Список литературы

1 **Лизин, В. Т.** Проектирование тонкостенных конструкций / В. Т. Лизин, В. А. Пяткин : учеб. пособие для студентов вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1994. – 384 с.

2 **Боршевецкий, С. А.** Определение нормальных перемещений шарнирно опертой пластины с дополнительными опорами под воздействием сосредоточенной силы / С. А. Боршевецкий, Н. А. Локтева // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVII Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова Т. 2. – М. : 2021. – С. 19–20.

3 **Боршевецкий, С. А.** Определение расположения дополнительных опор шарнирно опертой пластины при гармоническом воздействии / С. А. Боршевецкий // Труды МАИ. – 2023. – № 128. – DOI : 10.34759/trd-2023-128-03

4 **Боршевецкий, С. А.** Определение положения дополнительных опор для прямоугольной шарнирно опертой пластины при нестационарном воздействии на нее / С. А. Боршевецкий // XXV ТУПОЛЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ (школа молодых ученых)» : материалы Междунар. молодежной науч. конф. Т. 2. – Казань : Изд-во ИП Сагиева А. Р., 2021. – С. 395–400.

5 **Боршевецкий, С. А.** Определение расположения дополнительных опор в пластине Тимошенко при гармоническом воздействии / С. А. Боршевецкий // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред : сб. тр. 12-й Всерос. науч. конф. с междунар. участием. – М. : Сам Полиграфист, 2022. – С. 438–447.

6 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.

7 **Чернина, В. С.** Статика тонкостенных оболочек вращения / В. С. Чернина. – М. : Наука, 1968. – 456 с.

УДК 539.31

ОБРАТНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ПО ИДЕНТИФИКАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА БАЛКУ БЕРНУЛЛИ – ЭЙЛЕРА

Я. А. ВАХТЕРОВА, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ
Московский авиационный институт, Российская Федерация

Обратные задачи относятся к специальному типу задач, которые часто возникают во многих разделах науки. Их целью является определение значений геометрических или физических параметров модели, восстановление воздействующих на неё внешних нагрузок, идентификация начальных или граничных условий и другие задачи идентификации с использованием наблюдаемых данных.

В настоящее время эти задачи приобретают всё большую актуальность как в теоретическом, так и в прикладном отношении. Задачи этого класса относятся к некорректно поставленным: малым возмущениям исходных данных, в принципе, могут соответствовать большие изменения решения. Отметим, что исходные данные для задач такого рода, как правило, искажены, поскольку они определяются экспериментально. Поэтому необходимо использовать специальные методы решения, которые будут иметь приемлемую точность и для случая «зашумленности» исходных данных, выражающейся в их искажении вследствие случайной погрешности измерений и вычислительных преобразований. Следует отметить несомненную актуальность этого типа задач для авиационной и аэрокосмической отраслей промышленности, поскольку значительная часть конструкции летательных аппаратов выполнена из балочных и стержневых элементов, работающих в условиях нестационарных нагрузок. Это режимы взлета и посадки, выполнения различных маневров, а также различные внештатные ситуации.

Обратные задачи обычно являются некорректными, в отличие от корректно поставленных задач, более типичных при моделировании физических ситуаций, когда параметры модели или свойства материала известны. Из трех условий корректной задачи, предложенных Жаком Адамаром (существование, единственность, устойчивость решения или решений) [1], чаще всего нарушается условие устойчивости. В 1943 году появилась работа А. Н. Тихонова [2], в которой впервые была указана практическая важность не устойчивых по входным данным (некорректно поставленных) задач и принципиальная возможность их успешного решения в условиях принадлежности точного решения компактному множеству. В середине 50-х и, особенно интенсивно, в начале 60-х годов прошлого столетия началось систематическое изучение некорректных задач. Образовалось новое направление, лежащее на стыке функционального анализа и вычислительной математики, которое затем оформилось в самостоятельную область науки. Основополагающие подходы для теории некорректных задач связаны с именами А. Н. Тихонова, М. М. Лаврентьева, В. К. Иванова. В смысле функционального анализа обратная задача описывает отображение между метрическими пространствами. Хотя обратные задачи часто формулируются в бесконечномерных пространствах, на практике при построении методов решений могут быть использованы сужения на пространства конечного числа измерений и практическое рассмотрение восстановления только конечного числа неизвестных параметров. Это приводит к преобразованию проблемы из непрерывной формы в дискретную. В этой ситуации обратная задача обычно плохо обусловлена. В этих случаях можно использовать методы регуляризации. Многие примеры регуляризованных обратных задач можно интерпретировать как частные случаи байесовского вывода [3].

Таким образом, обратные задачи являются одной из наиболее важных и наименее изученных математических проблем естествознания и математики. Обратные задачи возникают во многих областях науки и техники, таких как компьютерное зрение, машинное обучение, статистика, статистический вывод, геофизика, медицинская визуализация (например, компьютерная аксиальная томография и ЭЭГ), дистанционное зондирование, акустическая томография океана, неразрушающий контроль, астрономия, физика и многие другие области.

Рассматривается однородная, изотропная балка Бернулли – Эйлера конечной длины, шарнирно опертая на двух концах. На балку воздействует распределенная нестационарная сила, которую требуется определить в обратной задаче. Для получения разрешающих уравнений требуется решить прямую и обратную нестационарные задачи. Решение прямой задачи заключается в применении метода функций Грина [4], которая используется в каждой сведенной подзадаче в вычислении интегрального уравнения типа свертки, где ядром выступает функция Грина.

Решение обратной задачи, как и в случае прямой задачи, базируется на методе функций Грина. Его суть состоит в использовании интегральной связи между нестационарными прогибами исследуемой балки и воздействующими на нее нагрузками, что приводит к разрешающим интегральным уравнениям [5]. При этом ядрами соответствующих интегральных операторов являются функции Грина для балки Бернулли – Эйлера. Разрешающие интегральные уравнения содержат искомую внешнюю нагрузку. При использовании этого подхода основополагающими являются решения прямой задачи о построении функций Грина для балки Бернулли – Эйлера. Эти функции по сути представляют собой прогиб в ответ на воздействия сосредоточенных нагрузок. При этом они разделяются на граничные функции Грина (в случае, когда сосредоточенная нагрузка приложена к одному из концов балки) и погонные функции Грина (когда сосредоточенная нагрузка соответствует воздействию распределенного усилия). Для математического описания таких нагрузок используется аппарат обобщённых функций. Обратная задача решена аналитическими методами с получением соответствующего решения в явной форме. Функция Грина также является обобщённой и, в отличие от обычной функции прогиба, может иметь разрывы и даже более сильные особенности. Для построения решения задачи о функции Грина использовано интегральное преобразование Лапласа по времени и разложение в ряд Фурье по системе собственных функций. Для решения обратной задачи описанным выше методом используется метод механических квадратур в сочетании с быстрым преобразованием Фурье [6].

Предлагаемая постановка и метод решений нестационарной обратной задачи могут послужить основой создания комплексов мониторинга конструкций реального времени. Она позволяет непосредственно во время эксплуатации следить и вовремя предотвращать возникновение и развитие повреждений, отслеживать различные структурные превращения, восстанавливать пространственно-временные законы воздействующих на конструкцию внешних нагрузок.

Список литературы

1 **Hadamard, J.** Le probleme de Cauchy et les equations aux derivers particlee lineaires hyperbolique / J. Hadamard. – Paris : Hermann, 1932.

2 **Тихонов, А. Н.** Об устойчивости обратных задач / А. Н. Тихонов // ДАН СССР. – 1943. – Т. 39, № 4. – С. 195–198.

3 **Хей, Дж.** Введение в методы байесовского статистического вывода / Дж. Хей. – М. : Финансы и статистика, 1987. – 336 с.

4 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.

5 **Fedotenkov, G. V.** Identification of non-stationary load upon Timoshenko beam / G. V. Fedotenkov, D. V. Tarlakovsky, Y. A. Vahterova // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 40, no. 4. – P. 439–447. – DOI :10.1134/S1995080219040061.

6 **Гурса, Э.** Курс математического анализа / Э. Гурса. – Т. 3, Ч. II. – 1934.