

Согласно вариационному методу Лагранжа были получены уравнения равновесия рассматриваемой пластины с учетом терморadiационного поля. Система дифференциальных уравнений в переменных

$$L_2(u_r^{(n)}) + \frac{a_3}{a_1 x^2} u_{r, \varphi\varphi}^{(n)} + \frac{a_2 + a_3}{a_1 x} u_{\varphi, \varphi x}^{(n)} - \frac{a_1 + a_3}{a_1 x^2} u_{\varphi, \varphi}^{(n)} = \frac{r_0^2}{a_1} (-P_r + P_{r\omega}^{(n-1)}),$$

$$L_2(u_\varphi^{(n)}) + \frac{a_2 + a_3}{a_3 x} u_{r, x\varphi}^{(n)} + \frac{a_1}{a_3 x^2} u_{\varphi, \varphi\varphi}^{(n)} + \frac{a_1 + a_3}{a_3 x^2} u_{r, \varphi}^{(n)} = \frac{r_0^2}{a_3} (-P_\varphi + P_{\varphi\omega}^{(n-1)}),$$

где n – номер приближения; a_i – коэффициенты, определяемые модулями упругости материалов и толщины слоев при стационарной температуре T ; L_2 – оператор Бесселя; $P_{r\omega}^{(n-1)}$, $P_{\varphi\omega}^{(n-1)}$ – дополнительные нагрузки, являющиеся добавками на нелинейность материалов слоев пластины.

Полученные решения позволяют исследовать напряженно-деформированное состояние круглых трехслойных пластин при неосесимметричных нагрузках в терморadiационных полях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект T22M-072).

Список литературы

- 1 **Маркова, М. В.** Механико-математическая модель деформирования трехслойной пластины ступенчато-переменной толщины при восприятии многократно-повторной нагрузки / М. В. Маркова // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XII Междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 24–25 ноября, 2022 г. – Гомель : БелГУТ, 2022. – Ч. 2. – С. 209–211.
- 2 **Леоненко, Д. В.** Напряженно-деформированное состояние физически нелинейной трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем / Д. В. Леоненко, А. С. Зеленая // Механика машин, механизмов и материалов. – 2018. – № 2 (43). – С. 77–82.
- 3 **Козел, А. Г.** Термоупругий изгиб круговой трехслойной пластины, связанной с основанием Пастернака / А. Г. Козел // Проблемы физики, математики и техники. – 2022. – № 2 (51). – С. 31–37.
- 4 **Нестерович, А. В.** Термоупругий изгиб круговой слоистой пластины со сжимаемым наполнителем / А. В. Нестерович, Ю. В. Шафиева // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVIII Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова, Кременки, 16–20 мая 2022 г. – М. : ТР-принт, 2022. – Т. 2. – С. 86–88.
- 5 **Старовойтов, Э. И.** Неосесимметричное нагружение упругопластической трехслойной пластины в своей плоскости / Э. И. Старовойтов, А. В. Нестерович // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2022. – № 2. – С. 57–69.

УДК 625.1.001.891.573

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ КРИВОЙ СКАТЫВАНИЯ ВАГОНОВ ПО ПРОДОЛЬНОМУ ПРОФИЛЮ СОРТИРОВОЧНОЙ ГОРКИ

С. П. НОВИКОВ А. К. ГОЛОВНИЧ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Спускная часть сортировочной горки рассматривается как последовательность участков соответствующих длин с уменьшающимися по значениям уклонами от скоростного до нулевого. Отсутствие удобного для использования математического выражения кривой скатывания приводит к необходимости конструирования продольного профиля горки по условию прохода очень плохого бегуна до расчетной точки при неблагоприятных условиях скатывания и минимальной скорости надвига. В результате методика оценки качества проектируемого продольного профиля оказывается достаточно сложной, так как расчет достигаемых скоростей и интервалов между отцепами необходимо выполнять методами моделирования.

Известно, что кривой, обеспечивающей кратчайшее время скатывания материального тела из одной точки в другую, является брахистохрона, представляющая собой для профиля сортировочной горки пологую кривую переменной кривизны с расчетом значения достигаемой высоты тела h при скатывании от проекции пройденного расстояния L . Так как уравнение брахистохроны не может быть представлено в виде разделяющихся переменных h и L , то для практических расчетов целесообразно получить удобные аналитические аппроксимации с достаточным приближением к брахистохроне.

Пусть проектируемый профиль с аппроксимацией по брахистохроне определяется участком пути между точками A и B и начинается с некоторой точки A после горба горки (рисунок 1).

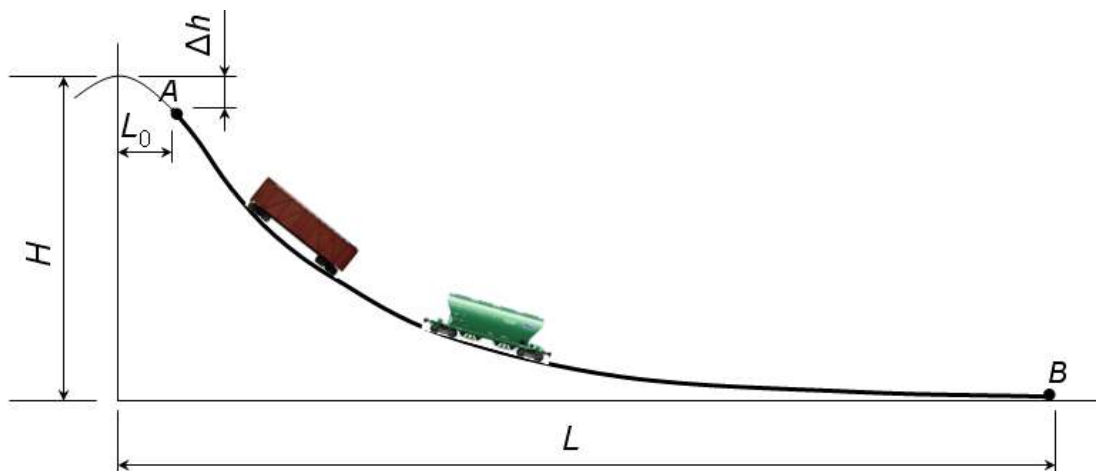


Рисунок 1 – Выделение участка спускной части сортировочной горки для аналитического описания кривой

В качестве модели поверхности скатывания отцепов с сортировочной горки предлагается выбрать участок циклоиды, поскольку она является брахистохроной. Рассмотрим реализацию модели для горок с координатами точек $A(x_0, y_0)$ и $B(x_1, y_1)$.

Уравнение циклоиды можно получить в параметрическом виде:

$$x = a(t - \sin t); \quad y = a(1 - \cos t).$$

Чтобы участок циклоиды начинался в точке $A(x_0, y_0)$, нужно совершить параллельный перенос начала кривой $(x(t_0); y(t_0)) = (a(t_0 - \sin t_0); a(1 - \cos t_0))$ в эту точку. При этом уравнения кривой примут вид

$$x(t) = a(t - \sin t) - a(t_0 - \sin t_0); \quad y(t) = -a(1 - \cos t) + a(1 - \cos t_0) + y_0 = a(\cos t - \cos t_0) + y_0.$$

Нижняя точка кривой должна находиться в точке $B(x_1, y_1)$: $x_1 = a(t_1 - \sin t_1) - a(t_0 - \sin t_0)$; $y_1 = a(\cos t_1 - \cos t_0) + y_0$. При фиксированном t_1 получим систему двух уравнений с двумя неизвестными для нахождения требуемых значений a и t_0 .

В качестве примера рассмотрим случай, когда нижняя точка спуска совпадает с вершиной циклоиды для горки высотой 3 м ($y_0 = 3$) и длиной 300 м ($x_1 = 300$). Тогда $a \approx 3750$, $t_0 = 3,1016$. График получившегося участка циклоиды представлен на рисунке 2.

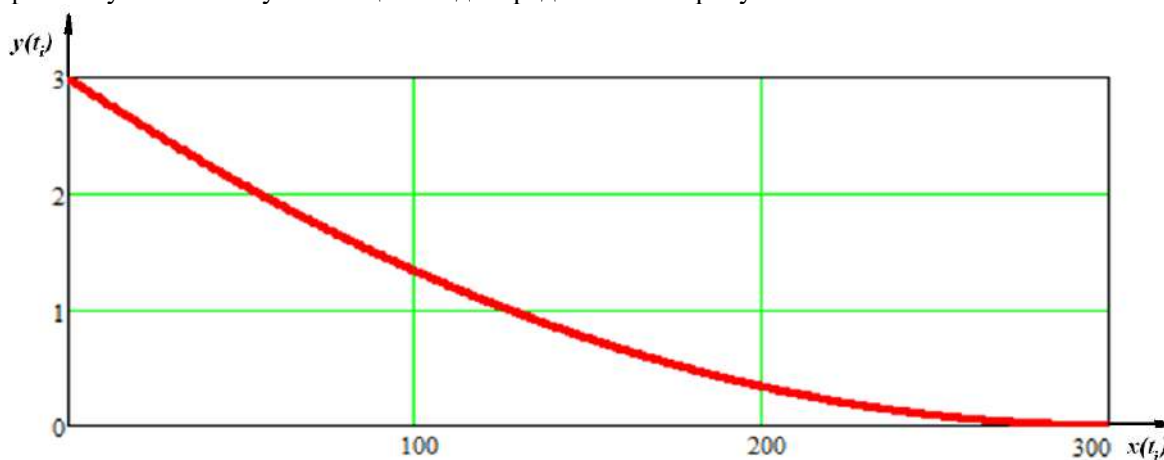


Рисунок 2 – Профиль скатывания вагонов по циклоиде

Сравнение расчетных уклонов с рекомендуемыми по нормам проектирования горок средней мощности (с высотой 3–3,5 м) на характерных интервалах скатывания представлено в таблице 1.

Таблица 1 – Значения уклонов по модели и рекомендуемые нормативами проектирования горок

Показатель	Значение							
	0–35	35–85	5–115	115–145	145–175	175–255	255–270	270–300
Расстояние скатывания вагонов по проекции от точки А, м	0–35	35–85	5–115	115–145	145–175	175–255	255–270	270–300
Уклоны модельной горки, ‰	18–20	14–18	12–14	10–12	8–10	5–8	2–5	0,1–2
Требуемые рекомендации по значениям уклонов, ‰	35–40	15–25	12–20	10–15	7–10	1–2,5	1–1,5	0,5–1

Сравнение модельного и канонического профилей горки показывает, что первый скоростной уклон в модельной горке, запроектированной по циклоиде, оказывается излишне пологим. Величина уклона на этом участке должна быть в 2 раза больше. Остальные участки продольного профиля модели в целом соответствуют требованиям.

Если по данному модельному профилю имитировать скатывание вагона (в первом приближении это стальной шар общей массой 50 тонн с равномерно распределенной плотностью массы по всему объему), то график изменения скорости скатывания шара по такой горке будет иметь вид, представленный на рисунке 3.

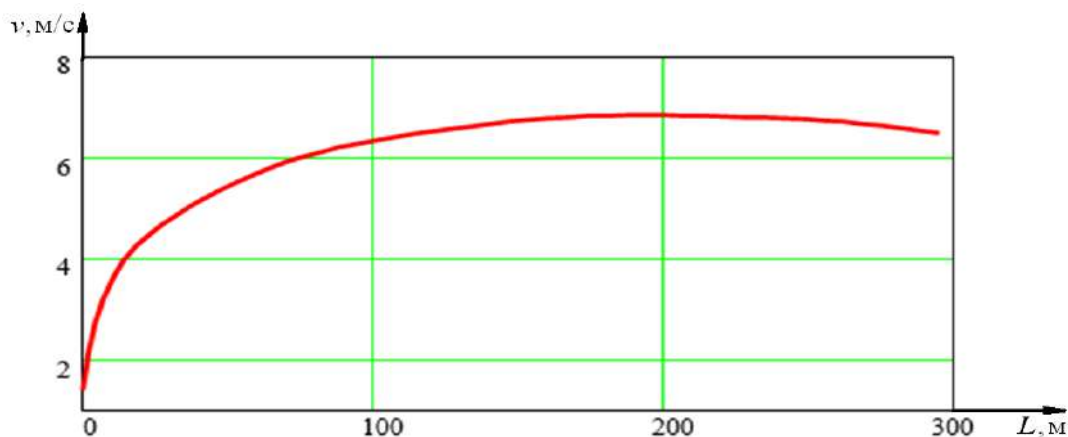


Рисунок 3 – График изменения скорости движения имитации вагона по циклоидальному профилю

Следует отметить, что данный график отражает движение материального тела без учета трения, которое существенно повлияет на скоростной режим вагона, особенно в начале пути скатывания, где величина первого скоростного уклона значительно ниже требуемого по нормативам проектирования сортировочной горки. Поэтому необходимо исследовать другие возможности аналитического описания продольного профиля горки.

Список литературы

- 1 Головнич, А. К. Моделирование процесса роспуска вагонов на адекватной трехмерной компьютерной реконструкции сортировочной горки / А. К. Головнич, С. П. Новиков, С. Ю. Чапский // Проблемы безопасности на транспорте : материалы X Междунар. науч.-практ. конф. В 5 ч. Ч. 3. – Гомель : БелГУТ, 2020. – С. 15–16.
- 2 Головнич, А. К. Исходная математическая модель и визуализация процесса интервального скатывания объектов с упругой поверхностью имитации сортировочной горки / А. К. Головнич, С. П. Новиков // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф. В 2 ч. Ч. 1. – Гомель : БелГУТ, 2021. – С. 15–16.
- 3 Новиков, С. П. Математическая модель скатывания простейших имитаций вагона с поверхности сортировочной горки / С. П. Новиков, А. К. Головнич // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XII Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 160-летию Бел. ж. д. В 2 ч. Ч. 2. – Гомель : БелГУТ, 2022. – С. 230–232.
- 4 Луговцов, М. Н. Проектирование сортировочных горок / М. Н. Луговцов, В. Я. Негрей. – Гомель : БелГУТ, 2005. – 170 с.