

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТОНКИХ БЕЗМОМЕНТНЫХ ОБОЛОЧЕК С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЯХ

А. С. КУРБАТОВ, С. И. ЖАВОРОНОК

ФГБУН Институт прикладной механики Российской академии наук, г. Москва

Металлические сплавы с эффектом памяти формы (СПФ) обладают рядом специфических свойств, обусловленных твердотельными фазовыми переходами между двумя устойчивыми фазами: мартенситной (М) с гранецентрированной кубической кристаллической решеткой и аустенитной (А) с объемноцентрированной кубической решеткой: способностью восстанавливать форму после неупругого деформирования, высокоамплитудными реактивными усилиями при $M \rightarrow A$ переходе, обратимыми деформациями формоизменения в пределах до 10 % в процессе $M \rightarrow A$ и $A \rightarrow M$ превращений и др. Фазовые превращения в СПФ протекают при нагреве или охлаждении сплавов через соответствующие диапазоны температур и изменении интенсивности напряжения [1]. Тонкостенные элементы, выполненные из СПФ, могут использоваться в качестве демпферов, сильфононов, актуаторов малой массы и других устройств, при этом полноценное использование перечисленных свойств СПФ требует обеспечения устойчивости деформирования; известно что элементы из СПФ склонны к потере устойчивости при аномально низких критических усилиях [2–7]. При этом устойчивость оболочек с памятью при неизотермических фазовых переходах [4] является наименее исследованной. Более того, отсутствует необходимая формулировка теории тонких оболочек из СПФ, основанная на наиболее адекватной модели термоупругих фазовых переходов [1, 8]. Известные решения получены в основном численно для толстостенных оболочек в осесимметричной постановке задачи [9]. Известные теории тонких оболочек с памятью [10, 11] основаны на концепции фазового перехода с разрывом параметра фазового состава на фронте фазового перехода, применимой только для монокристаллических СПФ [1] и не соответствующей экспериментальным данным [1].

Предложенная новая теория оболочек с памятью [12–15], претерпевающих неизотермические фазовые переходы, основана на формулировке задачи в обобщенных усилиях, не требующей аналитического [17, 18] или численного [5, 6] обращения инкрементальных определяющих уравнений [16]. В качестве первого приближения рассмотрена безмоментная теория тонких оболочек, претерпевающих $M \rightarrow A$ и $A \rightarrow M$ превращения при нагреве или охлаждении. Моделью оболочки является гладкая материальная поверхность S с метрикой $a_{\alpha\beta}$ и кривизной $b_{\alpha\beta}$, $\alpha, \beta = 1, 2$. В основу теории положена однократно связная модель термоупругих фазовых переходов [8], опирающаяся на введение скалярной переменной – средней по толщине оболочки объемной доли мартенситной фазы q . Приращение δq и приращение тангенциальной деформации $\delta \varepsilon_{\alpha\beta}$ в процессе фазового перехода определены инкрементальными соотношениями [15], линеаризованными относительно приращений средней по толщине температуры δT и тензора тангенциальных усилий $\delta N^{\alpha\beta}$, при этом, в дополнение к результатам работы [14], учтена зависимость точной верхней грани деформации формоизменения при фазовом переходе $\rho_D(s)$ от показателя напряженного состояния s . Инкрементальные уравнения приведены к безразмерной записи, проведен анализ величин различных членов уравнений и показано, что учет влияния показателя s в условиях безмоментного состояния оболочки из СПФ необходим при повышении интенсивности напряжений σ_i до некоторого порогового значения σ_0 , так как пренебрежение s при двухосном растяжении оболочки ($N_1 > 0$, $N_2 > 0$) приводит к завышению оценки амплитуд фазовых деформаций до 40 %. В то же время при малых σ_i / σ_0 влияние показателя напряженного состояния на амплитуду фазовой деформации незначительно. Получено в замкнутом виде аналитическое решение задачи о полных циклах фазовых превращений (т. е. из полностью аустенитного в полностью мартенситное состояние и обратно) в оболочках, находящихся в безмоментном состоянии. Также получены решения задач о неполных циклических фазовых переходах в безмоментных оболочках вращения с

различной формой образующей (цилиндре, сфере, конусе, торе и тороиде) при однородных и неоднородных полях внешних сил.

Предложенное решение задачи о безмоментном состоянии оболочек из СПФ может, во-первых, рассматриваться как частное решение задачи моментной теории оболочек из СПФ, а также использоваться при предварительном проектировании тонкостенных элементов с памятью формы.

Работа выполнена в рамках Государственного задания ИПРИМ РАН (№ 121112200124-1).

Список литературы

- 1 Краевые задачи механики для сплавов с памятью формы / А. А. Мовчан [и др.] // Ученые записки Казанского Университета – Сер.: Физико-математические науки. – 2015. – Т. 157, № 3. – С. 97–110.
- 2 Сильченко, Л. Г. Явление потери устойчивости при мартенситной неупругости / Л. Г. Сильченко // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2002. – Т. 8, № 2. – С. 161–169.
- 3 Устойчивость стержней из никелида титана, нагружаемых в режиме мартенситной неупругости / А. А. Мовчан [и др.] // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2012. – № 3. – С. 72–80.
- 4 Sil'chenko, L. G. Stability of a cylindrical shell made of a shape-memory alloy / L. G. Sil'chenko, A. A. Movchan, T. L. Sil'chenko // International Applied Mechanics. – 2014. – Vol. 50, no. 2. – P. 171–178.
- 5 Nushtaev, D. V. Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions / D. V. Nushtaev, S. I. Zhavoronok // IFAC-PapersOnline. – 2018. – P. 873–878.
- 6 Nushtaev, D. V. Abnormal buckling of thin-walled bodies with shape memory effects under thermally induced phase transitions / D. V. Nushtaev, S. I. Zhavoronok // Advanced Structured Materials. – 2019. – Vol. 110. – P. 493–524.
- 7 Мовчан, А. А. Экспериментальное исследование и теоретический анализ потери устойчивости пластин из никелида титана, обусловленной прямым термоупругим фазовым превращением под действием сжимающей нагрузки / А. А. Мовчан, С. А. Казарина, А. Л. Сильченко // Деформация и разрушение материалов. – 2023. – № 7. – С. 2–11.
- 8 Мовчан, А. А. Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях / А. А. Мовчан, И. А. Мовчан, Л. Г. Сильченко // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2010. – № 3. – С. 118–130.
- 9 Машинин, А. Е. Краевые задачи термомеханики для цилиндра и сферы из сплава с памятью формы / А. Е. Машинин, А. А. Мовчан // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 3. – С. 113–128.
- 10 Eremeyev, V. A. The nonlinear theory of elastic shells with phase transitions / V. A. Eremeyev, W. Pietraszkiewicz // Journal of Elasticity. – 2004. – Vol. 74, no. 1. – P. 67–86.
- 11 Pietraszkiewicz, W. Extended non-linear relations of elastic shells undergoing phase transitions / W. Pietraszkiewicz, V. Eremeyev, V. Konopinska // ZAMM. – 2007. – Vol. 7, no. 2. – P. 150–159.
- 12 Жаворонок, С. И. Об уравнениях совместности деформаций и постановках задач в обобщенных усилиях теории оболочек с фазово-структурными переходами / С. И. Жаворонок // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф. – 2021. – С. 130–132.
- 13 Zhavoronok, S. I. Constitutive relations and compatibility equations for thin shape memory alloy shells / S. I. Zhavoronok // AIP Conference Proceedings. – 2022. – Vol. 2611. – P. 100004.
- 14 Zhavoronok, S. I. On the incremental constitutive relations and compatibility equations for thin shape memory alloy shells undergoing non-isothermal phase transitions / S. I. Zhavoronok // Composites: Mechanics, Computations, Applications. – 2023. – Vol. 14, no. 1. – P. 1–27.
- 15 Kurbatov, A. S. On the theory of shape memory membrane shells undergoing thermoelastic phase transitions / A. S. Kurbatov, S. I. Zhavoronok // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2023. – Vol. 44, no. 6. – P. 2326–2335.
- 16 Мовчан, А. А. Инкрементальные определяющие соотношения для объемной доли мартенситной фазы в сплавах с памятью формы / А. А. Мовчан, В. В. Давыдов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2010. – Т. 16, № 4-2. – С. 653–661.
- 17 Movchan, A. A. Method of analytical inverting of nonlinear constitutive relations of the combined model of phase and structural deformation of shape memory alloys / A. A. Movchan // AIP Conference Proceedings. – 2022. – Vol. 2611. – P. 100005.

УДК 620.178.156.6

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЯТИСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ ПЛАСТИНЫ

Е. А. ЛАЧУГИНА

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Композитные элементы конструкций, в том числе и пятислойные пластины, широко используются в различных областях современной техники. В результате за последние 50 лет в механике деформируемого твердого тела появилось целое направление, связанное с исследованием деформиру-