большой протяженности / Д. И. Макаревский, Д. О. Сердюк, Г. В. Федотенков // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2023. – Т. 29, № 1. – С. 54–68. – DOI : 10.33113/mkmk.ras.2023.29.01.04
- 5 Сердюк, А. О. Фундаментальное решение для анизотропной пластины на инерционном основании / А. О. Сердюк, Д. О. Сердюк, Г. В. Федотенков // Проблемы прочности и пластичности. – 2022. – Т. 84, № 4. – С. 523–535. – DOI : 10.32326/1814-9146-2022-84-4-523-535.

УДК 539.422.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ГРАДА НА ПЛАСТИНУ ИЗ ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Т. А. СОКОЛОВА, М. И. МАРТИРОСОВ, А. В. ХОМЧЕНКО
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Полимерные композиционные материалы (ПКМ) широко применяются в различных отраслях промышленности. Из ПКМ, в частности, изготавливаются силовые элементы авиаконструкций.

В настоящее время в нашей стране и за рубежом экспериментально и теоретически наряду с положительными свойствами ПКМ (малая плотность, высокая удельная прочность и жесткость, высокая износостойкость, сопротивление усталости, малый коэффициент температурного расширения, стойкость к химическим агрессивным средам, демпфирующая способность, высокая интегрированность и т. д.) подтверждены и некоторые их особенности отрицательного характера:

– повышенное (по сравнению с традиционными металлическими конструкционными материалами) рассеивание механических характеристик;