МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

НАУЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В УНИВЕРСИТЕТАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Материалы
V Международной
научно-практической
конференции

Гомель
2023

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

НАУЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В УНИВЕРСИТЕТАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Гомель 2023

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

НАУЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В УНИВЕРСИТЕТАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Материалы
V Международной научно-практической конференции,
посвященной 70-летию БелГУТа

(Гомель, 27 апреля 2023 г.)

Под общей редакцией Ю. И. КУЛАЖЕНКО

Гомель 2023

УДК 378.14:51
ББК 74.58
Н34

Рецензент –
проректор по научной работе
Белорусского государственного университета транспорта,
канд. техн. наук, **А. А. Ерофеев**

Н34 **Научные и методические аспекты** математической подготовки в университетах технического профиля : материалы V Междунар. науч.-практ. конф. (Гомель, 27 апреля 2023 г.) / М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. ; под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2023. – 180 с.
ISBN 978-985-891-093-8

В материалах конференции представлены результаты исследователей, занимающихся вопросами математического образования студентов в современных условиях. Уделено внимание как проблемам, характерным для всех вузов, так и специфическим проблемам университетов технического профиля. Рассмотрены методы и подходы в решении вопросов, связанных с внедрением и функционированием инновационных технологий, пути и перспективы развития информатизации образования.

Материалы сборника могут быть рекомендованы как преподавателям вузов технического профиля, так и иным исследователям, занимающимся разработкой вопросов данной тематики.

УДК 378.14:51
ББК 74.58

ISBN 978-985-891-093-8

СОДЕРЖАНИЕ

ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ. ОБОБЩЕНИЕ ОПЫТА ВНЕДРЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В УЧЕБНЫЙ ПРОЦЕСС

УДК 51.378.14

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

Е. З. АВАКЯН, С. М. ЕВТУХОВА, М. В. ЗАДОРОЖНЮК
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого,
Республика Беларусь

В эпоху постоянной трансформации образования возникает необходимость адаптировать математическое образование к меняющимся реалиям. Не может быть застывшей модели естественно-научного образования в связи с тем, что изменились и стартовый уровень подготовки абитуриентов, и характер компетенций, которыми должен обладать выпускник вуза, и материально-технические возможности, а также, в целом информационная среда, в которой мы существуем. Все это привело к значительным изменениям методов и технологий обучения.

Прежде чем говорить о методах и технологиях обучения, необходимо определиться с его целями. На наш взгляд, можно выделить две основные цели: образовательную и воспитательную, которые тесно связаны между собой.

Надо отметить, что в последнее время соотношение образовательной и воспитательной составляющих претерпело серьезные изменения. Раньше образовательная функция вуза была безусловно главенствующей, поскольку возможность получения фундаментальных знаний вне высшего учебного заведения была затруднена в связи с ограниченным доступом к информации. Воспитательная же функция была второстепенной, поскольку абитуриенты были более психологически зрелыми и, соответственно, более мотивированными. В настоящее время одной из проблем является переизбыток информации в виде всевозможных платформ и ресурсов, причем не всегда качественных, что порождает ложное ощущение, что хорошим специалистом возможно стать без фундаментального образования и функция университета сводится просто к выдаче диплома. На первый план выходят воспитательные задачи: развитие навыков самостоятельной работы, произвольного внимания, желания думать и анализировать; формирование правильной системы ценностей.

На пути достижения образовательной цели преподавателю необходимо расставить приоритеты и определить, какие знания, умения и навыки являются базовыми для студентов соответствующей специальности. Математика для инженера – это прежде всего инструмент, связывающий разрозненные естественно-научные и специальные технические знания в единую систему. Математическое образование в вузе призвано создать целостную картину, вооружить будущего специалиста соответствующим набором знаний, необходимых для решения конкретных прикладных задач. В связи с этим, на наш взгляд, подход к лекционным занятиям должен быть изменен. Мы считаем, что лекция для инженеров должна стать менее фундаментальной и приобрести более практико-ориентированный характер. Современная лекция не должная являться пассивным процессом передачи знаний от преподавателя к студенту, а должна представлять собой активный диалог, в который вовлечены обе стороны. Такой формат лекции не только способствует более эффективному усвоению предлагаемого материала, но и позволяет формировать у студентов навыки критического осмысления полученной информации. Отступление от сухого изложения учебного материала служит расширению кругозора современных молодых людей, формированию слоя хорошо образованных, в широком смысле, специалистов. Несомненно, указанный подход к лекционным занятиям требует и от преподавателя не только глубоких знаний своего предмета, но и наличия широкого кругозора, навыков управления аудиторией, умения ориентироваться в современных информационных ресурсах.

Следует подчеркнуть, что проведение лекции в виде активного диалога с аудиторией невозможно осуществить на большом и разнородном потоке, объединяющем сто и более студентов с различных факультетов с разным уровнем подготовки. Этот аспект должен учитываться при создании учебного плана и учебной нагрузки.

Практические занятия являются одной из важнейших составляющих учебного процесса. Целью их проведения является закрепление знаний, полученных на лекциях, формирование навыков применения полученных теоретических знаний, приучение студентов к самостоятельной работе и умению работать в команде. Следует подчеркнуть, что если на лекции ведущая роль принадлежит преподавателю, то при проведении практических занятий он становится своеобразным модератором, регулирующим и направляющим активную учебную деятельность студентов.

Наш опыт показывает, что эффективность проведения практических занятий напрямую зависит от количества обучающихся, а также уровня их базовой подготовки. Поэтому мы считаем целесообразным деление групп численностью более 20 человек на подгруппы с учетом результатов, показанных на вступительных испытаниях. Кроме того, количество часов, отводимых на практические занятия, не должно быть меньше количества лекционных часов, а в учебном плане, по нашему мнению, должны быть предусмотрены часы для контрольных, расчетно-графических и лабораторных работ, что стимулировало бы самостоятельную работу студентов.

Одной из неотъемлемых частей образовательного, впрочем как и любого другого процесса, является этап оценки результата. Контроль знаний одинаково важен с точки зрения достижения как образовательных, так и воспитательных целей. Следует отметить, что контроль знаний не может сводиться к простому измерению количества накопленных знаний, а должен стимулировать студента к систематизации знаний, осознанию необходимости постоянной и регулярно учебной деятельности в течение всего семестра. Принятая на сегодняшний день модель контроля, закрепленная в учебных планах, предполагает только итоговый контроль в виде экзамена или зачета. В существующих учебных планах отсутствуют контрольные, а зачастую, и расчетно-графические работы. Хотя, на наш взгляд, именно текущий контроль на протяжении всего семестра является наиболее эффективным. Следует подчеркнуть, что при проведении текущего контроля знаний важнейшей составляющей является обратная связь: необходимо не только оценить выполненные задания, но разобрать допущенные ошибки и дать возможность студенту добиться положительных результатов.

Кроме того, на наш взгляд, наряду с общепринятыми формами текущего контроля в виде самостоятельных, контрольных и расчетных работ, достаточно эффективной является проверка знаний в виде системы лабораторных работ. Лабораторные работы позволяют студенту более глубоко разобраться в сути предложенного задания, научиться применять комплекс полученных теоретических знаний на практике, развить навыки самостоятельной работы. У авторов имеется опыт проведения лабораторных работ по таким предметам, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Прикладные задачи математического анализа». Заметим, что проведение лабораторных работ не входит в учебные планы, поэтому мы проводим их из чистого энтузиазма, хотя данная форма контроля является весьма трудоемкой.

В заключение хотелось бы отметить, что основной целью высшей школы остается подготовка высококвалифицированного специалиста. Однако постоянно изменяющаяся востребованность тех или иных специальностей требует от выпускника не только наличия достаточного объема знаний, но и стремления к профессиональному росту, умения приспособиться к быстро меняющейся ситуации на рынке труда, и современное математическое образование должно в полной мере учитывать существующие реалии и быть направленным на формирование всего комплекса необходимых компетенций, которыми необходимо обладать высококлассному специалисту – выпускнику технического вуза.

УДК 378.147:514.122

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАГЛЯДНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

А. АРТИКБАЕВ, О. У. АНОРОВ
Ташкентский государственный транспортный университет,
Республика Узбекистан

В математике существует два метода мышления: логический и практический. Конечно, логическое мышление является основой математики. Но в разделе геометрии практический аспект более применим, чем логический. Появление декартовой системы координат, порождая аналитическую геометрию, дало возможность бурного развития алгебраического метода в геометрии.

Ещё позже стало принято при изложении кривых второго порядка связывать его с уравнением второго порядка с двумя переменными.

Пользуясь определением кривых второго порядка в декартовой системе координат, получаем его каноническое уравнение в виде уравнения второго порядка. Дальнейшие рассуждения, как правило, основываются на алгебраических свойствах уравнений второго порядка.

При таком изложении темы кривых второго порядка часто не замечаются особые геометрические свойства кривых второго порядка.

Исторически от Евклида до Декарта прошло почти два тысячелетия. Но понятия кривых второго порядка, то есть эллипс, гипербола и парабола, были известны ученым и использовались ими. Разумеется, тогда преимущественно обратили внимание на наглядные и практические свойства изучаемого объекта.

Мы считаем, что при преподавании математики в технических вузах преимуществом должна владеть именно наглядно практическая сторона изучаемого объекта.

В данной статье мы постараемся разъяснить метод использования наглядности и практической возможности при изложении основных понятий кривых второго порядка.

Известно, что существуют различные определения кривых второго порядка, среди которых существует одно всеобъемлющее.

Пусть на плоскости дана прямая l и точка P, не принадлежащая этой прямой.

Рассмотрим произвольную точку M плоскости. Обозначим через r расстояние от точки M до P, а через d – расстояние от точки M до прямой l и положим $\varepsilon = r / d$.

Кривой второго порядка называется геометрическое место точек, для которых $\varepsilon = \text{const}$. Причем когда $0 < \varepsilon < 1$ – эллипс, при $\varepsilon = 1$ – парабола и когда $\varepsilon > 1$ – гипербола.

Такое определение кривых второго порядка дает возможность определять уравнения кривых для всех случаев.

Кроме того, появляется возможность геометрически представить величину ε.

При построении эллипса, воспользуемся тем, что сумма расстояний из любой точки эллипса, до двух фокусов, постоянна.

Этот метод также показывает одно из возможных применений свойств эллипса в практике.

Задача: Доказать, что сечение кругового цилиндра плоскостью, не перпендикулярной образующей цилиндра, является эллипсом.

Решать эту задачу аналитическим методом достаточно трудоемко. Кроме того, в этом методе не замечается её практическое применение. Существует чисто геометрический, действительно возможный, практически выполнимый метод решения, изложенный в [1].

Переходим к изложению этого метода.

Пусть цилиндр H пересекается с плоскостью Π, не перпендикулярной образующим цилиндр. В пересечении образуется некоторая замкнутая кривая γ. Докажем, что γ будет эллипсом. Для этого с обеих сторон цилиндра введем шары S_1 и S_2 – радиусом r, равным радиусу окружности, являющейся направляющей цилиндра. Предположим, что шары S_1 и S_2 соприкасаются с плоскостью Π в точках F_1 и F_2 соответственно. Шары S_1 и S_2 касаются цилиндров по окружности γ_1 и γ_2. Расстояние между γ_1 и γ_2 по образующим постоянно (рисунок 1).

На сечении γ возьмем произвольную точку M и через нее проведем образующую цилиндра. Обозначим через K и L точки пересечения этой образующей с кривыми γ_1 и γ_2.

Проведем отрезки MF_1 и MF_2. Легко заметить, что $MK = MF_1$ и $ML = MF_2$, так как они являются касательными к шару S_1проведенными от точки M.

Отсюда $MK + ML = MF_1 + MF_2 = KL$.

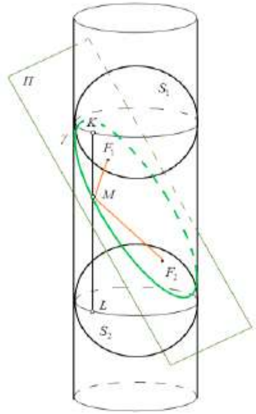


Рисунок 1 – Сечение кругового цилиндра плоскостью

Из $MF_1 + MF_2 = KL = \text{const}$ следует, что точка кривой γ удовлетворяет определению эллипса. Значит, кривая γ является эллипсом.

Это доказательство основанно на практическом возможном действии, легко представляемое и практические выполняемое, легко запоминается студентами и является пригодным для применения в жизни.

По аналогии решению предыдущей задачи можно доказать, что в сечении конуса вращения плоскостью будут эллипс, гипербола или парабола.

Многие замечательные свойства кривых второго порядка не излагаются в теоретической части, они даны как задачи для практических занятий [2].

Считаем, для технического вуза эти свойства кривых второго порядка должны быть изложены в теоретической части.

Необходимо в теоретической части материалов, относящейся к кривым второго порядка, излагать свойства этих кривых, названные «фокальным свойством» кривых второго порядка, потому что они часто используются в решении технических задач. Директрису и эксцентриситет можно показать с помощью сечения конуса плоскостями, что дает возможность студентам применять эти свойства в повседневной жизни.

Изложение материала курса высшей математики на основе практического использования дает большой эффект в обучении студентов.

Список литературы

1 *Гильберт, Д.* Наглядная геометрия / Д. Гильберт, С. Кон-Фоссен. – М. : Наука, 1981. – 344 с.

2 *Александров, П. С.* Лекции по аналитической геометрии / П. С. Александров. – СПб. : Лань, 2020. – 912 с.

УДК 378.147:51

О ЗНАЧИМОСТИ МАТЕМАТИКИ В ОБРАЗОВАНИИ ИНЖЕНЕРА

И. К. АСМЫКОВИЧ, М. С. КАПУРА
Белорусский государственный технологический университет, г. Минск

Отношение к физике и математике в XXI веке во всём мире постепенно изменяется. С одной стороны, на различных уровнях достаточно часто и правильно говорят об их необходимости и важности. Так, в *Приоритетных направлениях* научной, научно-технической и инновационной деятельности на 2021 – 2025 годы в Республике Беларусь, утвержденных Указом Президента Республики Беларусь № 156 от 07.06.2020 года вторым пунктом идет «математика и моделирование сложных функциональных систем (технологических, биологических, социальных)». А с другой – сокращают объемы учебных часов и даже годов обучения в школе и в технических университетах. В результате, как отмечают в России [1], получают довольно грустные результаты. Так, последние преобразования учебных программ в Республике Беларусь даже для специалистов по информационным технологиям в очередной раз уменьшили объем учебных часов по математическим дисциплинам, а для большинства инженерных специальностей убрали достаточно существенные разделы [2]. А ведь большая часть инженеров у нас не знает ту математику, которая им нужна. Их учат по учебникам тому, что было нужно инженеру 40 лет назад, но с тех пор всё сильно изменилось: другие области, другое применение.

В XXI веке во всём мире, и частности в Республике Беларусь, широко идет обсуждение «цифровой экономики», «цифрового общества» и «зеленой энергетики». Ясно, что без специалистов с хорошим образованием по фундаментальным наукам ничего хорошего реально и долго работающего не создашь и не построишь. Математика призвана стать существенным сегментом инструментальной базы данного проекта и, кроме того, активно участвовать в формировании интеллектуального потенциала самих субъектов проекта. В современную информационно насыщенную эпоху резко возросла потребность в креативной, интеллектуально развитой личности. Разумеется, наряду с другими компетенциями она должна обладать и отвечающими требования XXI века компетенциями в области математики [3–5].

С начала XXI века активно продвигается идея, что нам поможет электронное обучение. Идея не совсем новая и вряд ли отличается особой эффективностью [6]. Затрачены огромные денежные средства, выполнен большой объем работы, результативность которой вызывает большие сомнения. Вынужденный переход на дистанционное обучение в 2020 году во всём мире показал, что такая методика решает далеко не все проблемы и создает серию новых [4]. Реальный ущерб от такого перехода будет, видимо, ощущаться довольно долго. Это хорошо чувствуется при изучении математических дисциплин, где требуются достаточно глубокие и долгие размышления над основными понятиями и их взаимосвязями, большой объем выполненной практической работы, доводящий выполнение некоторых действий до автоматизма [3, 5]. Во многих странах дистанционное образование считают вынужденным шагом. Так, Юлий Шихмурзаев, профессор прикладной математики университета Бирмингема, Великобритания, рассказал о специфике английской системы образования. Он подчеркнул, что в Англии относятся к дистанту как к временному явлению и ждут, когда всё вернется на свои места: «Я работаю в английских университетах 25 лет и могу сказать, что никакой цифровизации как тенденции, как долговременной кампании в английском образовании не происходит. А дистанционка рассматривается как временное зло». В США еще в 2010 году проведен анализ эффективности электронного обучения, который не показал существенных результатов для наукоемких специальностей. В Китае, где электронное обучение очень широко развито, с окончанием пандемии большинство престижных университетов вернулось к аудиторной системе занятий. Работа с преподавателем и самостоятельная работа по изучению фундаментальных наук остается пока основным вариантом, хотя информационные технологии в системе высшего образования, да и в математике, весьма полезны [4, 5]. Система дистанционного обучения хороша при получении второго высшего образования и эффективна для учащихся, которые хорошо знают свою цель и упорно идут к ней. Она нужна для работающих людей, желающих изучить какой-то конкретный курс и имеющих ограниченный запас свободного времени.

Опыт показал, что наиболее успешным в преподавании математики является смешанное обучение – когда основные занятия проходят в аудиториях, а дистанционное обучение используется как вспомогательный материал. Еще А. Эйнштейн отмечал, что правильная постановка задачи даже важнее, чем её решение. Как бы машина хорошо ни работала, она может решать все требуемые от нее задачи, но она никогда не придумает ни одной.

В тех разделах математики, где требуются долгие численные расчеты, где требуются построение большого числа графиков, выяснение зависимости полученного решения от большого числа параметров, они очень полезны. Простейшее приближенное вычисление определенных интегралов хорошо выполнять по компьютерным программам. Изучать виды поверхностей второго порядка и графики функций двух переменных – тоже. Стандартные программы хорошо находят частные решения дифференциальных уравнений, пересчитывают их для новых начальных условий, показывают непрерывную зависимость от начальных условий. При рассмотрении функциональных рядов большое значение имеют частичные суммы и их значения в различных точках. Для рядов Фурье, которые имеют широкое применение в современной технике и связи, большое значение имеет вид частичной суммы. Очень важно рассказать студентам, что значит выделить основные гармоники, показать, как ряд Фурье сходится к исходной функции, от чего зависит скорость сходимости. Конечно, можно построить графики частичных сумм, как сумм тригонометрических функций, но компьютерная программа это делает быстро и элегантно. При этом отметим, что специалистов по информационным технологиям надо меньше учить непрерывной математике, которой учили инженеров в XX веке, а больше уделять внимание дискретной [4]. Ведь работа по анализу больших данных и далеко идущие выводы из них – это дискретная математика. Распознавание образов и голоса – тоже. Большие данные – это точки в огромномерных пространствах, и в работе с ними без дискретной математики не обойтись.

Список литературы

1 *Герасименко, П. В.* Путь реформирования математического образования в технических вузах РФ: от фрагментарного до фундаментального и обратно / П. В. Герасименко // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – № 8. – 2020. – С. 80–87.

2 *Асмыкович, И. К.* Обучение на инженерных специальностях математическим методам оптимизации / И. К. Асмыкович // Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф. (Гомель, 28–29 апреля 2022 года) / М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. / под общ. ред. Ю. И. Кулаженко – Гомель : БелГУТ, 2022. – С. 71–73.

3 *Адуло, Т. И.* Математическая компетентность индивида – необходимое условие инновационного развития общества / Т. И Адуло, И. К. Асмыкович // Труды БГТУ. – 2020. – № 2 (236): Физ.-мат. науки и информатика. – С. 18–25.

4 Математика – основа компетенций цифровой эры : материалы XXXIX Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (01 – 02 октября 2020 года). – М. : ГАОУ ВО МГПУ, 2020. – 396 с.

5 *Майсеня, Л. И.* Развитие математического образования студентов технических университетов / Л. И. Майсеня. – Минск : БГУИР, 2017. – 283 с.

6 *Чайковский, М. В.* Об истории и опыте преподавания высшей математики в системе дистанционного обучения / М. В. Чайковский, И. Ф. Соловьева, И. К. Асмыкович // Информационные и коммуникационные технологии в образовании и науке : Материалы X Междунар. науч.-практ. конф. (26-30 апреля 2021 г.). [Электронный ресурс] Режим доступа : http://birskin.ru/index.php/2012-03-27-12-36-17/44-4-/153-10. – Дата доступа : 30.05.2021.

7 *Асмыкович, И. К.* О роли и месте математики в образовании современного инженера / И. К. Асмыкович // Мухтаровские чтения: актуальные проблемы математики, методики ее преподавания и смежные вопросы : сб. трудов Междунар. науч. конф. посвященной 50-летию ДГТУ. – Махачкала : ДГТУ, 2022 г. – С. 23–27.

УДК 378.14:[51+811.161.3]

ІНГЭГРАЦЫЯ МАТЭМАТЫЧНЫХ ДЫСЦЫПЛІН І ДЫСЦЫПЛІНЫ «БЕЛАРУСКАЯ МОВА (ПРАФЕСІЙНАЯ ЛЕКСІКА)» ПРЫ НАВУЧАННІ СТУДЭНТАЎ

В. У. БАСЬКО
Інстытут інфармацыйных тэхналогій БДУІР, г. Минск,
Рэспубліка Беларусь

Дысцыпліна «Беларуская мова (прафесійная лексіка)» з'яўляецца абавязковай часткай адукацыйнага працэсу ў вышэйшай школе. Яна накіравана на фарміраванне ў студэнтаў кампетэнцый, якія дазволяць будучаму спецыялісту валодаць адпаведнай тэрміналогіяй на беларускай мове і выкарыстоўваць беларускую мову пры камунікацыі ў прафесійнай сферы. Падрыхтоўка спецыялістаў тэхнічнага профілю ў Беларускім дзяржаўным універсітэце інфарматыкі і радыёэлектронікі (далей – БДУІР) таксама прадугледжвае выкладанне студэнтам дадзенай дысцыпліны.

У Інстытуце інфармацыйных тэхналогій БДУІР, дзе па спецыяльнасці «Праграмнае забеспячэнне інфармацыйных тэхналогій» навучаюцца выпускнікі каледжаў, дысцыпліна «Беларуская мова (прафесійная лексіка)» замацавана за кафедрай фізіка-матэматычных дысцыплін. Выкладчыкамі гэтай кафедры вядзецца выкладанне па наступных матэматычных дысцыплінах: матэматычны аналіз, лінейная алгебра і аналітычная геаметрыя, тэорыя імавернасцей і матэматычная статыстыка, дыскрэтная матэматыка, лічбавыя метады. Вывучэнне такой колькасці дысцыплін матэматычнага профілю патрабуе ад студэнтаў добрага ведання спецыяльнай лексікі.

Беларуская матэматычная тэрміналогія мае даволі высокую ступень прыкладной распрацаванасці. Гэта значна спрыяе студэнтам у падрыхтоўцы і дазваляе ім авалодаць прафесійнай лексікай на беларускай мове на высокім ўзроўні, а гэта з'яўляецца важнай часткай якаснай падрыхтоўкі спецыялістаў з вышэйшай адукацыяй у Беларусі.

З мэтай дапамагчы студэнтам дасягнуць дасканалага валодання роднай мовай у прафесійнай сферы будучых спецыялістаў знаёмяць з матэматычнай тэрміналогіяй, са шляхамі і спосабамі яе фармавання, вучэбнымі і навуковымі матэрыяламі на беларускай мове, а таксама лепшымі напрацоўкамі ў дадзенай сферы.

Адным з такіх значных набыткаў у беларускай лінгвістыцы з'яўляецца «Матэматычная энцыклапедыя» [1]. У аснову выдання пакладзены прынцып арыентацыі на прыярытэтнае выкарыстанне сродкаў беларускай мовы, на захаванне яе лексічна-семантычных, фанетычна-арфаграфічных і марфемна-словаўтваральных асаблівасцей у матэматычнай тэрміналогіі.

Энцыклапедыя змяшчае каля 2500 артыкулаў па розных галінах матэматыкі і яе дастасаваннях. Да асноўнага матэрыялу дадаюцца біяграфічныя даведкі пра знакамітых замежных матэматыкаў і вядомых беларускіх навукоўцаў. Дадатак складаюць беларуска-англійскі і руска-беларускі слоўнікі матэматычных тэрмінаў і тэрміналагічных словазлучэнняў.

Яшчэ адным важным сродкам авалодання спецыяльнай лексікай з'яўляецца выкананне перакладаў прафесійных тэкстаў на беларускую мову. Пры выкананні перакладаў з рускай мовы студэнтам прапануецца карыстацца «Тэрміналагічным слоўнікам па вышэйшай матэматыцы для ВНУ» [2]. Гэты слоўнік адметны тым, што аўтарскі калектыў, улічваючы неабходнасць захавання ў матэматыцы вялікага масіву інтэрнацыянальнай лексікі, арыентаваўся ў яе перадачы на шырокае выкарыстанне сродкаў роднай мовы і па магчымасці пазбягаў неапраўданага калькавання і запазычанняў з іншых моў.

Ніжэй для прыкладу прыведзены адзін з тэкстаў, які выкарыстоўваецца намі на практычных занятках са студэнтамі і прапануецца для выканання перакладу.

Функция $f(x)$ называется *дифференцируемой в точке* x_0, если ее приращение $\Delta f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ в этой точке может быть представлено в виде

$$\Delta f(x_0) = A\Delta x + o(\Delta x),$$

где

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{o(\Delta x)}{\Delta x} = 0, \quad A \in \mathbf{R}.$$

Дифференциалом функции $f(x)$ в точке x_0 называется главная часть $f'(x_0) \cdot \Delta x$ приращения функции. Дифференциал обозначается символом $df(x_0)$ и по определению равен

$$df(x_0) = f'(x_0) \cdot \Delta x \quad \text{или} \quad df(x_0) = f'(x_0)dx.$$

Свойства дифференциала

Пусть $u = u(x),\ v = v(x)$ – дифференцируемые функции на некотором множестве $X \subseteq \mathbf{R}$.

Тогда:

1) $d(c) = 0, \quad c = \text{const};$

2) $d(cu) = cdu, \quad c = \text{const};$

3) $d(u \pm v) = du \pm dv;$

4) $d(uv) = udv + vdu;$

5) $d\left(\dfrac{u}{v}\right) = \dfrac{udv - vdu}{v^2}, \quad v \neq 0.$

При достаточно малом значении Δx приращение функции с большой степенью точности можно заменить дифференциалом функции:

$$f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \approx f'(x_0)\Delta x,$$

или

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f'(x_0)dx + f(x_0).$$

Формулу используют в приближенных вычислениях.

Студэнты выконваюць пераклад прапанаванага тэкста, а пасля гэтага вынік самастойнай працы параўноўваецца з наступным дакладным тэкстам.

Функцыя $f(x)$ называецца *дыферэнцавальнай у пункце* x_0, калі яе прырост $\Delta f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ у гэтым пункце можа быць прадстаўлены ў выглядзе

$$\Delta f(x_0) = A\Delta x + o(\Delta x),$$

дзе

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{o(\Delta x)}{\Delta x} = 0, \quad A \in \mathbf{R}.$$

Дыферэнцыялам функцыі $f(x)$ у пункце x_0 называецца галоўная частка $f'(x_0) \cdot \Delta x$ прыроста функцыі. Дыферэнцыял пазначаецца сімваламі $df(x_0)$ і па вызначэнні роўны:

$$df(x_0) = f'(x_0) \cdot \Delta x, \quad \text{ці} \quad df(x_0) = f'(x_0)dx.$$

Уласцівасці дыферэнцыяла

Няхай $u = u(x)$, $v = v(x)$ – дыферэнцавальныя функцыі на некаторым мностве $X \subseteq \mathbf{R}$.

Тады:

1) $d(c) = 0, \quad c = \text{const};$

2) $d(cu) = cdu, \quad c = \text{const};$

3) $d(u \pm v) = du \pm dv;$

4) $d(uv) = udv + vdu;$

5) $d\left(\dfrac{u}{v}\right) = \dfrac{udv - vdu}{v^2}, \quad v \neq 0.$

Пры дастаткова малым значэнії Δx прыроста функцыі з большай ступенню дакладнасці можна замяніць дыферэнцыялам функцыі:

$$f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \approx f'(x_0)\Delta x$$

ці

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f'(x_0)dx + f(x_0).$$

Формулу выкарыстоўваюць у набліжаных вылічэннях.

З пункту гледжання трываласці запамінання больш эффектыўнымі і плённымі з'яўляюцца самастойны пошук адпаведных беларускамоўных тэрмінаў, падбор найбольш удалага варыянта перакладу, праца з папяровымі і анлайн-слоўнікамі, электроннымі перакладчыкамі. Ужыванне адмысловых інфармацыйна-камунікатыўных сродкаў пры выкананні перакладаў дапамагае фарміраванню інфармацыйнай кампетэнцыі – профільнай кампетэнцыі для студэнтаў БДУІР.

Выкарыстанне практыкаванняў на самастойны пераклад тэкстаў дазваляе студэнтам не толькі пашырыць свае веды ў галіне беларускай прафесійнай лексікі, але і выпрацаваць і замацаваць на практыцы свой уласны алгарытм дзейнасці ў выпадку неабходнасці зрабіць пераклад спецыяльных тэкстаў на беларускую мову. А гэта, у сваю чаргу, дазваляе пашырыць прафесійную і камунікатыўную кампетэнцыі будучых спецыялістаў тэхнічнага профілю.

Спіс літаратуры

1 Матэматычная энцыклапедыя / гал. рэд. В. Бернік. – Мінск : Тэхналогія, 2001. – 496 с.

2 Тэрміналагічны слоўнік па вышэйшай матэматыцы для ВНУ / Т. Сухая [і інш.]. – Мінск : Навука і тэхніка, 1993. – 183 с.

УДК 378.14:517.5

О МОТИВАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ «ФУНКЦИЯ» НА НАПРАВЛЕНИЯХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

В. А. БЕДНАЖ, Н. М. МАХИНА, Н. А. ИВАНОВА, О. В. КУБАНСКИХ
Брянский государственный университет им. акад. И. Г. Петровского, Российская Федерация

Как хорошо известно, новые ФГОС ВО РФ направлены, в том числе, на развитие компетенций и навыков студентов в соответствии с потребностями современного рынка труда, увеличение связи между образованием и экономикой, усиление практической составляющей образования.

С этой точки зрения преподавание любой дисциплины, в том числе математического цикла, должно быть направлено на решение прикладных задач, что, в первую очередь, повышает мотивацию изучения тех или иных понятий и инструментов. На физико-математическом факультете Брянского государственного университета имени академика И. Г. Петровского ведется реализация следующих ОПОП технической направленности: 01.03.02 Прикладная математика и информатика (Системное программирование и компьютерные технологии) и 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (Сетевые технологии).

Изучение математики является ключевым для данных направлений [1, 2]. Например, дисциплины математического модуля позволяют эффективно решать задачи по разработке алгоритмов и их эффективному использованию на основе математических методов; обработке изображений, звука и видео с использованием матричных и векторных величин; работе с базами данных на основе знаний в области реляционной алгебры и математической статистики; работе над алгоритмами и протоколами безопасности, в том числе связанных с криптографией и шифрованием; разработке игр, графики и визуальных интерфейсов, для чего требуется понимание тригонометрии, геометрии и алгебры; разработке и поддержке сетевых архитектур на базе сложных математических принципов и алгоритмов, используемых при проектировании сетей; оптимизации производительности сетевых систем для улучшения производительности и снижения задержек; управлению ресурсами с помощью разработки и использования алгоритмов; анализу и обработке большого объема данных, связанных с производительностью и работой сетей, с использованием статистических методов и вероятностных распределений; управлению безопасностью компьютерных сетей и обеспечению защиты от внешних атак и внутренних угроз с использованием математических алгоритмов и моделей.

При реализации системного подхода в содержании учебных дисциплин математического модуля на технических направлениях в качестве первой выступает задача мотивации изучения базовых математических понятий [3, 4].

Рассмотрим реализацию поставленной задачи на примере изучения понятия «Функция» раздела «Введение в математический анализ» блока «Математический анализ». Начальным этапом становления раздела выступает сформированность у студентов самых общих представлений о функции, её фундаментальных свойствах (рисунок 1).

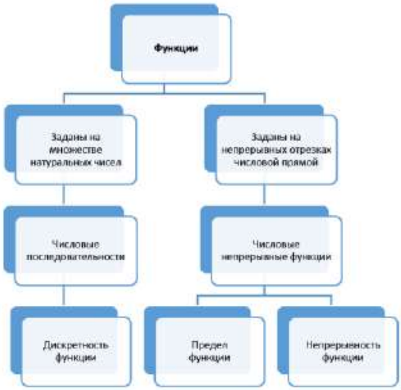


Рисунок 1 – Общие представления в учебном модуле

Мотивация изучения выделенной системы понятий осуществляется:

– в образно-содержательном анализе, базовых классов функций (рисунок 2);

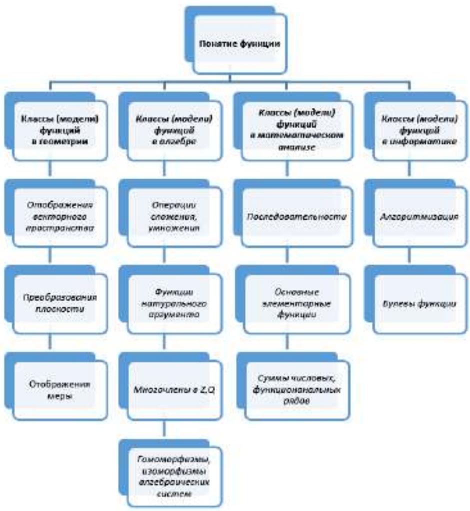


Рисунок 2 – Образно-содержательный анализ понятия, базовых классов функций

– в историко-математическом становлении понятия функции (рисунок 3);

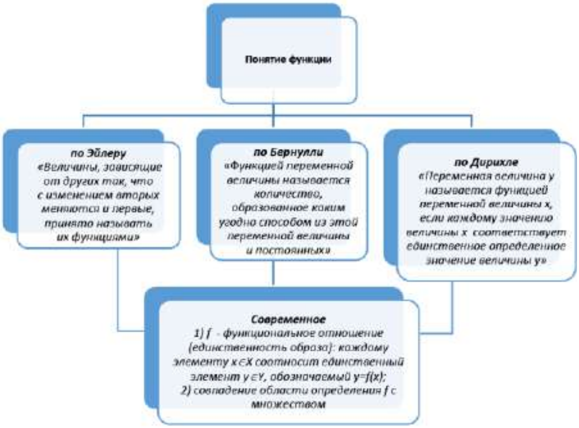


Рисунок 3 – Историко-математическое становление понятия функции

– в системе современных направлений развития понятия функции (рисунок 4);

Рисунок 4 – Современные направления развития понятия функции

В конечном итоге рассмотрение различных аспектов этапа мотивации формирования общих функциональных представлений приводит к необходимости изучения понятия функции и ее свойств.

Список литературы

1 *Махина, Н. М.* Некоторые аспекты изучения разделов высшей математики на направлениях, связанных с программированием / Н. М. Махина, В. А. Беднаж, Н. А. Иванова // Перспективы и возможности использования цифровых технологий в науке, образовании и управлении : сб. материалов Всерос. науч.-практ. конф., Астрахань, 21–23 апреля 2022 г. – Астрахань : Астраханский гос. ун. им. В. Н. Татищева, 2022. – С. 111–113. – EDN GSFHNA.

2 *Махина, Н. М.* Проблема формирования положительной мотивации будущего системного программиста к изучению математического анализа / Н. М. Махина // Наука и инновации. – 2013. – Т. 9. – С. 35.

3 *Панкратова, Л. В.* Об изучении понятия дифференцируемости функции в курсе математического анализа / Л. В. Панкратова // Математика и проблемы образования : материалы 41-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Киров, 22–24 сентября 2022 г. – Киров : Веси, 2022. – С. 137–138. – EDN UYSCMU.

4 *Шапиро, В. Я.* Практико-ориентированная задача функционального анализа и дифференциального исчисления при преподавании математики в инженерном вузе / В. Я. Шапиро // Наукосфера. – 2022. – № 1-1. – С. 255–258. – EDN RCRJFG.

УДК 378.016:519.2

ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Е. Л. БУРДУК

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Курс теории вероятностей и математической статистики обычно является завершающим разделом курса высшей математики в техническом вузе. На наш взгляд, математическая статистика является наиболее востребованным в практических приложениях разделом курса высшей математики. Во многих дипломных работах студенты проводят статистическое исследование эмпирических данных для выявления закономерностей и взаимосвязей, характеризующих исследуемые процессы. В научно-исследовательской работе студентов всех специальностей значительное место занимают исследования с применением методов математической статистики. Заведующие выпускающими кафедрами неоднократно подчеркивали свою заинтересованность в хорошем владении студентами методами этой науки.

Таким образом, овладение методами математической статистики актуально для студентов всех специальностей технического вуза. При этом существует ряд проблем (в частности, отраженных в публикациях [1–3]), связанных с преподаванием этой дисциплины. В настоящее время отечественные и зарубежные ученые уделяют большое внимание проблемам преподавания математической статистики. Даже издается специализированный журнал «Journal of Statistics Education», в котором публикуются результаты исследования новых подходов к ее обучению [3].

Первая проблема, которую нам хотелось бы обсудить, связана с недостаточно четким пониманием студентами различий между предметом, и соответственно, понятиями теории вероятностей и математической статистики [2]. Как показывает наш опыт, студенты иногда путают понятия случайной величины и выборки значений случайной величины; теоретического и статистического законов распределения; числовых характеристик и их статистических оценок и т. д. В некоторой степени это может быть объяснено особенностями учебной программы. Согласно учебному плану курс теории вероятностей и математической статистики изучается в течение одного семестра. Со второй недели семестра (сразу после лекционной недели) начинаются практические занятия по теории вероятностей и лабораторные занятия по математической статистике. То есть студентам приходится параллельно изучать две взаимосвязанные дисциплины. Видимо, этим и объясняется недостаточное различение понятий этих дисциплин. Для решения данной проблемы представляется необходимым неоднократно подчеркивать и различать предмет и задачи этих взаимосвязанных дисциплин.

Следующей проблемой преподавания математической статистики, на наш взгляд, является сложность усвоения студентами теоретических основ этой науки. Как помочь студентам преодолеть трудности изучения теории статистических методов? Например, Х. Р. Федорчук [3] для повышения внутренней мотивации студентов использует яркие запоминающиеся примеры применения изучаемых методов. В начале каждого раздела курса математической статистики она формулирует интересную и актуальную задачу «из жизни», для решения которой необходимо использовать изучаемые методы. Заинтересованные этим примером студенты более внимательно слушают пояснения преподавателя и ожидают «развязки» сюжета, т. е. результатов применения излагаемых методов к решению поставленной задачи. Кроме того, повышению мотивации к изучению теории математической статистики способствуют самостоятельные статистические исследования, проводимые студентами.

Третьей проблемой обучения студентов математической статистике, на наш взгляд, является выбор оптимального варианта распределения времени обучения между освоением теоретических сведений курса и проведением эмпирических исследований. Преподаватели ведут споры о целесообразности использования при выполнении статистических расчетов калькуляторов, табличного редактора MS EXCEL и специализированных пакетов статистической обработки данных [1]. На наш взгляд, здесь есть что обсуждать. С одной стороны, необходимо познакомить студентов с возможностями современных пакетов программ статистической обработки данных (таких как STATISTICA, STATGRAPHICS, SPSS и др.). С другой стороны, существует риск поверхностного знакомства с процедурами этих пакетов, без достаточного понимания сути выполняемых действий и преобразований, что приводит к невозможности дать глубокую содержательную интерпретацию получаемым результатам и сделать обоснованные выводы на основании проведенного исследования.

Для решения этой проблемы мы организуем выполнение первых лабораторных работ, посвященных первичной обработке данных, двумя способами: средствами пакета MS Excel и средствами специализированных пакетов обработки статистических данных. Это позволяет усвоить смысл и логику выполняемых вычислений, сделать обоснованные выводы о свойствах исследуемой случайной величины на основании расчетов. Устная защита лабораторных работ позволяет проверить усвоение студентами терминологии и методологии математической статистики. Последующее выполнение тех же действий средствами ППП позволяет быстро получить результаты расчетов. На основании выполненной ранее студентами работы они способны достаточно адекватно проанализировать и интерпретировать полученные результаты.

Таким образом, мы рассмотрели три проблемы обучения студентов математической статистике (недостаточно четкое различение предмета и понятий теории вероятностей и математической статистики; трудность освоения теории статистических методов; выбор оптимального варианта знакомства студентов с использованием специализированных ППП) и предложили варианты решения указанных проблем.

Список литературы

1 *Грамбовская, Л. В.* Проблемы обучения математической статистике в техническом вузе с применением MS EXCEL / Л. В. Грамбовская, Л. А. Баданина // Международный научно-исследовательский журнал. – 2022. – № 7(121), Ч. 3. – С. 118–122.

2 *Раенко, Е. А.* Об особенностях преподавания дисциплины Математическая статистика в вузе / Е. А. Раенко, Л. И. Бортник // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – № 6 (37). – С. 260.

3 *Федорчук, Х. Р.* Проблемы процесса обучения математической статистике: способ формирования мотивации у студентов / Х. Р. Федорчук // Гуманитарный вестник. – 2016. – № 10. – С. 1–7.

УДК 51:378.14–027.44

КОМПЬЮТЕРИЗАЦИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТАХ (ПЛЮСЫ И МИНУСЫ) И ДРУГИЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Л. Л. ВЕЛИКОВИЧ
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Республика Беларусь

Облекайте все ваши уроки молодым людям в форму поступков, а не речей.
Ж.-Ж. Руссо

В наше время бурное развитие IT-технологий на первый план выдвигает следующий вопрос: «Как скоро искусственный интеллект сможет полностью заменить преподавателя и следует ли к этому стремиться?» Ну что ж, попробуем разобраться в данной тенденции.

Немного истории.

С древних времен люди изобретали разнообразные технические приспособления с целью уменьшения энергетических затрат при достижении той или иной цели. Разумеется, коснулось это и сферы преподавания, и уже в начале прошлого века возник интерес к применению в учебном процессе обучающих машин. Первым, по-видимому, был С. Прессм (1926–1932 гг.) [1]. Однако настоящий бум начался после выхода в свет книги Н. Винера «Кибернетика, или управление и связь в животном и машине» (1948 г.).

В марте 1954 г. профессор Гарвардского университета Б. Ф. Скиннер в своем докладе «Наука учения и искусство преподавания» (в городе Питтсбург) выдвинул концепцию программированного обучения (ПО), целью которого было максимально повысить управляемость учебным процессом.

Что отличало ПО от обычного преподавания?

1) деление материала на небольшие, тесно связанные между собой части (порции, шаги);

2) активизация деятельности учащихся путем немедленной оценки каждого ответа (обратная связь) с помощью машин-экзаменаторов;

3) индивидуализация темпа усвоения материала и его содержания;

4) эмпирическая верификация учебного материала.

Б. Ф. Скиннер был приверженцем так называемого линейного ПО. Дальнейшее развитие ПО получило в работах профессора Иллинойского Технического Колледжа Н. А. Кроудера (разветвленный алгоритм ПО), а затем в исследованиях Гордона Паска был сделан следующий шаг: адаптивное ПО. Обучающая программа поддерживает оптимальный уровень трудности изучаемого материала индивидуально для каждого обучаемого, тем самым автоматически адаптируясь к человеку. В Советском Союзе в разработке и внедрении ПО приняли участие такие видные педагоги-психологи, как П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина, И. И. Тихонов и др. [1].

Незаметно ПО переросло в ТСО, т. е. в применение разнообразных технических средств обучения в процессе преподавания. Так, по предназначению ТСО классифицировались: информационные, контроля знаний, тренажеры, диапроекторы, эпипроекторы, графопроекторы, видеомагнитофоны, телевизоры, персональные компьютеры и компьютерные системы, а также универсальные современные ноутбуки, интерактивные доски и т. п.

Наши дни. Сегодня у некоторых преподавателей велик соблазн заменить классическую лекцию на компьютерную игру, и это в лучшем случае, а в худшем – просмотр кинофильма. Причем проблема кинофикации стоит достаточно остро даже с преподаванием такого предмета, как МАТЕМАТИКА. Как быть? Законна ли эта тенденция? Не будем говорить о различных предметах (пусть это обсуждают соответствующие эксперты), а поговорим о математике. И начнем с авторского определения ее предмета:

«Математика – это игра по правилам, в соответствии с которыми строятся необходимые логические цепочки с целью получения полезной информации» [2].

Итак, единственным инструментом добычи необходимой информации (и, стало быть, достижения требуемого конечного результата (ТКР)) в математике служат логические цепочки:

$$A = A_0 \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow A_n = B.$$

Их построение должно осуществляться в соответствии со следующими требованиями: а) корректность; б) непрерывность; в) экономичность (см. [3] для расшифровки). Когда мы создаем их на доске step by step, доставая из базы знаний необходимые факты-правила, происходит нечто, подобное чуду: математика оживает. Именно этот процесс захватывает своей красотой, дарит удовольствие подготовленным учащимся. В этом заключается, на наш взгляд, смысл преподавания (и, конечно, изучения) математики.

Ну и что же происходит при замене этого процесса компьютерным вариантом изложения? Безусловно, теряется главное: построение логических цепочек здесь и сейчас, ибо материал уже был записан ранее на флешку.

Теперь поговорим о некоторых моральных аспектах компьютерного преподавания. Когда ты читаешь лекцию, так сказать, «живьем», студенты видят твои затраты энергии и имеют непосредственную возможность оценить твой интеллект (ну, хотя бы память). Если же ты прячешься за экран компьютера, то между тобой и твоей аудиторией находится некий посредник, который, безусловно, не способствует созданию контакта между вами. Обратим внимание на еще одну крошечную, казалось бы, деталь. При чтении «вживую» основными компонентами являются: голова и рука преподавателя, а также мел и доска. При компьютерном варианте – компьютер и палец преподавателя. Очевидно, затраты энергии при этом намного ниже.

А вот еще одно обстоятельство. Кто ответит мне на вопрос: почему, скажем, футбольные фанаты сопровождают свою команду по всему белому свету, а не смотрят игру по компьютеру или ТВ? Ответ понятен: им необходима сопричастность, важен факт участия в игре для поддержки своей команды. При чтении «живьем» у преподавателя есть возможность превратить студентов если не в своих фанатов, то хотя бы в болельщиков.

Прочитав сказанное, может сложиться впечатление, что автор – ярый противник современной компьютеризации всего на свете. Но вовсе нет!

Если разумно использовать компьютер (презентация перед каждой новой темой; умелое, своевременное вкрапление в канву лекции; создание графических образов и т. д.), то это, несомненно, будет способствовать не только поддержанию интереса к происходящему, но и лучшему пониманию, усвоению материала.

Заключительные замечания.

1 Почему я значительно больше люблю читать лекции, нежели проводить практические занятия (ПЗ)? Ответ прост: когда я читаю лекцию, то из моей головы в мою руку идет соответствующая команда и рука пишет то, что надо на доске. На практическом же занятии из моей головы в голову студента, стоящего у доски, должен поступить соответствующий сигнал, а лишь затем его рука должна написать на доске то, что так нужно нам обоим. Итак, цепочки операций существенно отличаются. Более подробно о моей методике проведения ПЗ можно прочитать в [3].

2 В этом учебном году (2022/23) я столкнулся с неприятной неожиданностью: мой, в принципе, элитный поток (энергетики + машиностроители, всего 4 группы) «сдулся». Во-первых, на лекциях, где я применяю проблемно-рейтинговый подход [3], никто из студентов, практически, ничего не заработал. Во-вторых, на экзаменах оказалось, что даже лучшие из студентов конспект писали для преподавателя, а не для себя. И когда я им находил в их конспектах нужную информацию, страшно удивлялись. Понятно, что это явление – непосредственное следствие изъянов школьного образования, и, в том числе, отсутствия полноценного изложения теоретического материала в современной школе. Студенты даже не понимают, что каждая задача, которую им необходимо решить, лежит внутри некоторой теории, ибо формулируется в ее терминах, и решается с помощью стандартных ситуаций (patterns) этой теории (например, в геометрии patterns – это теоремы, аксиомы, определения). Как результат, по математике у моих студентов всего три оценки 10 и несколько девяток. Придется принимать меры.

3 Успешному преподаванию любого предмета (и особенно такого серьезного, как математика) способствует создание контактной системы обучения (КСО), установление дружеских, приятельских отношений между студентами и преподавателем [4, 5].

4 В [6] профессор А. Д. Король излагает свою систему эвристического обучения на основе диалога, что полностью совпадает с моими собственными установками [3, 7].

5 Насколько важна преподавателю для успешного преподавания обратная связь со студенческой аудиторией? На этот вопрос пусть каждый из преподавателей ответит сам. Для меня лично − важна на все 100 %. И вообще, я считаю, что мои студенты – это мое зеркало!

Список литературы

1 *Малоземов, В. Н.* Ранняя история программированного обучения [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://cyberleninka.ru/article/n/. – Дата доступа : rannyaya-istoriya-programmirovannogo-obucheniya/viewer.

2 *Великович, Л. Л.* Информационный подход к математике и её преподаванию // Актуальные проблемы естественных наук и их преподавания : сб. науч. статей Меж-

дунар. науч.-практ. конф., посвящённой 100-летию МГУ им. А. А. Кулешова, Могилёв, 20-22 февр. 2013 г. – С. 97–101.

3 *Великович, Л. Л.* Проблемно-рейтинговый подход к чтению лекций и другие способы активизации умственной деятельности студентов технического университета при изучении математики / Л. Л. Великович // Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 28–29 апреля 2022 г. – Гомель : БелГУТ, 2022. – С. 74–77.

4 *Великович, Л. Л.* Педагогическое общение в вузе: проблемы, решения, эффективность / Л. Л. Великович // Высшая школа: проблемы и перспективы : материалы XIII Междунар. науч.-метод. конф., посвящ. 45-летию РИВШ, Минск, 20 февраля 2018 г. Ч. 3. – С. 36–42.

5 *Великович, Л. Л.* Педагогическое общение в вузе. Ч. 2: Старые-новые проблемы и их разрешение / Л. Л. Великович // Высшая школа: проблемы и перспективы : сб. материалов XIV Междунар. науч.-метод. конф., Минск, 29 ноября 2019 г. – Минск : Акад. управления при Президенте Респ. Беларусь, 2019. – С. 109–111.

6 *Король, А. Д.* Обучение через открытие: в поисках ученика: книга для учителя и родителя / А. Д. Король. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск : Выш. шк., 2019. – 253 с.

7 *Великович, Л. Л.* Как построить диалоговую систему «студент – преподаватель» при обучении математике в техническом университете / Л. Л. Великович // Качество инженерного образования : материалы 3-й Междунар. науч.-метод. конф., Брянск, 17–18 февр. 2009 г. – С. 196–198.

УДК 51:378.147.018.4

ОПЫТ ОРГАНИЗАЦИИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ДИСТАНЦИОННОЙ ФОРМЕ

Л. А. ВОРОБЕЙ, Е. В. ЛЕБЕДЕВА
Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации, г. Гомель

Кроме традиционных очной и заочной форм обучения в Белорусском торгово-экономический университете потребительской кооперации теперь можно учиться и удаленно. Уже несколько лет это осуществлялось в рамках заочной формы получения образования. Новые образовательные нормы представляют дистанционную форму обучения как самостоятельную. Постановлением Министерства образования от 8 ноября 2022 года № 430 установлены требования к организации образовательного процесса при реализации образовательных программ высшего образования в дистанционной форме получения образования в учреждениях высшего образования. Таким образом, созданы определенные возможности для индивидуализации обучения студента и его творческой самореализации.

Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации уже традиционно реализует практически весь спектр интернет-возможностей: от взаимодействия с абитуриентами, учебной, научной и деловой кооперации, информирования о событиях и мероприятиях, до внутренних целей. От размещения объявлений и расписания занятий до реализации учебного процесса и научных исследований посредством онлайн-технологий. Имеется многолетний опыт эффективной работы образовательного портала БТЭУ на платформе Moodle (Modular object-oriented dynamic learning environment).

Используя систему Moodle, преподаватель может создавать курсы, наполняя их содержимым в виде текстов лекций, файлов, презентаций, тестов, практических заданий для самостоятельной работы и т. п. В Moodle есть встроенная система аналитики, позволяющая формировать отчеты по активности на платформе. Например, фиксировать просмотры курсов, комментарии, входы и выходы. Кроме того, Moodle имеет большие коммуникационные возможности: обмен файлами, объявления, рассылки информации и многое другое.

Учебно-методическое обеспечение системы дистанционного обучения математическим дисциплинам включает в себя следующие материалы в электронном виде, размещенные в сети, для свободного доступа к ним пользователей:

– общие сведения о дистанционных курсах, их цели, назначение, задачи, содержание и ряд других организационных вопросов;

– электронный конспект лекций, построенный исходя из логики изложения по модулям для удобства модернизации курса и успешного усвоения изучаемого материала;

– задачи для самостоятельного решения;

– чат, форум для общения студентов с преподавателем, а также между собой внутри группы обучения для обсуждения вопросов, которые возникают в процессе обучения;

– тесты для проверки знаний студентов (текущие, итоговые), блок контроля успеваемости, итоговый контроль индивидуальной работы всех студентов;

– списки ссылок на электронные библиотеки и материалы для углубленного самостоятельного изучения материалов курсов, кроме того, аналогичные учебные курсы в сети Интернет.

В качестве метода контроля знаний студентов используется тестирование. В системе Moodle есть возможность создавать различные виды тестовых заданий. Например, задания на соответствие, в которых ответ на каждый из нескольких вопросов должен быть выбран из списка возможных. Имеются настройки начала и окончания времени тестирования, а также количества попыток. По окончании тестирования студенты могут просмотреть свою оценку.

Для того чтобы эффективно организовать дистанционное обучение, необходимо уделять внимание коммуникационной составляющей. Преподаватель должен быть доступен для консультаций и ответов на вопросы студентов как в режиме реального времени, так и через электронную почту или форумы обсуждения.

Таким образом, дистанционное обучение представляет собой важный инструмент, позволяющий расширить возможности образования и сделать его более доступным для всех категорий населения. Однако для того, чтобы дистанционное обучение стало полноценной альтернативой традиционному образованию, необходимо продолжать развивать и совершенствовать методы его организации и проведения с учетом специфики образовательных программ и потребностей обучающихся.

УДК 159.953.5:378.14

КУДА ПОДЕВАЛОСЬ ЛОГИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ?

А. М. ГАЛЬМАК, О. А. ШЕНДРИКОВА, И. В. ЮРЧЕНКО
Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий, г. Могилёв

Умение мыслить логически является одним из важнейших отличий человека от животных, в том числе и от его ближайших, как считается, «родственников» – шимпанзе. Практика показывает, что некоторых животных, применяя различные, гуманные и не очень гуманные методы, можно «натаскать», надрессировать на выполнение каких-то действий, которые со стороны, прежде всего для особо впечатлительных зрителей, могут выглядеть как вполне осмысленные. Кажущуюся осмысленность действий животных некоторые энтузиасты, наделяющие их человеческими качествами, интерпретируют как умение животных оперировать категориями причины и следствия, то есть как умение мыслить логически. Договорились уже до того, что наделили кур способностью считать, пока только до пяти. Это «доказали» исследователи из Бристольского университета. Более того они же «доказали», что куры умеют логически мыслить, так как «*прекрасно осознают, что если A больше, чем B, и B больше, чем C, то A больше, чем C*». Можем подсказать исследователям из Бристольского университета, что на самом деле они обнаружили у кур не только способность мыслить логически, но и умение разбираться в транзитивных бинарных отношениях.

Сделаем одно существенное уточнение: мы не отождествляем логическое мышление с математическим мышлением, понимая при этом, что логическое мышление и изучение математики теснейшим образом взаимосвязаны. С одной стороны, трудно представить себе, как можно изучать математику, не обладая логическим мышлением.

С другой стороны, общеизвестно, что изучение математики лучше, чем какая-либо другая дисциплина, развивает логическое мышление, которое, как известно, необходимо каждому, в том числе и для того, чтобы при осуществлении деятельности любого рода, не допускать логических ошибок, приводящих к принятию неверных решений с нежелательными и непредсказуемыми последствиями.

Поэтому не удивительно, что в педагогической среде распространена точка зрения, в соответствии с которой развитие логического мышления у обучающихся является, чуть ли не главной целью математического образования. Кто бы что ни говорил, всё же основной целью преподавания математики и в школе, и в вузе является её изучение. А вот причиной, по которой математику в обязательном порядке вынуждены изучать даже те, кому она в будущем может и не очень понадобиться, как раз и является то, что она в наибольшей степени развивает логическое мышление. Особенно полезна для этих целей геометрия, так как геометрические доказательства «школьных» теорем, сопровождаемые чертежами, обладают наглядностью и наилучшим образом демонстрируют силу логических рассуждений.

Педагоги, давно работающие в вузах и по этой причине имеющие возможность оценивать и сравнивать способности разных поколений студентов, обращают внимание на постоянно снижающийся уровень как их математической подготовки [1, 2], так и их логического мышления. Удручающе низкий уровень математической подготовки значительной части выпускников средней школы ежегодно подтверждается результатами централизованного тестирования (ЦТ), которые, как правило, разительно отличаются от оценок, полученных ими на выпускных школьных экзаменах. При этом надо учесть, что из года в год задания ЦТ упрощались, а уровень их сложности снижался. Пошли даже на изменение формулы подсчёта баллов за выполненные задания, что позволило, не изменяя существующих подходов в преподавании, несколько увеличить средний балл ЦТ и сократить разрыв между ним и школьными оценками в аттестате.

О централизованном экзамене (ЦЭ), которого ещё не было, рано что-либо говорить. А вот обнародованная шкала перевода баллов, полученных участниками ЦЭ по стобалльной шкале в отметку по десятибалльной шкале, вызывает недоумение. Например, 55 баллов на ЦЭ по математике соответствует школьной отметке 8, а 10 баллов в аттестате будет и у того, кто получит 77 баллов, и у стобалльника.

Неумение значительной части выпускников средней школы мыслить логически в совокупности с мизерным запасом математических знаний, приводят к тому, что, став первокурсниками, например, технического университета, бывшие школьники испытывают большие трудности как в освоении программы по высшей математике, так и при изучении других дисциплин.

Низкий уровень логического мышления первокурсников проявляется уже на первых лекциях и практических занятиях в вузе, когда обнаруживается, что они в большинстве своём имеют весьма смутное представление о том, что считать определением, а что обозначением, часто путают их или вовсе не различают.

В качестве иллюстрации непонимания разницы между определением и обозначением может служить довольно часто встречающаяся ситуация, когда на предложение преподавателя дать определение предела студент записывает его обозначение.

Высказывания студентов по поводу определений и обозначений бывают порой неожиданными и любопытными.

Один студент, памятуя, по-видимому, о том, что краткость – сестра таланта, ограничился четырьмя словами: *определение – название, обозначение – функциональность*. Другой студент заявил, что *определение – это научная трактовка обозначения*. Третий высказался более развёрнуто: *определение – это раскрытие термина, а обозначение – это более краткая форма термина*. Далее для экономии места обойдёмся без комментариев:

– определение что-то определяет, обозначение что-то обозначает;

– определение – это научное описание чего-либо;

– определение – это абстрактное понятие, обозначение – это чёткая формулировка;

Затрудняются первокурсники и с определением конкретных математических понятий, изучаемых в школе. Ниже приведены некоторые примеры их «открытий» в теории кривых второго порядка, были отобраны наиболее оригинальные и нестандартные.

Окружность *– это: круг с радиусом; фигура без углов; круг, нарисованный циркулем; линия в виде круга; пустой круг; колечко, которое не имеет заполнения; линия в виде круга; линия, опоясывающая круг; замкнутая кривая; тонкая замкнутая линия; ободок круга; полый круг; совокупность точек; замкнутая прямая без внутренности; шарообразная фигура; не закрашенный круг; траектория, описываемая материальной точкой вокруг центра оси; математическая фигура, которая имеет сферическую форму; шарик.*

Про окружность можно было узнать ещё и такое: *она что-то окружает; не существует самостоятельно; умеет вписываться и описываться, круг этого не умеет; она может быть, но сама по себе не существует; она как обруч; она как шина;*

Круг *– это: рисунок; круглая линия; круглая фигура; окружность с радиусом; окружность с площадью; заполненная окружность; геометрическая фигура, не имеющая углов; соединение центра со всеми точками* *окружности; фигура, которая имеет округлую форму; поверхность, замкнутая окружностью; оболочка окружности; закрашенная окружность; фигура, имеющая форму окружности.*

Эллипс *– это: что-то прикольное; интересная фигура; овал; геометрический предмет в виде овала; идеальный правильный овал; овальная окружность; вытянутая окружность; приплюснутая окружность; приплюснутый круг; сжатый круг; вытянутый круг; круг, сплюснутый с двух сторон; объёмная фигура, основанием которой является круг; планета Земля; овал в форме нашей планеты; математическая фигура, более вытянутая от сферы; сплюснутый круг, похожий на овал; круг, сузившийся к краям; какая-то фигура, похожая на круг.*

Про параболу и гиперболу первокурсники фантазируют меньше, чаще всего рисуют соответствующие школьные графики. А вот некоторые высказывания.

Парабола *– это: график функции; две ветви, соединяющиеся в одной точке и идущие вверх или вниз; полукруг.*

Гипербола *– это: график функции; какая-то функция; геометрическая линия, которая состоит из точек; бесконечно возрастающая функция, которая имеет начальную точку; преувеличение.*

Особенно любопытны приведённые ниже почти неотредактированные высказывания студентов о прямой и обратной теоремах. Редактирование коснулось только расстановки знаков препинания, о существовании которых некоторые выпускники средней школы, похоже, не подозревают:

– прямую теорему можно перевести в обратную и наоборот, поэтому разницы между ними нет;

– прямая теорема доказывает какое-то свойство или факт, а обратная теорема помогает по этому свойству или факту утвердить что-либо;

– прямая теорема не идёт в обратную сторону, а обратная идёт из прямой;

– в прямой теореме большое количество условий, в обратной – это как исключение;

– обратная теорема следует из прямой;

– прямая теорема доказывается сразу, а в обратной теореме, отрицая одно, доказывают другое;

– прямая теорема рассказывает и поясняет некоторый факт, а обратная теорема объясняет прямую теорему с другой стороны;

– прямая теорема является способом решения задачи, а обратная теорема используется для проверки решения;

– обратная теорема – это утверждение, являющееся правилом;

– обратная теорема доказывает, что есть обратное явление какого-либо процесса.

Справедливости ради заметим, что очень редко, но всё же встречаются студенты, которые дружат с логикой и имеют правильное представление о прямой и обратной теоремах. Иногда они даже приводят примеры таких теорем, как правило, вспоминают о прямой и обратной теоремах Пифагора. Кстати, о существовании последней многие выпускники школы не знают.

Приведенные высказывания косвенно подтверждают незавидные результаты выпускников средней школы на ЦТ по математике и наглядно демонстрируют, что, приступая к изучению вузовского курса высшей математики, они имеют весьма смутное представление о том, чем они занимались на уроках математики в школе.

Некоторые из них, когда напоминаешь им что-то совсем несложное из школьной математики, невозмутимо заявляют: *я такое не проходила; впервые слышу, у нас такого не было, мы такое не изучали, не помню*.

Отсутствие развитого логического мышления у школьников и студентов значительно ограничивает их возможности по применению имеющейся у них информации и приобретённых знаний для решения задач, предусмотренных учебными программами. Школьные учителя и вузовские преподаватели вынуждены сужать круг решаемых задач, исключая из него задачи, решения которых не сводятся к использованию готовых схем, а требуют оригинального подхода и разработки собственного алгоритма решения. Упор делается на шаблонные задачи, решаемые по известному заранее алгоритму, на задачи, решаемые по имеющемуся образцу, и на задачи, в которых фактически требуется в конкретную формулу подставить данные значения.

Список литературы

1 *Гальмак, А. М.* О самостоятельной работе студентов и не только / А. М. Гальмак, О. А. Шендрикова, И. В. Юрченко // Веснік МДУ ім. А. А. Куляшова, Серыя С. – 2019. – № 1. – С. 46–60.

2 *Гальмак, А. М.* О практической направленности обучения в вузе / А. М. Гальмак, О. А. Шендрикова, И. В. Юрченко // Веснік МДУ ім А. А. Куляшова, Серыя С. – 2022. – № 2. – С. 101–112.

УДК 519.218.7

МАТРИЧНАЯ ФОРМА МЕТОДА ИСКЛЮЧЕНИЯ ГАУССА

В. Э. ГАРИСТ
Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий, г. Могилёв

Как известно, наиболее универсальным методом решения систем линейных уравнений (СЛУ) является метод Гаусса последовательного исключения переменных (в англоязычном варианте – Gaussian elimination). Его модификацией является метод полного исключения переменных – метод Жордана – Гаусса. Данные методы реализованы в различных системах компьютерной математики (СКМ). Умение обратиться к подходящей системе и пользоваться её возможностями являются важной частью не только учебной, но и научной работы. Такое умение характеризует квалификацию студента.

Рассмотрим реализацию указанных методов в СКМ MAPLE на примере конкретной СЛУ с матрицей системы размерностью 3×3 (рисунок 1).

```
> with(Student[LinearAlgebra]) :
A := <<1, 2, 3>|<2,-3,-1>|<4, 5, 4>>;
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

```
b := <4,-3, 6>;
```

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

```
GaussianElimination(A);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

```
ReducedRowEchelonForm(<A|b>);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Рисунок 1

После ввода данных в программу: матрицы системы и её правой части на выходе получаем решение СЛУ. Последняя матрица (Жордана – Гаусса) очевидным образом указывает решение системы, предпоследняя есть результат последовательного исключения переменных методом Гаусса исходной матрицы системы. С учебной точки зрения собственно решение здесь отсутствует – есть только ответ. Нашей целью является восполнение промежуточных выкладок. Восполнение этих выкладок предполагается в автоматическом режиме: вводится только условие СЛУ, далее работает программа. Выходными данными этой работы будет последовательность матриц, реализующих методы Гаусса и Жордана – Гаусса. Рабочая среда решения поставленной задачи – СКМ Smath Studio [1]. С причинами выбора СКМ Smath Studio в качестве рабочей среды можно ознакомиться в [2].

Технически решение СЛУ методом Гаусса представляет собой последовательность подходящих элементарных преобразований этой СЛУ, каждое из которых может быть реализовано как произведение некоторых матриц. Такие матрицы принято называть элементарными. Каждое элементарное преобразование характеризуется своей элементарной матрицей. Например, при умножении элементарной матрицы

$$E_{\text{ij}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

полученной из единичной матрицы перестановкой i-й и j-й строк на расширенную матрицу системы уравнений, i-я и j-я строки расширенной матрицы переставляются местами. Умножение i-й строки расширенной матрицы на число a достигается умножением слева элементарной матрицы

$$E_{\text{i}}(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & a & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

на расширенную матрицу системы уравнений. Преобразование, заключающееся в сложении i-й строки с коэффициентом a с j-й строкой и дальнейшем размещении этой суммы в j-й строке расширенной матрицы, есть результат умножения матрицы

$$E_{\text{ij}}(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & 1 & \dots & a & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

на расширенную матрицу. Матрица $E_{\text{ij}}(a)$ отличается от единичной матрицы E единственным элементом a, расположенным в i-й строке и j-м столбце. На рисунке 2 произведено исключение неизвестной x_1 в расширенной матрице системы.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \\ 3 & -1 & 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \alpha21 := -\frac{B_{2\,1}}{B_{1\,1}} \quad \alpha31 := -\frac{B_{3\,1}}{B_{1\,1}} \quad E21 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha21 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E31 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \alpha31 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E21 \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 0 & -7 & -3 & -11 \\ 3 & -1 & 4 & 6 \end{bmatrix} \quad E31 \cdot E21 \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 0 & -7 & -3 & -11 \\ 0 & -7 & -8 & -6 \end{bmatrix}$$

Рисунок 2

Аналогично исключаем неизвестную x_2 (рисунок 3)

$$\alpha32 := -\frac{B1_{3\,2}}{B1_{2\,2}} \quad E32 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha32 & 1 \end{bmatrix} \quad E32 \cdot B1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 0 & -7 & -3 & -11 \\ 0 & 0 & -5 & 5 \end{bmatrix}$$

Рисунок 3

Последняя матрица соответствует завершению прямого хода метода Гаусса. Далее (рисунок 4) начинается полное исключение неизвестных (схема Жордана – Гаусса).

$$\alpha23 := -\frac{(E32 \cdot B1)_{2\,3}}{(E32 \cdot B1)_{3\,3}} \quad E23 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha23 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \alpha13 := -\frac{(E23 \cdot E32 \cdot B1)_{1\,3}}{(E23 \cdot E32 \cdot B1)_{3\,3}}$$

$$E23 \cdot E32 \cdot B1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 0 & -7 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & -5 & 5 \end{bmatrix} \quad E13 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha13 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha12 := -\frac{(E13 \cdot E23 \cdot E32 \cdot B1)_{1\,2}}{(E13 \cdot E23 \cdot E32 \cdot B1)_{2\,2}} \quad E12 := \begin{bmatrix} 1 & \alpha12 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E12 \cdot E13 \cdot E23 \cdot E32 \cdot B1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & -7 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & -5 & 5 \end{bmatrix}$$

Рисунок 4

Последнее преобразование формирует главную диагональ матрицы системы только из единиц (рисунок 5). Для краткости последняя матрица обозначена как *C*.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C_{1\,1}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{2\,2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{3\,3}} \end{bmatrix} \cdot C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Рисунок 5

Данная программа работает с СЛУ размерностью 3×3, имеющими ненулевые коэффициенты. Если в конкретной задаче встречаются нулевые коэффициенты, то они могут быть устранены переходом к равносильной системе сложением уравнений этой системы. Очевидным образом программа дорабатывается для решения СЛУ больших размерностей.

Список литературы

1 SMath-Studio [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа: https://ru.smath.com/обзор/SMathStudio/резюме.

2 *Гарист, В. Э.* Применение системы компьютерной математики SMath-Studio при обучении аналитической геометрии и линейной алгебры в вузе / В. Э. Гарист Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве : сб. ст. V Всерос. науч. конф. – Курск, 2021. – 313 с.

УДК 378.016:519.21

ТЕОРЕТИКО-ВЕРОЯТНОСТНАЯ ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

В. Е. ЕВДОКИМОВИЧ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В данной статье рассматривается проблема преподавания теории вероятностей и математической статистики в Белорусском государственном университете транспорта. Данная тема ранее уже исследовалась автором в ряде предыдущих публикаций [1–3].

Последние десятилетия характеризуются резким повышением интереса к тем разделам математики и ее приложений, которые анализируют явления, носящие «случайный» характер. Эта тенденция в значительной степени объясняется тем, что большинство возникших в последние десятилетия новых математических дисциплин, которые ныне обозначаются собирательным термином «кибернетика», оказались тесно связанными с теорией вероятностей. Тем самым теория вероятностей стала чуть ли не самой первой по прикладному значению из всех математических дисциплин. При этом возникновение новых, в большинстве своем «порождённых» теорией вероятностей наук, скажем «теория игр», «теория информации», «страховая математика» или «стохастическая финансовая математика», привело к положению, при котором теорию вероятностей также приходится рассматривать как объединение большого числа разнородных и достаточно глубоко развитых математических дисциплин.

Теория вероятностей имеет значение в начале практически любой деятельности, а также для её регулирования. Благодаря оценке шансов той или иной неполадки (например, космического корабля), мы знаем, какие усилия нам нужно приложить, что именно проверить, чего вообще ожидать в тысячах километров от Земли. Вероятность теракта, экономического кризиса или ядерной войны – всё это можно выразить в процентах. А главное, предпринимать соответствующие контрдействия исходя из полученных данных.

Таким образом, теорию вероятностей нельзя не применять в нашей жизни. Она имеет разные области применения: управление транспортом, строительство, экономика, машиностроение, медицина и многие другие виды деятельности человека. Люди применяют её как сознательно, так и подсознательно, что проявляется в обычных повседневных фразах и действиях. Разумный человек должен стремиться мыслить исходя из законов вероятностей. Теория вероятностей – это одна из составляющих частей успеха. Если стремиться учитывать законы вероятностей и, в том случае, если вероятность неблагоприятная, предпринимать соответствующие контрдействия, то можно упростить себе жизнь в разы и сэкономить своё время, которое так ценно для каждого из нас.

Целью изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» (или «Прикладная математика») является необходимость сформировать у студентов вероятностное мышление, поскольку в практической деятельности каждый из них столкнётся с массовыми случайными явлениями. Данные знания необходимы студентам для изучения многих специальных дисциплин. Они подготовят их к работе над курсовыми и дипломными проектами, которые в большинстве своём содержат разделы по обработке статистических данных, расчёты по надёжности технических устройств или прогнозирование случайных процессов.

Для приобретения профессиональных компетенций в результате изучения дисциплины студент должен знать: основные положения теории вероятностей и математической статистики; основные методы анализа вероятностных закономерностей случайных явлений, методы сбора и анализа статистических данных. Должен уметь: строить вероятностно-статистические модели случайных явлений; использовать вероятностные и статистические методы при решении формализованных инженерных задач; собирать статистические данные и выполнять статистический анализ случайных явлений; использовать вычислительную технику для решения вероятностных задач статистической обработки данных. Студент также должен владеть: основными приёмами обработки экспериментальных данных; методами аналитического и численного решения теоретико-вероятностных задач; навыками творческого аналитического мышления.

Таким образом, можно утверждать, что теоретико-вероятностная подготовка студентов инженерно-технических специальностей является важной частью их образовательного процесса. Однако переход в своё время на четырёхлетний цикл обучения привёл к значительному сокращению аудиторных часов, выделяемых на изучение теории вероятностей и математической статистики. На некоторых факультетах данная дисциплина была вовсе убрана.

Тем не менее опыт работы автора со студентами различных специальностей показывает, что вероятностные методы и статистический анализ может активно использоваться при курсовом и дипломном проектировании. Также они могут использоваться магистрантами и аспирантами в их научных исследованиях. Подтверждением правоты автора служит и то, например, что при составлении примерного учебного плана образовательного процесса второй ступени обучения для магистрантов специальности «Инновационные технологии в машиностроении» предлагается ввести дисциплину «Анализ и упорядочение исходных данных при статистической обработке результатов научных исследований».

Впрочем, одной из форм, которая позволяет сохранить качество преподавания, при сокращении аудиторных часов, может служить интенсификация самостоятельной работы студентов [2]. Данная работа подразумевает не самообразование индивида по собственному произволу, а систематическую управляемую преподавателем самостоятельную деятельность студента, становящуюся доминантной, особенно в современных условиях перехода от парадигмы обучения к парадигме образования.

Однако результаты анализа показывают наличие затруднений при организации самостоятельной работы, восприятии и самостоятельном осмыслении полученной информации, осуществлении контроля и самоконтроля в процессе изучения данной дисциплины. Причина проблемы кроется в том, что у студентов недостаточно сформированы умения и навыки самостоятельной деятельности, слабой является мотивация её осуществления. Существующие трудности сопровождаются неэффективностью самостоятельной работы, слабо выраженным стремлением студентов к её активизации и приводят к получению формальных математических знаний, умений и навыков. В связи с этим возникает потребность в проведении дополнительной разработки методики организации и контроля самостоятельной работы.

Подводя итог вышеизложенному можно утверждать, что использование различных форм и методов теоретико-вероятностной подготовки студентов инженерно-технических специальностей позволяет добиться главной цели профессионального инженерного образования – подготовки квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией, готового к постоянному профессиональному росту.

Список литературы

1 *Евдокимович, В. Е.* О преподавании теории вероятностей в Белорусском государственном университете транспорта / В. Е. Евдокимович // Научные и методиче-

ские аспекты математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф. / под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2019. – С. 74–80.

2 *Евдокимович, В. Е.* Актуализация самостоятельной работы студентов при изучении теории вероятностей / В. Е. Евдокимович // Математическая подготовка в университетах технического профиля: непрерывность образования, преемственность, инновации : материалы Междунар. науч.-практ. конф. / под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2020. – С. 86–90.

3 *Евдокимович, В. Е.* Информационно-коммуникативные технологии в преподавании математики в Белорусском государственном университете транспорта / В. Е. Евдокимович // Актуальные вопросы научно-методической и учебно-организационной работы: современная система общего среднего и высшего образования как исторический фактор единства и устойчивого развития общества [Электронный ресурс] : Респ. науч.-метод. конф. (Гомель, 16–17 марта 2022 года). – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2022. – С. 118–121.

УДК 378.016:51

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА В ОБРАЗОВАНИИ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

А. А. ЕРМОЛИЦКИЙ
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь

Математическое образование будущих инженеров долгое время заключалось в изучении стандартных курсов «Высшая математика», «Теория вероятностей и математическая статистика». В настоящее время возрастает роль информатизации и компьютеризации науки и жизни. Теоретической основой компьютерной математики можно считать курс «Дискретная математика», включающий разделы «Математическая логика», «Отношения», «Теория графов», «Булевы матрицы» и некоторые другие темы. С другой стороны, развитие науки и техники предполагают использование других фундаментальных разделов современной математики. Так, например, в теории кодирования применяются кольца и поля из алгебры. Используя межпредметные контакты с выпускающими (специальными) кафедрами, можно определить набор тем математики, которые желательно добавить в образовательный процесс. В качестве примера рассмотрим курс «Специальные математические методы и функции» (СММиФ), первоначально возникший как спецкурс, который читается на кафедре ФМД ИИТ БГУИР для некоторых специальностей.

Радиоинженеру обычно приходится иметь дело с сигналами. С математической точки зрения сигнал представляет собой временную функцию $f(t)$. Для успешной обработки сигнала требуется определить, что такое сигнал (множество сигналов), какие характеристики сигнала рассматриваются (в том числе комплексные), как понимается «расстояние» между сигналами (в том числе метрика Хемминга). Целью преподавания данной учебной дисциплины является освоение основных математических методов, применяемых для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений при поиске оптимальных решений технических задач, а также обработка и анализ численных экспериментов.

В курсе СММиФ рассматривается применение следующих фундаментальных математических разделов: линейные пространства, пространства Гильберта, метрические пространства, обобщённые ряды Фурье, линейные операторы и функционалы, интегральные преобразования Фурье, Гильберта, Z-преобразования, уравнения математической физики, элементы вариационного исчисления, гамма- и бета-функции, функция Бесселя, теория матриц.

Предполагается, что освоение студентами курса СММиФ поможет им при изучении специальных дисциплин, написании курсовых работ и в дальнейшей работе.

Таким образом, наблюдается тенденция к внедрению фундаментальных математических наук в математическое образование технических специалистов.

УДК 331.108.43:378.14

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ

А. А. ЕРМОЛИЦКИЙ, В. В. МАХНАЧ
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск,
Республика Беларусь

Для студентов технических университетов существенное место в рабочих планах специальностей отводится изучению дисциплин физико-математического профиля. Они не только являются фундаментом для последующего изучения специальных дисциплин, определяющих профиль специальности, но и формируют определенную культуру, необходимую техническому специалисту, которая поможет ему находить решение возникающих задач, позволит в дальнейшем постоянно повышать свою квалификацию.

Современные информационные технологии позволяют расширить рамки классического подхода в образования, позволяя учиться «удаленно», что особенно востребовано при получении образования в заочной форме обучения. Существуют различные образовательные платформы, позволяющие дистанционно не только обеспечивать образовательный процесс, но и осуществлять как текущую, так и итоговую аттестации.

В Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники внедрена система MOODLE, обладающая большой функциональностью для образовательного процесса. Однако следует иметь в виду, что при проведении аттестаций существенным является соотношение между полученной студентом оценкой и его объективными знаниями по изученной дисциплине. Кроме того, решение как математических, так и физических задач подразумевает проведения математических выкладок, правильность выполнение которых система в реальном времени контролировать не может и таким образом корректность решения определяется полученным ответом, который может быть как численным (при решении физических или расчетных математических задач), так и аналитическим. Тем не менее встроенные в MOODLE возможности позволяют проводить контроль и для математических дисциплин [1]. Отметим, что проведение дистанционных аттестаций было использовано с момента введения профилактических мер для предотвращения распространения Covid 19.

Остановимся на проведении аттестации вида контрольной работы, которая выполняется студентами факультета компьютерных технологий ИИТ БГУИР специальности «Программное обеспечение информационных технологий» заочной формы получения образования по дисциплине «Физика». Контрольная работа предлагается в форме теста, составленного из физических задач по темам соответствующих программе разделов курса общей физики. Одна часть состояла из заданий с возможностью выбора ответа, что соответствует заданиям части «А» централизованного тестирования по математике и физике, в остальных заданиях требовалось получить и ввести численный ответ, аналогично заданиям из раздела «В».

Тест содержал девять заданий (две или три задачи из разделов курсов физики в соответствии с рабочей программой дисциплины). При создании теста был использована настройка «Случайный вопрос», когда каждому студенту конкретная задача выбиралась из имеющейся базы задач случайным образом, при этом уровень сложности заданий подбирался примерно одинаковым. Так же была использована настройка «Перемешивание заданий», когда очередность появления задачи из конкретного раздела физики определялась выбором самой системы. Отметим, что при создании тестового задания имеется возможность определить метод выполнения заданий – настройка «метод навигации» – когда можно разрешить переход к выполнению последующего задания только после выполнения предыдущего; однако, поскольку для выполнения теста устанавливалось ограничение по времени, метод перехода от задания к заданию был «свободный». Уместным будет отметить следующее: в задачах с выбора ответа возможно проверить способность студента выполнить математические преобразования – получить ответ в аналитическом виде и сравнить его с предложенными выражениями. Для заданий типа «В» следует обязательно указать формат ввода численного ответа (единицы измерения искомой величины, число значащих цифр, запись в стандартном виде). Настройка проверки задания позволяет так же указать числовой диапазон, в который должен попадать полученный ответ.

В таблице 1 приведены баллы (усредненные по студенческим группам) по результатам контрольных работ, выполненных в среде MOODLE и экзамена по предмету «Физика». Абсолютные величины отклонений в баллах существенно разнятся для различных групп, как и выраженное в процентах отклонение среднего балла, полученного по результатам контрольной работы и экзамена. Тем не менее можно отметить, что относительное отклонение в основном находится в интервале от 30 до 50 процентов.

Таблица 1

Группа	Средний балл (контрольная работа)	Средний балл (экзамен)	Относительное отклонение, %
181071	6,6	4,0	39
181072	6,7	3,9	42
181073	7,5	3,7	51
181074	6,3	4,3	32
181075	5,3	2,9	45
181076	6,7	3,0	55
181077	7,6	2,7	64
181078	6,6	4,8	27

Анализ имеющегося расхождения результатов промежуточной и итоговой аттестации приводит к следующим заключениям.

1 Среда MOODLE позволяет получить статистический анализ теста после его выполнения студенческой группой; в частности, для каждого из заданий приводятся такие характеристики, как «Индекс сложности», «Эффективный вес», «Индекс дискриминации», «Эффективность дискриминации», «Стандартное отклонение», которые позволяют определить эффективность каждого задание и провести их ранжирование для использования в последующих тестах [2].

2 Необходимо расширять базу заданий для уменьшения вероятности совпадения задач у студентов группы во время выполнения теста.

3 Если не использовать настройку «перемешивания» заданий, то можно определить, какие из разделов физики вызывают наибольшую трудность при самостоятельном обучении.

В заключении сделаем следующий вывод: использование образовательной платформы MOODLE позволяет провести текущую аттестацию обучающихся достаточно эффективно. Достоверность итогов может быть скорректирована на основе накопленного опыта, посредством постоянного дополнения базы заданий и их ранжирования по уровням сложности, а также использованием имеющихся в системе настроек при формировании контрольного задания.

Список литературы

1 *Лазарева, Е. Г.* Применения электронного ресурса на платформе MOODLE в курсе «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» / Е. Г. Лазарева, И. Г. Устинова [Электронный ресурс]. – 2012. – Режим доступа : https://viperson.ru/uploads/ attachment/file/952170/3 Возможности применения электронного ресурса на платформе Moodle elibrary 28103132_85928933 – Copy – Copy.pdf . – Дата доступа : 01.03.2023.

2 *Нестеров, С. А.* Оценка качества тестовых заданий средствами среды дистанционного обучения MOODLE / С. А. Нестеров, М. В. Сметанина // Научно-технические ведомости СПбГПУ 5' (181) 2013. [Электронный ресурс]. – 2013. – Режим доступа : https://infocom.spbstu.ru/userfiles/files/articles/2013/5/12_nesterov.pdf . – Дата доступа : 01.03.2023.

УДК 378.147:51

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА СТУДЕНТОВ К ИЗУЧЕНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА» В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Е. Л. ЕРОШЕВСКАЯ
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Современный научно-технический прогресс выдвигает новые требования к инженерной профессии.

Конечной целью высшего образования является формирование профессиональной компетентности выпускника.

Успешное формирование предусмотренных стандартами компетенций студентов и выпускников технического университета в значительной степени определяется уровнем их математической подготовленности.

Многие преподаватели вузов отмечают тенденцию к снижению математической подготовки школьников, а это ведёт к затруднениям в усвоении программного материала студентами в университете. А это влечёт за собой неоднородность студенческих групп в вузе. Итак, состав образовательных групп является гетерогенным (неоднородным): неоднородный по признаку школьной математической подготовки и по интересу к изучению математики.

Интерес к изучению математики проявляют далеко не все студенты. Интерес не относится к числу врожденных человеческих качеств. Это психическое явление. Понятие «интерес» рассматривается как «положительно окрашенный эмоциональный процесс, связанный с потребностью узнать что-то новое об объекте интереса, повышенным вниманием к нему» [1].

Познавательный интерес представляет собой важную область общего феномена интереса и выступает одним из главных побудителей учебной деятельности. Наличие интереса является важным условием прочного и сознательного усвоения знаний. Он содействует развитию мышления и расширению кругозора.

Математика – базовая дисциплина инженерно-технического образования по всем направлениям и специальностям.

Познавательный интерес определяет активность, самостоятельность и инициативность студента в учебно-познавательной и профессиональной деятельности, влияет на формирование его мировоззрения и является одним из факторов развития личности. Для системы высшего образования познавательный интерес необходим, так как на его основе формируется активная познавательная позиция будущего инженера.

Проведены исследования по изучению вопросов классификации интересов, их формирования и развития не только педагогами-исследователями (Ю. К. Бабанским, В. Г. Ивановым, И. Я. Лернером, Г. И. Щукиной и др.), а также исследованы психологами, социологами, философами (С. Л. Рубинштейном, А. В. Петровским, А. О. Карповым и др.).

Если молодой человек поступил просто в вуз, то у него нет интереса к инженерной специальности. А если студент видит себя в будущей профессии, то у него есть внутренняя убежденность и он изучает с интересом учебные предметы.

В результате проведения эксперимента и анализа полученных данных установлено, что 29,2 % студентов не испытывают интереса к математике, т. е. они имеют невысокий уровень познавательного интереса. Однако информатизация общества и внедрение во все сферы жизни высоких технологий делают необходимым получение качественных и тематических знаний. Чтобы мотивировать студентов, побудить их к познавательной деятельности, мы постоянно обдумываем способы преподнесения знаний.

На наш взгляд, самой эффективной формой обучения, которая помогает студентам овладеть теоретическими знаниями, является лекция. Лекция занимает ведущее место в учебном процессе, является основой, на которой строится весь учебно-воспитательный процесс в вузе. На лекции определяется отношение студентов к математике.

Не только хорошо продуманный и грамотно организованный учебно-воспитательный процесс, но и педагогическое мастерство преподавателей способствует использованию познавательного интереса студентов к математике в техническом вузе.

Изучение курса математики в техническом университете включает не только лекции, но и практику решения математических задач, что является уникальным тренингом по установлению логических связей.

При проведении практических занятий по математике предлагаем студентам задания на два уровня сложности. 55 % студентов группы стремятся выполнить задачи первого уровня, а после этого переходят к заданиям второго уровня (25 %), а остальные (20 %) решают задачи второго уровня сразу.

Несомненно, решение заданий способствует изменению эмоционального поведения студентов, обеспечивая продолжительность и устойчивость эмоционального настроения на учебную работу.

Наблюдения показывают положительное влияние интереса на качество приобретаемого знания, на повышение работоспособности, а также на психические процессы: восприятие, внимание, память, мышление, волю.

Знания, приобретенные без положительных эмоций, не становятся активным достоянием человека. Они становятся мертвым грузом.

Выбор сложности задания зависит от интереса и от оценки студентом уровня достигнутых учебных результатов и определяет ожидаемый новый результат деятельности. Эффективность обучения достигает высокого уровня, если студент проявляет интерес к учебному процессу, к выполнению предлагаемым ему заданиям, как аудиторным, так и домашним.

Как показала практика, целенаправленное использование разноуровневых заданий для студентов гетерогенных групп дало положительные результаты. Студенты стремились выбирать задания более высокой степени сложности, предлагали неординарные способы решения задач. Все это повышало уровень их математической подготовки и способствовало переходу на более высокий уровень математической подготовки, стимулировало устойчивый интерес к математике и возможности её применения при изучении специальных дисциплин.

Проводя анкетирование, мы установили, что студентам интересны задания с прикладным потенциалом.

Например: Электрический проводник имеет форму лепестка, ограниченного дугами кривых $(x-3)^2 + y^2 = 9,\ \ x^2 + \left(y-3\right)^2 = 9.$ Определить площадь лепестка.

При решении этой задачи студенты с интересом изображают лепесток. Многие из них используют симметрию плоской фигуры. Определяют площадь с помощью двойного интеграла, переходя к полярным координатам. При интегрировании вспоминают формулы понижения степени (школьная программа).

Для этого нами создан комплекс заданий [2–4] для использования на практических занятиях, при самостоятельной работе, куда входят помимо типовых учебных задач задания, для выполнения которых требуются умения применять усвоенные математически методы, алгоритмы в субъективно новых для студентов условиях.

Такие задания прививают интерес к накоплению знаний, стимулируют активное освоение учебного материала и позволяют определить степень усвоения математического содержания.

Индивидуальная деятельность студента постепенно становится объектом самооценки, а это в свою очередь стимулирует у студентов интерес к учебно-познавательной деятельности и саморазвитию. У студента развивается устойчивый интерес к самообразованию.

Список литературы

1 Словарь русского языка : в 4 т. Т. 4. – 2-е изд. – М. : Русский язык, 1984.

2 *Ерошевская, Е. Л.* Учебно-методическое пособие для студентов строительных специальностей по дисциплине «Высшая математика» по теме «Комплексные числа» / Е. Л. Ерошевская. – Минск : БГПА, 2001. – 47 с.

3 *Ерошевская, Е. Л.* Определенный интеграл : учеб.-метод. пособие / Е. Л. Ерошевская. – Минск : БНТУ, 2019. – 118 с.

4 *Ерошевская, Е. Л.* Математика : учеб.-метод. пособие для студ. строительных спец.: в 2 ч. Ч. 2 / Е. Л. Ерошевская. – Минск : БНТУ, 2020. – 64 с.

УДК 51:378.147:004.9

ЦИФРОВЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ В КОНТЕКСТЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ

Н. А. ИВАНОВА, О. В. КУБАНСКИХ
Брянский государственный университет им. акад. И. Г. Петровского, Российская Федерация

В современном мире, где широко используются информационные технологии, использование цифровых инструментов в образовательном процессе приобретает особую значимость, становится одним из векторов развития образования.

Использование digital tools для оптимизации процесса обучения представляет собой одну из наиболее перспективных форм обучения и является важным условием эффективного усвоения знаний.

Цифровые инструменты предоставляют новые возможности для изучения различных предметов, в том числе математического цикла и может быть реализовано по нескольким направлениям, среди которых можно выделить выполнение математических операций в специализированных пакетах прикладных программ и визуализацию [1].

В первом случае применяются разнообразные инструменты, которые позволяют манипулировать различными типами данных, выполнять математические и инженерные расчеты и ориентированы на решение задач, связанных с обработкой данных, полученных в результате экспериментов. В их число входят пакеты математических вычислений, пакеты для проведения численных расчетов, а также пакеты для решения интегральных уравнений. Эти пакеты позволяют выполнять различные математические и численные расчеты, проводить анализ полученных результатов, а также осуществлять статистическую обработку экспериментальных данных.

Применение этих инструментов позволяет реализовать на практике такие принципы современного образования, как системность, наглядность, доступность, модульность, интерактивность.

Ниже перечислены прикладные пакеты, которые используют преподаватели физико-математического факультета ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского» в рамках проведения занятий по дисциплинам математического цикла (математический анализ, дискретная математика, алгебра, геометрия, теория вероятностей, статистика, эконометрика и др.).

PTC Mathcad – интегрированное программное обеспечение с графическим интерфейсом, предназначенное для быстрого и эффективного решения инженерных и научных задач [2].

Magma – это основанное на специально разработанной системе математических алгоритмов программное обеспечение, которое позволяет получать наиболее точные результаты в алгебре, теории чисел, геометрии и комбинаторике [3]. Magma позволяет выполнять довольно сложные вычисления, даже если данные имеют очень высокую степень сложности.

Wolfram Alpha – онлайн сервис с мощными вычислительными возможностями, способный обеспечить решение большого спектра задач [4]. Этот программный пакет позволяет создавать и проверять математические модели, а также решать даже самые сложные вычислительные задачи.

GeoGebra позволяет создавать и редактировать геометрические модели, а также решать и моделировать задачи [5]. Содержит большое количество объектов и функций, которые позволяют создавать геометрические фигуры и объекты, выполнять операции над ними, строить графики и диаграммы, проводить вычисления и т. д.

Matlab – развитая интегральная платформа для числовых вычислений и программирования, включает библиотеку математических функций, систему алгебры и набор функций для вычисления производных и интегралов [6]. Пакет также может использовать пакеты символьной математики SymPy и Symbolic Math Toolbox.

SMath Studio – многофункциональное программное обеспечение для автоматизации математических расчетов и обработки результатов различных вычислений [7]. С одной стороны, программа помогает упростить расчеты, с другой – предоставляет возможность создавать сложные математические модели.

Maple – для образования (онлайновые, мобильные и настольные инструменты для преподавания и изучения математики, от средней школы до аспирантуры), инженерии (системное моделирование, виртуальный ввод в эксплуатацию, инженерные расчеты и системное проектирование) и исследований (инструменты для исследований, связанных с вычислительной математикой, инженерией, физикой, химией и т. д.) [8].

Maxima – бесплатная система компьютерной алгебры, которая не уступает по возможностям платным аналогам и может обеспечить выполнение расчетов высокой точности [9]. С помощью Maxima удобно решать задачи, связанные с вычислением интегралов, функций, производных.

Традиционные приемы работы с решением математических задач на доске можно перевести в цифровой формат. Применение математических пакетов и систем в учебном процессе позволяет значительно повысить эффективность выполнения практических заданий. Студенты получают возможность выбирать различные алгоритмы решения типовых задач, что позволяет им лучше понять сущность изучаемого материала и способствует формированию математической культуры [10].

Во время подготовки и проведения занятия можно воспользоваться различными приемами работы с цифровыми инструментами:

– поэтапные способы вычислений;
– выполнение операций с числовыми выражениями;
– выявление взаимосвязи между величинами;
– просмотр результатов вычислений;
– решение уравнений, неравенств и их систем;
– матричные вычисления;
– поиск значения функций по указанным аргументам;
– решение задач оптимизации и др.

Не менее значимым является и другое направление – визуализация. Использование ее приемов в образовательном процессе позволяет значительно повысить эффективность обучения, так как позволяет наглядно представить не только изучаемый материал, но и полученные в ходе решения задачи результатов.

Средства визуализации можно использовать:

– в процессе подготовки материалов (раздаточный материал, презентации, видеоролики);

– для формирования навыков решения конкретных типов задач различной степени сложности (шаблоны типовых задач и чертежей, интерактивные рабочие тетради, тренажеры для отработки решения типовых задач);

– при формулировке и доказательстве теорем (представление анимированных и/или пошаговых моделей построения объектов в динамике);

– непосредственное построения графиков, диаграмм и/или анимации решения конкретной задачи;

– визуальное моделирование геометрических объектов с рассмотрением с любого ракурса и возможностью получения модифицированной модели за счет изменения параметров деформации;

– проверка степени сформированности компетенций (тестовые задания, викторины, квизы и кроссворды, рассчитанные на базовый, повышенный и высокий уровни сложности) и др.

Применение цифровых инструментов позволяет повысить качество образования, поскольку создает принципиально иные возможности для организации учебного процесса и предоставляет условия для развития у обучающихся навыков самостоятельного приобретения знаний, умения решать учебные и практические задачи. Однако повсеместное внедрение digital tools в процесс обучения не является самоцелью и не может заменить традиционные технологии обучения, их использование должно быть разумно и оправдано. Все зависит от того, какие цели преследуются, насколько они совместимы с задачами формирования знаний, умений и навыков.

Список литературы

1 *Иванова, Н. А.* Цифровые инструменты и новые неформальные методы в образовательном процессе / Н. А. Иванова, О. В. Кубанских // Теоретические и прикладные аспекты естественнонаучного образования в эпоху цифровизации : материалы Всерос. науч.-практ. конф., Брянск, 21–22 апреля 2022 г. – Брянск : Брянский гос. ун-т им. акад. И. Г. Петровского, 2022. – С. 15–17.

2 PTC Mathcad [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа : https://www.mathcad.com. – Дата доступа : 28.02.2023.

3 Magma [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа : http://magma.maths.usyd.edu.au/magma. – Дата доступа : 28.02.2023.

4 Wolfram Alpha [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа : https://www.wolframalpha.com. – Дата доступа : 28.02.2023.

5 GeoGebra [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа : https://www.geogebra.org. – Дата доступа : 28.02.2023.

6 Matlab [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа : https://mathworks.com. – Дата доступа : 28.02.2023.

7 SMath Studio [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа : https://www.smath.com. – Дата доступа : 28.02.2023.

8 Maple [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа : https://www.maplesoft.com. – Дата доступа : 28.02.2023.

9 Maxima [Электронный ресурс] : офиц. сайт. – Режим доступа : https://maxima.sourceforge.io. – Дата доступа : 28.02.2023.

10 *Махина, Н. М.* Некоторые аспекты изучения разделов высшей математики на направлениях, связанных с программированием / Н. М. Махина, В. А. Беднаж, Н. А. Иванова // Перспективы и возможности использования цифровых технологий в науке, образовании и управлении : сб. материалов Всерос. науч.-практ. конф., Астрахань, 21–23 апреля 2022 г. – Астрахань : Астраханский гос. ун-т им. В. Н. Татищева, 2022. – С. 111–113.

УДК 51:378.147.88

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

В. В. ИГНАТЕНКО
Белорусский государственный технологический университет, г. Минск

Высшая математика является одной, если не самой главной, «обслуживающей» дисциплиной в техническом университете. И от того, как и какие разделы математики преподавать, во многом зависит уровень математической подготовки будущего специалиста.

С приходом на производство новых технологий, современного высокоэффективного оборудования, компьютерной техники, новых методов управления, значительно возросли требования к современному инженеру в области математического образования. Особое внимание должно уделяться построению математических моделей реальных производственных задач и методам их решения. Как отмечает академик В. И. Арнольд, «умение составлять адекватные математические модели реальных ситуаций должно составлять неотъемлемую часть математического образования» [1, с. 28].

Следует отметить, что в Беларуси, в связи с переходом на четырёхлетнее обучение (бакалавры) в учебных планах технических университетов произошло значительное сокращение часов по высшей математике, а также сильно снизился уровень подготовки по математике в средней школе.

В связи с этим уместно напомнить высказывание академика И. Г. Александрова – создателя плана ГОЭРЛО: «Наши молодые инженеры плохо владеют математическим методами – это уже … не инженеры, а монтеры … Инженер в полном смысле этого слова немыслим без знания математики. Ничего нельзя сделать без математики: мост построить нельзя, плотину – нельзя, гидростанцию – нельзя. Сокращать объем преподавания математики – преступление. Надо изучать ее как можно в большем объеме, а главное – как можно основательнее» [2].

Естественно, возникает вопрос: как в современных условиях подготовить высококвалифицированного инженера?

Одним из выходов из сложившегося положения является переход от традиционной формы преподавания математики (набор классических разделов высшей математики), как это делалось раньше, а кое-где – и сейчас, к практико-ориентированной форме обучения, когда упор делается на те разделы математики, которые в первую очередь будут применены в будущей специальности.

Особенностью практико-ориентированной формы обучения является то, что только после совместного обсуждения преподавателями кафедры высшей математики и выпускающих кафедр, с учетом запросов производства, должно приниматься решение, какие разделы математики включить в рабочую программу, какова глубина их изучения, для каких реальных производственных задач учить строить и решать математические модели.

Покажем, как это делается для специальности «Лесная инженерия и логистическая инфраструктура лесного комплекса» в Белорусском государственном технологическом университете.

После рассмотрения реальных производственных задач, которые были сформулированы ведущими преподавателями выпускающей кафедры и которые могут решаться с использованием математических моделей были получены две основные группы задач: задачи решаемые методами линейного программирования и задачи для которых строятся стохастические модели, с использованием дифференциальных уравнений Колмогорова [3]. Поэтому в курс высшей математики были включены разделы: «Линейное программирование» и «Теория массового обслуживания», которых раньше не было. Из прежней учебной программы были исключены такие разделы, как «Теория поля», «Ряды Фурье», «Криволинейные и поверхностные интегралы», «Тройной интеграл». Рассмотрена глубина изучения оставшегося материала в зависимости от его использования выпускающими и инженерными кафедрами. Некоторые математические положения носят только ознакомительный характер. Теоретический материал излагается в основном без доказательств. Основное внимание уделяется разъяснению вводимых математических понятий и выработке навыков по применению математического аппарата к решению практических задач. Перед изложением теоретического материала первоначально рассматривается ряд задач, приводящих к данному понятию, затем дается строгая математическая формулировка. Например, перед тем, как читать линейное программирование, первоначально рассматриваются реальные производственные задачи будущей специальности, которые решаются методами линейного программирования: задача оптимального использования ресурсов; задача оптимального раскроя материалов; задача оптимальной загрузки оборудования; задача оптимизации грузопотоков древесины (транспортная задача) и для одной или двух задач строятся их математические модели. После этого переходят к изложению теории и методов решения задач линейного программирования. Много внимания уделяется реализации этих методов с использованием компьютеров и имеющихся пакетов программ.

Поясним использование «Теории массового обслуживания» на конкретном примере решения реальной производственной задачи. В настоящее время в Республике Беларусь лесозаготовки осуществляются по сортиментной технологии, подразумевающей переход от использования ручного труда с применением бензопил к внедрению систем многооперационных лесных машин «харвестер – форвардер». Харвестер – многооперационная машина, предназначенная для валки деревьев, их очистки от сучьев и раскряжевки на сортименты. Форвардер – многооперационная машина, предназначенная для сбора, погрузки и подвозки сортиментов на промежуточный склад с последующей их выгрузкой, штабелевкой и подсортировкой. С промежуточных складов лесоматериалы самозагружающимися автопоездами доставляются потребителям, минуя нижние склады.

С одной стороны, применяемая технология, практически, полностью исключает ручной труд, уменьшает производственный травматизм, существенно повышает производительность труда, а следовательно и эффективность лесозаготовок. С другой стороны, перед инженерно-техническим персоналом часто возникает ряд производственных задач, решение которых невозможно без математических методов и моделей. Например, в условиях широкого ассортимента лесозаготовительного оборудования, предлагаемого на рынке отечественными и зарубежными производителями, ключевой задачей является выбор оптимальной пары смежно работающих лесных машин, которая эксплуатируется в конкретных природно-производственных условиях. Заводом-изготовителем по каждой лесной машине устанавливаются свои усредненные технические характеристики, которые в производственных условиях в зависимости от среднего объема хлыста, запаса древесины на лесосеке, почвенно-грунтовых особенностей, времени года и некоторых других факторов могут находиться в широких диапазонах. В этой связи формирование систем машин путем прямого сопоставления их технических характеристик не является рациональным. Решение данной производственной задачи возможно с применением математического моделирования работы исследуемой системы машин.

Рассмотрим математическую модель работы системы лесных машин на примере «харвестер – форвардер» [4]. Составим граф состояний работы форвардера (рисунок 1).

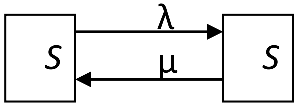


Рисунок 1 – Граф состояний форвардера

В соответствии с рассматриваемым графом состояний форвардер может находиться в состоянии простоя (S_0) ввиду отсутствия лесоматериалов, которые заготавливает для него харвестер, или в рабочем состоянии (S_1), выполняя сбор, погрузку, подвозку и штабелевку на промежуточном складе сортиментов. При этом из состояния простоя (S_0) в рабочее состояние (S_1) данная лесная машина переходит с интенсивностью λ сортиментов в час, обратно – с интенсивностью μ сортиментов в час: $\lambda = t_з^{-1}$, где $t_з$ – продолжительность цикла заготовки одного сортимента харвестером; $\mu = t_п^{-1}$, где $t_п$ – продолжительность цикла, связанного со сбором, погрузкой, подвозкой и штабелевкой на промежуточном складе одного сортимента форвардером.

Обозначим $P_i(t)$ – вероятность того, что в момент времени t лесная машина находится в состоянии S_i, тогда рассматриваемая модель функционирования форвардера на основании дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний примет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ \dfrac{dP_1}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \tag{1}$$

При установившемся режиме работы лесных машин (в течение месяца, года и т. д.) примем, что финальные вероятности состояний форвардера $P_0 = \text{const}$, $P_1 = \text{const}$. В этом случае система дифференциальных уравнений (1) трансформируется в систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ 0 = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \tag{2}$$

Решением системы уравнений (2) относительно параметров P_0 и P_1 являются выражения для рационального подбора системы лесных машин «харвестер – форвардер»:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \quad P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \tag{3}$$

Практическое применение полученных зависимостей состоит в следующем. При формировании системы лесных машин вначале выбирается марка одной из них, например форвардера, работа которого в конкретных природно-производственных условиях характеризуется интенсивностью μ. По зависимостям (3) устанавливается значение параметра λ, при котором обеспечивается рациональная загрузка форвардера ($P_1 \geq 0{,}9$). Далее по параметру λ подбирается конкретная марка харвестера (рисунок 2).

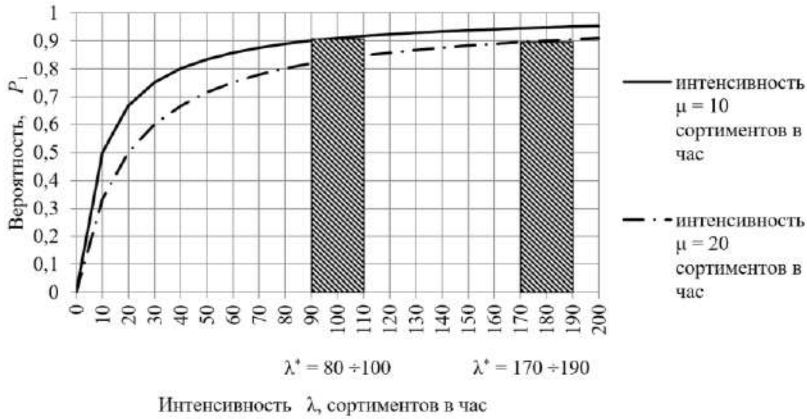


Рисунок 2 – Зависимости вероятностей состояний системы лесных машин «харвестер – форвардер»

Рассматриваемая математическая модель может быть использована в лесозаготовительном производстве, при формировании рациональной и эффективной системы лесных машин, например «харвестер – форвардер» в зависимости от конкретных природно-производственных условий, при наименьших экономических затратах.

Применяя на практике подобное математическое моделирование, инженер уже на стадии проектирования конкретного производственного участка может сформировать эффективные системы машин и технологические линии, обеспечивающие высокие показатели загрузки при минимальных простоях и нарушениях производственного ритма.

Список литературы

1 *Арнольд, В. И.* «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд. – М. : МЦНМО, 2000. – 32 с.

2 *Александров, Л. Д.* Математика и диалектика / Л. Д. Александров // Математика в школе. – 1972. – № 1. – С. 5–12.

3 *Игнатенко, В. В.* Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок : учеб. пособие / В. В. Игнатенко. В. Турлай, А. С. Федоренчик. – Минск : БГТУ, 2004. – 178 с.

4 *Игнатенко, В. В.* Математическая модель лесопромышленной системы «харвестер – форвардер» // Современные проблемы анализа динамических систем. Теория и практика : материалы Междунар. открытой конф., Воронеж 21–23 мая 2019 г. / отв. ред. В. В. Зенина. – Воронеж : ВГЛТУ, 2019. – С. 217–220.

УДК 004.94:378.147

О РОЛИ ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ» В ТРАНСПОРТНОМ ВУЗЕ

Л. Ю. КАТАЕВА
Филиал Самарского государственного университета путей сообщения, г. Нижний Новгород, Российская Федерация

Предмет «Математическое моделирование» является ключевым инструментом личностного развития и обучения студентов железнодорожного вуза в обществе информационных технологий. В настоящее время больше недостаточно просто иметь высокую квалификацию и знания, которые помогут решать типовые задачи. Всё больше работодателей хотят, чтобы их сотрудники были способны находить новые и инновационные решения. Анализ мировых и внутринациональных тенденций подтвердил, что высшее профессиональное образование занимает ключевую роль в подготовке кадрового потенциала [1]. Для обеспечения устойчивого развития страны одной из важнейших является задача обеспечения промышленности высококвалифицированными кадрами [2]. Оно помогает развивать интеллектуальные и навыки сотрудников, что позволяет более эффективно использовать их навыки в работе и может помочь работодателям привлекать лучших сотрудников, поскольку они будут иметь доступ к более высококвалифицированным и опытным сотрудникам. Поэтому становится наиболее актуальной задача формирования у студентов практических навыков использования получаемых теоретических знаний. Именно предмет «Математическое моделирование» позволяет наиболее полно решить данную задачу. В рамках данного предмета есть возможность применить теоретические принципы к практическим проблемам и исследованиям, позволяя студентам приобретать знания и навыки для анализа реальных проблем и систем. Это помогает в повышении квалификации студентов, позволяя им лучше понимать полученные теоретические знания по математике и применять их при решении профессиональных задач.

Обучение в рамках данного предмета для решения профессиональных задач железнодорожного транспорта, таких как анализ данных, математические модели, проектирование систем и подсистем, работа с базами данных и других, позволяет студентам развить навыки использования полученных знаний по математике, информатике и другим профессиональным предметам и креативно применять их к решению реальных задач при активном использовании современного программного обеспечения. Это позволяет студентам понять, что математика не только является формально-логической и теоретической наукой, но и имеет практическое применение.

Таким образом, она помогает приобрести ценные навыки и знания, которые студенты могут использовать в будущем. Предмет «Математическое моделирование» имеет высокий потенциал для формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности. Он помогает студентам формировать профессиональные компетенции и умения применять полученные знания на практике. В рамках данного предмета у студентов появляется возможность осваивать новые знания, а у педагога появляется возможность использовать большое разнообразие методов преподавания [3, 4]. Использование таких пакетов прикладных программ, как Excel и MathCad, для моделирования простых задач оптимизации позволяет студентам получить представление о процессе моделирования, начиная со словесной формулировки задачи и ее ограничений и заканчивая формализацией и реализацией в пакетах прикладных программ.

Но для освоения более сложных моделей возникает необходимость сознания интерактивных моделей. Они интегрируют модели принятия решений, анализ данных и экспертные системы. Эти модели позволяют пользователю взаимодействовать с приложением, чтобы понять причины решения и продвинуть процесс решения дальше. С другой стороны, связь предмета «Математическое моделирование» с целым рядом других предметов делает его преподавание локомотивом профессиональной подготовки, а для ускорения процесса образования можно использовать профессионально ориентированные интерактивные модели, позволяющие студенту наглядно осуществлять процесс моделирования.

Математическое моделирование является весьма полезным инструментом познавательной, практической и научной деятельности человека [5, 6]. Оно стало одним из важнейших инструментов для поиска оптимальных решений в современных условиях конкуренции. Инженеры могут использовать математические модели для анализа и оценки производственных процессов и организации работы железнодорожного транспорта, что позволит более эффективно использовать ресурсы.

Математическое моделирование – один из самых важных инструментов, который помогает учащимся раскрыть потенциал профессионального развития [7, 8]. Этот предмет предоставляет студентам возможность изучать и анализировать профессиональные задачи с помощью математических моделей микро- и макроуровней, а также оптимизировать их численными методами. Математическое моделирование имеет практическую ценность в том, что оно помогает понять суть исследуемого объекта и открывает новые горизонты понимания. Кроме того, использование математических моделей для анализа данных позволяет решить одну из основных проблем психологии и педагогики – проблему мотивации и познавательной активности учащихся, создавая главную движущую силу организации успешного учебного процесса и более глубокого и активного освоения получаемых знаний.

В заключение следует отметить, что в современных условиях важно сформировать целую логическую цепочку профессиональной подготовки, где математическое моделирование является инструментом для решения конкретных задач, связанных с будущей профессией. Это дает образовательному процессу личностный смысл, но при этом нельзя забывать и о том, что нужно обобщать математические модели на более общие случаи, чтобы получить достаточно глубокие знания. При формировании логической цепочки профессиональной подготовки студент должен понимать и знать, как изучаемый материал может применяться при решении профессиональных задач инженера железнодорожного транспорта. Это в свою очередь мотивирует студента на глубокое изучение материала и понимание того, как изучаемые знания могут быть использованы в профессиональной деятельности.

Список литературы

1 *Катаева, Л. Ю.* О трансформации высшего профессионального образования в современных условиях / Л. Ю. Катаева // Анализ состояния, проблем и перспектив развития современного образования : [монография]. – Петрозаводск : МЦНП Новая Наука, 2021. – С. 116–129.

2 Устойчивое развитие и угрозы экономической безопасности / С. Н. Митяков [и др.] // Экономика и предпринимательство. – 2019. – № 10 (111). – С. 111–114.

3 *Медведева, Т. Н.* Особенности учебной мотивации у студентов ВУЗа / Т. Н. Медведева, Е. П. Пешкина // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 36. – С. 16–20.

4 *Самарский, А. А.* Математическое моделирование: идеи, методы, примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М. : Физматлит, 2001. – 320 с.

5 *Kent, P.* Mathematics in the University Education of Engineers. A Report to the Ove Arup Foundation [Electronic resource] / P. Kent. R. Noss. – London : London Knowledge Lab. 2003. – Retrieved. – Mode of access : http://www.lkl.ac. uk/research/REMIT/Kent-Noss-report-Engineering-Maths.pdf. – Date of access : 25.10.2014.

6 *Клячко, Т. Л.* Образование в России и мире. Основные тенденции / Т. Л. Клячко // Образовательная политика. Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ. – 2020. – № 1. (81) – С. 26–42.

7 *Архаров, Е. В.* О некоторых теоретических аспектах прикладной направленности обучения высшей математике студентов / Е. В. Архаров, Л. Ю. Катаева // Современные проблемы науки и образования. – 2019. – № 6. – С. 78. – DOI 10.17513/spno.29433.

8 *Четверов, Д. А.* Применение динамического статистического анализа для определения сроков службы и оптимизации систем железнодорожного транспорта / Д. А. Четверов, Л. Ю. Катаева // Техника и технология наземного транспорта : материалы междунар. студ. науч.-практ. конф. В 2 ч., Нижний Новгород, 18 декабря 2019 г. / науч. ред. Н. В. Пшениснов, сост. А. Н. Сидоров. – Нижний Новгород : Научно-издательский центр «XXI век», 2020. – С. 568–570.

УДК 51:811.111:378.147

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ АНГЛОЯЗЫЧНЫМ СТУДЕНТАМ В БНТУ

М. Н. КОРОЛЁВА, Е. А. КРУШЕВСКИЙ, М. А. ХОТОМЦЕВА
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

В настоящее время в условиях усиливающегося соперничества, в том числе и в сфере образования, привлечение иностранных абитуриентов на обучение в технические университеты Республики Беларусь возможно только при наличии конкурентноспособных учебных программ на английском языке. Другими словами, такие программы должны быть: а) очень схожими с программами в их родной стране на их родном языке; б) даже еще лучше.

Вопросы преподавания учебных дисциплин на английском языке системно нигде и никем в Республике Беларусь не рассматривались. Однако потребность в этом растет с каждым годом. В настоящей публикации мы рассмотрим почти 4-летний опыт преподавания математики на английском языке для англоязычных студентов БНТУ на нескольких факультетах.

Первой проблемой обучения математике студентов Международного института дистанционного образования БНТУ из Шри-Ланки в рамках двухлетней программы общеинженерной подготовки экспериментального проекта «Ассоциированная международная программа в области инженерии» (AIPE) стало составление рабочей программы. Система образования в Шри-Ланке имеет принципиальные отличия от белорусской системы как в структуре довузовского образования, так и в содержании образования.

Программа по дисциплине математика, рассчитанная на 4 семестра, была разработана с учётом того, что ланкийские студенты имеют сертификат G.C.E Ordinary Level (уровень поступления в колледж).

С одной стороны, эта программа должна была с большой вероятностью коррелировать с программой по математике для студентов БНТУ (ведь студенты получали официальный документ об обучении в БНТУ в течение 4 семестров). С другой – количество и уровень полученных знаний по математике должен был соответствовать последующему трехлетнему обучению в Инженерной школе г. Руан, Франция (ESIGELEC), куда успешно окончившие 2-летнее обучение в БНТУ и сдавшие экзамен по французскому языку ланкийские студенты должны были поехать по завершении обучения в БНТУ. Поэтому при составлении программы 4-семестрового обучения мы провели прямые консультации с преподавателями математики из ESIGELEC и нашли вариант, приемлемый для всех как по форме, так и по содержанию (часы, темы, порядок изложения и контроля).

Структура программы имеет некоторые отличия от рабочих программ, разрабатываемых в БНТУ: например, на первых страницах указывают аудиторные часы, рекомендуемую обязательную и дополнительную литературу, учебный ресурс (обычно Moodle), описание дисциплины, очень подробно – результаты обучения (Learning Outcomes), методологию обучения, итоги работы университета в области подготовки (Institution outcomes). В программу включен раздел «Академическая политика», в котором даётся жёсткая оценка обману и плагиату на экзаменах.

Система оценивания студентов также имеет отличия: итоговая оценка за семестр (Numerical Score as %) получается путём сложения четырёх коэффициентов: выполнение еженедельных заданий – 20 %, выполнение тестов – 30 %, экзамен середины семестра – 20 %, оценка за финальный экзамен – 30 %.

Помимо проекта AIPE, разработанного для студентов из Шри-Ланки, в БНТУ на факультете информационных технологий и робототехники с 2020 года в рамках расширения экспорта образовательных услуг на специальности «Промышленные роботы и робототехнические комплексы» 1-53 01 06 началась подготовка студентов из Нигерии на английском языке.

Нигерия – самая густонаселенная африканская страна. В ней проживает более 200 миллионов человек. Общегосударственный уровень грамотности населения невысок – он составляет всего 50 %. Около 60 % выпускников старшей школы поступают в университеты, но это лишь 1 % от общего населения страны. Поэтому высшее образование в Нигерии пока остается роскошью, доступной лишь для избранных, и обучение в вузах Беларуси вызывает большой интерес для нигерийских абитуриентов.

Старшее школьное образование длится 3 года (с 15 до 18 лет). Обучение ведется по программе, направленной на расширение кругозора. Поэтому уровень математической подготовки нигерийских абитуриентов весьма различен. Это представляет одну их основных проблем для преподавателей, ведущих занятия по высшей математике на английском языке. Преподаватели, ведущие занятия по высшей математике на английском языке, вынуждены проводить тщательный мониторинг уровня школьных знаний и тратить много усилий для разъяснения некоторых разделов школьного курса.

При подготовке лекций и заданий для практических занятий использовалась современная математическая литература на английском языке. Проблемой является то, что англоязычные пособия и учебники по математике имеют существенные отличия от учебников, написанных на русском языке. Англоязычная математика нацелена на практические приложения. Существует расхожее выражение, что основной целью западного математического образования является «Знать как», а советского (следовательно, и белорусского) – «Знать почему».

В результате многие наши студенты, которые раньше умели преобразовывать громоздкие выражения при вычислении производных и интегралов, обращать матрицы большой размерности, решать системы линейных уравнений, оказывались бессильными уже в простейших комбинаторных, статистических или финансовых расчетах, путаются в графической информации, не могут формализовать и решить задачу, описанную в терминах конкретной житейской ситуации. Иностранные студенты всем этим навыкам уже обучены, что впоследствии облегчило проведение практических занятий. Однако для повышения уровня изучаемого материала и интенсивности процесса обучения студентам при малейшей возможности предлагались варианты применения пакетов компьютерной математики (Wolfram Mathematica и ее интернет-версия, Geogebra и др.) как для самопроверки, так и для избавления от рутинных операций. Коллективом авторов кафедры «Математические методы в строительстве» разработаны методические указания, в которых одни и те же задачи (в основном, для 3-го семестра) решаются как аналитически, так и на компьютере с естественным сравнением полученных результатов и пояснением возникающих при этом кажущихся несоответствий.

Однако, несмотря на достаточное многообразие и различие в подходах и содержании теоретического и практического материала, остро встал вопрос нехватки англоязычных учебных пособий, соответствующих программе курса «Математика» для специальности 1-53 01 06 «Промышленные роботы и робототехнические комплексы» ФИТР (в 1-м семестре 34 часа лекций, 51 час практических занятий, одна расчетно-графическая работа). Коллективом преподавателей кафедры «Высшая математика» был разработан электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) на английском языке, который полностью соответствует содержанию учебной программы 1-го семестра по данной дисциплине и включает в себя следующие разделы: Linear algebra, Analytic geometry, Introduction to calculus, Derivative and its applications. Помимо теоретической части в учебно-методический комплекс включена практическая часть, содержащая задания для проработки на практических занятиях. Вспомогательная часть содержит материалы для проведения расчетно-графических и контрольных работ. Все основные понятия подробно объяснены, сопровождены рисунками и примерами решения базовых задач.

Подготовка лекций и практических занятий на английском языке стала более трудоемким занятием, чем подготовка аналогичных материалов на русском языке. По нашим подсчетам (авторы преподают математику более 40 лет и владеют английским языком на достаточно высоком уровне, что подтверждено сертификатами международного образца) на подготовку лекции и практического занятия на английском языке первый раз требуется в три-четыре раза больше времени, чем на подготовку лекции на русском языке. Такая трудоемкость вытекает из очевидного факта, что английский язык не является родным и используется эпизодически.

Следует отметить, что традиционный метод чтения лекций методом «начитки» материала неэффективен для иностранных студентов. Поэтому тексты лекций, презентации и задачи для практических занятий приходилось составлять заранее, отправлять студентам в социальные сети и размещать подготовленные файлы во MS Teams.

Понятно, что материалы были значительно больше по объёму рукописных конспектов. К примеру, на сдвоенную пару (лекция и соответствующее практическое занятие) приходилось составлять презентацию, содержащую от 30 до 40 слайдов. Кроме лекций и соответствующих им презентаций широко использовались лекционные видеоматериалы на английском языке, находящиеся в свободном доступе в интернете. Перед началом занятий каждому студенту предоставлялся раздаточный материал, в котором он мог делать пометки (стандартная практика в принятой у них системе обучения). В ходе лекции внимание фокусировалось на самом важном, материал обсуждался и закреплялся на примерах.

Другой обязательной составляющей учебного процесса являлось регулярное проведение тестов по содержанию лекций. Именно для математики на английском языке тесты принципиально важны, так как с этой формой контроля знаний иностранные студенты уже знакомы. Поводился также коллоквиум (экзамен середины семестра) и организовывались консультации.

И наконец, за три недели до финального экзамена студентам для обсуждения были предложены образцы экзаменационных заданий, образец экзаменационного билета и образец итогового теоретического теста.

Совместная работа над решением типовых заданий позволила студентам успешно сдать экзамен по математике и продолжить обучение в европейских вузах в рамках совместного образовательного проекта.

Совершенствование англоязычных образовательных программ позволит университету повысить рейтинг и подняться на более высокую конкурентную позицию на глобальном рынке образовательных услуг.

УДК 378.147:004.9

ОПЫТ ВНЕДРЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В УЧЕБНЫЙ ПРОЦЕСС В АГРАРНОМ ВУЗЕ

О. В. КОРЧИНСКАЯ, И. П. ИВАНОВА, В. Г. ЕМЕЛЬЯНОВА
Омский государственный аграрный университет им. П. А. Столыпина, Российская Федерация

Современный подход к преподаванию в высших учебных заведениях должен отвечать ключевым потребностям реального сектора экономики. Подготовка студентов любой выбранной ими профессии должна основываться на передовых профессиональных достижениях с применением лучших практик преподавания дисциплин [1]. В России активно внедряются цифровые технологии во все сферы экономики, в том числе и в сельское хозяйство. Для обеспечения заданного вектора цифровизации в Омском государственном аграрном университете был открыт уникальный профиль «IT-технологии в зоотехнии» в рамках образовательной программы 36.03.02 Зоотехния. В связи с этим произошли значительные изменения в методах преподавания дисциплин, в том числе базовых, таких как высшая математика и генетика и биометрия [2].

Дисциплина «Высшая математика» изучается студентами на первом курсе, является достаточно сложной при обучении студентов сельскохозяйственного направления подготовки, но тем не менее является базовой для последующих дисциплин. Так, без компетенций, формируемых в рамках курса высшей математики, у обучающихся возникнут проблемы при освоении материала по дисциплине «Генетика и биометрия» и другим профессиональным дисциплинам.

Правильный подход к преподаванию позволит преподавателю упрощённо и доступно доносить материал обучающимся. На основе этого возникает и развивается много инновационных методов, способствующих повышению качества образования [3].

Для студентов, обучающихся по профилю «IT-технологии в зоотехнии», важно иметь компетенции по аналитике больших данных, так как современные программы по управлению стадом позволяют получать большой объем числовых характеристик животных и технологических процессов.

С обработкой и аналитикой больших данных студентов знакомят на дисциплине «Высшая математика» и «Генетика и биометрия». Рассмотрим пример кейсового задания для студентов.

Задание. *Аудит воспроизводства коров.*

Вас приняли на должность технолога по животноводству на демоферму № 12 с 11.01.2023 года. 03 февраля планируется производственное совещание, на котором Вам необходимо сделать отчет о воспроизводстве стада на предприятии. Для решения задания воспользуйтесь программным обеспечением для автоматизации молочного производства «Умные технологии – Agrointellect» (Простое решение).

Решение:

Необходимо войти в программу «Простое решение» и авторизоваться. Выбрать «Демоферма-12», на экране появляется текущая оперативная сводка по предприятию в сравнении с предыдущим днем.

Программа подсказывает, что изменение производственных показателей за сутки, например: валовое производство молока снизилось на 14,7 т, или 1,01 % по сравнению со вчерашним днем, но для составления отчета о работе за указанный период мы должны воспользоваться вкладкой «Отчеты».

Чтобы охарактеризовать весь производственный процесс, выбираем «Сводный отчет по периодам». Задаем нужный период, от 11.01.2023 до 02.03.2023, и нажимаем «Применить».

Если не указывать период отчета, то получаем подробный ежедневный свод оперативных данных, но при составлении отчета для руководства лучше воспользоваться еженедельной сводкой, для получения которой необходимо указать в окне период «Неделя» и нажать «Применить».

По среднему возрасту коров дойного стада поголовье не соответствует оптимальным значениям в 2,3 лактации, что связано с интенсивным выбытием коров из стада.

Выявить проблемные точки при воспроизводстве стада позволяет анализ продолжительности сервис-периода и индифференс-периода. Оптимальная продолжительность индифференс-периода составляет 60–80 дней, а в предприятии – от 71 до 75 дней. Таким образом, можно сделать вывод об отсутствии физиологического бесплодия коров и увеличении сервис-периода в связи с несвоевременным выявлением коров в охоте и нарушением технологии осеменения коров. Из-за проблем с оплодотворяемостью и воспроизводством коров превышена продолжительность сервис-периода. Мы видим, что оптимальная продолжительность (норматив) – 90–120 дней, а в предприятии данный показатель варьирует от 130,91 до 131,72 дней. Сократить продолжительность сервис-периода по стаду можно благодаря усилению контроля за выявлением коров в охоте или применению искусственной стимуляции половой охоты коров и синхронизации.

Так как продолжительность периода от отела до плодотворного осеменения превышает оптимальные значения, то продолжительность межотельного периода у стада также превышает норматив в среднем по стаду на 5 дней.

Таким образом, методические особенности преподавания сегодня требуют ориентироваться на вызовы времени. Помимо чисто учебных целей важно, чтобы реализовывались навыки коммуникационные.

Список литературы

1 *Кондаурова, И. К.* Использование электронных образовательных ресурсов при обучении элементарной математике и методике ее преподавания будущих педагогов-математиков / И. К. Кондаурова, М. А. Харитонов // Балтийский гуманитарный журнал. – 2022. – Т. 11, № 4(41). – С. 13–18. – DOI 10.57145/27129780_2022_11_04_03.

2 *Мамадияров, Ж. Б.* Методика преподавания математики в общеобразовательной школе с использованием современных информационных технологий / Ж. Б. Мамадияров // Сборник конференций НИИ Социосфера. – 2020. – № 26. – С. 43–47.

3 *Сайдалиева, Ф. Х.* Инновационные технологии в проведении лабораторных занятий по предмету «методика преподавания математики» на основе в малых группах / Ф. Х. Сайдалиева, Г. Р. Мухамедова // The Scientific Heritage. – 2022. – № 103 (103). – С. 51–54. – DOI 10.5281/zenodo.7467576.

УДК 656.21

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕХНОЛОГИИ РАБОТЫ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ СТАНЦИЙ

В. Г. КУЗНЕЦОВ, Е. А. ФЁДОРОВ
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Железнодорожные станции являются основными технологическими объектами железной дороги, обеспечивающими процессы переработки и пропуска транспортного потока, имеют сложную инфраструктуру, систему оперативного управления и технологию эксплуатационной работы [1]. Совершенствование технологии, развитие инфраструктуры станций различных категорий, повышение их перерабатывающей и пропускной способностей, создание оптимальных резервов требуют не только системных и фундаментальных знаний по специальным дисциплинам, но и высокой математической подготовки специалистов [2, 3].

Учебный курс «Технология работы железнодорожных станций» (ТРЖС) является составной частью специальных дисциплин по учебному циклу «Управление эксплуатационной работой». Он включает все виды учебной подготовки: лекции, практические и лабораторные занятия и курсовой проект.

В состав дисциплины ТРЖС входят разделы, которые базируются на фундаментальных научно-методических подходах:

– технологические процессы переработки, систематизированные по категориям транспортного потока (вагонопотока), перерабатываемого на станции в технологические линии с фазами и каналами обслуживания;

– технологическая структура станции, основанная на принципах декомпозиции и агрегирования элементов, объектов и подсистем станции;

– теория маневровой работы, основанная на методах тягового расчета выполнения операций на станциях для различных типов передвижений, а также многофакторных моделях передвижения маневрового состава;

– технология процессов расформирования-формирования составов поездов, включающая моделирование операций на сортировочных устройствах в зависимости от множества технических и технологических факторов, распределения маневровой работы между районами станции, основанных на системе уравнений затрат времени;

– процесс накопления вагонов на состав грузового поезда по назначениям плана формирования, включающий элементы моделирования составообразования на основе закономерностей подхода вагонопотока в расформирование и параметров величины состава поездов в вагонах и тоннах;

– технология обработки поездопотока (вагонопотока) в подсистемах станции, основанная на исследовании неравномерности потока поездов на входах и выходах, определения параметров технологии подсистем станции с учетом взаимосвязи функциональных элементов;

– теория взаимодействия подсистем станции и внешних объектов, включающая установление распределения транспортного потока, построение расчетной модели транспортного потока, режимов работы подсистем, оптимальных условий работы, потребных путевых ресурсов;

– модель технологического процесса переработки вагонопотока на основе сетевых графиков, позволяющих устанавливать технологические линии с операциями и событиями на станции, систематизировать элементы процесса с использованием математической теории графов и теория вероятностей;

– графическое моделирование эксплуатационной работы на станции, базирующееся на имитации операций, их последовательности, взаимосвязи, расчетных параметрах, установленных аналитическими и статистическими методами и др.

Железнодорожная сеть рассматривается как совокупность станций, узлов и участков, соединяющих между собой технические станции (участковые, сортировочные). Каждая железнодорожная станция имеет свою технико-эксплуатационную характеристику и параметры обслуживания транспортного потока [3, 4]. Транспортный поток представляет собой эксплуатационную нагрузку на станции и участки: чем больше поток, тем выше нагрузка. При разработке технологии работы железнодорожной станции специалистам необходимо использовать математический аппарат, позволяющий решать две важные эксплуатационные задачи: первая – определить оптимальную величину транспортного потока на станцию и ее элементы при существующем развитии, вторая – определить оптимальную мощность железнодорожных станций для заданных или планируемых объемов транспортного потока.

Компетенции специалиста в области организации перевозок на железнодорожном транспорте должны позволять изучить и установить закономерности изменения транспортного потока [4]. Транспортный поток на железнодорожном транспорте является многотерминальным (мультитерминальным) и образуется на основе принципа аддитивности (сложения транспортного потока) с учетом ограничений по видам перевозок и категориям груза, пассажиров и иных условий. Для исследования поездопотока и вагонопотока важно установить временные и пространственные характеристики транспортного потока, взаимосвязь между ними. Транспортный поток однозначно определен, если известны интенсивность потока или математическое ожидание в единицу времени, а также вид распределения интенсивностей и характеристики этого закона.

Применение вероятностно-статических методов в технологии работы станций основывается на анализе физических процессов на станции, ее подсистемах и взаимодействующими со станцией объектами инфраструктуры. Эти процессы объективны и управляемы, степень случайности при их осуществлении носит ограниченный характер и для различных процессов не одинакова [1–3].

Для определения законов распределения транспортного потока, поступающего в подсистемы станции в единицу времени, специалистам необходимо выполнять статистические выборки, анализировать их и установить необходимые закономерности и др. Как правило, распределение транспортного потока определяется дифференциальным законом распределения, который характеризуется плотностью распределения вероятностей, а на основе статистических данных можно установить эмпирическую функцию распределения транспортного потока, которую выражает интегральный закон распределения. Достоверность выявленной закономерности транспортного потока влияет на качество разработки специалистами технологического процесса станции и определения необходимых ресурсов [1, 4]. В аналитических расчетах, в основном, используют числовые характеристики (математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение и др.).

На железнодорожной станции под воздействием таких операций, как прием поездов на станцию, их обработка, расформирование, образование новых составов, окончание формирования, подготовка состава к отправлению, отправление, т. е. под воздействием фаз обслуживания потока происходит трансформация потока путем изменения его параметров [4].

Технологические процессы трансформации транспортного потока в высокой степени детерминированы, однако сам процесс функционирования подсистем и производственных элементов, обслуживания транспортного потока по фазам и каналам технологических линий на станции носит вероятностный характер. Поэтому при оперативном управлении переработкой вагонопотока на станции возникает некая неопределенность, которая оценивается энтропией.

Для обеспечения оперативного управления процессом обслуживания транспортного потока на станциях специалист должен использовать инструментарий имитационного моделирования [5], анализа и оптимизации работы станции и ее подсистем. На кафедре «Управление эксплуатационной работой и охрана труда» имеются научно-методические разработки, выполненные под руководством профессора П. С. Грунтова и их практическая реализация на железных дорогах СССР, а также Белорусской железной дороге [4, 5].

Для реализации имитационного анализа и проектирования технологических процессов на станциях необходимо использовать методы управления поведением системы: управление операциями транспортного обслуживания, посредством изменения параметров воздействия на ход эксплуатационной работы и на выходные данные процесса моделирования работы станции – показатели работы. В число компонентов вектора управления входят интервалы транспортного потока по фазам и каналам обслуживания и связанные с ними затраты времени на обработку. В станционных моделях временные составляющие могут имитироваться в соответствии с заданными функциями.

Под воздействием транспортного потока и управления на процесс обслуживания изменяются параметры, характеризующие фазовые переменные состояния станции, ее подсистем и элементов. К компонентам вектора фазовых переменных для железнодорожной станции относятся простои транспортного потока в ожидании обслуживания (поездо-часы, вагоно-часы и др.), которые могут проектироваться на станции путем имитации технологии и являются результатом моделирования. В основу проектирования модели работы железнодорожной станции положено решение уравнения баланса транспортного потока (при установленных ограничениях) на станции при пошаговой реализации расчетов в некоторых дискретных отрезках времени с учетом прямых и обратных связей.

Выводы.

1 Формирование компетенций по специальности «Организация перевозок и управление на железнодорожном транспорте» включает получение знаний и умений использования при проектировании технологий железнодорожных станций математических методов и способов.

2 Программа дисциплины ТРЖС ориентирована на приобретение студентами способностей решать технологические задачи на железнодорожном транспорте с использованием фундаментальных научно-методических подходов, позволяющих изучить закономерности транспортного потока и его обслуживания в подсистемах станции, проектировать технологические процессы на основе математических принципов моделирования сложных транспортных систем.

Список литературы

1 Технология работы участковых и сортировочных станций / И. Г. Тихомиров [и др.] ; под ред. И. Г. Тихомирова. – М. : Транспорт, 1973. – 272 с.

2 *Акулиничев, В. М.* Математические методы в эксплуатации железных дорог : учеб. пособие / В. М. Акулиничев, В. А. Кудрявцев, А. Н. Корешков. – М. : Транспорт, 1981. – 223 с.

3 *Федотов, Н. И.* Применение теории вероятностей в транспортных расчетах : учеб. пособие / Н. И. Федотов, А. В. Быкадоров. – Новосибирск : НИИЖТ, 1969. – 188 с.

4 *Грунтов, П. С.* Расчет и анализ транспортных потоков : учеб. пособие / П. С. Грунтов, В. А. Захаров, В. П. Ярошевич. – Гомель : БелИИЖТ, 1983. – 39 с.

5 *Грунтов, П. С.* Прогнозирование показателей работы сортировочных станций методом моделирования на ЭВМ : учеб. пособие / П. С. Грунтов, В. А. Захаров. – Гомель : БелИИЖТ, 1981. – 60 с.

УДК 378.147:51:004

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПЛАТФОРМ АДАПТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Ю. И. КУЛАЖЕНКО, С. П. НОВИКОВ, И. И. СОСНОВСКИЙ
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В настоящее время преподаватели математики технических вузов сталкиваются с общей проблемой: количество учебного времени, отведенного на изучение математики, неуклонно снижается, а уровень математической подготовки абитуриентов как минимум не растет. Значительному количеству первокурсников просто не хватает математических компетенций для успешного освоения учебных программ не только по математике, но и по другим естественно-научным дисциплинам. Разрыв между имеющимся знаниями и требуемым уровнем математической подготовки учащихся стремительно растет, что влияет на качество подготовки студентов. С указанными трудностями сталкиваются и сотрудники кафедры высшей математики Белорусского государственного университета транспорта. Для их преодоления предпринимается целый ряд мер, таких как индивидуализация работы с обучаемыми, еженедельные консультации, организация дополнительных, в том числе платных, занятий с отстающими и др. Но, как показывают итоги сессий и промежуточного контроля, таковых мер оказывается недостаточно. Этому имеется ряд как субъективных (недостаточная мотивация студентов, занятость преподавателей), так и объективных (большая загруженность учащихся, временные накладки при проведении консультаций и дополнительных занятий по различным предметам и др.) причин. В сложившейся ситуации для значительного улучшения положения предпринимаемых мер по усилению математической подготовки студентов и подобных им действий оказывается недостаточно. Необходим качественный скачок на новый уровень. Одним из способов решения проблемы авторам видится расширение использования информационно-коммуникативных технологий в учебном процессе, тем более, что материальная база для этого имеется и неуклонно прирастает. Проблема, скорее, в недостаточном информационно-методическом обеспечении. Разработаны и имеются в свободном доступе ряд платформ, позволяющих учащимся самостоятельно поднять свой уровень математической подготовки. Преподавателям, на первый взгляд, нужно лишь проконтролировать процесс и в случае необходимости проконсультировать студентов. Опыт такой работы в функционирующей в университете системе дистанционного обучения на основе платформы Moodle имеется и постоянно расширятся. Однако для качественного скачка по улучшению математической подготовки необходимо из процесса обучения в значительной мере исключить субъективный фактор. Преподавателю просто не хватит времени оказать всем нуждающимся необходимое внимание. Решению проблемы могли бы помочь появившиеся в последнее время электронные платформы для адаптивных систем обучения.

Наиболее существенным отличием и преимуществом систем адаптивного обучения является их подстраивание под каждого из учащихся. Адаптивные электронные обучающие платформы позволяют встроить в учебный процесс основное преимущество и залог успешности репетитора – индивидуализацию занятий. Для каждого студента предлагается собственная индивидуальная траектория овладения теми или иными компетенциями. Учащийся может заниматься в любое удобное ему время. Преподавателю остается проконтролировать процесс, оказать необходимую консультацию и оценить результат. Внедрение в учебный процесс таких обучающих платформ помогло бы подравнять уровень математической подготовки студентов, не понижая при этом уровня сложности. Ведь зачастую преподаватель стоит перед почти неразрешимой дилеммой: кому уделить больше внимания – отличникам или отстающим, научить всех хотя бы по минимуму или двигаться всё далее и далее к вершинам знаний. Применение платформ адаптивного обучения дает возможность построить для каждого обучаемого персональную постоянно меняющуюся траекторию обучения, соответствующую его индивидуальным особенностям и уровню подготовки в каждый конкретный момент.

Из наиболее удачных зарубежных платформ можно выделить ALEKS, Knewton, LearnSmart, RedBird. Однако они являются дорогими и сложными для использования в белорусских вузах. Одной из самых известных российских разработок является Plario – онлайн-платформа адаптивного обучения математике на основе искусственного интеллекта. Авторы разработки предоставили нашему университету тестовый доступ к системе для оценивания эффективности ее работы по повышению качества математической подготовки студентов. В качестве эксперимента мы апробировали работу системы по повышению уровня знаний по элементарной математике студентов одной из студенческих групп первого курса. Преподавателям был предоставлен доступ к системе как в роли ученика, так и в роли проверяющего. Контролировать процесс обучения оказалось достаточно удобно. Можно было не только оценить уровень компетенций студентов в настоящий момент, но и продолжительность работы студентов в системе и уровень прогресса в познании. В итоге большинство студентов показали ощутимое улучшение математической подготовки. Незначительная часть учащихся группы не приняла участие в работе с Plario. Но это, скорее всего, не из-за недоверия к работе системы или ее качеству, а ввиду недостаточной мотивации учиться вообще. После использования аддитивной системы обучения среди студентов был проведен опрос, который позволил выявить сильные и слабые стороны системы. Результаты опроса представлены на рисунке 1.

Рисунок 1 – Результаты опроса студентов

Опрос показал необходимость и востребованность таких систем. Особенно целесообразно использование их для выравнивания знаний в начале обучения, а также для студентов-заочников ускоренного цикла.

На наш взгляд, внедрение Plario и других адаптивных электронных обучающих курсов в учебный процесс дает возможность организовать самостоятельную работу студентов, изучение теоретического материала, а также приобретение математических умений и навыков, не отнимая при этом значительного количества времени преподавателей. Использование платформы в учебном процессе при изучении нового материала позволит в значительной мере освободить преподавателя от рутинной работы, перераспределить аудиторную работу с простой трансляции учебного материала на плодотворную работу студентов по обретению математических компетенций.

Хотя Plario и другие платные образовательные ресурсы показывают достаточную эффективность в повышении уровня математической подготовки студентов, их широкое внедрение затруднено проблемами финансирования. Было бы очень желательно иметь свою родную, «заточенную» под наши нужды платформу для адаптивного обучения. В нашем университете создана инициативная группа по созданию платформы для адаптивного обучения студентов математике. Однако в ее работе присутствует целый ряд как объективных, так и субъективных проблем. Разработка очень многоплановая и весьма трудоемкая. Как нам известно, и другие республиканские вузы предпринимают меры для внедрения в учебный процесс систем адаптивного обучения. Почему бы не объединить усилия всех заинтересованных лиц для совместного блага? Было бы очень неплохо, если бы Министерство образования возглавило такую работу и привлекло к ней ведущих ученых.

В современных условиях системы адаптивного обучения позволяют максимально индивидуализировать процесс обучения, что дает новые возможности улучшения математической подготовки студентов и вполне соответствует концепции развития и цифровой трансформации системы образования Республики Беларусь [1, 2].

Список литературы

1 Концепция цифровой трансформации процессов в системе образования Республики Беларусь на 2019 – 2025 годы : утв. министром образования Респ. Беларусь, 24 июня 2013 г. [Электронный ресурс] : офиц. интернет-портал М-ва образования Респ. Беларусь. – Режим доступа: https:// drive.google.com/file/d/1T0v7iQqQ9Zox O2IIwR_OlhqZ3rjKVqY-/view. – Дата доступа : 22.01.2020.

2 О Концепции развития системы образования Республики Беларусь до 2030 года [Электронный ресурс] : постановление Совета Министров Респ. Беларусь, 30 ноября 2021 г., № 683 // Нац. правовой Интернет-портал Респ. Беларусь. – Режим доступа: https://pravo.by/document/?guid=12551&p0= C22100683&p1 =1&p5=0. – Дата доступа : 02.12.2021.

УДК 519.17

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ГРАФЫ»

М. В. ЛАМЧАНОВСКАЯ
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск,
Республика Беларусь

Годом рождения нового раздела математики – теории графов – считается 1736 год, когда выдающийся математик, член Петербургской академии наук Леонард Эйлер, предложил решение задачи о кёнигсбергских мостах.

В своей «геометрии положений» он нашёл критерий существования эйлерова цикла в графе, хотя не использовал ни изображения графа, ни терминологию графов. В середине XIX века немецкий физик Густав Кирхгоф разработал теорию деревьев для исследования электрических цепей, а английский математик Артур Кэли, занимаясь задачей органической химии, открыл важный класс графов – деревья. С выходом в 1936 году книги Денеша Кёнига «Теория конечных и бесконечных графов» теория графов оформилась как отдельная математическая дисциплина.

В XX веке теория графов превратилась в один из наиболее бурно развивающихся разделов математики, что связано с появлением компьютеров и запросами стремительно расширяющейся области приложений. Теория графов представляет собой простой и в то же время мощный инструмент для установления соответствий между объектами, решения задачи упорядочивания объектов, построения моделей. С помощью графов можно решать следующие задачи: задачи сетевого планирования; задачи, возникающие при проектировании интегральных схем, при исследовании автоматов, логических цепей, блок-схем программ; проблемы построения систем связи и исследования процессов передачи информации; задачи выбора оптимальных маршрутов и потоков в сетях. Теория графов применяется в экономике, статистике, психологии, биологии и других областях. Теоретико-графовые методы широко используются в решении задач программирования. По мнению В. Н. Касьянова: «Модель программы в виде управляющего графа, модель арифметического выражения в виде ориентированного дерева, синтаксические деревья, деревья сортировки, сети Петри и другие теоретико-графовые конструкции внесли свой существенный вклад в развитие программирования и его автоматизации. Появление суперкомпьютеров и сетей и возникшая при этом проблема эффективной организации параллельных и распределенных вычислений над информационными массивами большого объема подтвердили тенденцию использования графов как наиболее эффективного средства автоматизации программирования» [1]. Широкое применение теории графов и алгоритмов на графах в программировании привело к тому, что теория графов входит в учебные планы университетов и технических университетов как раздел дискретной математики.

К сожалению, в школе изучается в основном непрерывная математика, а изучение дискретной математики заканчивается после знакомства с целыми числами. Несмотря на то, что теория графов не имеет громоздкого математического аппарата, проста в объяснении, её модели легки для восприятия в учебных программах по предметам «Математика» и «Информатика» полностью отсутствует даже элементарное понятие графа. Между тем ознакомление с понятием «граф» возможно не только в младшей школе, но даже в детском саду при установлении простейших соответствий [2]. Мельников О. И. в своей монографии [2] отмечает, что язык графов придает наглядность обучению и может быть использован для введения таких понятий, как отношения, связь, функция. Графы часто применяются при решении занимательных, олимпиадных задач, задач по комбинаторике [3]. Различные аспекты использования графов в средней школе рассмотрены в работе Л. Ю. Березиной [4]. С помощью графов можно описывать абсолютно различные объекты, имеющие одинаковые структурные свойства, строить математические модели, алгоритмы решения задач (блок-схемы).

Типовые учебные программы по учебной дисциплине «Математика» для учреждений образования, реализующих образовательные программы среднего специального образования (на основе общего базового образования и на основе общего среднего образования) [5] содержат раздел «Комбинаторика и теория графов», что соответствует принципам преемственности и непрерывности обучения математике на уровнях среднего специального и высшего образования. В результате учебной деятельности учащиеся должны знать понятие графа, способы его задания и простейшие свойства, знать понятия маршрута, связности, дерева для всех специальностей, кроме 2-40 01 01 и 2-39 03 02. Учащиеся специальности 2-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» и специальности 2-39 03 02 «Программируемые мобильные системы» должны:

– знать понятие графа, способы его задания и простейшие свойства;

– знать понятия ориентированного и неориентированного графов, плоского графа, планарного графа;

– уметь переходить от графического представления к матричному, и наоборот;

– знать понятия маршрута, цикла, связности;

– знать понятие дерева и его основные свойства;

– уметь решать простейшие задачи на нахождение маршрутов, циклов и длины маршрута в графе, а также задачи с использованием деревьев;

– уметь использовать графы для решения задач, в том числе с профессионально направленным содержанием.

Соответственно указанным типовым программам сотрудниками кафедры физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники разработано учебное пособие «Математика в примерах и задачах» [6], которое издано в 2022 году с грифом Министерства образования Республики Беларусь. Данное учебное пособие содержит теоретические сведения, решения типовых примеров и задания трёх уровней сложности по всем темам. При написании раздела «Теория графов» коллектив авторов столкнулся с некоторыми объективными методическими проблемами, основная из которых – проблема терминологии.

Терминология теории графов пока еще не установилась однозначно. Попытки ряда авторов унифицировать обозначения и упорядочить терминологию до сих пор не увенчались успехом. Большинство специалистов по теории графов употребляют в книгах, статьях и лекциях свою собственную терминологию. Даже само слово «граф» не является уникальным, и авторы определяют его по-разному. В Новосибирском государственном университете даже издан словарь по теории графов для программистов, в котором собраны используемые в литературе термины, как на русском, так и на английском языке [7].

Авторы учебного пособия [6] при выборе терминологии опирались на известные монографии и книги по теории графов, переведённые с английского, а также на публикации отечественных авторов [8, 9]. Были рассмотрены и проанализированы определения графа таких известных авторов, как К. Берж [10], О. Оре [11], Ф. Харари [12], Н. Кристофидес [13], Р. Басакер [14], У. Татт [15], Р. Дистель [16], В. А. Емеличев [8]. В этих книгах можно выделить два основных подхода. В первом из них даётся общее определение графа, и далее неориентированный и ориентированный графы рассматриваются как его частные случаи [10, 14]. При втором подходе отдельно вводится определение неориентированного графа и отдельно определение ориентированного графа [11–13, 15, 16]. Р. Басакер даёт сначала определение «геометрического графа» как геометрической конфигурации или структуры в пространстве, состоящей из множества точек, взаимосвязанных множеством непрерывных, самонепересекающихся кривых, аргументируя это тем, что «это позволит с самого начала получить удобное, наглядное представление различных понятий и структур, которые будут рассматриваться в дальнейшем». Такого же подхода придерживается Л. Ю. Березина, поскольку её пособие написано для учителей, а значит, целевой аудиторией являются школьники. Некоторые авторы определяют граф как совокупность (пару) двух множеств: множества вершин и множества рёбер (как множества двухэлементных подмножеств множества вершин) [8, 13, 16]. Другие авторы определяют граф как совокупность множества вершин и бинарного отношения, заданного на этом множестве [4, 11, 14], а в случае ориентированного графа – двух бинарных отношений [16]. Учитывая, что понятие бинарного отношения не входит в программу по математике среднего специального образования, авторы пособия [9] определяют граф следующим образом. «Граф G (V, E) определяется как совокупность двух множеств, где V – конечное непустое множество, E – подмножество из множества всех пар его элементов из V. Если множество ребер состоит из неупорядоченных пар, то граф называется неориентированным (неографом); если пары упорядочены – то ориентированным (орграфом)» [6].

Список литературы

1 *Касьянов, В. Н.* Графы в программировании: обработка, визуализация и применение / В. Н. Касьянов, В. А. Евстигнеев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 1104 с.

2 *Мельников, О. И.* Современные аспекты обучения дискретной математике / О. И. Мельников. – Минск : БГУ, 2002. – 120 с.

3 *Мельников, О. И.* Занимательные задачи по теории графов : учеб.-метод. пособие / О. И. Мельников. – Минск : ТетраСистемс, 2001. – 144 с.

4 *Березина, Л. Ю.* Графы и их применение : пособие для учителей / Л. Ю. Березина. – М. : Просвещение, 1979. – 143 с.

5 Типовые учебные программы по учебной дисциплине «Математика» для учреждений образования, реализующих образовательные программы среднего специального образования (на основе общего базового и общего среднего образования) / сост.: Л. И. Майсеня, Т. П. Вахненко, И. Ю. Мацкевич. – Минск : РИПО, 2015. – 132 с.

6 Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / Л. И. Майсеня [и др.] ; под общ. ред. Л. И. Майсени. – Минск : Выш. шк., 2022. – 454 с.

7 *Евстигнеев, В. А.* Словарь по графам в информатике / В. А. Евстигнеев, В. Н. Касьянов. – Новосибирск : Сибирское Научное Издательство, 2009. – 300 с.

8 Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.]. – М. : Наука, 1990. – 384 с.

9 *Зыков, А. А.* Основы теории графов / А. А. Зыков. – М. : Вузовская книга, 2004. – 664 с.

10 *Берж, К.* Теория графов и её применения / К. Берж. – М. : Изд-во Иностранной литературы, 1962. – 320 с.

11 *Оре, О.* Графы и их применение / О. Оре. – М. : Мир, 1965. – 175 с.

12 *Харари, Ф.* Теория графов / Ф. Харари. – М. : Мир, 1973. – 304 с.

13 *Кристофидес, Н.* Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М. : Мир, 1978. – 432 с.

14 *Басакер, Р.* Конечные графы и сети / Р. Басакер, Т. Саати. – М. : Наука, 1974. – 368 с.

15 *Татт, У.* Теория графов / У. Татт. – М. : Мир, 1988. – 424 с.

16 *Дистель, Р.* Теория графов / Р. Дистель. – Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2002. – 336 с.

УДК 378.147: 51

ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

А. И. МИТЮХИН

Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь

Страна, которая хочет оставаться конкурентоспособной, индустриально инновационной, нуждается в хорошо подготовленных и высоко мотивированных инженерах. Успешная и эффективная реализация этих положений возможна только при наличии современного образования, научных исследований и технических инноваций. В настоящее время инженер становится не только технически, но и научно подготовленным специалистом, способным решать технические задачи для Industry 4.0 [1]. Новый этап индустриального развития опирается на инженеров с хорошим математическим образованием. Можно утверждать, что современная математика оказывает решающее влияние на качество подготовки инженера.

Несколько упрощенно можно сказать, что современные системы мобильной связи спецификации G, космические аппараты-роботы, надежно работающие на протяжении десятков лет (космический зонд NASA Voyager-1, запущенный в 1977 году, уже находится в межзвездном пространстве и посылает сигналы на Землю), современные заводы-роботы и т. д. – всё это киберфизические производственные системы, основой которых являются: 1) математические алгоритмы; 2) мехатроника; 3) коммуникации. Но пункты 2 и 3 – это фактически специальные сложные системы, базой которых также является современная математика. Математика становится универсальным исследовательским инструментом практически всех предметных областей индустрии, элементом теоретической, практической и производственной деятельности.

Вывод очевиден – не соответствующая современным требованиям математическая подготовка инженеров в техническом университете (ТУ) – это дорога к технологическому отставанию индустрии и переход к индустрии заимствования. Модернизация системы обучения и преподавания математики в настоящий момент – это не второстепенная, а стратегическая задача технических университетов.

Научный и инженерный опыт работы в БГУИР и Институте информационных технологий как в области цифровых систем различного назначения (космических, военных и пр.), так и непосредственно в преподавании математически насыщенных специальных дисциплин (цифровая обработка сигналов и изображений, теория кодирования, теория распознавания и др.) показывают, что студенты инженерных специальностей часто испытывают значительные трудности в понимании современной математики, отдельных ее разделов, таких как конечная алгебра, теория преобразований, прикладная теория информации и др.

К сожалению, многим студентам младших курсов не хватает самых элементарных математических навыков. Отчасти это связано с недостаточным уровнем математических знаний, полученных в школе, гимназии, колледже. Следствием этого же является зачастую низкий прирост математических навыков уже при изучении высшей математики в ТУ. Не секрет, что математика часто непопулярна у учащихся школ по разным причинам. Математика пользуется небольшим признанием в общественном восприятии. Качество математических знаний абитуриентов ТУ во многих случаях не гарантировано школой. Математика рассматривается как проблемный предмет в деканатах. Решение задачи повышения образовательного уровня выпускников университетов должно рассматриваться на основе системного подхода, включающего в себя объекты всей структуры образования. На уровне технических университетов решение названной задачи должно опираться на следующем интегрированном основании. Эффективное обучение, передача современных навыков и знаний должны опираться на два подхода: научно-ориентированный и практико-ориентированный.

Научно-ориентированный подход основывается на более широком использовании инженерных математических знаний. В дополнение к классическому инженерному обучению на основе теории и физико-технического эксперимента (два основных метода приобретения знаний) рассматривается третий метод, основанный на применении математического блочного имитационного визуально-ориентированного автоматизированного моделирования и симуляции для различных технических приложений. Этот дополнительный метод приобретения знаний становится необходимым по тривиальному основанию: время на разработку новых или существенно модернизируемых технических систем с каждым последующим десятилетием существенно сокращается. В этом случае технически сложные испытания, дорогостоящие, медленные прямые экспериментальные этапы заменяются моделированием при решении конкретной инженерной задачи, которая отображается математической моделью. Например, на разработку технологии цифрового телевидения (ЦТ) начиная с теоретических научных работ до первых широковещательных технических систем ушло сорок лет.

Однако только за последнее десятилетие осуществилось около десяти сравнительно высоких научно-технологических модернизаций в индустрии ЦТ. Таким образом, одним из основных элементов процесса модернизации математического образования может быть компонент, в который включаются междисциплинарные дисциплины, относящиеся к автоматизированному математическому моделированию и симуляции в технических системах различного назначения.

Такой компонент сочетает в себе основные компетенции дисциплин математики и информатики с компетенциями специальных технических дисциплин отдельных областей индустрии. Следует заметить, в науке и технике математические модели строились и использовались на всех этапах промышленных революций начиная с Industry 1.0 (технологическое развитие на основе использования энергии пара и воды). В качестве обучающего включения можно привести примеры проведения научно- и практико-ориентированных занятий по математике и прикладной теории информации ряда специальностей на кафедре физико-математических дисциплин в ИИТ БГУИР.

Рассматривается математическая модель двоично-симметричного канала (ДСК) (рисунок 1).

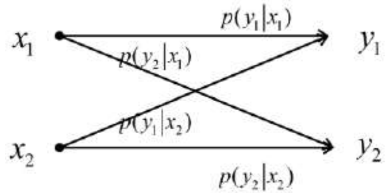


Рисунок 1 – Математическая модель ДСК передачи информации с набором вероятностей перехода

Модель в математическом, физическом и техническом смысле описывает реальную задачу (проблему) передачи информации от двоичного источника к приемнику по каналу с шумами. Требуется произвести оценку одной из основных качественных характеристик любой информационной системы – достоверность (точность) передачи информации. На рисунке 2 показаны конкретные действия для осуществления перехода от реальной задачи к процессу моделирования начиная с анализа используемых математических методов (например, теории вероятностей и ее приложений), смысловой интерпретации решения с учетом реальных значений характеристик ДСК (см. рисунок 1). Математическое решение проверяется на соответствие реальной задаче. Решение сводится к нахождению энтропии ДСК и пониманию, того, что достоверность передачи информации однозначно связана с таким важным теоретическим понятием, как условная энтропия. Теоретическое знание об «энтропии» в базовых математических курсах приобретает практический смысл в технических дисциплинах. На более сложных задачах изучаются другие математические понятия многих информационных приложений, например, взаимная энтропия, взаимная информация и пр. С использованием модели (см. рисунок 2) исследуется радиоканал, в котором вычисляется значение апостериорной вероятности (вероятность ошибки системы) с применением теоремы Байеса. Занятие переходит в экспериментальное исследование объекта посредством метода математического моделирования реальной задачи некоторого технического приложения.

Рисунок 2 – Структурная схема математического моделирования ДСК

Для освоения сложных понятий, приобретения необходимых математических знаний можно использовать готовые программные пакеты имитационного моделирования (MATLAB + SIMULINK, MATEMATICA и др.). Система MATLAB + SIMULINK содержит большой набор прикладных программ – расширений. Задачу ДСК (рисунок 1) методом математического моделирования можно изучать с помощью двух прикладных расширений под названием Communication в наборах Toolbox и Blockcet.

Следует отметить быстро растущую междисциплинарную связь прикладной математики с инженерными дисциплинами. В этом случае представляется более целесообразным ориентировать математическое обучение не на всё, что можно, а непосредственно на математические структуры, применение которых направлено на приложения, определяющие конкретную специальность. Преподавание, процесс обучения и содержание математики должны быть связаны с концепцией прикладной и исследовательской направленности. В западных ТУ, научно-исследовательских центрах и лабораториях крупных компаний, такой подход уже является частью повседневной научной жизни. Высокий теоретический уровень математических знаний инженера в эпоху Industry 4.0 гарантирует будущий индустриальный, культурный и социальный успех страны.

Список литературы

1 *Митюхин, А. И.* Технический университет на этапе перехода к цифровой трансформации индустрии 4.0 / А. И. Митюхин // Высшее техническое образование: проблемы и пути развития : материалы IX Междунар. науч.-метод. конф. (Минск, 1–2 ноября 2018 г.). – Минск : БГУИР, 2018. – С. 313–315.

УДК 51:378.147.016

МАТЕМАТИКА В ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИНАХ

В. В. РОМАНЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Подготовка студентов высшего учебного заведения направлена на получение ими компетенций, необходимых для будущей профессиональной деятельности специалиста. В процессе обучения студенты осваивают дисциплины, входящие в социально-гуманитарный и естественнонаучный модули, а также модули общей и специализированной инженерной подготовки. Изучение инженерно-технических дисциплин так или иначе связано с дисциплинами математического цикла. Зачастую уровень понимания специальных вопросов зависит от степени освоенности студентами материала математики, теории вероятности, физики и т. п.

Учебным планом специальности «Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство» предусмотрено изучение дисциплины «Автоматизированные системы управления в путевом хозяйстве». В рамках дисциплины значительное место занимают вопросы, связанные с изучением принципов работы и структуры информационно-управляющих систем, предназначенных для оценки фактического состояния железнодорожного пути, прогноза надежности его работы, поддержки принятия решений по управлению безопасностью объектов инфраструктуры [1].

Для решения инженерных задач путевого хозяйства студентами изучаются отчетные документы аналитического приложения «Программа расчета предотказного состояния рельсовой колеи» (ПГРК) автоматизированной системы комплексной диагностики технических объектов железнодорожной инфраструктуры «ЭКСПЕРТ» (АСКД-И «ЭКСПЕРТ»), применяемой на Белорусской железной дороге [2].

Математическое обеспечение информационной технологии ПГРК включает три взаимосвязанные части (системы) поддержки принятия решений по управлению:

– надежностью и функциональной безопасностью;

– ресурсами;

– транспортным происшествиям [3].

Изучение отчетных документов дает возможность решить вопросы о планировании путеремонтных работ, возможности переустройства геометрического положения рельсовой колеи (ГРК), а также определить интенсивность изменения параметров ГРК в течение определенного периода. Для успешного освоения материала, важно не только понимание сути уже готового отчетного документа, но и принципов формирования указанных в нем данных, для чего студентам необходимо вспомнить математические занятия.

Классическая методология ПГРК работает с отказами, на основе которых осуществляется оценка состояния и прогнозирование развития ГРК. Задачей создателей ПГРК было разработать такой показатель состояния пути, который имел бы непрерывный характер, коррелировал с результатами оценки по действующим инструкциям, оценивал состояние пути в целом и позволял вести эффективный мониторинг и прогнозирование развития.

В качестве параметра, характеризующего степень расстройства рельсовой колеи (РК), используется индекс предотказного состояния, определяемый по результатам статистической обработки ее геометрических параметров. Состояние рельсовой колеи с нулевым индексом считается полностью соответствующим нормативам, а чем больше степень расстройства, тем выше значение индекса.

Индекс предотказного состояния РК рассчитывается в двух вариантах на основе статистической обработки:

– геометрических параметров РК по трем направлениям: продольному (просадки), поперечному (отклонения в плане) и вертикальному (отклонения по уровню) $ind_{\text{пред}}^{\text{геом}}$;

– значений ширины колеи, измеренной в свободном состоянии и непосредственно под воздействием поездной нагрузки $ind_{\text{пред}}^{\text{скр}}$.

Индекс $ind_{\text{пред}}^{\text{геом}}$ представляет собой функцию составляющих ее индексов, рассчитанных по геометрическим параметрам:

$$ind_{\text{пред}}^{\text{геом}} = f\,(ind_{\text{пред}}^{\text{ур}}; ind_{\text{пред}}^{\text{пл}}; ind_{\text{пред}}^{\text{пр}}), \tag{1}$$

где $ind_{\text{пред}}^{\text{ур}}$, $ind_{\text{пред}}^{\text{пл}}$, $ind_{\text{пред}}^{\text{пр}}$ – индексы характеризующие состояние РК соответственно по уровню, в плане, в профиле.

Каждый из индексов предотказного состояния определяется с учетом соответствующих внешних факторов:

$$ind_{\text{пред}}^{\text{ур}} = kv_{\text{уст}} \cdot \sigma_{\text{ур}}; \tag{2}$$

$$ind_{\text{пред}}^{\text{пл}} = kv_{\text{уст}} \cdot \sigma_{\text{пл}}; \tag{3}$$

$$ind_{\text{пред}}^{\text{пр}} = kv_{\text{уст}} \cdot \sigma_{\text{пр}}, \tag{4}$$

где $kv_{\text{уст}}$ – коэффициент приведения к установленной скорости движения; $\sigma_{\text{ур}}$, $\sigma_{\text{пл}}$, $\sigma_{\text{пр}}$ – показатели расстройства рельсовой колеи соответственно по уровню, в плане и в профиле, вычисляемые как скользящие среднеквадратические отклонения по следующим формулам:

$$\sigma_{\text{ур}}(i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Ur(i) - MO\_Ur(i))^2}{n-1}}; \tag{5}$$

$$\sigma_{\text{пл}}(i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Plan(i) - MO\_Plan(i))^2}{n-1}}; \tag{6}$$

$$\sigma_{\text{пр}}(i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Profil(i) - MO\_Profil(i))^2}{n-1}}, \tag{7}$$

где *MO_Ur*, *MO_Plan*, *MO_Profil* – математические ожидания геометрических параметров рельсовой колеи; *n* – количество отсчетов на буфере.

Индекс $ind_{\text{пред}}^{\text{скр}}$ определяется с учетом соответствующих внешних факторов следующей функцией:

$$ind_{\text{пред}}^{\text{скр}} = f\,(Sh;\, kv_{\text{факт}};\, kv_{\text{скр}};\, kv_{\text{см}}), \tag{8}$$

где *Sh* – разница в ширине колеи, измеренной в свободном состоянии и непосредственно под воздействием поездной нагрузки (представляется в виде скользящего среднеквадратического отклонения); $kv_{\text{факт}}$ – коэффициент приведения к фактической скорости движения; $k_{\text{скр}}$ – коэффициент учета типа промежуточного рельсового скрепления; $k_{\text{см}}$ – коэффициент смещения.

На основании $ind_{\text{пред}}^{\text{геом}}$ и $ind_{\text{пред}}^{\text{скр}}$ определяются соответствующие коэффициенты, которые в зависимости от класса железнодорожного пути распределяются по матрицам ранжирования.

Инженеры технических отделов дистанций пути для работы пользуются только конечными значениями коэффициентов, не вдаваясь в суть методологии, что можно видеть по знаниям студентов заочного факультета, связанных с этим видом деятельности. Однако в этом случае отсутствует понимание причины определения ПРГК коэффициента того либо иного значения. Очевидно, что для полной и объективной оценки рисков возникновения опасных ситуаций необходимо понимать не только инженерную, но и математическую составляющую методологии.

Список литературы

1 *Гапанович, В. А.* Некоторые вопросы управления ресурсами и рисками на железнодорожном транспорте на основе состояния эксплуатационной надежности и безопасности объектов и процессов (проект УРРАН) / В. А. Гапанович, А. М. Замышляев, И. Б. Шубинский // Надежность. – 2011. – № 1. – С. 2–8.

2 Об утверждении Методики по расчету, оценке и прогнозу предотказного состояния рельсовой колеи : утв. приказом от 27.05.2019 № 473 НЗ. – Введ. 03.06.2019. – Минск : Белорусская железная дорога, 2019. – 18 с.

3 *Гапанович, В. А.* Математическое и информационное обеспечение системы УР РАН / В. А. Гапанович, И. Б. Шубинский, А. М. Замышляев // Структурная надежность. Теория и практика, 2012. – С. 3–11.

УДК 51:378.147

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

И. Ф. СОЛОВЬЕВА
Белорусский государственный технологический университет, г. Минск

Математику нужно учить еще и с той целью,
чтобы познания, тут приобретенные,
были достаточными для обыкновенных
потребностей в жизни.
Л. Карно

Стремительное развитие новых технологий, их конкуренция на мировом рынке и прогресс средств вычислительной техники предъявляют повышенные требования к качеству подготовки специалистов и, в первую очередь, к их математическому образованию. На современном этапе развития инженерно-технического образования и информационных технологий математика предстает как язык общения грамотных инженеров. Сегодняшний специалист обязан владеть основами математического моделирования и его реализацией в компьютерных информационных технологиях, уметь решать задачи прикладного характера, чтобы быть конкурентоспособным и выдерживать темпы научно-технического прогресса.

Возрастающая роль информационных технологий влечет за собой усовершенствование образовательной подготовки студентов технического профиля.

Основной задачей высшего образования в Белорусском технологическом университете является подготовка профессионально компетентной, высококультурной личности специалиста, способного выполнять современные требования на самом высоком уровне. И этими специалистами должны стать наши будущие инженеры [1].

Однако всем известно, с какой «слабой» школьной подготовкой приходят многие студенты на первый курс. Особенно это затрагивает знания в области дисциплин естественного профиля, в частности, математики, уровень которой у студентов оставляет желать лучшего.

Изучение курса высшей математики желательно связать со специальными дисциплинами, используя самостоятельную работу в кружках, при подготовке и проведении научно-технических студенческих конференций, при проведении студенческих олимпиад.

Как гласит Википедия, *«инженерное дело – это совокупность научных и технологических знаний для инноваций, изобретений, разработки и со-*

вершенствования методов и инструментов для удовлетворения потребностей и решения проблем как людей, так и общества».

И очень хочется, чтобы этому уровню наши будущие инженеры соответствовали. А для этого их нужно учить, и учить порой даже простейшим темам программы школьного курса.

К сожалению, в последние годы всё меньше абитуриентов стремятся поступать на инженерные специальности, отдавая предпочтение компьютерным технологиям, и поэтому нужно заинтересовать их этой специальностью.

Заинтересовать студентов высшей математикой, конечно, не просто, но им без математики никак не обойтись, ведь она является фундаментом для таких важных предметов, как физика, теоретическая механика, сопротивление материалов и, конечно, инженерных предметов по специальности.

Главное – поднять престиж инженера, развить у будущих инженеров любовь к профессии и желание учиться, а способы осуществить это желание они найдут сами.

Подготовка высокообразованных инженеров относится к первоочередной задаче каждого технического вуза. Белорусский государственный технологический университет готовит инженеров-исследователей для научно-производственных предприятий, инженеров-практиков, разрабатывающих новые технологии в деревообрабатывающей промышленности и в производстве машинного оборудования лесного комплекса.

В последнее десятилетие на мировую арену вышло и стремительно развивается новое направление современной науки и техники – мехатроника. Ее цель – это создание движущихся систем, нового поколения машин, авиационной и военной техники, автомобилестроения, интеллектуальных роботов, медицинского, спортивного и даже бытового оборудования (швейные, посудомоечные и стиральные машины).

Новые мехатронные системы вызывают большой интерес к мехатронике во всём мире, что привлекает к ней всё большее число специалистов инженерного-технического профиля.

Вот уже второй год у нас существует инженерная специальность «Мехатронные системы и оборудование деревоперерабатывающих производств». Если представить мехатронику в виде трех пересекающихся окружностей: механики, электроники и компьютерного управления, расположенных на базе, фундаментом которой служит высшая математика, то внешней оболочкой этих окружностей будут производство, менеджмент и требование рынка. А эти компоненты выходят сегодня на первое место.

В нашем университете преподаются все эти предметы, и наша кафедра высшей математики тесно сотрудничает с другими кафедрами. Особенно это касается новой специальности.

Теоретическая механика – это наука, изучающая законы движения, равновесия и механических взаимодействий материальных тел. Она состоит из трех разделов: кинематики, статики и динамики, в каждом из которых применяется уже изученная студентами тема высшей математики. В свою очередь кафедра информационных технологий учит студентов реализации поставленной задачи на компьютере.

Однако в первую очередь нужно поднять математический уровень студентов. В связи с этим в БГТУ на кафедре высшей математики уже много лет используются комплексные уровневые образовательные технологии для проведения практических занятий, коллоквиумов по различным темам, ответам на экзаменах и выставления экзаменационной оценки.

Для повышения интереса к предмету мы иногда проводим практические занятия в виде игры. Для этого студенты разбиваются на группы, которые получают одинаковые задания. Это могут быть несложные графики, пределы, производные, неопределенные интегралы, задачи по теории вероятностей, транспортная задача и т. д. Той группе, которая без ошибок справится с заданием, добавляется балл к контрольной работе. Полученное таким образом количество баллов-бонусов добавляется к баллу, полученному на экзамене. Такой подход к освоению предмета тоже в какой-то степени повышает интерес к учебе.

Каждый студент нашего вуза, начиная с первого курса, подписан на СДО (система дистанционного обучения) и может пользоваться любой ее информацией. Электронные учебно-методические комплексы (ЭУМК) уже созданы для студентов всех инженерных специальностей: «Машины и оборудование лесного комплекса», «Автоматизация технологических процессов и производств» и т. д. И хотя обучение проходит в аудиториях, польза ЭУМК, бесспорно, есть. Студент всегда может посмотреть и разобраться в любой теме лекции или практического задания, подробно рассмотренного в СДО [2]. Здесь нельзя также не вспомнить о рабочих тетрадях для студентов, созданных и активно используемых при изучении каждой темы курса [3].

Уровневая система корректирует направления учебы студентов с учетом их индивидуальных особенностей и характера. Сюда входят использование различных форм самостоятельной работы, в том числе и работа в СДО, и Рабочие тетради, и практические занятия, проведенные в виде игры, постановка задач и поиск их решений, что очень важно для студентов технических и инженерных специальностей.

Все темы курса высшей математики связаны между собой и необходимы для последующих знаний.

Тема «Производные» «тянет» за собой такую необходимую для инженеров тему, как «Интегралы». Особое внимание здесь нужно уделить теме «Поднесение функции под знак дифференциала». Студентам трудно увидеть функцию, от которой нужно взять производную. Кроме этого, особую трудность доставляют интегралы вида $\int \frac{dx}{x^2 - x + 2}$ или $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 13}}$, содержащие в знаменателе квадратный трехчлен, при решении у которого нужно выделять полный квадрат, что, как правило, является для студентов проблемой. Приходится учить их этому дополнительно.

После темы «Интегралы» переходим к изучению одной из важнейших в высшей математике тем – «Дифференциальные уравнения» [3].

Дифференциальные уравнения применяются в теоретической механике и при изучении информатики. Именно к ним сводится большинство математических моделей, представляющих собой довольно сложные технические и производственные процессы.

Не зная математику, невозможно составить ни одной математической модели, не говоря уже о реализации задачи на компьютере.

Дифференциальные уравнения возникли из задач механики для нахождения координат тел, скоростей и ускорений движений тел, рассматривая их при этом как функции, зависящие от времени. К дифференциальным уравнениям приводили и некоторые геометрические задачи. Модели различных явлений механики сплошной среды, химических реакций, электрических и магнитных явлений также выражались в виде дифференциальных уравнений. К ним относятся и задачи, связанные с производством, с современной медициной и спортом, что особенно важно в наши дни.

Дальше темы усложняются: появляются ряды, в том числе и ряды Фурье, теория вероятностей, математическая статистика, теория массового обслуживания, линейное программирование. Для всех этих тем нужны знания, усидчивость и желание познать предмет «высшая математика» сначала на базовом уровне. И тогда, несомненно, всё получится.

Список литературы

1 *Волк, А. М.* Повышение творческих возможностей студентов при изучении высшей математики / А. М. Волк, И. Ф. Соловьева // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : материалы V Междунар. науч. конф., Красноярск, 21–24 сентября 2021 г. : в 2 ч. Ч. 1 / под общ. ред. М. В. Носкова. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2021. – С. 99–103.

2 *Соловьева, И. Ф.* ЭУМК по учебной дисциплине «Высшая математика» : учеб.-метод. пособие [Электронный ресурс] / И. Ф. Соловьева, М. В. Чайковский. – Минск : БГТУ, 2021. – Рег. № 1006. – Режим доступа : https://dist.belstu.by/course/view.php?id=2397. – Дата доступа : 10.01.2022.

3 Рабочая тетрадь для расчетно-графических работ по высшей математике по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения и их системы» / А. М. Волк [и др.]. – Минск : БГТУ, 2017. – 50 с.

УДК 004:378.14

ИННОВАЦИОННЫЙ ПОДХОД ПРИ ПРИМЕНЕНИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ

Ф. Э. СУЛТАНОВА, М. М. ТАШМАТОВА, У. Н. ШАМСИЕВА
Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

Основной целью профессионального образования является подготовка квалифицированного специалиста, который конкурентоспособен на рынке, хорош в своей профессии, стремится к социальной и профессиональной мобильности, направлен на постоянный профессиональный рост. Главная задача сегодня – даже после получения высшего образования продолжать обучение на протяжении всей жизни. В процессе обучения в высшем учебном заведении очень важно творчество.

Формирование новых информационных технологий в рамках предметных уроков стимулирует потребность в создании новых программно-методических комплексов, направленных на повышение эффективности урока. Поэтому для успешного и целенаправленного использования в учебном процессе средств новых информационных технологий преподаватели должны знать общее описание принципов функционирования и дидактические возможности программно-прикладных средств, а затем исходя из своего опыта и рекомендаций «встраивать» их в учебный процесс.

Сегодня педагог-предметник уже не в состоянии игнорировать тот образовательный потенциал, которым обладают современные информационные технологии и соответствующая им программно-техническая платформа, переводящие образовательный процесс на качественно новый уровень. За счет использования накопленных методических знаний и дидактических материалов преподаватели способны значительно увеличить степень образовательного воздействия на уроках, повысить уровень мотивации студентов к изучению нового материала [1].

Информационные технологии не только облегчают доступ к информации и открывают возможности вариативности учебной деятельности, ее индивидуализации и дифференциации, но и позволяют по-новому организовать взаимодействие всех субъектов обучения, построить образовательную систему, в которой студент был бы активным и равноправным участником образовательной деятельности.

В настоящие время принято разграничивать понятия «информационные технологии» и «технологии обучения». Под «технологиями обучения» обычно понимается система методов, форм и средств обучения, в рамках которой обеспечивается достижение поставленных дидактических целей.

Среди разнообразных определений понятия «информационные технологии» более приемлемой, по-видимому, является трактовка этого термина, данная М. И. Желдаковым: «Под информационными технологиями понимается совокупность методов и технических средств сбора, организации, хранения, обработки, передачи и представления информации, расширяющие знания людей и развивающая их возможности по управлению техническими и социальными процессами» [2].

Поэтому лучше всего определить понятие «новых информационных технологий в образовании», отталкиваясь не от использования компьютера, а от педагогической сущности.

Так как обучение является передачей информации студенту, то можно сделать вывод о том, что в обучении информационные технологии использовались всегда. Более того, любые методики или педагогические технологии описывают, как переработать и передать информацию, чтобы она была наилучшим образом усвоена учащимися.

Когда же компьютеры стали настолько широко использоваться в образовании, что появилась необходимость говорить об информационных технологиях обучения, выяснилось, что они давно фактически реализуются в процессах обучения, и тогда появился термин «новая информационная технология обучения». Таким образом, появление понятия «новая информационная технология» связано с появлением и широким внедрением компьютеров в образование.

Информационные технологии включают программированное обучение, интеллектуальное обучение, экспертные системы, гипертекст и мультимедиа, микромиры, имитационное обучение, демонстрации. Эти частные методики должны применяться в зависимости от учебных целей и учебных ситуаций, когда в одних случаях необходимо глубже понять потребности учащегося, в других важен анализ знаний в предметной области, в-третьих, основную роль может играть учет психологических принципов обучения.

Рассматривая имеющиеся на сегодняшний день информационные технологии, Н. В. Агапова выделяет в качестве их важнейших характеристик:

– типы компьютерных обучающих систем (обучающие машины, обучение и тренировка, программированное обучение, интеллектуальное репетиторство, руководства и пользователи);

– используемые обучающие средства (ЛОГО, обучение через открытия, микромиры, гипертекст, мультимедиа);

– инструментальные системы (программирование, текстовые процессоры, базы данных, инструменты представления, авторские системы, инструменты группового обучения).

Как мы видим, главное в новых информационных технологиях – это компьютер с соответствующим техническим и программным обеспечением. Следовательно, под информационными технологиями в обучении следует понимать процесс подготовки и передачи информации обучаемому, средством осуществлением, которого является компьютер [3].

Такой подход отражает первоначальное понимание педагогической технологии как применение технических средств в обучении.

Педагогическая технология – это не просто использование технических средств обучения или компьютеров, это выявление принципов и разработка приемов оптимизации образовательного процесса путем анализа факторов, повышающих образовательную эффективность, путем конструирования и применения приемов и материалов, а также посредством оценки применяемых методов.

Таким образом, во главе становится процесс обучения со своими особенностями, а компьютер – это мощный инструмент, позволяющий решать новые, ранее не решенные дидактические задачи.

Можно утверждать, что в образовании «педагогическая технология» и «информационная технология» – это в определенном смысле синонимы. Можно ли считать использование компьютера достаточным основанием для названия этой новой технологии? Скорее всего нет. Дело в том, что абсолютное большинство таких технологий опирается (если вообще на что-то опирается) на известные (хорошие или не очень) педагогические идеи. Более того, они вообще не удовлетворяет основным требованиям понятия «технологии».

Используя современные обучающие средства и инструментальные среды, создаются прекрасно оформленные программные продукты, не вносящие ничего нового в развитие теории обучения. Поэтому можно говорить только об автоматизации тех или иных сторон процесса обучения, о переносе информации с бумажных носителей в компьютер и т. д.

Говорить же о новой информационной технологии обучения можно только в том случае, если она:

– удовлетворяет основным принципам педагогической технологии (предварительное проектирование, воспроизводимость целеобразования, целостность);

– решает задачи, которые ранее в дидактике не были теоретически или практически решены;

– является средством подготовки и передачи информации обучаемому является компьютер.

Таким образом, появление понятия «новая информационная технология» связано с появлением и широким внедрением компьютеров в образование: программированное обучение, интеллектуальное обучение, экспертные системы, гипертекст и мультимедиа, микромиры, имитационное обучение, демонстрации. Эти частные методики должны применяться в зависимости от учебных целей и учебных ситуаций с учётом вышеизложенных принципов.

Таким образом, современный уровень развития информационных технологий значительно расширяет студентам и преподавателям доступ к образовательным и профессиональным ресурсам, улучшает возможность и результативность управления и отдельными учреждениями, и системой образования в целом, способствует интеграции национальной системы образования в мировую сеть, значительно облегчает доступ к международным ресурсам в области образования, науки и культуры.

Следовательно, можно прийти к выводу, что главное в новых информационных технологиях – это компьютер с соответствующим техническим и программным обеспечением. Применение программного обеспечения в учебном процессе (программно-прикладные средства) подтверждает само определение: информационная технология обучения – процесс подготовки и передачи информации обучаемому, средством осуществления которого является компьютер. Такой подход и отражает первоначальное понимание педагогической технологии как применение технических программных средств в обучении.

Список литературы

1 *Советов, Б. Я.* Информационные технологии в образовании и обществе XXI века / Б. Я. Советов // Информатика и информационные технологии в образовании. – 2004. – № 5. – С. 95.

2 *Желдаков, М. И.* Внедрения информационных технологий в учебный процесс / М. Н. Желдаков. – Минск : Новое знание, 2003. – 152 с.

3 *Агапова, Н. В.* Перспективы развития новых технологий обучения / Н. В. Агапова. – М. : ТК Велби, 2005. – 247 с.

УДК 51:378.147 – 027.44

ИНФОРМАТИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

С. В. ЧЕРНЯВСКАЯ, М. А. ХОТОМЦЕВА
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Компьютерные технологии, образующие глобальное информационное пространство, оказывают огромное влияние на современный образовательный процесс. Цифровизация образования значительно повышает его качество и эффективность, поскольку позволяет оперативно получать, систематизировать, визуализировать и демонстрировать информацию, а также обмениваться ею на большом расстоянии в режиме реального времени. Системы компьютерной математики обеспечивают быстрое проведение сложных или рутинных расчетов, численное моделирование объектов и процессов.

Инновационное обновление образования невозможно без широкого внедрения в учебный процесс информационных технологий (ИКТ), в том числе и по причине сокращения учебного времени на изучение математических дисциплин. Во многих вузах в связи с переходом на четырехлетнее обучение или двухсеместровый курс математики (как, например, на некоторых специальностях Белорусского национального технического университета (БНТУ)) необходимо находить пути оптимизации математического образования будущих инженеров, определять, как при сокращении времени, выделяемого на изучение курса, не потерять глубину и строгость изложения. В данной статье покажем, как ИКТ внедряются в процесс обучения на факультете транспортных коммуникаций (ФТК) БНТУ.

Основные направления применения информационных технологий:

– использование систем компьютерной математики на лекционных и практических занятиях и в процессе самостоятельной подготовки студентов;

– организация непрерывной коммуникации между студентами и преподавателями в формате онлайн-консультирования;

– автоматизация процессов диагностики и контроля знаний студентов.

Отметим, что использование систем компьютерной математики предоставляет преподавателю возможность перманентного изучения реакции обучающихся на излагаемый учебный материал. Лектор может своевременно корректировать скорость и глубину подачи материала, изменять формат изложения, увеличивать количество комментариев или иллюстративного сопровождения новых математических понятий для наиболее полного достижения учебных целей.

Уровень базовой математической подготовки и мотивации к изучению математических дисциплин студентов ФТК в целом невысокий, поэтому преподаватель должен выступать не только носителем новых знаний, но и организатором такой учебной деятельности, которая позволила бы поддерживать заинтересованность и внимание аудитории на протяжении всего занятия.

Рассмотрим применение Desmos – графического калькулятора, реализованного как приложение для браузера и мобильного приложения на языке JavaScript при изучении темы «Кривые, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах».

Показав студентам правильный ввод параметрического уравнения и пояснив выбор интервала изменения t, преподаватель имеет возможность вместе со студентами обсудить все плоские кривые, которые будут использованы в курсе математики.

Передвигая слайдеры (движки), студенты могут следить за изменением формы, расположения и размеров кривых.

Для построения и исследования кривых в пространстве $\mathbb{R}^3$ используется система CalcPlot3D.

Эта же система позволяет продемонстрировать студентам все возможные поверхности второго и более высоких порядков и их комбинации, явно и неявно заданные поверхности и линии уровня.

Трудно переоценить важность наглядности при изучении тем «Кратные интегралы» или «Теория поля».

При организации непрерывного образовательного процесса очень эффективным является создание обучающих видеоматериалов и размещение их в сети. Так, для раздела «Функции нескольких переменных» созданы такие видео: «Нахождение областей определения», «Вычисление пределов функции».

Из сказанного очевидно, что возможности компьютера способствуют не только приобретению знаний, но и желанию учиться, создают для каждого обучающегося наиболее благоприятные условия для усвоения знаний.

Еще одним важным направлением цифровизации обучения в БНТУ является компьютерное тестирование как форма проведения аттестации студентов по некоторым дисциплинам, в том числе по математике. Компьютерное тестирование является не только источником объективной и независимой информации об уровне знаний обучаемых, но и показателем качества работы преподавателя, что важно при определении эффективности работы педагога. Компьютерное тестирование, являясь частью внутри вузовской системы контроля, может обеспечивать входной или установочный контроль на начальном этапе обучения (проводится на первом курсе в начале первого семестра), текущий контроль по разделу дисциплины (проводится в БНТУ в виде мониторинга уровня знаний в ноябре и апреле каждого семестра на 1–2-м курсах), промежуточный контроль в виде семестрового экзамена по совокупности разделов, итоговый контроль как предварительный этап госэкзамена и другие формы контроля. Преимущества и недостатки такой формы контроля знаний хорошо известны, а именно, к преимуществам относятся:

– обширность области проверки знаний, в отличие от устного экзамена, где билет содержит 4–5 вопросов программы;

– надежность и валидность теста при условии выполнения требований к его составлению;

– объективность и стандартизированность оценивания результатов, которые могут отсутствовать при личном ответе студента экзаменатору;

– повышение заинтересованности и дисциплинированности у обучаемых;

– невозможность подсказки и списывания;

– сокращение времени проверки экзаменационных ответов;

– применение современных технологий обучения.

К недостаткам относятся возможность угадывания верного ответа без наличия прочных знаний, невозможность проследить логику действий при решении заданий и правильность применения математического аппарата, а также отсутствие диалога между студентом и экзаменатором. Кроме того, подготовка и апробация качественного тестового материала требует больших затрат времени и сил. Следовательно, имеется проблема обучения преподавательского состава правилам составления тестов с соблюдением принципов репрезентативности, надежности и валидности, перевод их в компьютерную форму с применением современных тестовых оболочек. Необходима также и подготовка технических работников, обеспечивающих функционирование системы тестирования, в частности, информационной безопасности, связанной с несанкционированным доступом к базам тестовых заданий и т. п.

В БНТУ используется тестовая система INDIGO. Тест содержит 13 заданий по разделам «Матричная и векторная алгебра», «Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве», «Введение в математический анализ». Уровень сложности заданий – от 1 до 5, время выполнения – 60 минут. В тесте были использованы задания типа «истинно – ложно», которые требуют глубокого понимания математических понятий.

УДК 378.14:517.58

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ КУРСА «СПЕЦИАЛЬНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ФУНКЦИИ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ»

Л. Д. ЯРОЦКАЯ, М. В. КЛИМОВИЧ, М. С. КАПУРА
Белорусский государственный технологический университет, г. Минск

В рамках образовательного стандарта для специальности 1-40 05 01-03 «Информационные системы и технологии (издательско-полиграфический комплекс)» в соответствии с учебной программой УВО в четвертом семестре предусмотрено изучение дисциплины «Специальные математические методы и функции». Данная дисциплина относится к модулю «Дополнительные главы математики» государственного компонента и включает ряд тем, представляющих существенную значимость для профессиональной деятельности инженера. Например, преобразования (отображения) являются ключевым механизмом при построении информационной системы, поскольку позволяют формализовать, моделировать, анализировать, обрабатывать данные, представляющие информацию различной природы.

Цель учебной дисциплины – освоение современного математического аппарата в качестве эффективного инструмента анализа и моделирования процессов и явлений при поиске оптимальных решений прикладных и научных задач предприятий и учреждений издательско-полиграфического комплекса, а также методов обработки и анализа результатов численных экспериментов. В результате изучения дисциплины у студентов формируются академические, социально-личностные и профессиональные компетенции специалиста, умения и навыки, которые позволят им стать конкурентоспособными в своей отрасли.

Одной из составляющих дисциплины являются обзорные лекции, посредством которых студенты непрерывно получают фундаментальные знания, моделируют учебную информацию в схемы, конспекты, систематизируют понятия и их свойства, методы решения задач. Содержание учебного материала включает такие темы, как основы функционального анализа, линейные отображения, функционалы, операторы, специальные функции и числа и связанные с ними прикладные задачи. Следует отметить, постановка основных задач для линейных операторов (дискретных и непрерывных) в конечномерных пространствах и пространствах функций (дифференциальные, интегральные преобразования и др.) и обсуждение общих методов их решений формирует у студентов представление о сущности научного подхода к описанию и исследованию процессов передачи информации. Однако, как показывает опыт, на этом этапе многие студенты не видят актуальности полученных знаний, что нередко, к сожалению, сказывается на результатах успеваемости.

Преодолению указанной проблемы способствует внедрение в образовательную среду практико-ориентированной технологии обучения. С позиции этого подхода учебная деятельность в рамках предмета направлена на применение полученных знаний на практике, решение прикладных задач различного уровня сложности. Внедрение информационных технологий в учебный процесс (интернет-технологий, специализированных пакетов программ и др.) позволяет гибко сочетать фундаментальную и прикладную составляющие обучения.

Для усвоения наиболее важных тем курса программой предусмотрено выполнение лабораторных работ с расчетами на компьютере. Планирование самостоятельной работы с использованием пакетов прикладных программ, когда в результате деятельности появляется конечный продукт (расчеты, графики, демонстрационный материал, виртуальный проект и др.), активизирует интерес к предмету. Опыт показывает, что у студентов повышается качество базовых знаний, умений и навыков; развивается способность к логическому и алгоритмическому мышлению, стремление к точности при обработке и анализе результатов численных экспериментов.

Базовыми учебными дисциплинами для курса «Специальные математические методы и функции» являются «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Первая тема курса – линейное пространство, его базис и размерность – методически связана с изученным ранее материалом. Однако студентам предлагаются для изучения более глубокие методы матричного исчисления. Например, при решении задач, связанных с вопросами линейной зависимости (независимости) векторов пространства, построением базиса и ортонормированного базиса, нахождения координат вектора в заданном базисе, возникает необходимость решать системы линейных алгебраических уравнений, вычислять определители. Как известно, точные методы решения приводят к точным значениям неизвестных в предположении, что вычисления ведутся без округлений. Так как на практике это реализуемо далеко не всегда, то значения неизвестных, полученные точными методами, неизбежно содержат погрешности. Кроме того, при выборе метода решения следует учитывать трудоемкость (время, необходимое для выполнения арифметических операций), необходимость хранения промежуточных вычислений в памяти компьютера и др. На лекции рассматриваются методы Гаусса (схема единственного деления, с выбором главного элемента), схема Халецкого, методы ортогонализации при решении систем линейных уравнений. При выполнении задания лабораторной работы рекомендуется решать систему линейных алгебраических уравнений одним из методов, рассмотренных на лекции.

Вторая тема курса «Элементы функционального анализа» включает основные понятия метрического, нормированного пространств, пространства Гильберта. Вопросы полноты метрического пространства рассматриваются с точки зрения разрешимости уравнений того или иного типа на основании принципа сжимающих отображений и нахождении приближенного решения с заданной точностью в результате бесконечного сходящегося процесса. Приводятся достаточные условия сходимости в зависимости от выбранной метрики пространства. В целях наглядности изложения на лекциях дается геометрическая интерпретация метода для алгебраического уравнения в пространстве действительных чисел. Рассматриваются преимущества итерационных методов по сравнению с точными методами решения для некоторых классов задач.

Программой также предусмотрены лабораторные работы по следующим разделам математики: применение обобщенного ряда Фурье при решении задач; решение обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных; элементы вариационного исчисления; решение разностных уравнений с помощью z-преобразования, специальные функции и числа и их применение при решении задач. Структура построения работ следующая: сначала приводится теоретический материал, необходимый для выполнения конкретной лабораторной работы. Затем приводятся примеры и необходимые указания для решения задач, в том числе при помощи специализированных пакетов программ. Например, для вычислений студенты используют MS Excel. Такой подход нацелен на индивидуальную поисковую деятельность студента, позволяет научить не просто формально решать задачу на компьютере, а понять сущность и особенности используемого метода. После этого приводится перечень вопросов для самоконтроля и только тогда студент приступает к выполнению индивидуального задания. Задания лабораторных работ подобраны со спецификой специальности. Разнообразие заданий помогает совершенствовать знания студентов, а постепенное нарастание сложности стимулирует проявление и развитие творческих способностей. Это обеспечивает вовлечение студентов в работу, их мотивацию и активность при изучении теоретического материала. Итоги всех лабораторных работ каждого студента фиксируются в отдельном файле, затем оформляются в виде отчета и выводятся на печать, или сохраняются в электронном виде.

Отметим, что основой технических и технологических новшеств, востребованных на производстве, являются научные знания. Фундаментальная составляющая обучения дает возможность получить будущему специалисту ***систему*** необходимых базовых знаний, умений, навыков, способствующих эффективной интеллектуальной деятельности.

UDC 510.24

MOTIVATION TO LEARN MATHEMATICS DEMONSTRATES POSITIVE CORRELATIONS

D. B. ESHMAMATOVA, A. A. ESHKABILOV, M. N. ISLAMOVA
Tashkent State Transport University, Tashkent, Republic of Uzbekistan

He who possesses knowledge possesses the world
N. Rothschild

The main purpose of vocational education is to work competitively in the market, good in his profession to know and relate to the relevant fields of activity aimed at continuous professional growth, for social and professional mobility aspiring qualified personnel training. Today's main task is lifelong learning even after higher education. In this, in the process of studying at a higher educational institution, the conditions for developing requirements are very important.

Teaching and learning strategies are broad concepts. Teaching strategies refer to a wide range of processes, from the way in which classrooms are organized and resources used to the daily activities engaged in by teachers and students to facilitate learning. Student learning strategies refer to cognitive and meta-cognitive processes employed by students as they attempt to learn something new.

The literature on students’ motivation to learn often makes a distinction between intrinsic and extrinsic motivation, commonly holding that intrinsic motivators are more effective than extrinsic ones in engendering engagement and performance. The report uses the index variable interest in and enjoyment of mathematics to represent this construct. This variable derives from a series of questionnaire items on how much students enjoy and look forward to doing mathematics. The report considers subject-matter interest to be an aspect of student learning strategies, especially if interest in the subject flows in some way out of or from the teaching. This type of positive motivation might be expected to result in increased achievement. In contrast to the intrinsic nature of interest and enjoyment, students may be motivated to study mathematics by its perceived importance to future education or to careers. To analyze this possibility, index of instrumental motivation in mathematics, measured by a series of questionnaire items on the perceived value of studying mathematics for these external reasons [1].

Together, on average, the two measures of motivation to learn mathematics account for an additional 5 % of performance variation among students but no additional performance variation among schools. Students' motivation accounts for 11 % of the variation in student performance in Norway, 9 % in Denmark and Finland and 8 % in Korea. Students' reported levels of interest in and enjoyment of mathematics show relatively strong positive association with mathematics performance. However, this changes mainly to moderate Mathematics Teaching and Learning Strategies. Are Students' Perceptions of their Mathematics Teaching and Learning Related to Mathematics Performance? In contrast, students' instrumental motivation to learn mathematics, which also has a strong positive observed association with performance, continues to show significant positive effects. It is interesting to note that in Poland, the United States, Canada and the Russian Federation, the effect of students' interest in and enjoyment of mathematics is negative while the effect of students' instrumental motivation to learn mathematics is positive.

Positive attitudes towards school and motivation to learn may be, independently of their impact on achievement, important outcomes in their own right. The four measures of students' perceptions of school in general and their motivation to learn mathematics show positive correlations among themselves. This lack of independence among these measures no doubt accounts for the change in patterns of relationship when all of the measures enter into the same analytical model [2].

All students must be motivated in some way to engage in mathematical activity, however, the nature of that motivation largely determines the success of their endeavor. In particular, students' motivations can be divided into two distinct types: extrinsic motivation and intrinsic motivation. Extrinsically motivated students engage in learning for external rewards, such as teacher and peer approval and good grades. These students do not necessarily acquire a sense of ownership of the mathematics that they study; instead they focus on praise from teachers, parents and peers and avoiding punishment or negative feedback. In contrast, students who are intrinsically motivated to learn mathematics are driven by their own pursuit of knowledge and understanding. They engage in tasks due to a sense of accomplishment and enjoyment and view learning as impacting their self-images. Intrinsically motivated students, therefore, focus on understanding concepts. Thus, intrinsic, rather than extrinsic, motivation benefits students in the process and results of mathematical activities.

Like socio-economic status, students' self-confidence and motivation as learners show consistent correlations with achievement. These factors could also be related to teaching and learning strategies, and therefore they are included as control variables in the models. Nevertheless, unlike socio-economic background, the direction of causation is not at all clear for these variables. That is, it is possible that attitudes can be influenced by teaching strategies that attitudes influence learning strategies or that attitudes are affected by achievement. For example, the question remains unresolved of whether a high level of perceived competence in mathematics precedes or follows a high level of achievement, or whether low achievement engenders high mathematics anxiety or vice versa. As noted earlier, cultural differences are likely to affect students' interpretation of self-confidence and motivation questions. Results in these areas should be interpreted with country differences in their mean index values in mind. Readers familiar with particular countries or cultures are better placed than the authors to make judgments about such differences. These variables show some unexpected patterns when taken in the context of other factors in the full model and hence warrant further discussion.

Self-efficacy is often seen as a major determinant of behavior. However, there is some debate as to whether self-efficacy is best thought of as a generic or a subject-specific trait. The extent of its correlation with achievement seems to depend on the type of self-efficacy measure used. In countries where students have least confidence in their own efficacy, this variable also makes least difference to their predicted achievement; it is most closely correlated in some countries that have about average self-efficacy overall [3].

The question arises of whether there would be any benefit in attempting to enhance self-efficacy in mathematics as a means of improving achievement. Students in Japan and Korea have among the lowest average sense of self-efficacy in mathematics, though both countries have among the highest average achievement levels. This finding raises the further question of whether the culture or the school systems of these countries are in some way engendering more negative student opinions of their mathematics competence than the reality of their achievement warrants.

Another affective variable showing wide differences across countries is anxiety in mathematics. Students in Mexico, Japan and Korea, and the partner countries Tunisia, Brazil and Thailand, express particularly high levels of anxiety about mathematics. However, in Denmark, Finland, the Netherlands and Sweden students show particularly low anxiety. Both within and across countries, students who are anxious about learning mathematics tend to perform worse in the subject.

Again, there may be lessons for teachers here, especially in countries where anxiety is highest, to make more efforts to reduce it. Particularly in Mexico and the partner country Brazil, high anxiety tends to go with low mathematics performance. Some indication to teachers that students' motivation is an important aspect of their learning. When asked about their motivation to learn mathematics – out of interest or for more instrumental reasons – students once again responded differently across countries. Although cultural differences may influence the way students respond to this question across countries, within countries those with the highest motivation perform best on average (there is a moderate correlation between motivation and performance). Much of the research on efficacy, attitudes and motivation hinges on the working hypothesis that high values of such variables are associated with high achievement. However, some sources suggest that the relationship between these factors and achievement is subtler and more indirect than the simple hypothesis would indicate. This study strongly reinforces that view. While most of the bivariate relationships operate in the predicted direction when examined within countries, there is an obvious country-specific component in the patterns. For example, students in several high-achieving countries, particularly Asian ones, show a generally negative sense of self-efficacy and have relatively negative attitudes and motivations.

The existence of negative between-country effects suggests that country-specific features strongly influence the measurement of these factors. Even within countries, however, positive associations between certain attitudes and performance sometimes become negative when adjusting for other factors [3, 4].

Conclusion

These factors influence achievement, it might be desirable to direct teaching strategies towards improving attitudes and motivations in the hope that this would have indirect positive effects on achievement. While there is no way of measuring the extent to which teachers deliberately aim to improve attitudes in order to improve achievement, in practice there is a consistent bivariate association between good student attitudes and the adoption of helpful teaching strategies, for example by creating a positive classroom climate. Nevertheless, it seems that there is little to be lost in having teachers act in ways that help reduce mathematics anxiety and increase students' sense of self-efficacy in mathematics and their self-concept. However, teachers should also note that students who enjoy mathematics or feel a sense of belonging at school actually tend to perform worse in mathematics when adjusting for all other factors. This evidence does not mean that enjoying mathematics causes students to perform worse, but that a student who enjoys mathematics more than another will not necessarily perform better if she does not also have other characteristics that tend to go with enjoyment, such as greater confidence in her mathematics ability.

Reference

1 *Cooper, H.* Does Homework Improve Academic Achievement? A Synthesis of Research, 1987-2003, / H. Cooper, J. C. Robinson, E. A. Patall // Review of Educational Research. – 2006. – Vol. 76, no. 1.
2 *Bandura, A.* Perceived Self-Efficacy in Cognitive Development and Functioning / A. Bandura // Educational Psychologist. – 1993. – Vol. 28, no. 2.
3 *Lepper, M. R.* Motivational Considerations in the Study of Instruction / M. R. Lepper // Cognition and Instruction. – 1998. – Vol. 5, no. 4.
4 *Wang, M. C.* What Helps Students Learn? / M. C. Wang, G. D. Haertel, H. J. Walberg // Educational Leadership, Dec. 1993 – Jan. 1994.

UDC 510.24

MAJOR INNOVATION REQUIRE ALIGNING THE EFFORTS OF ALL THOSE INVOLVED IN STUDENTS' MATHEMATICAL DEVELOPMENT

Sh. A. KASIMOV, R. A. KHIKMATOVA, M. M. TASHMATOVA
Tashkent State Transport University, Tashkent, Republic of Uzbekistan

Live as if you were to die tomorrow.
Learn as if you were to live forever
Gandhi

Just as everyone has a unique fingerprint, every student has an individual learning style. Chances are, not all of your students grasp a subject in the same way or share the same level of ability. So how can you better deliver your lessons to reach everyone in class? Consider differentiated instruction – a method you may have heard about but have not explored.

History of differentiated instruction

The roots of differentiated instruction go all the way back to the days of the one-room schoolhouse, where one teacher had students of all ages in one classroom. As the educational system transitioned to grading schools, it was assumed that children of the same age learned similarly. However, in 1912, achievement tests were introduced, and the scores revealed the gaps in student's abilities within grade levels.

What differentiated instruction means

Carol Ann Tomlinson is a leader in the area of differentiated learning and professor of educational leadership, foundations, and policy at the University of Virginia. Tomlinson describes differentiated instruction as factoring students' individual learning styles and levels of readiness first before designing a lesson plan. Research on the effectiveness of differentiation shows this method benefits a wide range of students, from those with learning disabilities to those who are considered high ability.

Differentiating instruction may mean teaching the same material to all students using a variety of instructional strategies, or it may require the teacher to deliver lessons at varying levels of difficulty based on the ability of each student [1].

Teachers who practice differentiation in the classroom may:

– design lessons based on students' learning styles.

– group students by shared interest, topic, or ability for assignments.

– assess students' learning using formative assessment.

– manage the classroom to create a safe and supportive environment.

– continually assess and adjust lesson content to meet students' needs.

Differentiated instruction may be planned earlier than working with students in classrooms and also happens in the moment. As teachers arrange their instruction in real time to respond to unanticipated strengths and needs surfacing from assessment.

The diversity is one of the province's greatest advantages. By ensuring equity of opportunity for learning in education system, we can help all students achieve excellence. Pedagogues play a key role in designing learning experiences that are responsive to the student's development, strengths and needs.

Teachers who effectively differentiate:

– consistently assess student progress in multiple ways

– build extensive knowledge about how students learn and effective pedagogy

– reflect critically on their practice.

What is necessary to effective instruction in Mathematics?

Designing effective instruction in mathematics involves balancing understanding of mathematical concepts with procedural fluency. Effective instruction involves intentional approaches, strategies, and learning activities based on mathematical and pedagogical knowledge and understanding of student mathematical development. Using assessment to inform instruction is essential to a precise, timely and differentiated response that addresses the diversity of student learning needs.

Elements of effective mathematics instruction include:

– relevant and engaging tasks, including parallel tasks

– a variety of representations of the mathematics

– access to mathematics learning tools and technology

– frequent and varied assessment of student understanding.

The importance of differentiation for students learning mathematics

Student readiness, interests and learning preferences vary greatly within any mathematics classroom. Students will differ in their knowledge and understanding of mathematical concepts and in their use of mathematical skills such as mental math and estimation. Students also vary in their application of the mathematical processes:

– solving problems in new situations

– reasoning skills including proportional reasoning, and spatial reasoning

– reflecting on and monitoring one's thinking

– selecting and using a variety of learning tools and computational strategies

– connecting mathematics to real life and to other mathematical ideas

– representing mathematical ideas and relationships concretely, pictorially, numerically, and algebraically

– communicating mathematical thinking orally, visually, and in writing, using everyday language and mathematical vocabulary.

The seven mathematical processes support the acquisition and use of mathematical knowledge and skills.

Responding to differences in readiness helps students feel capable and increases their motivation to learn. Addressing student interests and learning preferences provides relevance and autonomy – factors key to student engagement [2].

The Mathematics Scenarios

The teachers in the following scenarios have a deep understanding of their discipline and the curriculum for the subjects they teach. They have attended to each of the components in the Complexity of Learning and Teaching diagram by:

– setting up reliable, engaging and inclusive learning environments:

– designing learning experiences that focus and engage their learners;

– selecting appropriate instructional strategies that help students meet their learning goals.

The scenarios illustrate how the teachers assess to understand the learning needs of their students, use this information to shape instruction and reflect on their practice.

The scenarios show how the teachers carefully plan instruction to differentiate for the variety of learners in their classroom. They also adapt to meet specific, perhaps unanticipated, needs that arise during instruction. In each example there is a clear learning goal and an evident plan for differentiated instruction based on assessments of student interests, learning preferences and readiness. Technology is used to support and enhance differentiation. Each scenario incorporates some or all of the key features of differentiated instruction [3].

We want our students to understand and use their strengths so we differentiate their learning based on this. We group students based on their area of certainty and let them join the centre whose task's initial representation is the one with which they are most confident. In addition, we pair students, within the centres, based on their readiness and provide them with a task at an appropriate level of challenge. We addresse their readiness needs by providing parallel tasks tasks of varying degrees of complexity, at each centre and by scaffolding our instruction as we work with various pairs of students in each of the centres. We have designed the centre activities to engage all of the students in several of the mathematical processes including representing, connecting, problem solving and communicating.

A tiering strategy can be applied to achieve learning goals in mind which is differentiated based on readiness of the students. Strategy is a component of student literacy. Teachers support students in strategy use by modelling_subject-specific processes and explaining how they reflect thinking in the subject.

Class learning profiles are useful tools to help teachers consider the characteristics of their students, including diverse learning preferences. Brainstorming, as assessment for learning, provides opportunities for teachers to identify the mathematics readiness of their students. The exit card is an effective strategy for self-assessment and will yield reflection and diagnostic information for future planning. Students demonstrate metacognitive thinking when they recognize how their attitudes, habits and dispositions influence the extent of their learning.

The experiences students have as they actively develop their individual pathways plans, allow them to gather information about themselves and their opportunities; consider feedback from their teachers, parents and peers; make decisions and set goals and develop plans for achieving their goals.

Pros and cons of differentiated instruction

The benefits of differentiation in the classroom are often accompanied by the drawback of an ever-increasing workload. Here are a few factors to keep in mind:

Pros

Research shows differentiated instruction is effective for high-ability students as well as students with mild to severe disabilities.

When students are given more options on how they can learn material, they take on more responsibility for their own learning.

Students appear to be more engaged in learning, and there are reportedly fewer discipline problems in classrooms where teachers provide differentiated lessons.

Cons

Differentiated instruction requires more work during lesson planning, and many teachers struggle to find the extra time in their schedule.

The learning curve can be steep and some schools lack professional development resources.

Critics argue there is not enough research to support the benefits of differentiated instruction outweighing the added prep time [4].

Conclusion

Mathematics is creative, exciting and multifaceted. Mathematics is the future. Without mathematics, key modern technologies would be unimaginable. In fact, without mathematics, the entire universe would most likely remain a complete mystery to us. Current research findings show that the nature of mathematics teaching significantly affects the nature and outcomes of student learning. This highlights the huge responsibility teachers have for their students' mathematical well being. In this article, we offered some of principles as a starting point for discussing change, innovation. This article offers ways to address that complexity and to make mathematics teaching more effective. Major innovation and genuine reform require aligning the efforts of all those involved in students' mathematical development: teachers, researchers, parents, specialist support services and the students themselves. Changes need to be negotiated and carried through in the classrooms, teams, departments, and faculties, and in teacher education programs. Innovation and reform must be provided with adequate resources. Universities need to ensure that their teachers have the knowledge, skills, resources to provide students with the very best learning opportunities. In this way, all students will develop their mathematical proficiency. In addition, all students will have the opportunity to view themselves as powerful learners of mathematics.

Reference

1 *Parsons, S. A.* Broadening the view of differentiated instruction / S. A. Parsons, S. L. Dodman, S. C. Burrowbridge / Phi Delta Kappan. – 2013.

2 *Willms, J. D.* The Relationship Between Instructional Challenge and Student Engagement / J. D. Willms, S. Friesen / Canadian Education Association, Toronto. – 2012.

3 *Marzano, R .J.* The Highly Engaged Classroom / R. J. Marzano, D. J. Pickering / Ontario Ministry of Education. – 2010.

4 *Curtis, K. M.* Improving student attitudes. A study of a mathematics curriculum innovation / K. M. Curtis / Kansas State University. – 2006.

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО, СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО, ОБЩЕГО И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК [377.8+378.1]:656

ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ ТЕХНИКУМОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА К ПОСТУПЛЕНИЮ В ВУЗ

С. В. КИРИЧЕНКО
Самарский государственный университет путей сообщения,
Российская Федерация

В начале 2022 года в Самарском государственном университете путей сообщения студенты техникумов железнодорожного транспорта могут получить дополнительную подготовку в Институте дополнительного образования СамГУПС, чтобы успешно сдать вступительные испытания и поступить в университет по программе «4 + 3» (четыре года обучения в техникуме и три года ускоренного обучения в университете), где они осваивают компетенции по программам высшего образования с учетом уже полученных ранее знаний. Немного о преимуществах данной программы: дистанционная подготовка к вступительным экзаменам; зачисление в вуз по результатам вступительных испытаний (без ЕГЭ); очная форма обучения на бюджетной основе по ускоренной программе за три года.

Цель дополнительной подготовки направлена не только на успешную сдачу слушателями выпускных экзаменов, но и на последующее их успешное обучение в университете. В рамках такой подготовки читается курс для слушателей «Элементы линейной алгебры и математического анализа». В дистанционном формате проводятся лекции и практические занятия. На практических занятиях и в процессе самостоятельной работы студенты глубоко осмысливают лекционный материал. В ходе решения задач, помогающих лучше осмыслить теоретический курс, слушатели должны научиться давать исчерпывающие решения поставленных перед ними задач, овладеть логикой математических рассуждений. Для контроля самостоятельной работы проводится регулярная проверка домашних заданий с указанием замечаний в виде комментариев.

При обсуждении на кафедре высшей математики вопроса о тематике курса ввиду ограничения часов решено было для закрепления материала, который читался в рамках программы по математике в техникуме, дать по возможности строгое обоснование теоретических вопросов. Из элементов линейной алгебры рассматриваются матрицы, действия с ними, определители, системы линейных алгебраических уравнений. Из понятий математического анализа самым главным, по нашему мнению, было и остается понятия функции и ее предела, так как освоение понятий непрерывности, производной и интеграла заключается именно в этом. Также отрабатываются умения нахождения производных функций.

В конце прохождения курса «Элементы линейной алгебры и математического анализа» слушатели проходят тестирование, которое состоит из 20 теоретических и практических вопросов.

В 2022/23 учебном году укомплектованы группы студентов, прошедших курсы, по ускоренной программе по специальностям: эксплуатация железных дорог, подвижной состав железных дорог, строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей и системы обеспечения движения поездов. Преподаватели кафедры высшей математики, ведущие занятия в этих группах, отметили более высокую подготовку слушателей курса в сравнении с другими студентами.

Таким образом, проведение данных курсов является не только полезно, но и необходимо, так как позволяет студентам успешно осваивать математические дисциплины при последующем обучении.

Список литературы

1 *Кириченко, С. В.* Специфика дистанционного процесса усвоения знаний / С. В. Кириченко // Наука и образование транспорту. – 2020. – № 2. – С. 169–170.

2 *Кириченко, С. В.* Контроль знаний по математике в электронных тестовых системах / С. В. Кириченко // Наука и образование транспорту. – 2021. – № 2. – С. 309–310.

УДК 378.147:51

АКТУАЛИЗАЦИЯ СОДЕРЖАНИЯ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ В НЕПРЕРЫВНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Л. И. МАЙСЕНЯ, И. Ю. МАЦКЕВИЧ
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь

Специфика непрерывного профессионального образования специалистов с технической квалификацией в системе «колледж – университет» порождает ряд исследовательских проблем в области методики обучения математике.

Одной из причин неудовлетворительной работы средней и высшей школы является отсутствие целостного системного подхода к реализации преемственности в процессе обучения, что, в частности, констатировал А. П. Сманцер [1]. Принимая его аргументацию, соглашаемся, что содержательно-деятельностный компонент в обучении математике обеспечивает преемственность в математическом образовании учащихся и студентов. Прежде всего это касается формируемых знаний и умений их применения.

В педагогических исследованиях выделяются содержательная и операциональная стороны знания. *Содержательная* сторона знаний – это существенные признаки изучаемых объектов и процессов, *операциональная* – приемы, методы познания, способы добывания новых знаний и их применение на практике. Только овладение обоими компонентами знаний обеспечивает способность к самостоятельной мыслительной деятельности. Вместе с этим подчеркивается, что большой фонд знаний еще не дает оснований для вывода о высоком умственном развитии обучающегося, так как об уровне умственного развития судят по возможности оперировать знаниями и применять их на практике.

Недостаток сформированных действенных знаний у студентов является главным препятствием для усвоения нового материала. В условиях выраженной логизации учебного материала в содержании математических дисциплин познание новой теории – это всегда взаимосвязь с предшествующими знаниями. Поэтому совершенствование математического образования студентов технических университетов (бывших выпускников колледжей) напрямую зависит от сформированных знаний и умений обучающихся на предыдущем этапе. Необходимо учитывать психологический фактор к изучению математики, который оказывает значительное влияние на развитие способностей к обучению в университете. Поскольку по своей структуре математические компетенции делятся на знаниевый, деятельностный и ценностно-мотивационный комплексы, в процессе образования в колледже они должны формироваться в совокупности. Ведущим средством обучения математике для формирования данного комплекса является используемый учебник или учебное пособие.

Педагогическая работа авторов этой статьи связана с обучением математическим дисциплинам студентов, каждый из которых закончил колледж и получил квалификацию техник-программист. В Институте информационных технологий БГУИР они продолжают профессиональное обучение для получения квалификации инженера-программиста. Наше методическое исследование касается актуализации содержания средств обучения в условиях непрерывного математического образования. Именно в используемых учебных пособиях проектируется математическое содержание для формирования у обучающихся необходимых знаний, действий с ними, а также для формирования ценностного представления об успешном математическом образовании. В исследовании предполагается разработка учебного пособия для системы среднего специального образования и учебного пособия для высшего профессионального образования. Их основанием является единый подход – следование теории поэтапного формирования умственной деятельности обучающихся.

Авторы теории поэтапного формирования умственной деятельности (П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина и др.) показали, что внутренняя и внешняя деятельность человека имеет общность, что усвоение знаний, формирование умений происходит в процессе поэтапного перехода внешней «материальной» деятельности, во внутренний умственный план. Вместе с этим для умственной деятельности учащихся и студентов свойственны две зоны: уровень актуального развития; зона ближайшего развития (Л. С. Выготский).

Уровень актуального развития характеризует завершенные циклы в развитии обучающегося и проявляется в решении тех математических проблем, которые он способен решать без посторонней помощи. *Зона ближайшего развития* означает, что обучающийся может осуществить решение задач лишь с помощью педагога, консультанта. Для успешности обучения важно в зоне ближайшего развития умело и целенаправленно управлять познавательной деятельностью учащихся и студентов, направлять ее в нужное русло, предоставлять им возможность самостоятельно дорабатывать, совершенствовать свои знания, умения и навыки. Зона ближайшего развития со временем превращается в зону актуального развития. При этом перед обучающимися возникает новая зона ближайшего развития.

В случае поэтапного формирования умственной деятельности обучающихся общедидактический *принцип дифференциации* выступает как обязательный в регулировании содержания обучения математике. Он означает учет индивидуальных особенностей учащихся и студентов, соответствует личностно ориентированному подходу в математическом образовании.

В процессе математического образования неизбежно приходится обучать учащихся и студентов с различной степенью обученности, обучаемости, и различными математическими способностями, в том числе слабых и одаренных. Предпосылками реализации уровневой дифференциации в обучении математике являются также те факторы, что колледж и университет пополняют абитуриенты с различной степенью математической грамотности и различным уровнем мотивации к успешности учения.

Принцип дифференциации является направляющим для *уровневой дифференциации содержания обучения*. В учебном пособии отмечается, что особое место в иерархии уровней обучения занимает так называемый «базовый» (минимальный) уровень. Традиционная методическая система обучения направлена, в первую очередь, на достижение максимально высокого уровня усвоения содержания дисциплины каждым обучающимся независимо от его познавательных способностей и профессиональных планов. На практике же большинство обучающихся по различным причинам лишены возможности достигать высоких результатов, тем более, по всем учебным дисциплинам. При этом базовый уровень рассматривается как общедоступный для всех студентов. Такой подход актуален в условиях непрерывности профессионального образования, при котором студентами становятся выпускники колледжей. При отборе базового содержания курса математики необходимо определиться с уровнем требований к усвоению знаний и умений учащимися и студентами, что входит в целевое поле усвоения конкретной темы. От этого зависят подходы к проверке и оцениванию результатов обучения. В избранном нами подходе базовый уровень теоретических знаний определен в изданном учебном пособии [2] для системы средних специальных учреждений образования в виде теории, представленной в справочном виде по каждой теме. При этом в каждой теме теоретическая информация сопровождается далее решенной совокупностью примеров, задающих ориентировочную основу использования теории при решении практических заданий.

В математическом образовании учащихся и студентов особое внимание должно уделяться обучению решать разноуровневые по сложности задачи. Именно решение задач в движении от простого к сложному является средством изучения и понимания учебного материала. Решение математических задач является эффективным средством развития мышления. Неумение решать задачи создает отрицательное отношение к дисциплине и приводит к потере интереса и неуверенности в собственных силах. В построении дифференцируемого обучения математике учащихся колледжей, а затем студентов технических университетов мы выделяем три уровня предлагаемых заданий: *репродуктивный* (I уровень), *репродуктивно-продуктивный* (II уровень), *продуктивный* (III уровень).

Все предполагаемые задания репродуктивного типа деятельности (I уровень) и определенная часть репродуктивно-продуктивного типа (II уровень) представляют собой базовый уровень заданий и по характеру их решений соответствуют уровню актуального развития умственной деятельности обучающихся. Особое значение для включения учащихся в самостоятельную деятельность имеет использование алгоритмического метода в обучении, что и делается в этих уровнях заданий. В данном случае вырабатываются умения решать лишь типовые, стандартные задачи, но это есть шаг к решению творческих задач. Часть заданий репродуктивно-продуктивного типа (в зависимости от индивидуальных особенностей учащегося и студента) и все задания продуктивного типа (III уровень) относятся к зоне ближайшего развития умственной деятельности обучающихся.

Авторы учебного пособия [2] сочли важным включить в содержание обучения первым разделом «Введение в курс математики». Изучение предлагаемой теории и её практической реализации позволяет преподавателю осуществить пропедевтическую деятельность, ознакомив учащихся с новыми для них тематическими направлениями и понятиями, систематизирующими полученные математические знания и открывающими возможности дальнейшего системного математического образования. Этот раздел включает в себя следующие темы.

1 Высказывания. Типы теорем.

2 Множества и операции над ними. Числовые множества.

3 Понятие комплексного числа, алгебраическая форма записи.

4 Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.

5 Многочлены. Действия над многочленами.

6 Рациональные дроби.

Абсолютно неизвестными для учащихся колледжей являются понятие «высказывание» и логические операции над высказываниями (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность), поэтому учебный материал представлен наглядно (приведены таблицы с теорией), много заданий подробно разобрано, а затем даны задания для решения в аудитории и/или самостоятельно.

Введенные логические операции будут востребованы в дальнейшем, например, на специальности «Программирование» при изучении дискретной математики, а также теории вероятностей и др. На практике множество элементарных логических операций является обязательной частью набора инструкций всех современных микропроцессоров и, соответственно, входит в языки программирования.

Любой преподаватель математики подтвердит, что классификацией теорем не владеет ни один из обучающихся (после средней школы). В связи с этим и предлагается этот теоретический материал. Приведем пример теории, регулирующей, какие типы теорем возможны:

Если теорема сформулирована в виде $A \Rightarrow B,$ то она называется ***признаком*** или ***достаточным условием*** для B (A – достаточное условие выполнимости B), где A, B – некоторые высказывания. Теоремы такого вида называются также ***необходимым условием*** для A (B – необходимое условие выполнимости A).

Теорема типа $B \Rightarrow A$ называется ***обратной*** для теоремы $A \Rightarrow B$ (прямой).

Если теорема имеет вид $A \Leftrightarrow B,$ то она называется ***критерием*** или ***необходимым и достаточным условиями*** (и для B, и для A). Теорема такого типа объединяет прямую и обратную теоремы.

Теорема типа $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ называется ***противоположной к обратной теореме***.

Высказывание $A \Rightarrow B$ истинно тогда и только тогда, когда истинно высказывание $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$. На этом факте основан *метод доказательства теорем от противоположного* (*от противного*).

При рассмотрении множеств и операций над ними (объединение, пересечение, разность дополнение) важно сформировать у учащихся фундаментальные знания, которые могут в последствии (в университете) понадобиться для расширения действий над множествами. В частности, при введении операции декартово произведение множеств.

Введение комплексных чисел является логичным при расширении представлений о множестве чисел. Эта тема расширяет понятие числа в математике. Решение профессионально ориентированных задач с действиями над комплексными числами облегчат изучение, например, функций комплексных переменных, которые применяются, в частности, в электротехнике, теоретической физике, в квантовой механике, при изучении движения спутников, в картографии, аэро- и гидродинамике. К примеру, эффективный метод расчета цепей переменного тока основан на применении комплексных чисел. Данные темы важны для многих специальностей колледжей и университетов.

В качестве предлагаемой в учебном пособии [2] системы заданий различного уровня сложностей представим задания по теме «Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа». Предложенный в учебном пособии базовый уровень теоретической информации позволяет решить все три типа заданий.

Что касается изучения многочленов, авторами приведены формула бинома Ньютона, действия над многочленами (умножение на число, сложение, деление), описаны основные методы разложения многочлена на множители. Для рациональных дробей определены четыре типа простейших дробей и дан алгоритм разложения правильной дроби на простейшие дроби, как с помощью метода неопределенных коэффициентов, так и методом частных значений. Ко всем теоретическим сведениям прилагаются решенные примеры.

Формирование математической компетентности студентов технических университетов возможно в том случае, если они будут усваивать знания не только и не столько как готовые, преподнесенные преподавателем, а как результат собственной деятельности, собственного исследования на основе мотивированного познания. Решению данной проблемы в условиях непрерывного образования и посвящено содержание учебного пособия [2] в обучении математике. Развитие данного методического подхода предполагается в разрабатываемом авторами учебном пособии для студентов технических университетов.

А. М. Новиков [3] выделяет *принцип самоорганизации учебной деятельности обучающихся* (во главу угла в процессе обучения ставится самостоятельная работа; преподаватель ориентирует, направляет, а затем «пропускает вперед», время от времени корректируя движение обучающегося от незнания к знанию). Этот принцип выделен как один из *принципов демократизации* профессионального образования. Содержание разрабатываемых нами учебных пособий ориентируется на данные принципы.

Список литературы

1 *Сманцер, А.П.* Педагогические основы преемственности в обучении школьников и студентов: теория и практика / А. П. Сманцер. – Минск : НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь, 1995. – 289 с.

2 Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / Л. И. Майсеня [и др.] ; под общ. ред. Л. И. Майсени. – Минск : Выш. шк., 2022. – 454 с.

3 *Новиков, А. М.* Принципы демократизации профессионального образования / А. М. Новиков // Педагогика. – 2000. – № 1. – С. 20–27.

УДК 51:373.1

ОБ ИЗУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ШКОЛЬНИКАМИ

Д. Н. СИМОНЕНКО

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Математику условно принято разделять на элементарную и высшую. При этом традиционно считается, что высшая математика начинает изучаться только в вузе. В лучшем случае какие-то простейшие понятия из высшей математики затрагиваются в 10–11 классах. Например, производная или понятие предела. В статье [1] показано, что необходимость знаний из высшей математики может возникать гораздо раньше. Так, в прошлом году учащимся восьмых классов на областной олимпиаде понадобились понятие определителя матрицы второго порядка и его свойства, а учащиеся девятых классов столкнулись с определителями матрицы третьего порядка. И вопрос здесь не в том, чтобы рассказать восьмиклассникам про матрицы и их определители, а в том, что многие разделы высшей математики вполне доступны учащимся восьмого – девятого классов, но принято их рассматривать только в вузе. Это ограничивает в развитии сильных школьников, из которых могли бы появиться новые Эйлеры, Гауссы, Лобачевские.

Раннее введение новых понятий способствует их более глубокому усвоению и, как следствие, лучшему пониманию материала, построенного на этих понятиях. Хотелось бы отметить в этой связи одну задачу по теории чисел, которая предлагалась для решения в 2009 году на Республиканском турнире юных математиков [2]. В этой задаче вводилось понятие антипростого числа, которое изучалось по аналогии с простыми числами. Натуральное число называется антипростым, если каждый его простой делитель входит в его разложение на множители с показателем, большим 1. В задаче предлагалось рассмотреть аналог простых чисел-близнецов, аналог постулата Бертрана для простых чисел, аналог гипотезы Лежандра, взаимно антипростые числа и так далее. Тогда ученику девятого класса Мурашко В.И. пришлось погрузиться в теорию чисел, чтобы получить ответы на эти вопросы. Теперь он молодой перспективный ученый, кандидат физико-математических наук, в том числе и специалист по теории чисел. И эта задача по антипростым числам сыграла далеко не последнюю роль в его становлении как математика. Таким образом, чем раньше начать вводить школьника в высшую математику, тем глубже он сможет в ней разобраться и использовать в дальнейшем.

Для будущего инженера актуальными являются такие темы, как производная, интеграл, дифференциальное уравнение. Понятно, что эти темы имеет смысл давать лишь в старших классах, когда школьники хорошо усвоят понятие функции. Заметим, что воспринимать старшеклассники эти темы могут достаточно хорошо, о чем свидетельствуют дипломы с республиканских конкурсов работ исследовательского характера [3]. Например, в 2020 году учащийся 11 класса ГУО «Гимназия № 71 г. Гомеля» Гончаренко А. Д. получил диплом второй степени за работу «Арифметические производные в полях частных над факториальными кольцами». А учащиеся 11 класса ГУО «Гимназия № 56 г. Гомеля имени А. А. Вишневского» Коваль М. С. и ГУО «Гимназия № 51 г. Гомеля» Бруёк А. Ю. – диплом третьей степени за работу «Дифференциальные неравенства». Понятно, что для получения хоть каких-то результатов и в той, и в другой работах одиннадцатиклассники должны были хорошо усвоить понятие производной и научиться работать с ней, чтобы в первой работе распространить это понятие на факториальные кольца, а во второй – разобрать методы решения дифференциальных уравнений и перенести их на неравенства. А, например, в 2018 году в задаче 5 на открытом Санкт-Петербургском турнире юных математиков [4], которая называлась «Конечные вычисления», предлагалось школьникам 9–11 классов исследовать дискретные аналоги дифференцирования и интегрирования. Также надо отметить, что понятия производной, интеграла невозможны без хорошего усвоения понятия «функция». И работы школьников по изучению и обобщению этого понятия также не редки. Так, в 2018 году на республиканском конкурсе работ исследовательского характера [3] учащаяся 11 класса ГУО «Гимназия № 56 г. Гомеля им. А. А. Вишневского» Сандрыгайло Я. И. получила диплом первой степени за работу «Обобщенно выпуклые функции», а за исследование арифметических функций учащийся 11 класса ГУО «Речицкий районный лицей» Гуринович Д. С., учащиеся 10 класса ГУО «Гимназия № 71 г. Гомеля» Печёнкин А. А., Вериго П. В. и учащийся 9 класса ГУО «Гимназия № 71 г. Гомеля» Гончаренко А. Д. получили дипломы третьей степени. Так что положительный опыт изучения школьниками таких тем, как производная, интеграл, дифференциальное уравнение, имеется.

Студенты, которые, будучи школьниками, хорошо усвоили и более глубоко изучили такие понятия, как функция, производная, интеграл, при изучении соответствующих разделов высшей математики в вузе, безусловно, будут в выигрышном положении, по сравнению со студентами, которые этих понятий не знают или знают лишь в рамках школьной программы. Поэтому они быстрее смогут изучить эти разделы и решать более сложные задачи по соответствующим темам. Это поспособствует более качественному усвоению материала и, несомненно, отразится на успеваемости студента. Соответственно, на выходе получится более компетентный специалист.

Список литературы

1 *Симоненко, Д. Н.* О непрерывности математического образования / Д. Н. Симоненко // Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф. (Гомель, 28–29 апреля 2022 г.) : Гомель : БелГУТ. – 2022. – С. 67–70.

2 Из истории турниров юных математиков [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://uni.bsu.by/arrangements/turnir/rtumhistory.html – Дата доступа : 06.03.2023.

3 Республиканский конкурс работ исследовательского характера (конференция) учащихся по астрономии, биологии, информатике, математике, физике, химии [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://uni.bsu.by/arrangements/conf/index.html. – Дата доступа : 06.03.2023.

4 Санкт-Петербургский турнир юных математиков [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://spbtym.ru/starshaja-gruppa-9-11-klassy.html. – Дата доступа : 06.03.2023.

УДК 378.147:519.62

ОПЫТ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Е. А. БАРКОВА, Л. П. КНЯЗЕВА, Т. С. СТЕПАНОВА, П. А. САМСОНОВ
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск

Учебная дисциплина «Численные методы» посвящена изучению вопросов реализации современной методологии – математическому моделированию, состоящему в замене объекта исследования его математической моделью и изучении ее с помощью вычислительного эксперимента – реализуемых на компьютерах вычислительных алгоритмов. Поддержка математического моделирования представляется возможной благодаря развитию новых информационных технологий, таких как системы компьютерной математики. Лидерами этих систем являются Maple, Mathematica, Mathcad, MATLAB.

Ускоренные темпы продвижения информационной технологии математического моделирования делают важным формирование у выпускников следующих базовых профессиональных компетенций – умение выбирать эффективные алгоритмы вычислительной математики для решения поставленной профессиональной задачи, интерпретировать и анализировать результаты ее решения, что и является целью освоения дисциплины «Численные методы», являющейся составной частью общей математической подготовки студентов пяти специальностей Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Согласно Приказу Министерства образования Республики Беларусь от 22.08.2022 № 517 «Об экспериментальной и инновационной деятельности в 2022/2023 учебном году» университет включён в перечень учреждений образования, на базе которых осуществляется экспериментальная и инновационная деятельность в сфере образования в 2022/23 учебном году. Авторы сообщения являются сотрудниками кафедры высшей математики БГУИР и входят в состав рабочей группы по реализации экспериментального проекта

«Апробация смешанной модели обучения по ИТ-специальностям» для учебной дисциплины «Численные методы».

План мероприятий по реализации проекта включал:

– разработку модели смешанного обучения для преподавания дисциплины;

– создание учебно-методического обеспечения для её реализации;

– размещено обучающих материалов в системе электронного обучения (СЭО);

– проведение апробации модели в осеннем семестре 2022/23 учебного года;

– оценку результатов использования модели смешанного обучения, в том числе:

– эффективность соотношения аудиторных занятий и использования дистанционных образовательных технологий (ДОТ) при использовании модели смешанного обучения;

– корректировку (при необходимости) этого соотношения.

Модель смешанного обучения для преподавания дисциплины «Численные методы» была разработана в соответствии с типовыми учебными программами вышеперечисленных специальностей и состоит из шести модулей – основных разделов курса:

– элементы теории погрешностей;

– решение нелинейных уравнений и систем;

– решение систем линейных алгебраических уравнений;

– приближение функций: интерполяция и аппроксимация;

– численное дифференцирование и интегрирование;

– численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем.

Модули состоят из лекций, лабораторных занятий и индивидуальных практических работ, выполняемых с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ) в системе электронного обучения (СЭО) в асинхронном режиме. В СЭО размещены презентации всех лекций курса. Текстовые теоретические материалы содержат сведения из теории методов вычислений, подробные методические указания к выполнению лабораторных работ, разобранные вычислительные алгоритмы с их программной реализацией в системе компьютерной математики (СКМ) Mathematica с пояснениями применений функций, опций и директив. Встроенные функции ядра системы используются только для сравнения и анализа полученных результатов.

По каждому разделу предусмотрено выполнение двух заданий с использованием СКМ Mathematica. Для каждого задания разработаны подробные методические указания, содержащие цель и план проведения работы, теоретические материалы, подробный разбор алгоритма, описание применяемых программных средств – встроенных функций системы Mathematica, примеры реализации вычислительных алгоритмов и анализа полученных результатов. Заданиями предусмотрены исследования точности полученных решений, влияние параметров задач на основные характеристики изучаемых алгоритмов, такие как скорость сходимости, устойчивость к накоплению вычислительной погрешности, сравнение их эффективности. После изучения каждой темы для контроля результатов самостоятельной работы студентам предлагается ответить на контрольные вопросы различного уровня сложности.

В осеннем семестре 2022/23 была проведена апробация смешанной модели обучения для учебной дисциплины «Численные методы» на двух потоках дневной формы обучения и группы дистанционной формы обучения.

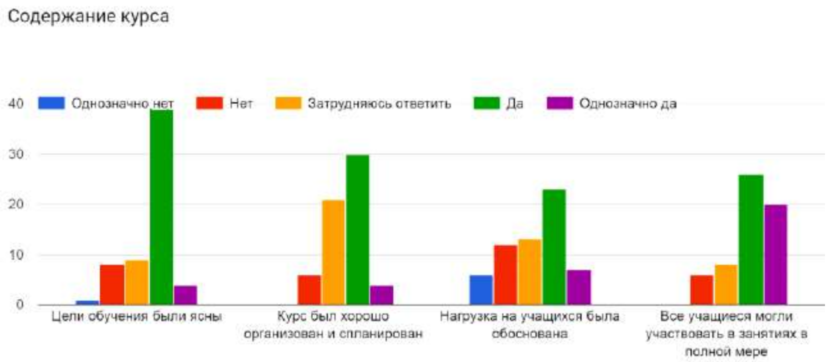
Поскольку освоение студентами программы учебной дисциплины в практической части предполагает использование математических программных комплексов (СКМ Mathematica) и проведение таких видов занятий в больших группах методически неэффективно, то в рамках экспериментального проекта было принято решение провести часть практических занятий (12 ч из 24 ч согласно программе) в составе подгруппы. Оставшиеся 12 ч практических занятий были проведены с применением дистанционных образовательных технологий в СЭО в асинхронном режиме. В итоге по каждому разделу студенты выполняли два задания: одно – в аудитории, другое – самостоятельно с применением ДОТ. Моделью также было предусмотрено выполнение типового расчета – своего рода «сквозного» задания, предлагающего студентам решить с использованием СКМ Mathematica задачу аппроксимации и дальнейшего исследования таблично заданной функции из предметной области.

Для студентов дистанционной формы обучения в полном объеме были представлены текстовые теоретические материалы, на основании которых требовалось выполнить две работы: контрольную и индивидуальную практическую с реализацией алгоритмов в СКМ Mathematica.

После прохождения аттестации было проведено анкетирование студентов (использована специально созданная Google-форма, размещенная в СЭО), задачей которого было выявить степень удовлетворенности студентов проведением учебных занятий с применением ДОТ; определить эффективность проведения практических занятий по учебной дисциплине «Численные методы»; выявить возможные проблемы и трудности, с которыми сталкиваются студенты в процессе обучения.

Интерес представляют пожелания студентов предоставить больше средств для самоконтроля – в первую очередь тестов («репетиционных» по терминологии студентов), добавить краткие видеоуроки, объясняющие алгоритм решения задач, и высокая оценка типового расчета («расчет было увлекательно делать, так как стояла задача приблизиться к реальной функции и для реализации этой цели нужно было пользоваться тем, что уже есть в Математике»).

Ответы на вопросы, касающиеся содержания курса, и оценка студентами собственного уровня знаний тематики дисциплины до и после изучения курса приведены ниже на диаграммах (рисунок 1).



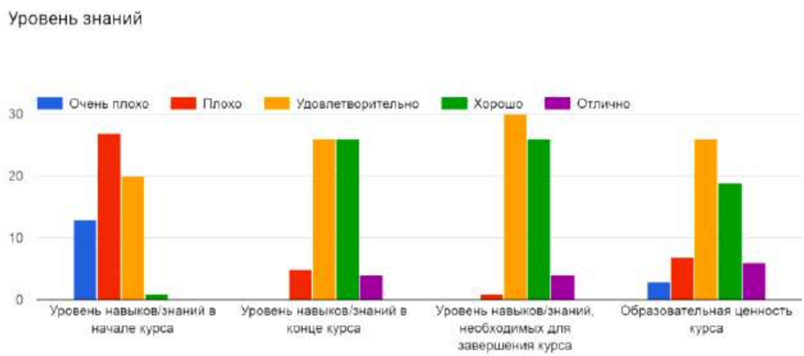


Рисунок 1 – Оценка студентами собственного уровня знаний дисциплины

Выводы.

1 Применение смешанной модели обучения позволило осуществить инновационный и творческий подход к преподаванию дисциплины «Численные методы».

2 Использование пакета Mathematica при изучении курса «Численные методы» дало возможность студентам ознакомиться и применить на практике мощный современный инструментарий и приобрести навыки примене-

ния эффективных алгоритмов вычислительной математики, интерпретации и анализа результатов решения математических задач.

Список литературы

1 *Баркова, Е. А.* Реализация модели смешанного обучения при преподавании дисциплины «Численные методы» = Implementation of a combined learning model in teaching the discipline "Numerical methods" / Е. А. Баркова, Л. П. Князева, Т. С. Степанова // Высшее техническое образование : проблемы и пути развития = Engineering education: challenges and developments : материалы XI Междунар. науч.-метод. конф. – Минск : БГУИР, 2022. – С. 10–13.

УДК 378.147

О ПРЕПОДАВАНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В УНИВЕРСИТЕТЕ

В. В. БУРАКОВСКИЙ
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
Республика Беларусь

Подготовка студентов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» требует хорошей организации, четкого планирования методической работы преподавателя и самостоятельной работы обучаемых. Основная работа преподавателя связана с методикой подачи материала и проведением проверочных мероприятий (коллоквиумов по теории, контрольных работ по практике, экзаменационных итоговых тестов).

По новым учебным программам специальностей, готовящих инженеров, в частности «Автоматизированные системы обработки информации», «Программируемые мобильные системы», «Электронные системы безопасности», предусмотрено изучение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» в третьем или четвертом семестрах. На первом занятии преподаватель сообщает студентам информацию о структуре курса, графике контрольных мероприятий на семестр, формулируются требования, предъявляемые к организации самостоятельной работы. Кроме этого, преподаватель предлагает студентам ознакомиться с разработанным электронным учебно-методическим комплексом (ЭУМК) по дисциплине, который включает необходимую им теоретическую и практическую части, перечень вопросов к коллоквиумам и экзаменационному тестированию. С ними можно ознакомиться на университетском сайте. Даются ссылки на литературу по курсу. Например, предлагаются методические пособия [1, 2]. Все материалы имеются в электронном виде.

К практическим занятиям предлагаются для самостоятельной подготовки теоретические вопросы и практические задания [3, 4]. В начале каждой пары происходит проверка домашнего задания, разбор у доски задач, по которым возникли вопросы. На шестом и двенадцатом практических занятиях проводятся контрольные работы, включающие пять задач по теории вероятностей и один теоретический вопрос из заранее предложенного списка. После проверки выставляются две оценки. Первая – по теории (зачтено или не зачтено), вторая – по практике по десятибалльной системе. Таким образом, по итогам работы в семестре каждый студент в группе получает две оценки по теории и две по практике. В конце семестра на последнем занятии всем выставляются базовые оценки за работу в семестре. Формула для этих оценок следующая: среднее арифметическое оценок по практике умножается на 0,6 и складывается с числом зачетов по теории, умноженной на 0,5.

Перед экзаменом открываются тренировочные тесты, чтобы студенты могли предварительно оценить уровень своих знаний и сложность заданий. В электронной базе имеются 200 тестовых заданий по всему курсу теории вероятностей и математической статистики. Оценка по экзаменационному тесту умножается на 0,4 и прибавляется к базовой за семестр, в результате выставляется экзаменационный балл. Опыт последних четырех лет применения описанной модульно-рейтинговой системы контроля знаний показал ее высокую эффективность. Студенты получили дополнительный стимул для интенсификации самостоятельной работы в течение семестра. Для иностранных студентов, обучающихся на английском языке, также издано методическое пособие [5], позволяющее выработать у них практические навыки и умения в решении вероятностных задач.

Список литературы

1 *Бураковский, В. В.* Теория вероятностей и математическая статистика : лабораторный практикум : в 2 ч. Ч. 1 / В. В. Бураковский. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2002. – 52 с.

2 *Бураковский, В. В.* Основы высшей математики / В. В. Бураковский, Т. В. Бородич. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2012. – 34 с.

3 *Бураковский, В. В.* Теория вероятностей и математическая статистика : лабораторный практикум : в 2 ч. Ч. 2 / В. В. Бураковский, Н. М. Курносенко. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2003. – 39 с.

4 *Бураковский, В. В.* Лабораторный практикум по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов математического и экономического факультетов / В. В. Бураковский. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 1993. – 42 с.

5 *Burakovski, V. V.* Probability theory and mathematical statistics. Laboratory works / V. V. Burakovski. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2021. – 25 с.

УДК 517.929.7:517.443

РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА. МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

С. А. ДУДКО, И. М. ДЕРГАЧЕВА, А. И. ПРОКОПЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Методы интегральных преобразований давно стали мощным инструментом решения задач математической физики. К сожалению, в классических, фундаментальных руководствах по математической физике этот раздел либо четко не выделяется, как, например, в [1], либо изложение носит довольно сложный и фрагментарный характер, что существенно усложняет восприятие излагаемого материала среднестатистическим студентом [2]. Что касается специальных руководств по методам интегральных преобразований в задачах математической физики [3, 4], то они имеют явно монографический характер и тем более крайне тяжелы для восприятия студентами. Авторы статьи постарались исправить этот пробел в учебной литературе студенческого уровня в своем учебно-методическом пособии «Численные и аналитические методы современной математики. Метод Z-преобразований», где есть целая глава, излагающая решение одномерных краевых задач на полупрямой для уравнения теплопроводности. В этой статье мы хотим обобщить изложенный в учебно-методическом пособии материал на решение многомерных краевых задач для уравнения теплопроводности, продемонстрировав эффективность и в то же время простоту метода интегрального преобразования Фурье.

Рассмотрим 1-ю краевую задачу на полуплоскости

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = a^2\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right), \text{где} -\infty < x < \infty,\ 0 < y < \infty,\ t > 0. \\ \text{Начальное условие } u(x, y, 0) = \varphi(x, y), -\infty < x < \infty,\ 0 < y < \infty. \\ \text{Краевое условие сначала возьмем однородным, т. е. } u(x, 0, t) = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Для решения краевой задачи (1) введем двумерное преобразование Фурье с ядром:

$$K(x, y, \omega_1, \omega_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-i\omega_1 x}\sin\omega_2 y = \frac{1}{\pi}e^{-i\omega_1 x}\sin\omega_2 y.$$

Как следствие, синус-образ Фурье неизвестной функции $u(x, y, t)$ будет иметь вид

$$U_s(\omega_1, \omega_2, t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} u(x, y, t)e^{-i\omega_1 x}\sin\omega_2 y dxdy,$$

а обращение двумерного синус-преобразования Фурье будет даваться формулой

$$u(x, y, t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} U_s(\omega_1, \omega_2, t)e^{i\omega_1 x}\sin\omega_2 y d\omega_1 d\omega_2 \tag{2}$$

(мы будем использовать операторное обозначение $u(x, y, t) \doteqdot U_s(\omega_1, \omega_2, t)$ для соответствия функции-оригинала и отвечающего ей фурье-образа). Синус-образы Фурье для производных 2-го порядка имеют вид $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \doteqdot -\omega_1^2 U_s(\omega_1, \omega_2, t)$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \doteqdot -\omega_2^2 U_s(\omega_1, \omega_2, t)$ (при нулевом краевом условии их можно получить, дважды дифференцируя равенство (2) по x и y).

Переходим к фурье-образам в обеих частях уравнения для функции $u(x, y, t)$ в задаче (1) и получаем следующую задачу Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\frac{\partial U_s(\omega_1, \omega_2, t)}{\partial t} = -a^2(\omega_1^2 + \omega_2^2)U_s(\omega_1, \omega_2, t),$$

с начальным условием $U_s(\omega_1, \omega_2, 0) = F_s(\omega_1, \omega_2)$, где функция $F_s(\omega_1, \omega_2)$ – синус-образ Фурье функции начального условия $\varphi(x, y)$, т. е.

$$F_s(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} \varphi(\xi, \eta)e^{-i\omega_1 \xi}\sin\omega_2 \eta d\xi d\eta. \tag{3}$$

Решение задачи Коши имеет вид

$$U_s(\omega_1, \omega_2, t) = F_s(\omega_1, \omega_2)e^{-a^2(\omega_1^2+\omega_2^2)t}.$$

Подставляем полученное соотношение в равенство (2), с учетом формулы (3) для синус-образа Фурье $F_s(\omega_1, \omega_2)$ получаем

$$u(x, y, t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} F_s(\omega_1, \omega_2)e^{-a^2(\omega_1^2+\omega_2^2)t}e^{i\omega_1 x}\sin\omega_2 y dxdy =$$

$$= \frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty}\varphi(\xi, \eta)e^{-i\omega_1\xi}\sin\omega_2\eta d\xi d\eta \int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} e^{-a^2(\omega_1^2+\omega_2^2)t}e^{i\omega_1 x}\sin\omega_2 y d\omega_1 d\omega_2 =$$

$$=\frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty}\varphi(\xi,\eta)d\xi d\eta\int_{-\infty}^{\infty}e^{-a^2\omega_1^2t}e^{i\omega_1(x-\xi)}d\omega_1\int_{0}^{\infty}e^{-a^2\omega_2^2t}\sin\omega_2\eta\sin\omega_2 y d\omega_2.$$

Внутренние интегралы по переменным ω_1 и ω_2 вычисляем, используя известный интеграл

$$\int_0^{\infty}e^{-\alpha^2\omega^2}\cos\beta\omega d\omega=\frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha}e^{-\frac{\beta^2}{4\alpha^2}}.$$

Для интеграла по переменной ω_1 получаем, используя свойство четность-нечетность подынтегральной функции

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-a^2\omega_1^2t}e^{i\omega_1(x-\xi)}d\omega_1=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-a^2\omega_1^2t}\left(\cos\omega_1(x-\xi)+i\sin\omega_1(x-\xi)\right)d\omega_1=$$

$$=2\int_0^{\infty}e^{-a^2\omega_1^2t}\cos\omega_1(x-\xi)d\omega_1=\frac{\sqrt{\pi}}{a\sqrt{t}}\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2t}\right).$$

Интеграла по переменной ω_2 вычисляем, используя тригонометрическое соотношение

$$\int_0^{\infty}e^{-\alpha^2\omega_2^2t}\sin\omega_2\eta\sin\omega_2 y d\omega_2=$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}e^{-\alpha^2\omega_2^2}\left(\cos\omega_2(\eta-y)-\cos\omega_2(\eta+y)\right)d\omega_2=$$

$$=\frac{\sqrt{\pi}}{4a\sqrt{t}}\left[\exp\left(-\frac{(\eta-y)^2}{4a^2t}\right)-\exp\left(-\frac{(\eta+y)^2}{4a^2t}\right)\right].$$

Используя полученные интегралы по переменным ω_1 и ω_2, находим решение поставленной краевой задачи:

$$u(x,y,t)=\frac{1}{\pi^2}\frac{\sqrt{\pi}}{a\sqrt{t}}\frac{\sqrt{\pi}}{4a\sqrt{t}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\varphi(\xi,\eta)\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2t}\right)\times$$

$$\times\left[\exp\left(-\frac{(\eta-y)^2}{4a^2t}\right)-\exp\left(-\frac{(\eta+y)^2}{4a^2t}\right)\right]d\xi d\eta=$$

$$=\frac{1}{4\pi a^2t}\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\varphi(\xi,\eta)\left[\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2+(\eta-y)^2}{4a^2t}\right)-\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2+(\eta+y)^2}{4a^2t}\right)\right]d\xi d\eta.$$

Список литературы

1 *Тихонов, А. Н.* Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Наука, 1972. – 736 с.

2 *Кошляков, Н. С.* Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высш. шк., 1970. – 712 с.

3 *Карслоу, Х* Операционные методы в задачах прикладной математики / Х. Карслоу, Д. Егер. – М. : Издательство иностранной литературы, 1948. – 290 с.

4 *Трантер, К. Дж.* Интегральные преобразования в математической физике / К. Дж. Трантер. – М. : Гостехиздат, 1956. – 204 с.

УДК 517.920.7:517.443

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С НЕОДНОРОДНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ. МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

С. А. ДУДКО, И. М. ДЕРГАЧЕВА, А. И. ПРОКОПЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Рассмотрим решение 1-й краевой задачи на полуплоскости для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \text{ где } -\infty < x < \infty, \;\; 0 < y < \infty, \;\; t > 0 \qquad (1)$$

с нулевым начальным условием $u(x, y, 0) = 0,$ но неоднородным краевым условием

$$u(x, 0, t) = \mu(x, t), \; -\infty < x < \infty, \;\; t > 0. \qquad (2)$$

Переходим к синус-образам Фурье в обеих частях уравнения (1). Синус-образ Фурье 2-й производной $\dfrac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial x^2} \doteqdot -\omega_1{}^2 U_s(\omega_1, \omega_2, t).$ Для 2-й производной по переменной *y* находим фурье-образ, с учетом неоднородного краевого условия (2) следующим образом, исходя непосредственно из синус-преобразования Фурье:

$$\frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial y^2} \doteqdot \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega_1 x} dx \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial y^2} \sin \omega_2 y dy. \qquad (3)$$

При вычислении внутреннего интеграла по переменной y используем условие ограниченности функции $u(x,y,t)$, т. е.

$$\lim_{y\to\infty} u(x,y,t) = \lim_{y\to\infty} \frac{\partial u(x,y,t)}{\partial y} = 0.$$

Дважды используя метод интегрирования по частям, получаем

$$\int_0^\infty \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2} \sin\omega_2 y dy = \int_0^\infty \sin\omega_2 y d\,\frac{\partial u(x,y,t)}{\partial y} =$$

$$= -\omega_2 \int_0^\infty \frac{\partial u(x,y,t)}{\partial y} \cos\omega_2 y dy = -\omega_2 \int_0^\infty \cos\omega_2 y du(x,y,t) =$$

$$= -\omega_2 \left(-u(x,0,t) + \omega_2 \int_0^\infty u(x,y,t) \sin\omega_2 y dy \right) =$$

$$= \omega_2 \mu(x,t) - \omega_2{}^2 \int_0^\infty u(x,y,t) \sin\omega_2 y dy.$$

Тогда, возвращаясь к равенству (3), находим требуемый синус-образ Фурье:

$$\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2} \div \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty e^{-i\omega_1 x} \left(\omega_2 \mu(x,t) - \omega_2{}^2 \int_0^\infty u(x,y,t) \sin\omega_2 y \right) dydx =$$

$$= \frac{\omega_2}{\pi} \int_{-\infty}^\infty \mu(x,t) e^{-i\omega_1 x} dx - \frac{\omega_2{}^2}{\pi} \int_{-\infty}^\infty \int_0^\infty u(x,y,t) e^{-i\omega_1 x} \sin\omega_2 y dxdy =$$

$$= \frac{\omega_2}{\pi} \mu(\omega_1,t) - \omega_2{}^2 U_s(\omega_1,\omega_2,t),$$

где мы ввели синус-образ Фурье функции $\mu(x,t)$ из краевого условия (2)

$$\mu(\omega_1,t) = \int_{-\infty}^\infty \mu(x,t) e^{-i\omega_1 x} dx.$$

Как следствие, уравнение (1) после перехода к образам Фурье примет вид

$$\frac{dU_s(\omega_1,\omega_2,t)}{dt} = -a^2 \left(\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2\right) U_s(\omega_1,\omega_2,t) + \frac{a^2\omega_2}{\pi} \mu(\omega_1,t),$$

с начальным условием $U_s(\omega_1,\omega_2,0) = 0$.

Решаем полученную задачу Коши методом вариации и находим требуемый синус-образ Фурье:

$$U_s\left(\omega_1,\omega_2,t\right)=\frac{a^2\omega_2}{\pi}e^{-a^2\left(\omega_1{}^2+\omega_2{}^2\right)t}\int_0^t\mu\left(\omega_1,\tau\right)e^{a^2\left(\omega_1{}^2+\omega_2{}^2\right)\tau}d\tau=$$

$$=\frac{a^2\omega_2}{\pi}\int_0^t\mu\left(\omega_1,\tau\right)e^{-a^2\left(\omega_1{}^2+\omega_2{}^2\right)(t-\tau)}d\tau.$$

Далее находим решение поставленной краевой задачи, используя полученный синус-образ Фурье:

$$u\left(x,y,t\right)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}U_s\left(\omega_1,\omega_2,t\right)e^{i\omega_1x}\sin\omega_2y\,d\omega_1d\omega_2=$$

$$=\frac{a^2}{\pi^2}\int_0^t\mu\left(\omega_1,\tau\right)e^{-a^2\left(\omega_1{}^2+\omega_2{}^2\right)(t-\tau)}d\tau\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\omega_1x}d\omega_1\int_0^{\infty}\omega_2\sin\omega_2y\,d\omega_2=$$

$$=\frac{a^2}{\pi^2}\int_0^t d\tau\int_{-\infty}^{\infty}\mu\left(\xi,\tau\right)e^{-i\omega_1\xi}d\xi\int_{-\infty}^{\infty}e^{-a^2\omega_1{}^2(t-\tau)}e^{i\omega_1x}d\omega_1\int_0^{\infty}e^{-a^2\omega_2{}^2(t-\tau)}\omega_2\sin\omega_2y\,d\omega_2=$$

$$=\frac{a^2}{\pi^2}\int_0^t d\tau\int_{-\infty}^{\infty}\mu\left(\xi,\tau\right)d\xi\int_{-\infty}^{\infty}e^{-a^2\omega_1{}^2(t-\tau)}e^{i\omega_1(x-\xi)}d\omega_1\int_0^{\infty}e^{-a^2\omega_2{}^2(t-\tau)}\omega_2\sin\omega_2y\,d\omega_2.$$

Интеграл по переменной ω_1 был вычислен в статье «Решение краевых задач для уравнений параболического типа. Метод интегрального преобразования Фурье»

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-a^2\omega_1{}^2(t-\tau)}e^{i\omega_1(x-\xi)}d\omega_1=\frac{\sqrt{\pi}}{a\sqrt{t-\tau}}\exp\left(-\frac{\left(x-\xi\right)^2}{4a^2\left(t-\tau\right)}\right).$$

Интеграл по переменной ω_2 вычисляем, интегрируя по частям:

$$\int_0^{\infty}\omega_2e^{-a^2\omega_2{}^2(t-\tau)}\sin\omega_2y\,d\omega_2=-\frac{1}{2a^2\left(t-\tau\right)}\int_0^{\infty}\sin\omega_2y\,de^{-a^2\omega_2{}^2(t-\tau)}=$$

$$=-\frac{1}{2a^2\left(t-\tau\right)}\left(\lim_{\omega_2\to\infty}e^{-a^2\omega_2{}^2(t-\tau)}\sin\omega_2y-y\int_0^{\infty}e^{-a^2\omega_2{}^2(t-\tau)}\cos\omega_2y\,d\omega_2\right)=$$

$$= \frac{y}{2a^2(t-\tau)} \frac{\sqrt{\pi}}{2a\sqrt{t-\tau}} \exp\left(-\frac{y^2}{4a^2(t-\tau)}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{\pi} y}{4a^3(t-\tau)\sqrt{t-\tau}} \exp\left(-\frac{y^2}{4a^2(t-\tau)}\right).$$

С учетом найденных интегралов по переменным ω_1 и ω_2 получаем решение поставленной краевой задачи:

$$u(x,y,t) = \frac{1}{4\pi a^2} \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu(\xi,\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{4a^2(t-\tau)}\right) d\xi.$$

Итак, решение неоднородной краевой задачи 1-го рода окончательно представим в следующем виде

$$u(x,y,t) = \frac{y}{4\pi a^2} \int_0^t \frac{d\tau}{(t-\tau)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\xi,\tau) \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2 + y^2}{4a^2(t-\tau)}\right) d\xi.$$

При полной постановке краевой задачи 1-го рода для уравнения теплопроводности с начальным условием $u(x,y,0) = \varphi(x,y)$ $(-\infty < x < \infty,$ $0 < y < \infty)$ и краевым условием $u(x,0,t) = \mu(x,t)$, $(-\infty < x < \infty,\ t > 0)$ находим решение задачи, суммируя оба полученных решения.

Аналогичным образом можно получить решение 2-й краевой задачи для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \ -\infty < x < \infty, \ \ 0 < y < \infty, \ \ t > 0,$$

с начальным условием $u(x,y,0) = \varphi(x,y)$, $-\infty < x < \infty,\ \ 0 < y < \infty,$ и краевым условием $\dfrac{\partial u(x,0,t)}{\partial y} = \mu(x,t)$, $-\infty < x < \infty,\ t > 0$, применяя двумерное преобразование Фурье с ядром,

$$K(x,y,\omega_1,\omega_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i\omega_1 x} \cos\omega_2 y.$$

Решение 2-й краевой задачи имеет следующий вид:

$$u(x,y,t)=\frac{1}{4\pi a^2 t}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{0}^{\infty}\varphi(\xi,y)\left(\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2+(\varsigma-y)^2}{4a^2t}\right)+\right.$$

$$\left.+\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2+(\varsigma+y)^2}{4a^2t}\right)\right)d\xi d\varsigma-\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^t\frac{d\tau}{t-\tau}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mu(\xi,\tau)\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2+y^2}{4a^2(t-\tau)}\right)d\xi.$$

УДК 517.4:621.3.011.7

ОПЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧАХ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

С. А. ДУДКО, Е. А. ЗАДОРОЖНЮК, А. В. ВОРОЖУН
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Операционный метод нашел широчайшее применение при решении различных задач прикладной математики, механики, электротехники. Прежде всего это относится к теории линейных электрических цепей, где операционный метод стал основным математическим аппаратом при рассмотрении переходных процессов в электрических цепях с сосредоточенными параметрами. Широкое применение операционный метод нашел при рассмотрении задач теории колебаний в системах с распределенными и сосредоточенными массами [1]. В задачах теории линейных электрических цепей помимо ситуации цепей с сосредоточенными параметрами операционный метод оказался также эффективным средством исследования процессов в цепях с распределенными параметрами [2]. В этой статье мы рассмотрим задачу исследования переходных процессов в цепях с распределенными параметрами и получим основные уравнения.

Для линии с распределенными параметрами напряжение u и ток i зависят не только от времени t, но и от координаты x, измеряющей длину линии, т. е. являются функциями $u(x, t)$ и $i(x, t)$. Если линия состоит из двух параллельных проводов, то токи $i(x, t)$ в точках обоих проводов с одинаковой координатой x равны по величине, но направлены в противоположные стороны. Функци $u(x, t)$ определяет разность потенциалов между проводами в точке x.

Пусть R, L, C и G – величины сопротивления, индуктивности, емкости и утечки на единицу длины линии соответственно. Для рассматриваемой двухпроводной линии имеет место следующая система уравнений в частных производных первого порядка:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} + L\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial t} + Ri(x,t) = 0, \\ \dfrac{\partial i(x,t)}{\partial x} + C\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} + Gu(x,t) = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Продифференцировав первое уравнение системы (1) по *x*, а второе по *t*, приходим к системе уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + L\dfrac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t\partial x} + R\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial x} = 0, \\ \dfrac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t\partial x} + C\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + G\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0. \end{cases}$$

Подставив в первое уравнение этой системы $\dfrac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t\partial x}$ из второго уравнения, а производную $\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial x}$ – из второго уравнения системы (1), приходим к уравнению второго порядка для функции *u(x, t)* (так называемое «телеграфное уравнение»):

$$LC\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + (LG + RC)\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - RGu(x,t). \qquad (2)$$

Уравнение (2) будем решать операционным методом. Полагая начальные условия нулевыми $u(x,0) = \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0,$ вводим лаплас-образ функции напряжения $v(x,p) \div u(x,t),$ переходим к лаплас-образам в обеих частях уравнения (2). С учетом нулевых начальных условий получаем уравнение вида

$$\frac{d^2 v(x,p)}{dx^2} - \gamma^2(p)v(x,p) = 0, \qquad (3)$$

где $\gamma(p) = \sqrt{LCp^2 + (LG + RC)p + RG} = \sqrt{(Lp + R)(Cp + G)}$ – так называемый «волновой коэффициент» (коэффициент распространения волны).

Общее уравнение (3) запишем в виде

$$v(x, p) = C_1 \mathrm{ch}\gamma x + C_2 \mathrm{sh}\gamma x. \tag{4}$$

Вводим лаплас-образ функции тока $i(x,t) \div I(x, p)$. Переходя к соответствующим лаплас-образам в первом уравнении системы (1) и используя уравнение (4), для лаплас-образа функции тока окончательно получаем

$$I(x, p) = -\frac{1}{Z(p)}\left(C_1 \mathrm{sh}\gamma x + C_2 \mathrm{ch}\gamma x\right), \tag{5}$$

где $Z(p) = \sqrt{\dfrac{Lp + R}{Cp + G}}$ – характеристическое сопротивление (характеристический импеданс линии).

Рассмотрим следующие ситуации:

1 Электрическая линия с источником питания и нагрузкой на концах.

Рассмотрим линию конечной длины l. На левый конец линии $l = 0$ из сети подается ЭДС $e(t)$. Сеть, из которой подается ЭДС, в общем случае состоит из одного или нескольких контуров с сопротивлениями, индуктивностями и емкостями. Аналогичным образом к выходным зажимам в общем случае присоединена сеть из нескольких контуров.

Источник питания (сеть при входе) и объект потребления (сеть при выходе) могут быть охарактеризованы посредством импедансов $Z_0(p)$ и $Z_l(p)$. Вводим лаплас-образ входной ЭДС $v_0(p) \div e(t)$. На концах линии мы будем иметь следующие граничные условия (записанные в лаплас-образах):

$$\begin{cases} v(0, p) = v_0(p) - Z_0(p) I(0, p), \\ v(l, p) = Z_l(p) I(l, p). \end{cases} \tag{6}$$

Используя соотношения (4) и (5), получаем

$$\begin{cases} v(0, p) = C_1, \\ I(0, p) = -\dfrac{C_2}{Z}; \end{cases} \text{ и } \begin{cases} v(l, p) = C_1 ch\gamma l + C_2 sh\gamma l, \\ I(l, p) = -\dfrac{1}{Z}\left(C_1 sh\gamma l + C_2 ch\gamma l\right). \end{cases}$$

Подставляя эти выражения в уравнения системы (6), получаем систему уравнений для коэффициентов C_1 и C_2:

$$\begin{cases} C_1 = v_0(p) + \dfrac{Z_0 C_2}{Z}, \\ C_1\left(Zch\gamma l + Z_l sh\gamma l\right) = -C_2\left(Zsh\gamma l + Z_l ch\gamma l\right). \end{cases}$$

Решая полученную систему, получаем следующие выражения:

$$C_1 = \frac{v_0(p) Z\left(Z_l \mathrm{ch}\gamma l + Z\mathrm{sh}\gamma l\right)}{Z\left(Z_0 + Z_l\right)\mathrm{ch}\gamma l + \left(Z_0 Z_l + Z^2\right)\mathrm{sh}\gamma l},$$

$$C_2 = -\frac{v_0(p) Z\left(Z\mathrm{ch}\gamma l + Z_l \mathrm{sh}\gamma l\right)}{Z\left(Z_0 + Z_l\right)\mathrm{ch}\gamma l + \left(Z_0 Z_l + Z^2\right)\mathrm{sh}\gamma l}.$$

Далее подставляем полученные выражения для коэффициентов C_1 и C_2 в формулу (3) и после элементарных преобразований получаем выражение для лаплас-образа функции напряжения:

$$v(x,p) = \frac{v_0(p)\left(Z_l \mathrm{ch}\gamma(l-x) + Z\mathrm{sh}\gamma(l-x)\right)}{\left(Z_0 + Z_l\right)\mathrm{ch}\gamma l + \left(Z + \dfrac{Z_0 Z_l}{Z}\right)\mathrm{sh}\gamma l}.$$

2 Полубесконечная линия (кабель).

Рассмотрим краевую задачу на полупрямой, $0 < x < \infty$. Из внешней сети с импедансом $Z_0(p)$ на конец кабеля подается ЭДС $e(t)$. В этом случае решение уравнения (3) представим в виде

$$v(x,p) = ce^{-\gamma(p)x}. \tag{7}$$

Из начального условия (первое уравнение системы (6)) находим коэффициент

$$c = \frac{v_0(p) Z(p)}{Z_0(p) + Z(p)}.$$

Подставляем этот коэффициент в формулу (7) и для лаплас-образа функции напряжения получаем

$$v(x,p)=\frac{v_0(p)Z(p)}{Z_0(p)+Z(p)}e^{-\gamma(p)x}. \quad (8)$$

Формулу (8) можно существенно упростить в ситуации, когда волновой коэффициент $\gamma(p)$ является линейной функцией. Так как

$$\gamma^2(p)=(Lp+R)(Cp+G)=LC\left(\left(p+\frac{RC+LG}{2LC}\right)^2+\frac{RG}{LC}-\frac{(RC+LG)^2}{4(LC)^2}\right),$$

то такой случай будет иметь место тогда, когда

$$\frac{RG}{LC}-\frac{(RC+LG)^2}{4(LC)^2}=0.$$

Из этого уравнения получаем соотношение

$$LG=RC. \quad (9)$$

Электрическая линия, параметры которой удовлетворяют уравнению (9), называется линией без искажений. Волновой коэффициент для такой линии и характеристический импеданс равны:

$$\gamma(p)=\sqrt{LC}\left(p+\frac{R}{L}\right), \quad Z(p)=\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (10)$$

С учетом полученных соотношений (10) из общей формулы (8) для лаплас-образа напряжения получаем следующее выражение:

$$v(x,p)=v_0(p)\frac{e^{-xR\sqrt{\frac{L}{C}}}\cdot e^{-xp\sqrt{LC}}}{1+Z_0(p)\sqrt{\frac{L}{C}}}. \quad (11)$$

Список литературы

1 *Карслоу, Х.* Операционные методы в прикладной математике / Х. Карслоу, Д. Егер. – М. : Издательство иностранной литературы. – 1948. – 291 с.

2 *Деч, Г.* Руководство к практическому применению преобразований Лапласа и Z-преобразования / Г. Деч. – М. : Главная редакция физико-математической литературы. – 1971. – 288 с.

УДК 519.633

ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫЙ КАБЕЛЬ. ЗАДАЧА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

С. А. ДУДКО, Е. А. ЗАДОРОЖНЮК, А. В. ВОРОЖУН
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Рассмотрим полубесконечную электрическую линию (кабель) без искажений. Пусть импеданс внешней силы, из которой в линию подается периодическая ЭДС $e(t)$ имеет вид

$$Z_0(p) = R_0 + \frac{1}{C_0 p}.$$

В этом случае из общей формулы (1) предыдущей статьи для лаплас-образа напряжения $v(x, p)$ получаем

$$v(x, p) = \frac{\sqrt{L} C_0 \alpha}{\sqrt{C}} e^{-xR\sqrt{\frac{C}{L}}} \frac{p v_0(p) e^{-xp\sqrt{LC}}}{p+\alpha}, \tag{1}$$

где коэффициент $\alpha = \dfrac{\sqrt{C}}{C_0\left(\sqrt{L} + R_0\sqrt{C}\right)}$.

Из внешней сети в рассматриваемую линию подаётся периодическая ЭДС $e(t)$ с периодом $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ вида

$$e(t) = \begin{cases} E_0 \sin \omega t, \ 0 \le t < \dfrac{\pi}{\omega}, \\ 0, \ \dfrac{\pi}{\omega} \le t < \dfrac{2\pi}{\omega}. \end{cases} \tag{2}$$

Используя соотношение (2) для функции $e(t)$ и формулу для вычисления лаплас-образа периодической функции с периодом T [1]

$$v_0(p) = \frac{1}{1 - e^{-pT}} \int_0^T e(t)\,dt,$$

Получаем лаплас-образ периодической ЭДС (2) вида

$$v_0(p)=\frac{E_0\omega}{2}\frac{e^{\frac{\pi p}{2\omega}}}{\left(p^2+\omega^2\right)\operatorname{sh}\frac{\pi p}{2\omega}}.$$

Подставляя это выражение в равенство (1), получаем для лаплас-образа $v(x,p)$ следующее соотношение:

$$v(x,p)=\frac{\sqrt{L}\alpha C_0}{\sqrt{C}}e^{-xR\sqrt{\frac{L}{C}}}v_1(p)e^{-xp\sqrt{LC}},$$

где лаплас-образ $v_1(p)$ имеет вид

$$v_1(p)=\frac{pv_0(p)}{p+\alpha}=\frac{E\omega}{2}\frac{pe^{\frac{\pi p}{2\omega}}}{(p+\alpha)\left(p^2+\omega^2\right)\operatorname{sh}\frac{\pi p}{2\omega}}=\frac{E\omega}{2}\frac{pe^{\frac{\pi p}{2\omega}}}{B(p)}.$$

Найдем функцию-оригинал, отвечающую лаплас-образу $v_1(p)$. Функция $B(p)=(p+\alpha)\left(p^2+\omega^2\right)\operatorname{sh}\frac{\pi p}{2\omega}$ имеет комплексные нули в точках p_n, являющихся решением уравнения $\operatorname{sh}\frac{\pi p}{2\omega}=0,\ p_n=i2n\omega,$ $n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,$ комплексный нуль $p=i\omega,$ а также действительный нуль $p=-\alpha$. Полюса функции $v_1(p)$ в точках $p=p_n$ $n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,$ $p=i\omega$ и $p=-\alpha$ являются простыми. Вычислим вычет функции $v_1(p)e^{pT}$ в комплексном полюсе p_n. Представив производную функции $B(p)$ в виде

$$B'(p)=\frac{\pi}{2\omega}\operatorname{ch}\frac{\pi p}{2\omega}(p+\alpha)\left(p^2+\omega^2\right)+\operatorname{sh}\frac{\pi p}{2\omega}\left((p+\alpha)\left(p^2+\omega^2\right)\right)'_p,$$

находим

$$B'(p_n)=\frac{\pi}{2\omega}\cos\pi n(\alpha+i2n\omega)\left(\omega^2-4n^2\omega^2\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\pi\omega(-1)^n\left(1-4n^2\right)(\alpha+2n\omega).$$

Так как $e^{\frac{\pi p n}{2\omega}} = e^{i\pi n} = \cos\pi n = (-1)^n$, получаем

$$\operatorname*{Res}_{p=p_n}\left(v_1\left(p\right)e^{pT}\right) = E_0\,\frac{i2n\omega e^{i2n\omega t}}{\pi\left(\alpha + i2n\omega\right)\left(1-4n^2\right)} =$$

$$= \frac{2E_0\omega}{\pi}\,\frac{ne^{i2n\omega t}}{\left(2n\omega - i\alpha\right)\left(1-4n^2\right)} = \frac{2E_0\omega}{\pi}\,\frac{n\left(2n\omega + i\alpha\right)e^{i2n\omega t}}{\left(\alpha^2+4\omega^2n^2\right)\left(1-4n^2\right)} =$$

$$= \frac{2E_0\omega}{\pi}\,\frac{n\left(2n\omega + i\alpha\right)\left(\cos 2n\omega t + i\sin 2n\omega t\right)}{\left(\alpha^2+4\omega^2n^2\right)\left(1-4n^2\right)}.$$

Выделяя в полученном выражении действительную часть, окончательно получаем

$$\operatorname{Re}\operatorname*{Res}_{p=p_n}\left(v_1\left(p\right)e^{pt}\right) = \frac{2E_0\omega}{\pi}\,\frac{n\cos\left(2n\omega t + \varphi_n\right)}{\left(\alpha^2+4\omega^2n^2\right)\left(1-4n^2\right)}, \qquad (3)$$

где $\operatorname{tg}\varphi_n = \dfrac{\alpha}{2n\omega}$.

Далее вычисляем вычет функции $v_1\left(p\right)e^{pt}$ в полюсе $p = i\omega$. Записав производную функции $B\left(p\right)$ в виде

$$B'\left(p\right) = 2p\left(p+\alpha\right)\operatorname{sh}\frac{\pi p}{2\omega} + \left(p^2+\omega^2\right)\left(\left(p+\alpha\right)\operatorname{sh}\frac{\pi p}{2\omega}\right)'_p,$$

получаем

$$B'\left(i\omega\right) = 2i\omega\left(\alpha + i\omega\right)\operatorname{sh}\frac{i\pi}{2} = -2\omega\left(\alpha + i\omega\right).$$

Используя это соотношение, находим требуемую величину

$$\operatorname*{Res}_{p=i\omega}\left(v_1\left(p\right)e^{pt}\right) = \frac{E_0\omega}{2}\,\frac{i\omega e^{i\frac{\pi}{2}}e^{i\omega t}}{B'\left(i\omega\right)} = \frac{E_0\omega}{4}\,\frac{e^{i\omega t}}{\alpha + i\omega} =$$

$$= \frac{E_0\omega}{4}\,\frac{\left(\alpha - i\omega\right)\left(\cos\omega t + i\sin\omega t\right)}{\alpha^2+\omega^2}.$$

Как следствие, действительная часть полученного выражения

$$\operatorname{Re}\operatorname*{Res}_{p=i\omega}\left(v_1(p)e^{pt}\right)=\frac{E_0\omega}{4}\frac{\cos(\omega t+\varphi)}{\alpha^2+\omega^2},\qquad(4)$$

где $\operatorname{tg}\varphi=-\dfrac{\omega}{\alpha}$.

Находим вычет функции $v_1(p)e^{pt}$ в действительном $p=-\alpha$:

$$\operatorname*{Res}_{p=-\alpha}\left(v_1(p)e^{pt}\right)=\frac{E_0\omega}{2}\frac{\alpha e^{-\frac{\pi\alpha}{2\omega}}e^{-\alpha t}}{\left(\alpha^2+\omega^2\right)\operatorname{sh}\dfrac{\pi\alpha}{2\omega}}.\qquad(5)$$

Функцию-оригинал $V_1(t)$, отвечающую лаплас-образу $v_1(p)$, находим по формуле

$$V_1(t)=\operatorname*{Res}_{p=-\alpha}\left(v_1(p)e^{pt}\right)+2\operatorname*{Res}_{p=i\omega}\left(v_1(p)e^{pt}\right)+\sum_{n=1}^{\infty}2\operatorname{Re}\operatorname*{Res}_{p=p_n}\left(v_1(p)e^{pt}\right).$$

Подставляя в это выражение полученные соотношения (3)–(5), находим функцию $V_1(t)$:

$$V_1(t)=\frac{E_0\alpha\omega}{2\left(\alpha^2+\omega^2\right)}\frac{e^{-\alpha\left(t+\frac{\pi}{2\omega}\right)}}{\operatorname{sh}\dfrac{\pi\alpha}{2\omega}}+\frac{E_0\omega}{2\left(\alpha^2+\omega^2\right)}\cos(\omega t+\varphi)+$$
$$+\frac{4E_0\omega}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cos(2n\omega t+\varphi_n)}{\left(4\omega^2n^2+\alpha^2\right)\left(1-4n^2\right)}.$$

Для лаплас-образа $v_1(p)e^{-xp\sqrt{LC}}$ находим функцию-оригинал, используя теорему запаздывания [2]:

$$v_1(p)e^{-xp\sqrt{LC}}\div V_1\left(t-x\sqrt{LC}\right)\theta\left(t-x\sqrt{LC}\right).\qquad(6)$$

Здесь $\theta(t)$ – единичная функция Хевисайда,

$$\theta(t)=\begin{cases}1, & t\ge 0,\\ 0, & t<0.\end{cases}$$

Используя соотношение (6) и найденную функцию-оригинал $V_1(t)$, находим функцию напряжения в электрическом кабеле:

$$u(x,t)=\frac{\sqrt{L}C_0\alpha}{\sqrt{C}}e^{-xR\sqrt{\frac{L}{C}}}V_1\left(t-x\sqrt{LC}\right)\theta\left(t-x\sqrt{LC}\right)=$$

$$=\frac{\sqrt{L}C_0\alpha}{\sqrt{C}}e^{-xR\sqrt{\frac{L}{C}}}\left(\frac{E_0\omega}{2\left(\alpha^2+\omega^2\right)}\left(\frac{\alpha}{\operatorname{sh}\frac{\pi\alpha}{2\omega}}e^{-\alpha\left(t-x\sqrt{LC}+\frac{\pi}{2\omega}\right)}+\cos\left(\omega\left(t-x\sqrt{LC}\right)+\varphi\right)\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{4E_0\omega}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cos\left(2n\omega\left(t-x\sqrt{LC}\right)+\varphi_n\right)}{\left(4\omega^2n^2+\alpha^2\right)\left(1-4n^2\right)}\right)\cdot\theta\left(t-x\sqrt{LC}\right).$$

Список литературы

1 *Деч, Г.* Руководство к практическому применению преобразований Лапласа и Z-преобразования / Г. Деч. – М. : Наука, 1971. – 288 с.

2 *Свешников, А. Г.* Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. – М. : Наука, 1974. – 320 с.

УДК 004.85

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ОСНОВЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ»

Н. В. КНЯЗЮК, О. В. РЫКОВА
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск

Активная разработка информационных технологий и внедрение их в систему образования являются актуальными направлениями развития высшего образования. Цифровая трансформация обусловливает изменение в организации образовательного процесса, позволяя частично заменять аудиторные занятия самостоятельной работой, тестированием, вебинарами. В 2020 году в БГУИР стартовал экспериментальный проект «Апробация смешанной модели обучения по ИТ-специальностям в рамках трансформации БГУИР в «Цифровой университет». Период осуществления проекта – 2020–2024 гг. В рамках этого проекта преподавателями кафедры высшей математики были разработаны электронные образовательные ресурсы по учебным дисциплинам «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ» для всех форм обучения студентов [1]. В 2020/21 учебном году на кафедре высшей математики была успешно внедрена модель смешанного обучения высшей математике посредством активного использования электронных образовательных ресурсов и технологий.

В настоящее время преподаватели кафедры реализуют модель смешанного обучения при преподавании дисциплины «Основы машинного обучения». Отметим, что данный курс разрабатывался с математическим уклоном. Теория машинного обучения находится на стыке прикладной статистики, численных методов оптимизации, дискретного анализа и представляет собой самостоятельную математическую дисциплину. Основное содержание данной дисциплины представлено способами предобработки и визуализации данных, методами машинного обучения. В результате освоения учебной дисциплины «Основы машинного обучения» студенты смогут освоить применение математического аппарата для решения задач по оценке и разработке моделей, применение методов машинного обучения для решения прикладных задач. Работа в смешанном режиме ведется для специальностей 1-28 01 01 Экономика электронного бизнеса, 1-28 01 02 Электронный маркетинг, 1-45 01 01 Инфокоммуникационные технологии (по направлениям), 1-45 01 02 Инфокоммуникационные системы (по направлениям), 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации, 1-98 01 02 Защита информации в телекоммуникациях факультетов ФИБ, ИЭФ.

Дисциплина содержит 5 модулей – основных разделов курса:

– задачи интеллектуального анализа данных;
– задачи классификации;
– задачи регрессии;
– задачи кластеризации;
– искусственные нейронные сети.

Каждый из указанных модулей содержит текстовый материал, а также тесты. Текстовые материалы включают в себя теоретические сведения, а также подробно разобранные примеры. Тесты приведены после каждой изучаемой темы. Предлагаемые тесты могут использоваться как для проверки уровня усвоения учащимися определенных математических понятий и их свойств, так и в виде обычных задач, цель которых – способствовать изучению и закреплению теоретических основ курса «Основы машинного обучения», что способствует самоконтролю, повторению и осмыслению учебного материала студентами, а также позволяет преподавателю корректировать свою работу со студентами в течение семестра. В конце каждого модуля предлагается итоговый тест, результат которого может быть использован, например, как критерий допуска к экзамену.

Удаленная работа со студентами осуществляется через СЭО (систему электронного обучения) БГУИР, работающую на платформе Moodle. В СЭО размещены электронные материалы по изучаемой дисциплине.

По дисциплине «Основы машинного обучения» предусмотрены лекционные занятия, аудиторные практические занятия, а также индивидуальные практические работы, выполняемые с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ) в системе электронного обучения в асинхронном режиме.

Модель смешанного обучения способствует возможности персонализации обучения, повышения качества обучения, отработки определенных компетенций по конкретным модулям. Следует отметить мобилизацию студентов, так как задания необходимо выполнять в установленные сроки. Значительно расширилась возможность непрерывного контроля усвоения учебного материала, а также снизился объем рутинной работы преподавателя по проверке знаний и оцениванию результатов выполненных студентами работ, заполнению отчетностей. Использование ЭОР позволяет не только структурировать процесс изучения дисциплины «Основы машинного обучения» студентами, но и управлять скоростью и глубиной изучения материала. Следует отметить улучшение обратной связи со студентами за счет постоянного мониторинга образовательного процесса с помощью средств системы электронного обучения (СЭО). Такой интерактивный подход к процессу преподавания и обучения явился актуальным и эффективным в рамках цифровизации обучения в информационном образовательном пространстве.

Список литературы

1 Создание и использование электронного образовательного ресурса «Высшая математика» для реализации модели смешанного обучения студентов БГУИР / О. Н. Малышева [и др.] // Математическая подготовка в университетах технического профиля: непрерывность образования, преемственность, инновации : материалы междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 5–6 ноября 2020 г. / Белорус. гос. ун-т транспорта; редкол.: Ю. И. Кулаженко [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 2020. – С. 102–105.

УДК 378.14:[51+53]

МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ НЬЮТОНА О ТЕЛЕ НАИМЕНЬШЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Д. В. КОМНАТНЫЙ
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Республика Беларусь

Поиск путей повышения качества физико-математического образования современных инженеров является актуальной задачей высшей школы. В научно-методических работах предлагаются разнообразные методики, обеспечивающие, по мысли их авторов, улучшение знаний студентов инженерных специальностей.

При этом, во многих случаях, не уделяется внимание комплексному подходу к повышению качества знаний, не только по математике в отдельности, а совместно со связанными с ней дисциплинами, в частности, физике, механике теоретической и прикладной. Хотя качество образования определяется глубоким усвоением не отдельных разрозненных дисциплин, а всего их комплекса. Тем самым обеспечивается не только подготовка к практической деятельности, но и формируются основательные системные компетенции в теоретических вопросах.

Такой комплексный способ научения обеспечивают, помимо других подходов, межпредметные связи. Причем такие связи должны быть убедительными, опираться на главные достижения и закономерности наук. Выявить их позволяет метод историзма, примененный к избранной научной проблеме, которая разрабатывалась на протяжении долгих лет.

В качестве такой проблемы в докладе рассматривается задача о теле наименьшего сопротивления (оптимальной аэродинамической формы), которая была поставлена еще И. Ньютоном в его гениальных «Математических началах натуральной философии».

Метод историзма предполагает рассмотрение явлений в их становлении и развитии. Теория аэродинамического сопротивления Ньютона прошла тернистый путь в истории аэродинамики. Накопление знаний в этой области вначале привело к заключению об ошибочности этой теории. В частности, Л. Эйлер показал, что в рамках теории Ньютона невозможен экспериментально наблюдающийся эффект Магнуса. А. М. Лежандр показал, что тело оптимальной формы в этой теории имеет зазубренный профиль, что представлялось абсурдным. Но когда авиационная техника достигла сверхзвуковых скоростей, опыт показал, что картина сверхзвукового течения газа достаточно хорошо описывается теорией Ньютона. Более того, показано, что теория Ньютона является предельным случаем обтекания тел в газовой динамике ударных волн. Началось бурное развитие идей И. Ньютона, было поставлено и решено большое число задач о телах наименьшего сопротивления, предложены способы улучшения теории Ньютона, более точно отражающие проблемы обтекания [1, 2].

С позиции проблематики доклада в рассматриваемом процессе развития теории аэродинамического сопротивления по Ньютону могут быть установлены следующие группы межпредметных связей, которые могут применяться в учебном процессе.

Первая группа – связи физико-математических и философских наук. Отчетливо выявляется ход развития от живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике. Причем именно практика позволила определить плодотворность и применимость результатов абстрактного мышления. При этом виден не один цикл такого движения. Демонстрируется и закон отрицания отрицания, вместе с его частным случаем – принципом дополнительности. В соответствии с этим законом первоначальная теория Ньютона была подвергнута отрицанию (отклонена) на основании вновь установленных фактов. Затем эта теория была восстановлена в своей адекватности определенному кругу явлений и продолжала развиваться в тех областях, где она является справедливой. Отрицается вывод об ошибочности теории Ньютона, но сохраняется в снятом виде положение о несправедливости теории в определенных диапазонах скоростей тел и плотностей среды.

В связи с изложенным справедливо формализовать развитие рассматриваемой отрасли науки по принципу триады. Первоначальная теория Ньютона является тезисом, антитезис – выявленные факты, ей противоречащие, синтез – установление области справедливости теории Ньютона.

Показывается и действие закона перехода количественных изменений в качественные. В развитии теории накопление знаний приводит к резко изменяющимся оценкам имеющихся теоретических наработок. В собственно аэродинамических процессах с ростом скорости полета и снижением плотности среды радикально меняются закономерности аэродинамических сил.

Вторая группа – связи математических и физических наук. Решение различных задач о телах оптимальной аэродинамической формы может использоваться как пример практического приложения математических теорий и вместе с тем как материал для практических занятий по соответствующим разделам математики. При изучении дифференциального исчисления может использоваться задача Ньютона о конусе наименьшего сопротивления. Для вариационного исчисления классический пример – задача Ньютона о теле вращения наименьшего сопротивления. Эта же задача может быть решена методами теории оптимального управления и использоваться при изучении этой теории [3]. В [2] описаны постановка и решение задач о теле оптимальной аэродинамической формы в рамках теории сопротивления Ньютона, в рамках этой теории с учетом трения и по уточненной формуле Ньютона – Буземана. При рассмотрении этих задач с необходимостью потребуется объяснение физических соображений, положенных в основу постановки задач. Полезным для обучающихся будет узнать о задачах, имеющих непосредственное приложение в авиационной технике: о форме крыльев и корпуса летательных аппаратов.

Третья группа – связь физических и математических наук. В курсах физики различного содержания и объема могут найти свое место задача о вычислении аэродинамических сил, действующих на пластинку и аэродинамических коэффициентов по теории Ньютона, анализ аэродинамических сил в свободном потоке методами статистической теории [2], полное и упрощенное решения задачи Ньютона о теле наименьшего сопротивления [3, 4]. Выбор излагаемого материала обусловливается специальностью студентов и дисциплинами, изучение которых предполагается в дальнейшем. При этом основное внимание уделяется физическим основам теории, устанавливаются пределы ее применимости, способы уточнения. Вместе с тем возникает необходимость разбора соответствующих математических методов [4].

При рассмотрении путей улучшения теории Ньютона следует обратить внимание на наличие двух подходов. Физический подход берет начало в работах Л. Буземана 1933 г. Им введена поправка на ускорение частиц при их движении по криволинейной траектории у поверхности движущегося тела. Затем разработан метод последовательных приближений, в котором теория Ньютона – Буземана является начальным приближением. Математический подход заключается в получении аппроксимаций законов сопротивления на основании данных опыта. В этом случае широкое применение находит метод наименьших квадратов. Таким образом, выявляется еще одна межпредметная связь. В курсах физики, отличие от специальных дисциплин, достаточно изложить полученные результаты, не вдаваясь в подробности применяемых методов. Зато следует обратить внимание учащихся, что газовая динамика и статистическая физика позволяют исследовать аэродинамические процессы при гиперзвуковых скоростях. Теория Ньютона оказывается полезным инженерным приближением обоих теорий [5]. Также интерес обучающихся вызовет анализ парадоксов теории: сопротивление звездообразного тела, которое, как показали теоретические и опытные исследования, меньше сопротивления эквивалентного конуса, и зазубренное тело наименьшего сопротивления, рассчитанное Лежандром и являющееся нефизическим решением [2]. Уместным является обсуждение или перечисление полученных решений о телах оптимальных аэродинамических форм, в том числе и практического содержания – о формах корпусов и крыльев летательных аппаратов [2].

Целесообразно комбинируя перечисленные связи в соответствующих учебных курсах, можно добиться обогащения этих курсов, продемонстрировать закономерности развития физических теорий и математических исследований, повысить уровень общетеоретической подготовки, уделить внимание истории наук.

В заключение допустимо сделать вывод, что рассмотренный пример межпредметных связей показывает плодотворность предлагаемого подхода к отбору учебного материала и формированию тематики учебных занятий.

Список литературы

1 *Фон Карман, Т.* Аэродинамика. Избранные темы в их историческом развитии / Т. фон Карман. – Ижевск : РХД, 2001. – 208 с.

2 *Миеле, А.* Теория оптимальных аэродинамических форм / А. Миеле [и др.] ; под ред. А. Миеле. – М. : Мир, 1961. – 507 с.

3 *Тихомиров, В. Н.* Рассказы о максимумах и минимумах / В. Н. Тихомиров. – М. : Наука, 1986. – 192 с.

4 *Харитонов, В. В.* Математические методы решения физических задач / В. В. Харитонов [и др.] ; под ред. В. В. Харитонова. – Минск : Выш. шк., 1991. – 256 с.

5 *Черный, Г. Г.* Газовая динамика / Г. Г. Черный. – М. : Наука, 1988. – 424 с.

УДК 371.388:512.643

ПРОВЕДЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ «МАТРИЦЫ. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ» В ФОРМАТЕ ИГРОВОГО ЗАНЯТИЯ

О. В. КОРЧИНСКАЯ, Н. В. ЩУКИНА, И. П. ИВАНОВА
Омский государственный аграрный университет им. П. А. Столыпина, Российская Федерация

Современные тенденции развития высшего образования предполагают дальнейшее внедрение в учебный процесс интерактивных методов обучения. Интерактивное обучение – это специальная форма организации познавательной деятельности. Оно ориентировано на более широкое взаимодействие обучающихся не только с преподавателем, но и друг с другом. При интерактивном обучении образовательный процесс строится так, что вовлеченными в него оказываются все обучающиеся. Каждому студенту предоставляется возможность высказываться по поводу того, что он знает и думает.

В интерактивной форме могут проходить как лекции (проблемная лекция, лекция с запланированными ошибками, лекция вдвоем, лекция «пресс-конференция», так и практические занятия («мозговой штурм», метод анализа конкретных ситуаций, учебные дискуссии, программированное обучение, компьютерные ситуации, психологические тренинги, групповые обсуждения, метод «кейс-стади», деловая, ролевая, организационно-деятельностная игры) и др. [2, 3, 8, 11].

На сегодняшний день среди методов интерактивного обучения деловая игра занимает ведущее место. Важно отметить, что для проведения деловой игры требуется более двух академических часов в день, которые отводятся одной дисциплине в графике учебного расписания, что не позволяет реализовать её в полном объеме. Обратимся к игровой форме проведения занятия, определяемой как игровое упражнение [3]. Игровая форма рассчитана на стандартную продолжительность вузовского занятия, ей присущи элементы деловой игры: коллективный поиск правильного решения, азарт, соперничество, увлекательная форма. Всё вышеперечисленное позволяет активизировать деятельность обучающихся. Следует учесть, что игровая составляющая не должна доминировать и препятствовать общему и профессиональному развитию личности будущего выпускника.

К изучению дисциплины «Высшая математика» обучающиеся приступают в первом семестре. Перед преподавателем стоят задачи: сформировать навык самостоятельно управлять своей деятельностью в рамках обучения в вузе; научить первокурсника конспектированию лекций; овладеть умением выделять главное, пользоваться литературой, организовать свою учебную, научную и иные сферы деятельности в вузе. Определенную помощь в обучении первокурсникам оказывают игровые методы на занятиях по высшей математике.

Практическое занятие по теме «Матрицы. Определители» можно провести в формате игрового занятия.

Группа обучающихся делится на команды. В зависимости от количества студентов в учебной группе она делится на три-четыре команды.

Игровое занятие состоит из пяти этапов [9].

Первый этап. *Организационный. (10 мин)*

Участников знакомят с тематикой, целями, задачами, основными правилами игрового занятия. Представляют жюри. Группа делится на команды.

Второй этап. *Реши задачу. (30 мин)*

Данный этап предполагает индивидуальную работу. Каждому обучающемуся выдаются карточки с заданиями. Условия заданий и сами задания у всех одинаковые. После формулировки задачи к каждой из них прилагается несколько ответов, среди которых правильный только один. Задание считается выполненным в том случае, если представлено развернутое решение данного задания и выбран правильный ответ. Приведем пример задания, которое получают обучающиеся.

1. Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ равен: 1) –1; 2) 23; 3) –11; 4) 59; 5) –41.

Правильный ответ: 3) – 11.

2. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ равен: 1) –37; 2) 73; 3) –14; 4) 77; 5) 7.

Правильный ответ: 5) 7.

3. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ укажите транспонированную матрицу A^T.

1) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$; 2) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$; 3) $A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$;

4) $A^T = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; 5) $A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Правильный ответ: 2) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

4. Укажите матрицы, где возможно выполнить умножение, поясните ответ.

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$;

2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$;

3) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$;

4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$;

5) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Правильный ответ: 4) $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & -3\\ -2 & 5\end{pmatrix}$, поскольку количество столбцов матрицы *A* (2) равно количеству строк матрицы *B* (2).

5. Выполните умножение матриц $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 5\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & -3\\ -2 & 5\end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix}-5 & 12\\ -8 & 19\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}1 & -9\\ -4 & 25\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-2 & 6\\ -8 & 10\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-5 & 16\\ -8 & 19\end{pmatrix}$;
5) $\begin{pmatrix}2 & 0\\ -10 & 10\end{pmatrix}$.

Правильный ответ: 1) $\begin{pmatrix}-5 & 12\\ -8 & 19\end{pmatrix}$.

6. Выполните умножение матриц $A=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ 3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix}6\\ 1\\ 6\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}6 & 2 & 4\\ 3 & 1 & 2\\ 9 & 3 & 6\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}6 & 3 & 9\\ 2 & 1 & 3\\ 4 & 2 & 6\end{pmatrix}$; 4) (13); 5) (6 1 6).

Правильный ответ: 2) $\begin{pmatrix}6 & 2 & 4\\ 3 & 1 & 2\\ 9 & 3 & 6\end{pmatrix}$.

7. Определитель $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 4 & 1\\ 3 & 4 & 1 & 2\\ 4 & 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$ равен: 1) 160; 2) 60; 3) 0; 4) 100; 5) 208.

Правильный ответ: 1) 160.

Работы сдаются на проверку жюри. Правильно выполненное задание оценивается 1 баллом. Каждый участник может принести в копилку своей команды 7 баллов. Полученные решения и ответы проверяются комментированием с места; если вопросы остались, решение непонятных моментов выносится на доску.

Третий этап. *Найди ошибку. (30 мин)*

Каждой команде предлагаются карточки с решениями заданий, в которых допущены «ошибки», нарушена логическая цепочка рассуждений, арифметические «ошибки», «ошибки» на применение свойств определителей, «ошибки» на правила действия над матрицами. Задача команд – исправить все «ошибки», записать правильное решение и найти верный ответ. Работы сдаются на проверку жюри. Каждое правильно выполненное задание оценивается следующим образом: задание 1 и задание 2 – по 1 баллу, задание 3 – 2 балла, задание 4 – 4 балла. Максимальное число баллов, которое может получить команда, – 8 баллов.

Приведем примеры заданий

Задание 1. «Ошибка» в определении понятия: алгебраическое дополнение элемента.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -7 - 16 - 6 = -29.$$

Решение:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -7 + 16 - 6 = 3.$$

Задание 2. «Ошибка» в действиях над матрицами.

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 1 + 0\cdot(-2) & 1\cdot 0 + 0\cdot 1 \\ -2\cdot 1 + 1\cdot(-2) & -2\cdot 0 + 1\cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -4 & 1\end{pmatrix}.$$

Задание 3. «Ошибка» в применении теоремы Лапласа.

Запишите в символьном виде разложение определителя по элементам 3-го столбца и найдите «ошибки» в решении.

а) $$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 3 & 4\\ 5 & 6 & 7 & 8\\ 9 & 10 & 11 & 12\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}-1 & 2 & 4\\ 5 & 6 & 8\\ 9 & 10 & 12\end{vmatrix}-3\cdot\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 5 & 6 & 8\\ 9 & 10 & 12\end{vmatrix}+$$

$$+7\cdot\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 4\\ 9 & 10 & 12\end{vmatrix}-11\cdot\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 3\\ 9 & 10 & 12\end{vmatrix}$$

б) $$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 3 & 4\\ 5 & 6 & 7 & 8\\ 9 & 10 & 11 & 12\end{vmatrix}=5\cdot\begin{vmatrix}-1 & 2 & 4\\ 5 & 6 & 8\\ 9 & 10 & 12\end{vmatrix}-6\cdot\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 5 & 6 & 8\\ 9 & 10 & 12\end{vmatrix}+$$

$$+7\cdot\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 4\\ 9 & 10 & 12\end{vmatrix}-8\cdot\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 4\\ 5 & 6 & 8\end{vmatrix}$$

Решение:

$$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 3 & 4\\ 5 & 6 & 7 & 8\\ 9 & 10 & 11 & 12\end{vmatrix}=a_{13}A_{13}+a_{23}A_{23}+a_{33}A_{33}+a_{43}A_{43}$$

а) $\Delta=a_{13}A_{13}+a_{23}A_{23}+a_{33}A_{33}+a_{43}A_{34}$.

Неверно найден минор M_{43} элемента a_{43}, вместо него найден минор M_{43} элемента a_{34}.

б) $\Delta = a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33} + a_{43}A_{34}$.

Неверно найдены элементы для разложения по элементам 3-й строки, а не 3-го столбца.

Задание 4. «Незнание» понятийного аппарата.

Найдите значение многочлена $f(x)$ от матрицы A:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Сравните ответы: предложенный и полученный вами, найдите ошибку, дайте пояснение.

Ответ: $\begin{pmatrix} 24 & 31 \\ 44 & 63 \end{pmatrix}$.

Решение: $f(A) = 3A^2 - 2A + 5E$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $A^2 = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$,

$$3A^2 = \begin{pmatrix} 21 & 30 \\ 45 & 66 \end{pmatrix},\ 2A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix},\ 5E = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix},\ f(A) = \begin{pmatrix} 24 & 26 \\ 39 & 63 \end{pmatrix}.$$

«Незнание» понятия единичная матрица второго порядка $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

В ответе приведено неправильное решение с «единичной» матрицей

«$E' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$» [1, 5, 6, 7, 10].

Команды студентов обмениваются выполненными работами и осуществляют взаимопроверку одинаковых заданий, решение заданий выносятся на доску с поэтапным объяснением хода решения. После взаимопроверки работы сдаются на проверку жюри.

Четвертый этап. *Профильная мате*матика. *(10 мин)*

Ответьте на вопрос: в каких сферах профессиональной деятельности Вы сталкиваетесь с математикой (привести по одному примеру).

Представитель каждой команды приводит пример. Максимальная оценка этого задания – 3 балла.

Приведем пример ответа одной из команд.

При оценке эффективности коров по обильномолочности учитываются одновременно два показателя: удой, кг, и массовая доля молочного жира, %.

Рассмотрим пример расчета:

$$A=\begin{pmatrix}10 & 15 & 12\\ 3{,}6 & 3{,}4 & 3{,}3\\ 3{,}0 & 3{,}2 & 3{,}1\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}8 & 8 & 10\\ 3{,}8 & 3{,}8 & 3{,}6\\ 3{,}4 & 3{,}5 & 3{,}6\end{pmatrix}$$

В матрице *A* и *B* – первая строка – показатели надоя на определенную дату месяца, вторая строка – содержание жира в молоке в процентах, третья строка – содержание белка в молоке в процентах.

Вычислим количество молока с базисной жирностью (3,4 %). От первой коровы получено 37,23 кг молока, от второй коровы – 28,4 кг молока с жирностью 3,4 %. Количество молока с определенной базисной жирностью вычисляется по формуле: $\text{М}_{\text{б}}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\text{М}_i\cdot\text{Ж}_i}{\text{Ж}_{\text{б}}}$, где $\text{М}_{\text{б}}$ – количество молока базисной жирности, кг; М_i – количество молока фактической жирности, кг; Ж_i – фактическая жирность молока, %; $\text{Ж}_{\text{б}}$ – базисная жирность молока, %.

Получаем, что эффективнее корова № 1. Данный способ оценки животных не учитывает третий показатель качества молока – массовую долю молочного белка, который также важен при производстве коровьего молока. Таким образом, для оценки эффективности коров по количественным и качественным характеристикам молока предлагаем рассчитать KPI, формула расчета которого основана на построении математической матрицы.

Определитель матрицы А равен 7,26, а определитель матрицы В равен 0,92. Получаем, что эффективнее корова № 2.

Индекс KPI – значение определителя может рассматриваться как индекс эффективности животного по количественным и качественным характеристикам молока.

Пятый этап. *Рефлексия. (10 мин)*

Жюри подводит итоги. Отмечаются сильные стороны проведения занятия. Оглашаются результаты игрового занятия. Соревновательный характер деятельности игровых групп обеспечивается, прежде всего, введением поэтапной балльной оценки принимаемых решений по нарастающему итогу. Оценка игровой группы должна учитывать коллегиальную деятельность всех ее участников в выработке решений. Кроме того, должен учитываться личный вклад каждого участника в достижении общей цели, общего результата деятельности игровой группы.

Важно отметить, что при проектировании игрового занятия авторами сделан акцент на групповую форму работы, поскольку данная интерактивная форма работы способствует формированию коммуникативных навыков, навыков критического мышления, решения проблем, отработки различных вариантов поведения в проблемных ситуациях.

Список литературы

1 *Березина, Н. А.* Математика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н. А. Березина, Е. Л. Максина. – М. : ИНФРА-М, 2013. – 175 с. – Текст : электронный.

2 Business Games as a Teaching Strategy for Delivering a Practice-Oriented Course in Mathematics at Agricultural University / O. Korchinskaya [et al.] // Proceedings of the International Scientific Conference The Fifth Technological Order: Prospects for the Development and Modernization of the Russian Agro-Industrial Sector (TFTS 2019) (ISSN 2352-5398). – P. 355–361.

3 *Васина, Н. В.* Деловые игры и игровые упражнения в учебном процессе : учеб.-метод. пособие / Н. В. Васина, О. А. Мищенко. – 2-е изд., пер. и доп. – Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2016. – ISBN 978-5-7389-00000.

4 *Курбасова, В. А.* Деловая игра «Биржа знаний» / В. А. Курбасова // Математика в школе. – 1994. – № 1. – С. 70–72.

5 Линейная алгебра : учеб. пособ. для студентов вузов сельскохозяйственных, инженерно-технических и экономических направлений / Р. В. Крон [и др.]. – М., 2015.

6 *Назаров, А. И.* Курс математики для нематематических специальностей и направлений бакалавриата : учеб. пособие для студентов вузов / А. И. Назаров, И. А. Назаров. – 3-е изд., испр. – СПб.–М.–Краснодар : Лань, 2011. – 576 с.

7 *Шипачев, В. С.* Высшая математика : учеб. [Электронный ресурс] / В. С. Шипачев. – М. : НИЦ ИНФРА-М, 2021. – 479 с. – Текст : электронный.

8 *Щукина Н. В.* Деловая игра как составляющая профориентационной работы в вузе / Н. В. Щукина, О. В. Корчинская // Инновационные технологии в АПК как фактор развития науки в современных условиях : сб. VI Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 90-летию со дня рождения д-ра техн. наук, проф. С. А. Корниловича (9 декабря 1931 г. – 25 октября 2020 г.). – Омск : Омский государственный аграрный университет им. П. А. Столыпина, 2021. – С. 602–605.

9 *Щукина, Н. В.* Методика проведения практического занятия по теме «Линейная алгебра. Определители» / Н. В. Щукина, О. В. Корчинская // Инновационные технологии в АПК как фактор развития науки в современных условиях : сб. VIII Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 100-летию со дня рождения Н. А. Циринского, доцента, канд. техн. наук, зав. кафедрой начертательной геометрии Омского СХИ (с 1962 по 1989 гг.). – Омск, 2022. – С. 827–833.

11 *Щукина, Н. В.* Линейная алгебра : практикум / Н. В. Щукина. – Омск : Изд-во ФГБОУ ВО Омский ГАУ, 2016. – 72 с.

12 *Щукина, Н. В.* Элементы научно-исследовательской деятельности студентов при изложении лекционного материала / Н. В. Щукина, П. В. Кийко // Научное и техническое обеспечение АПК состояние и перспективы развития : материалы Междунар. науч.-практ. конф. посвящ. 100-летию ФГБОУ ВО Омский ГАУ, 19.04.18. – С. 223–228.

УДК 378.147.88

ОРГАНИЗАЦИЯ СОВМЕСТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ

В. М. МЕТЕЛЬСКИЙ
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск
М. Г. МЕТЕЛЬСКАЯ
Минское городское кадетское училище, Республика Беларусь

Термин «практическое занятие» в высшей школе имеет широкое толкование: это все занятия, проводимые под руководством преподавателя и направленные на углубление научно-теоретических знаний, формирование определенных умений и навыков, овладение определенными методами и приёмами работы по той или иной дисциплине учебного плана.

Цели практических занятий ставятся, как правило, следующие:

– помочь обучающимся систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера;

– научить студентов приемам решения практических задач, способствовать овладению ими навыками и умениями выполнения расчетов, графических и других видов заданий;

– формировать умение обучающихся учиться самостоятельно, т. е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

Но не следует забывать, что для подготовки будущего специалиста не менее важным будет приобретение за годы учебы умения работать в коллективе.

Для совместной деятельности высокого уровня характерно наличие содержательного сотрудничества ее участников. Это означает умение каждого участника ставить цели совместной деятельности, определять способы совместного выполнения заданий и средства контроля, перестраивать свою деятельность в зависимости от изменившихся условий ее совместного осуществления и требований сотрудников [1, с. 111]. Специалист должен владеть большим количеством операций, таких как умение проанализировать собственные действия, увидеть отличительные особенности способа работы другого человека, сравнить различные способы действия между собой, увидеть, как это влияет на достижение результата работы, выбрать на этом основании наиболее подходящий способ, сравнить его со своими возможностями, произвести в соответствии с этим распределение действий и операций между участниками совместной деятельности, поставить промежуточные цели и т. д. Практические занятия по любой учебной дисциплине – это коллективные занятия. И хотя в овладении знаниями большую и важную роль играет индивидуальная работа (человек не может научиться, если он не будет думать сам, а умение думать – основа изучения любой дисциплины), тем не менее большое значение при обучении имеют коллективные занятия, опирающиеся на групповое мышление.

Целесообразность применения групповых технологий, предполагающих совместную деятельность студентов на практических занятиях, определяется учебной задачей, которую необходимо выполнить на практическом занятии.

При групповой работе возможно совместное выполнение заданий, которые делятся на подзадания, поиск неординарных решений, выбор более качественных вариантов и т. д. Число «субъектов» учебного занятия сокращается до числа групп, так как промежуточные решения выслушиваются группой, на общее суждение выносится групповой вариант. Важным моментом является развитие коммуникаций при распределении между собой различных составляющих деятельности и выполнении заданий, обсуждении стратегий решения. Группа выступает в роли посредника между преподавателем и студентом, выполняя мотивирующую, организационную, корректирующую и другие функции, а также в качестве коллективного субъекта совместной деятельности.

При организации работы группы необходимо учитывать внутригрупповое и межгрупповое взаимодействие. В процессе работы у каждого члена группы есть следующие цели: индивидуального овладения той или иной компетентностью; выполнение задания; овладения методами групповой работы. У группы имеются цели, связанные с необходимостью выполнить задание, поставленное перед группой, а также освоения эффективных методик совместной деятельности.

Преподавателю, применяющему групповые технологии, необходимо создавать условия для достижения всех названных целей; своевременно обеспечивать корректировку работы групп на основе обратной связи.

Следует иметь в виду, что отношение студентов к совместной учебной деятельности может меняться в зависимости от овладения способами совместной учебной работы, от характера взаимоотношений в группе, целей, которые ставят перед собой члены группы и т. д. Для определения уровня мотивации совместной учебной деятельности можно рассматривать следующие параметры: мотивы, обеспечивающие включение в деятельность; цели, которые ставит перед собой студент; эмоции; умение работать совместно. Положительное, действенное отношение к групповой работе связано с поиском средств и способов содержательного сотрудничества, когда участники ищут реальные пути делового взаимодействия, оценивают свои и чужие действия с точки зрения их вклада в общий результат. В мотивировках преобладает указание на деловые качества партнеров и на целесообразность совместной работы для решения поставленных задач.

Выделим наиболее типичные формы группового взаимодействия, которые используются в работе (таблица 1).

Таблица 1 – **Формы группового взаимодействия**

Форма работы	Метод работы
Групповой анализ лекционного материала или иных источников получения знаний	Совместное чтение, изучение источников с последующим групповым обсуждением
Групповые дискуссии	Групповой обмен взглядами и идеями по той или иной проблеме помогает выработать более глубокое понимание проблемы и принятие друг друга членами группы
Выработка стратегии решения задачи	Обсуждение, обмен идеями, принятие общей стратегии
Групповое решение проблемных вопросов	Поиск группой в режиме «мозгового штурма» ответа на проблемный вопрос (теоретического или практического характера), предложенный преподавателем или сформулированный кем-то из участников группы в ходе выполнения задания
Выполнение упражнений, решение задач	Выполнение объемных заданий репродуктивного характера, допускающих суммирование усилий членов группы
Взаимообучение	Организация в группе обмена опытом по выполнению заданий; работа в парах («сильный» – «слабый»)

Постепенно передавая студентам функции контроля за действиями одногруппников и оценки их правильности, преподаватель не только повышает уровень контрольно-оценочной работы на занятии, но и развивает у студентов контроль и оценку собственной деятельности.

Список литературы

1 *Маркова, А. К.* Формирование мотивации обучения / А. К. Маркова, Т. А. Матис, А. Б. Орлов. – М. : Просвещение, 1990. – 192 с.

УДК 378.147:519.63

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОНИМАНИЯ В ОБУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

Н. В. МИХАЙЛОВА
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь

В теории обучения высшей математике одним из базовых элементов является категория «понимание». Современные когнитивно-дидактические исследования исходят из положения о том, что обучение – это не только приобретение студентами нового для них знания, но и попытки понять его смысл, общую идею в структуре всей математики как науки с целью формирования собственной системной и многообразной «математической картины мира» [1]. Большое значение приобретает при этом мотивация понимания, которая является не только педагогической, но и не в меньшей степени психологической проблемой. Решению проблемы мотивации понимания в процессе обучения высшей математике может способствовать адаптация учебного материала к уровню математической подготовки студентов, а также модернизация курса высшей математики технического университета с использованием релевантных информационных и педагогических технологий [2]. Понимание математики разных уровней строгости и сложности нацелено на формирование инновационного мышления студентов.

Сущность понимания как методологической компоненты процесса обучения составляет сформированная способность обучающегося к установлению взаимосвязей между различными объектами разделов и теорий высшей математики. Рассматриваемое в таком аспекте понимание в практике преподавания высшей математики согласуется с принципом «снежного кома», когда новый математический материал «ложится» на предварительно обоснованные и усвоенные знания. «Образовательная функция понимания в познании проявляется, прежде всего, в осмыслении знания, имеющего проблемный характер, и для выяснения того, почему что-то в математике непонятно, как было получено именно такое знание, какие еще проблемные ситуации оно может прояснить» [3, с. 5]. Понимающее усвоение проходит этапы от конкретного фрагментарного усвоения основных характеристик изучаемого математического объекта до их обобщения, формируя системное понимание математического знания и активируя креативные способности студентов к самостоятельному поиску новых способов решения задач.

Первый шаг к осмысленному пониманию состоит в осознании сущности математических понятий. Так, в курсе «Численные методы» важно усвоить специфику понятия погрешности, ее роль и значимость в численных методах решения задач. При изучении раздела «Элементы теории погрешности» можно отметить, что начальный уровень понимания формируется посредством задач на вычисление абсолютной и относительной погрешностей на основе определений этих понятий, связанных с их формализацией. Например: вычислите абсолютную и относительную погрешности при округлении числа $0{,}81^2$ до двух значащих цифр. Следующий уровень более «продвинутого» понимающего усвоения формируется посредством решения задач, имеющих в определенной мере проблемный характер и отражающих качественную сторону отличия этих видов погрешностей.

Например: определите, какое из равенств точнее: $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ или $\sqrt{3} \approx 1{,}732$. И наконец, более глубокое понимание связано с поиском решения содержательных задач на вычисление оценок погрешностей различных численных методов и определение точности этих методов.

Например: вычислите интеграл $\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ по формуле Симпсона с точностью до $\Delta = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$.

Этот уровень ориентирован на формирование и закрепление понимания того, что численные методы – это приближенные методы решения задач, имеющие отличительные от точных аналитических методов особенности, при этом степень приближения и точности полученного решения является его важной и существенной характеристикой.

В задачах численных методов на отыскание решения систем линейных алгебраических уравнений начальный уровень понимания сути методов – это усвоение формализма, то есть способов вывода и самих формул, например, формул метода простой итерации или метода Зейделя. Следующий уровень понимания связан с понятиями хорошо и плохо обусловленной системы уравнений и способами решения плохо обусловленных систем. Далее следуют задачи на понимание условий и скорости сходимости итерационного процесса, анализ ошибок и оценки погрешности применяемого метода, нацеленные на формирование целостных представлений студента о взаимосвязях между разделами численных методов, математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.

Рассмотрим некоторые примеры, иллюстрирующие вышесказанное.

Найдите решение СЛАУ методом простой итерации, проведя пять итераций:

$$1)\ \begin{cases} 25x_1 + x_2 - 3{,}5x_3 = 5 \\ 9{,}4x_2 - 3{,}4x_3 = -3 \\ x_1 - x_2 + 7{,}3x_3 = 0 \end{cases};\quad 2)\ \begin{cases} 2x_1 - 1{,}8x_2 + 0{,}4x_3 = 1 \\ 3x_2 + 2x_2 - 1{,}1x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 7{,}3x_3 = 0 \end{cases}.$$

Для педагога очевидно, что первая система уравнений хорошо обусловлена. Студенту для отыскания ее численного решения достаточно лишь усвоить соответствующий формализм метода и следовать условию примера. Чтобы правильно решить вторую систему уравнений знания одних только формул метода простой итерации уже будет недостаточно, так как система плохо обусловлена. При этом студенту потребуется вначале установить этот факт, а затем преобразовать систему, что возможно лишь в случае, когда он понимает источники возможных ошибок в решениях математических моделей, к которым относится и СЛАУ. В противном случае следование только формализму метода может привести к очень большим погрешностям в решении. Если затем еще во второй системе заменить требование количества проводимых итераций указанием на нахождение приближенного решения системы с требуемой точностью, возможно продвинуться еще дальше к цели более глубокого осознанного понимания сути решаемых с помощью СЛАУ задач. Подобно рассмотренным, можно подобрать задачи из других разделов численных методов: интерполирование функций, численное интегрирование, численное решение нелинейных уравнений и др.

«Постижение смысла математического понятия, приведение примеров и отбор контрпримеров, раскрывающих целостность и системность математического содержания, являются необходимым условием понимания в математике как инновационного средства, понимающего усвоения знания…» [3, с. 7–8]. Уровень понимания изучаемых разделов высшей математики студентами технического университета обусловлен не только их базовыми знаниями, но и математической и дидактической культурой преподавателя математики, включающей способность выстраивания разноуровневой образовательной стратегии усвоения учебного материала. Высокий уровень дидактической культуры педагога на основе предварительного анализа степени математической подготовки студентов в группе и специфики изучаемого раздела математики позволяет ему определиться с педагогическими целями и кругом практических задач, реализующих задачи обучения.

Список литературы

1 *Михайлова, Н. В.* Когнитивная сущность математической картины мира и проблема понимания математического знания / Н. В. Михайлова // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2022. – № 2. – С. 17–21.

2 *Еровенко, В. А.* Методические функции примеров и контрпримеров в когнитивно-рефлексивном стиле понимания высшей математики / В. А. Еровенко, В. А. Прокашева // Математические структуры и моделирование. – 2020. – № 3. – С. 97–100.

3 *Михайлова, Н. В.* Методологическая функция сущности понимания и обоснования математики в инновационной концепции образования / Н. В. Михайлова // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2019. – № 4. – С. 45–51.

УДК 517:320.322

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРИ ОБОСНОВАНИИ ИНВЕСТИЦИЙ НА ТРАНСПОРТЕ

А. А. МИХАЛЬЧЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Классическое понятие инвестиций предусматривает использование математических моделей при их обосновании [1]. В модели используется многофакторный анализ с изменением одного из факторов, включаемых в выражение

$$\beta_{\text{ox}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} w_i^{\text{ox}}},$$

где w_i^{ox} – фактор, оказывающий влияние на величину инвестиций в прогнозном периоде: темпы изменения отраслевого показателя, себестоимости его реализации, энергоёмкости, амортизации и инвестиций.

В зависимости от класса инвестиций используется математический аппарат по созданию модели по их обоснованию, реализации и эффективности. При этом рассматриваются следующие классы инвестиций [2]:

– форма получения: денежные ресурсы и эквиваленты их получения, земельные ресурсы, имущество, используемое в транспортной деятельности и обладающее ликвидностью;

– характер инвестиций: надёжные с низким порогом риска, уровень риска ниже среднерыночного уровня, приносящие регулярный доход, ведущие лишь к смене собственника;

– форма участия инвестора в инвестиционном процессе: прямые – вложения в уставный капитал не связаны с целью получения прибыли, для участия в управлении предприятием; косвенные – вложения капитала инвестора в объекты инвестирования через финансовых посредников; портфельные – средства, вложенные в экономические активы с целью извлечения дохода и диверсификации рисков;

– объект инвестирования: инвестиции в имущество, физические активы – вложения, непосредственно участвующие в производственном процессе;

– временной фактор: стратегические инвестиции направлены на создание новых предприятий, видов деятельности, приобретение производственных и технологических комплексов; базовые – на расширение действующих предприятий, создание новых предприятий без изменения сферы деятельности; текущие на поддержание производственного процесса, замену основных средств, капитальные ремонты, пополнение оборотных активов; инновационные – на модернизацию предприятия, техническое перевооружение, обеспечение безопасности перевозок.

При формировании пакета инвестиций различной направленности используются различные разделы математического анализа [3, 4].

По сроку возврата инвестиций:

а) быстро окупаемые – со сроком возврата до 6 мес. – расчёты выполняются с использованием предикатных уравнений, которые позволяют системно интегрировать в одной модели транспортные потоки и ресурсы предприятий;

б) средне-срочно окупаемые – со сроком возврата от 6 мес. до 1,5 лет – используется математическая зависимость по оценке средних значений за предыдущий или базовый период, по которым вычисляются прогнозы;

в) долгосрочно-окупаемые – со сроком возврата свыше 1,5 лет – используется индексный метод, учитывающий внешние воздействия на функциональную деятельность транспортного предприятия.

С учётом степени взаимовлияния используется аналитическая геометрия, которая позволяет получить функциональную зависимость:

1) независимые инвестиции – если денежные потоки, ожидаемые от одного проекта, не изменятся независимо от того, будет ли осуществлен другой проект (математическое ожидание от реализации проекта электрификации используется для проекта приобретения электровозов);

2) зависимые инвестиции – если решение о принятии или отклонении одного проекта влияет на денежные потоки другого (математическая зависимость модели изменения логистики перевозок грузов учитывается при формировании пакета инвестиций в вагонные парки);

3) дополняющие инвестиции – решение осуществится при реализации проекта, который увеличит ожидаемые доходы от первого (или уменьшит затраты на его осуществление).

Вывод: преподавание высшей математики при подготовке специалистов инженерных специальностей должно привязываться к решению практических задач и создаёт возможности расширения её использования для доказательства потребности в инвестициях транспортных предприятий и расчёта эффективности их внедрения.

Список литературы

1 Инвестиции : учеб. / Л. И. Юзвович [и др.]. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 543 с.

2 Управление инвестиционной деятельностью автотранспортных предприятий : учеб. пособие / Ю. Х. Гукетлев [и др.]. – Майкоп : МГТУ, 2019. – 187 с.

3 *Зорич, В. А.* Математический анализ : учеб. Ч. I. / В. А. Зорич. – М. : МЦНМО, 2019. – 564 с.

4 *Баврин, И. И.* Математический анализ : практикум / И. И. Баврин. – М. : Юрайт, 2016. – 327 с.

УДК 553.9.001.57

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ УГЛЕВОДОРОДОВ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

А. Б. НЕВЗОРОВА, В. А. КОЛОДКО
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Республика Беларусь

Введение. Математическая подготовка студентов специальности «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений» продолжается в течение всего периода обучения. На завершающем этапе обучения в качестве информационной поддержки широко внедряется в программу гидродинамическое моделирование месторождений, позволяющее быстро и качественно проводить вычисления и моделировать различные ситуации в зависимости от геологических условий. Всё это обусловливает актуальность владения студентами математических знаний и применения при изучении дисциплин по моделированию процессов разработки месторождений углеводородов.

Целью исследований является развитие у студентов навыков математического и технического мышления и создание в процессе обучения методам математического моделирования анализа месторождений углеводородов устойчивых связей между решаемой задачей и соответствующим ей функционалом в программном обеспечении.

При подготовке горного инженера важную роль играет формирование базы по фундаментальной подготовке и, в частности, умения студентами применять математический аппарат в исследовательской деятельности [1, 2]. Так как перед будущим инженером могут возникнуть задачи, не имеющие готового решения, необходимо повышать уровень теоретической подготовки студентов, развивать навыки построения математических моделей, описывающих различные процессы с помощью алгоритма, и способность выбирать наиболее оптимальный метод решения. Основная задача дисциплины «Компьютерное моделирование нефтяных и газовых месторождений» – дать студентам:

– представление о математическом аппарате гидродинамической модели как основы постояннодействующей геолого-технологической модели месторождения, которая является базой для создания его цифрового двойника;

– обзор сферы применения в нефтегазоразработке теории фракталов, сетевых структур, соответствие геометрии числовой асимметрии структуре пласта; анализ и использование оценки измерений в практической геологии, возможности теоретического анализа и моделирования компьютерных изображений;

– основы кластерного анализа в расчетах по разработке и эксплуатации нефтяных месторождений;

– математический инструмент для решения нефтегазопромысловых задач в будущей производственной деятельности с применением фрактальных характеристик для контроля и управления технологическими процессами;

– методологию моделирования и принятия решений в условиях неопределенности и др.

Одним из основных подходов к решению задач в математическом моделировании является применение программного пакета MathCAD.

В задачах разработки месторождений с применением математического моделирования от студентов требуется умение работать с матрицами и графиками, решать дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений, проводить корреляционный и регрессионный анализы. Эти и многие другие математические методы помогают решать ряд важнейших задач нефтегазового дела: проводить анализ показателей разработки, рассчитывать коэффициенты сжимаемости, строить депрессионные воронки, определять количество скважин, обеспечивающих максимальное извлечение запасов, обрабатывать кривые восстановления давления, уточнять распределение давления в пласте во времени и т. д.

Распознавание геологических объектов. При проведении работы по распознаванию геологически объектов применяется понятие «образа», это совокупность объектов определенного класса, характеризующаяся рядом общих признаков. Образ предполагает наличие определенных взаимосвязей между структурой поля (геофизического, геохимического и т. д.) и конкретным геологическим объектом. Выделение аномалии на фоне помех, в том числе выделение аномалии в поле лишь одного признака, можно рассматривать как задачу распознавания объектов двух классов, соответствующую задаче поисков месторождений. При разделении объектов по геофизическим полям на число классов больше двух решаются, как правило, задачи географического картирования и локального прогноза месторождений углеводородов.

Задачи распознавания:

– заданы образы, признаки – необходимо найти решающее правило;

– заданы образы, решающее правило – необходимо найти систему признаков, которая обеспечивала бы разделение объектов с минимальными затратами.

– заданы объекты, охарактеризованные *m* признаками, – необходимо на основе каких-либо правил разделить их на классы.

В целом задачу распознавания можно определить как выполнение качественной комплексной интерпретации геологического объекта с учетом совокупности различных признаков.

При построении объективных геологических классификаций статистические методы получили широкое распространение. С их помощью многомерные геологические объекты, описываемые большой совокупностью показателей, делятся на классы, а суть алгоритма состоит в установлении меры сходства (аналогии) изучаемых объектов с эталонными. Данный метод определяет принадлежность объекта к конкретному классу на основе теории вероятности.

Задачу распознавания можно сформулировать следующим образом: имеется некоторый объект *A*, который может находиться в состояниях $q_i, i \in \{1, 2 \ldots m\}$. Последние характеризуются параметрами-признаками $x_j, j \in \{1, 2 \ldots k\}$. Известно, что некоторые наборы значений этих признаков $\alpha = \{a_1, a_2 \ldots a_k\}$ описывают состояние q_i. Эти наборы как строки составляют матрицу T_i. Совокупность T (матрица, образованная подматрицами T_i) описывает все состояния объекта *A*. Для того чтобы понять, какое состояние описывает конкретный набор значений признаков, нужно проверить, в какую подматрицу T_i он входит. Если набор не содержится в них, то он не соответствует никакому состоянию. Если он входит в подматрицу T_i, то в предположении, что подматрицы не пересекаются, этот набор описывает состояние q_i.

Рассмотрим решение данной задачи при помощи одного из распространенных статистических методов – дискриминантного анализа. Математическая модель дискриминантного анализа основана на процедуре подбора дискриминантной функции, которая будет производить оптимальное разделение объектов на классы. В наиболее общем случае интерпретация дискриминантной функции представляет собой гиперплоскость в k-мерном признаковом пространстве, а каждый объект есть точка этого же пространства. Необходимо провести в этом пространстве такую гиперплоскость, которая обеспечивала бы максимальное различие между множествами объектов, принадлежащих разным классам, и сводила бы к минимуму рассеяние внутри каждого множества.

Аналитически гиперплоскость в k-мерном пространстве имеет вид $D = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots + a_k X_k$. Задача, следовательно, заключается в отыскании коэффициентов $a_1, a_2 \ldots a_k$, которые обеспечивали бы требуемые условия разделения.

Представим, что исходные геологические данные позволяют выделить в многомерной совокупности два класса: *A* и *B*, каждый из i-объектов которых охарактеризован j-значениями признаков. Представим эти данные в матричной форме:

$$A = \begin{Vmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1k} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{N_1 1} & A_{N_1 2} & \dots & A_{Nk} \end{Vmatrix} \quad B = \begin{Vmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1k} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{N_1 1} & B_{N_1 2} & \dots & B_{Nk} \end{Vmatrix},$$

где N_1 – число объектов, входящих в класс A; N_2 – число объектов, входящих в класс B; k – число признаков, характеризующих каждый объект.

Следующих этап построения дискриминантной функции заключается в составлении матриц центрированных сумм квадратов и смешанных произведений.

$$S_A = \begin{Vmatrix} \sum_{j=1}^{k}\left(A_{1i}-\overline{A_1}\right)^2 & \sum_{j=1}^{k}\left(A_{1j}-\overline{A_1}\right)\left(A_{2j}-\overline{A_2}\right) & \dots & \sum_{j=1}^{k}\left(A_{1j}-\overline{A_1}\right)\left(A_{N_1 j}-\overline{A_{N_1}}\right) \\ \sum_{j=1}^{k}\left(A_{2j}-\overline{A_2}\right)\left(A_{1i}-\overline{A_1}\right) & \sum_{j=1}^{k}\left(A_{2i}-\overline{A_2}\right)^2 & \dots & \sum_{j=1}^{k}\left(A_{2j}-\overline{A_2}\right)\left(A_{N_1 j}-\overline{A_{N_1}}\right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^{k}\left(A_{N_1 1}-\overline{A_{N_1}}\right)\left(A_{1j}-\overline{A_1}\right) & \sum_{j=1}^{k}\left(A_{N_1 j}-\overline{A_{N_1}}\right)\left(A_{2j}-\overline{A_2}\right) & \dots & \sum_{j=1}^{k}\left(A_{N_{1i}}-\overline{A_{N_1}}\right)^2 \end{Vmatrix}$$

$$S_B = \begin{Vmatrix} \sum_{j=1}^{k}\left(B_{1i}-\overline{B_1}\right)^2 & \sum_{j=1}^{k}\left(B_{1j}-\overline{B_1}\right)\left(B_{2j}-\overline{B_2}\right) & \dots & \sum_{j=1}^{k}\left(B_{1j}-\overline{B_1}\right)\left(B_{N_2 j}-\overline{B_{N_2}}\right) \\ \sum_{j=1}^{k}\left(B_{2j}-\overline{B_2}\right)\left(B_{1i}-\overline{B_1}\right) & \sum_{j=1}^{k}\left(B_{2i}-\overline{B_2}\right)^2 & \dots & \sum_{j=1}^{k}\left(B_{2j}-\overline{B_2}\right)\left(B_{N_2 j}-\overline{B_{N_2}}\right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^{k}\left(B_{N_2 1}-\overline{B_{N_2}}\right)\left(B_{1j}-\overline{B_1}\right) & \sum_{j=1}^{k}\left(B_{N_2 j}-\overline{B_{N_2}}\right)\left(B_{2j}-\overline{B_2}\right) & \dots & \sum_{j=1}^{k}\left(B_{N_{2i}}-\overline{B_{N_2}}\right)^2 \end{Vmatrix}$$

С помощью этих матриц вычисляют выборочную матрицу

$$T = \frac{1}{N_1 + N_2 - 2}\left(S_A - S_B\right).$$

Обращение матрицы T позволяет вычислить коэффициенты дискриминантной функции, для этого необходимо найти её детерминант и убедиться, что он не равен нулю.

После обращения матрицы (получаем новую матрицу C) коэффициенты функции определяются по формуле

$$a_k = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k} C\left(X'^{A}_{j} - X'^{B}_{j} \right).$$

Введя в уравнение текущие значения *k*-го признака, получим дискриминантную функцию, вида

$$D = \sum_{j=1}^{k} a_k X_k \,.$$

Граничное же значение, при котором произойдет разделение на классы может быть получено с помощью функции

$$D_0 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{k} a_k \left(X'^{A}_{k} - X'^{B}_{k} \right).$$

Для прогнозирования различных геологических объектов необходимо выполнить сравнение полученных функций: если фактические значения дискриминантных функций больше граничного значения ($D > D_0$), этот объект относится к классу A, если, наоборот, $D < D_0$, то объект принадлежит классу B.

Вывод. Решение вышеперечисленных задач позволяет не только применять свои знания математики, гидромеханики и физики пласта, но и расширять их, формируя таким образом технико-математическое мышление и научное мировоззрение будущих горных инженеров. Использование в учебной деятельности программного пакета MathCAD даёт студентам возможность почувствовать опыт как совместной, так и индивидуальной практической работы и применить свои теоретические знания для создания математической модели геологического объекта. Наличие различных вариантов решения задач формирует у них более целостное видение и понимание дисциплин, касающихся работы нефтяного пласта.

Список литературы

1 *Санаева, Т. А.* Использование информационных технологий в преподавании математического моделирования / Т. А. Санаева. // Modern European Researches. – 2022. – № 1 (Т. 1). – С. 121–124.

2 *Невзорова, А. Б.* Накопление базовых знаний у студентов / А. Б. Невзорова, В. В. Невзоров // Непрерывная система образования «школа – университет». Инновации и перспективы : сб. ст. IV Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 100-летию БНТУ Минск, 29–30 октября 2020 г. – Минск : БНТУ, 2020. – С. 264–267.

3 *Кудрявцев, В. Б.* Тестовое распознавание / В. Б. Кудрявцев, А. Е. Андреев // Фундаментальная и прикладная математика. – 2009. – Т. 15, № 4. – С. 67–99.

УДК 378.147:51

СРЕДА MATHCAD КАК СРЕДСТВО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ИНЖЕНЕРОВ

Ю. А. ПШЕНИЧНОВ, Е. А. ЗАДОРОЖНЮК
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Mathcad – система компьютерной математики, предназначенная как для проведения численных расчетов, так и для выполнения аналитических преобразований с получением решений сложных задач в общем виде. По сути Mathcad является средой программирования, код в которой представляется в документе символами, обозначениями выражениями и формулами в виде, привычном для математических текстов.

Переменная величина в математике – это объект, который занимает некоторое множество значений (как правило, числовых) и может изменять своё значение в его пределах. К сожалению, это одно из основных математических понятий является сложным для понимания студентами, особенно теми, кто имеет пробелы в знании математики.

Код в среде Mathcad также оперирует переменными, но, как и в любой системе программирования, переменная определяется значительно проще, что способствует лучшему ее пониманию студентами. Переменная в Mathcad – это именованная область памяти, отведенная для временного хранения данных, которые могут изменяться при выполнении программы. В Mathcad под переменную отводится память объемом 64 байта. Можно предположить, что при изучении студентами начала курса математики полезно сочетать учебный материал традиционной математики с представлением его в среде Mathcad. При таком подходе будет достигнуто лучшее понимание студентами основных математических понятий, а следовательно, и более высокий уровень усвоения курса математики.

Уникальность среды Mathcad состоит в реализации в ней аналитических (символьных) преобразований, позволяющих представлять математические структуры с использованием математических величин в общем виде, т. е. без использования конкретных значений переменных. Такая возможность сближает математические понятия, структуры и объекты в среде Mathcad с традиционной математикой. При этом приобретение необходимых математических знаний студентами заметно упрощается. Опыт преподавания одним из авторов информатики на первом году получения образования студентами показал, что при изучении даже основ программирования студенты с трудом устанавливают связь переменных, функций, массивов (векторов, матриц) с аналогичными объектами традиционной математики, не говоря уже о слабых студентах. Они считают, что математика сама по себе и не имеет никакого отношения к программированию даже в такой понятной среде, как Mathcad.

Рассмотрим, как представлены в документе Mathcad матрицы. Квадратная матрица второго и третьего порядка состоит из четырех и девяти элементов:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}.$$

Посредством оператора аналитического преобразования → определители матрицы представляются в общем виде через его элементы:

$$\left|\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}\right| \to a_1 b_2 - a_2 b_1,$$

$$\left|\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}\right| \to a_1 b_2 c_3 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 + a_3 b_1 c_2 + a_2 b_3 c_1 - a_3 b_2 c_1 .$$

Транспонированная матрица получается заменой столбцов строками

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}^T \to \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}.$$

Дважды транспонированная матрица совпадает с исходной матрицей

$$\left[\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}^T\right]^T \to \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}.$$

Приведем определение простой операции сложения, например, из [1]. Суммой двух матриц $A_{m\times n} = (a_{ij})$ и $B_{m\times n} = (b_{ij})$ называется матрица $C_{m\times n} = (c_{ij})$ такая, что $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ ($i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}$). Записывают $C = A + B$.

Слабому студенту сложно разобраться в данных обозначениях, принятых в традиционных учебниках по математике. Для него значительно проще понять сложение матриц в документе Mathcad:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a_1 + c_1 & a_2 + c_2 & a_3 + c_3 \\ b_1 + d_1 & b_2 + d_2 & b_3 + d_3 \end{pmatrix}.$$

Mathcad может также выполнять функцию простого справочника по высшей математике. Так, набрав векторное произведение двух векторов-столбцов и применив оператор аналитического преобразования →, находим

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}.$$

Низкий уровень знаний многих студентов затрудняет использование традиционных учебников по высшей математике, на основе которых преподается фундаментальная математика в технических университетах.

При преподавании математики студентам, получающим образование по технической специальности, необходимо и полезно связывать базовые понятия математического анализа с решением простых инженерных задач. Иначе у студентов невольно будут возникать вопросы к самому к себе вроде: «Зачем мне забивают мозг пределами, производными и интегралами, если в дальнейшем я буду изучать конструкции машин и оборудования».

Приведем пример решения инженерной задачи об оптимальном отношении высоты h модели цилиндрического резервуара для жидкого топлива к ее диаметру d, при котором минимальна площадь S ее поверхности, а следовательно, и расход металла для изготовления резервуара. В документ Mathcad вводим формулу поверхности S, новую переменную x, формулу S с переменной x, формулу объема резервуара V и формулу V с переменной x:

$$S = \pi d h + \frac{1}{2}\pi d^2,\ x = \frac{h}{d},\ S = \pi d^2\left(x + \frac{1}{2}\right),\ V = \frac{1}{4}\pi d^2 h,\ V = \frac{1}{4}\pi d^3 x.$$

Вводим формулу диаметра d через x и функцию $S(x)$:

$$d = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi x}},\ S = \pi\sqrt[3]{\left(\frac{4V}{\pi x}\right)^2}\left(x + \frac{1}{2}\right),\ S(x) = \pi\sqrt[3]{\left(\frac{4V}{\pi x}\right)^2}\left(x + \frac{1}{2}\right).$$

Применим теорему математического анализа о минимальном значении функции $S(x)$ и найдем производную данной функции:

$$\frac{d}{dx}\left(\pi\sqrt[3]{\left(\frac{4V}{\pi x}\right)}\left(x + \frac{1}{2}\right)\right) \to \frac{2}{3x}\sqrt[3]{\frac{2\pi V^2}{x^2}}\left(x - 1\right).$$

Данная производная равна нулю при $x = 1$, значит, $x = 1$ – критическая точка. Так как при $x < 1$ производная $S'(x) < 0$, а при $x > 1$ производная $S'(x) > 0$, то $x = 1$ – точка минимума функции $S(x)$.

Итак, наименьшая площадь поверхности цилиндрического резервуара достигается при диаметре d, равном ее высоте h.

Одной из полезных при изучении математики возможностей среды *Mathcad* является развитый инструмент построения графиков. Изобразим зависимости $S(x)$ и ее производной от x (рисунок 1).

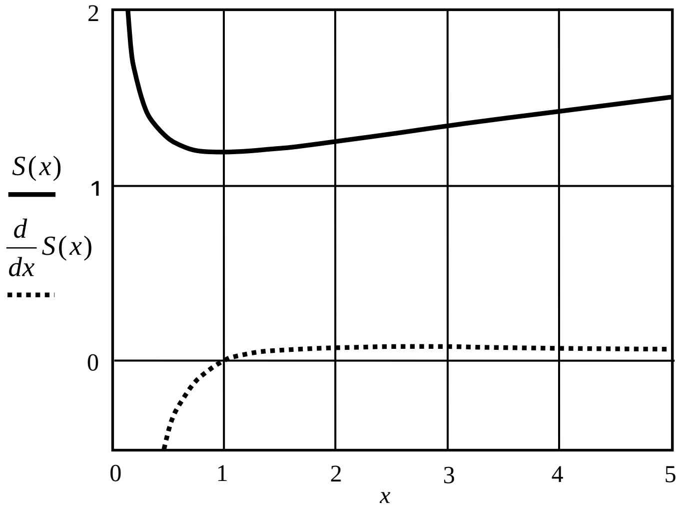


Рисунок 1 – Зависимость функции $S(x)$ и ее производной от x

Графики понятно иллюстрируют, что равенство нулю производной функции $S(x)$ и минимальное значение площади поверхности S достигается при $x = 1$.

Инженерные задачи по математике можно найти, например, в [2]. Простой и удобный интерфейс Mathcad позволяет привлекать студентов первого и второго курсов к учебно-исследовательской работе по математике, к подготовке докладов на студенческие научные конференции и конкурсы студенческих научных работ.

Среда Mathcad является связующим звеном между фундаментальной математикой, к которой тяготеют преподаватели математических кафедр, и прикладной математикой, используемой при решении инженерных задач.

Список литературы

1 *Письменный, Д. Т.* Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. – 9-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

2 *Бова, Т. И.* Прикладные задачи по математике для студентов инженерных специальностей : практикум / Минобрнаука России, ОмГТУ : сост.: Т. И. Бова, О. И. Кузьменко, И. И. Малахов. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2018. – 88 с.

УДК 378.146

РОЛЬ ЭКЗАМЕНА В СИСТЕМЕ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

Т. А. РОМАНЧУК
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск

Одной из важнейших составляющих учебного процесса является контроль знаний студентов, от правильной организации которого во многом зависит эффективность самого обучения.

Систематический контроль знаний студентов позволяет оценить используемые методики и способы объяснения материала, сравнить ожидаемые и полученные результаты обучения, увидеть пробелы в знаниях студентов.

Различают несколько видов контроля: текущий, рубежный (по окончании изучения некоторого модуля) и итоговый (в конце семестра, по окончании изучения соответствующего курса).

Данная статья посвящена экзамену (как основной форме итогового контроля знаний) с целью проанализировать его эффективность и объективность с точки зрения понимания преподавателем умений и навыков студентов, ведь часто знание студентом того или иного понятия или формулы совсем не говорит о понимании или умении применять его на практике.

В первую очередь отметим, что студент должен четко знать и понимать требования, предъявляемые к нему преподавателем, при этом форму проведения экзамена преподаватель может варьировать: это может быть письменный или устный экзамен по билетам, компьютерное тестирование, собеседование и др.

Что касается математики, то наиболее привычным (и преподавателям и студентам) является экзамен по билетам, чаще в комбинированном виде (устный ответ теории и письменное решение задач). Однако здесь возникает проблема: может ли преподаватель задавать дополнительные вопросы или нужно ограничиваться выслушиванием ответа студента по вопросу в экзаменационном билете? Иногда приходится слышать от студента «А у меня не было в билете такого вопроса!» При этом он не понимает, что задаваемый преподавателем вопрос должен помочь более правильно и объективно выставить оценку или избежать выставления неудовлетворительной оценки. Также приходится сталкиваться и с вопросом «А можно ли во время экзамена воспользоваться конспектом?» Как нам кажется – да, ведь цель экзамена – это проверить понимание студентом предмета, а не возможности его памяти. Студент должен хорошо ориентироваться в изучаемом материале, уметь выделять в нем главное, понимать суть понятий и теорем, уметь применять их на практике. Однако многим студентам устная форма ответа не подходит, так как они теряются при прямом вопросе преподавателя, а также не обладают достаточным словарным запасом и четким логическим мышлением, позволяющими давать развернутый последовательный ответ на теоретический вопрос. Выходом из этой ситуации может стать полностью письменный ответ студента, такой подход, с одной стороны, увеличивает экзаменационное время студента, позволяет ему в более спокойных условиях сосредоточиться и более грамотно сформулировать свои мысли, с другой – снижает психологическую нагрузку на него.

Письменная часть экзамена позволяет преподавателю более полно охватить всю программу дисциплины за счет большего числа задач, нежели теоретических вопросов. При этом при подборе письменных заданий нужно помнить, что они не должны требовать громоздких вычислений, а должны проверять непосредственное понимание студентом той или иной формулы и умение ее применять на практике. Здесь также может возникнуть вопрос: а как относиться к арифметическим ошибкам? Снижать ли за них оценку? Наверное, каждый преподаватель это решает для себя сам, но если такая ошибка не приводит к грубому искажению математической сути задачи, то можно ее и не учитывать.

Немаловажен тот факт, что письменный ответ студента позволяет обосновать (в случае возникновения спорной ситуации или, как считает студент, предвзятого к нему отношения) выставление той или иной оценки.

Недостаток устной формы приема экзамена – большие временные затраты, что при группе в тридцать человек может привести к очень продолжительному экзамену, так как студенты абсолютно не учитывают отведенное на одного учащегося время.

Еще одной формой проведения экзамена является компьютерное тестирование, несомненное достоинство которого – является скорость проверки, а вот недостатков достаточно много. Во-первых, нельзя исключать простое угадывание правильного ответа студентом (в этом случае неправильные ответы должны быть максимально правдоподобными и близкими к правильному); кроме того, нельзя проследить цепочку рассуждений студента при решении задачи, его умение правильно выбрать способ решения, также простейшая арифметическая ошибка (за которую можно и не снижать балл) приведет к полностью незачтенной задаче.

Первую проблему можно частично решить с помощью теста в открытой форме, но в этом случае ответ должен быть, как правило, числовой, что не всегда возможно сделать. Однако возможно стоит рассмотреть комбинирование тестирования с другой формой приема экзамена, например, устным опросом. К достоинствам тестирования можно отнести возможность охвата всего учебного материала, а также снижение психологической нагрузки на студента.

Выставление оценки, как нам кажется, – один из наиболее сложных моментов экзамена. И здесь очень важный вопрос: это оценка только за ответ на экзамене или она является результатом работы студента на протяжении семестра? Как правильно оценить студента, добросовестно отработавшего четыре месяца, но растерявшегося (или не подготовившегося) на экзамене, и студента, по сути, не работавшего в течение семестра, но очень хорошо подготовившегося к сдаче экзамена? Будет ли правильным, если они получат одинаковую оценку только как результат экзамена? Здесь важно и то, как сам студент воспринимает свою оценку: как цель или как результат? И тогда неизбежны ситуации, когда «работавший» студент просит дополнительные задания, так как ему обидно получить ту же оценку, что и «ленившийся» студент, подготовившийся один раз в семестре к экзамену. Если же студент видит, что экзаменационная оценка является результатом всей его работы, а не случайной лотереей (часто можно слышать от студента «мне просто не повезло с билетом»), то этот факт будет еще больше стимулировать и мотивировать его к регулярной систематической работе, что в свою очередь самым лучшим образом будет влиять на его познавательную, мыслительную деятельность. Тогда, может быть, есть смысл выставлять экзаменационную оценку по результатам контрольных работ в течение семестра и с учетом работы студента на занятиях? Часто студенты и сами просят оценку «автоматом», но это остается правом преподавателя, которое никак не регулируется нормативными документами, из-за чего возникает немало вопросов: так можно ли ставить «автоматы»? А какие оценки могут быть выставлены таким образом? А сколько «автоматов» может быть в одной учебной группе?

Понимая желание студента получить экзаменационную оценку «автоматом», считаем, что сама подготовка к экзамену весьма полезна с точки зрения систематизации учебного материала, когда он воспринимается и анализируется весь полностью, а не отдельными темами, что позволяет студенту увидеть и проследить логическую связь между разными разделами, учит умению выделять главное и опускать вспомогательные элементы теории. Также период сессии дисциплинирует студентов и учит их умению правильно распределять свое время (в течение семестра есть четкое расписание) и силы, ставить цели и достигать их.

В заключение отметим, что система образования находится в постоянном развитии и, возможно, подходы и требования к экзамену со временем также будут пересмотрены, появятся новые более совершенные формы контроля знаний студентов, которые будут ориентированы не только на воспроизведение того или иного определения или формулы, но и на их осознанное применение для решения как простейших учебных задач, так и профессиональных.

УДК 378.147.016[51+53]

О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОБЩЕГО КУРСА ФИЗИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

В. А. САВАСТЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Уровень подготовки специалистов инженерного профиля в последние 15–20 лет неуклонно снижается. Эта тенденция наблюдается не только в Беларуси, но и в других странах. При этом она характерна не только для стран на постсоветском пространстве. Можно с большой долей уверенности считать эту проблему глобальной.

В последние годы недостаточная подготовка в высших учебных заведениях студентов инженерно-технических специальностей приобретает критический характер. Во многом это связано с низким уровнем, а иногда и с полным отсутствием у студентов знаний по математике, необходимых при изучении, физики, общетехнических и специальных дисциплин. И речь идет не только о знаниях по высшей математике, но нередко и о тех элементарных математических знаниях, которые учащиеся должны получать в средней школе.

Недостаточная школьная подготовка создает очевидные сложности при изучении математических дисциплин в техническом вузе. Еще сложнее ситуация при изучении физики в техническом вузе. Физика является основой, фундаментом всех технических дисциплин. На словах это признается практически всеми. Но во многих случаях признается чисто формально. А этот фундамент – физика – должен быть действительно прочным. Строительство этого прочного фундамента невозможно без необходимого инструмента – математики.

Ни одна естественная наука не использует математику в большем объеме, чем физика. Для некоторых специальностей в нашем вузе изучение общего курса физики начинается в первом семестре первого курса.

На первой лекции по физике при рассмотрении основных кинематических величин студент должен дать определение и записать формулы для нахождения линейной мгновенной скорости и линейного мгновенного ускорения материальной точки, вывести формулы для нахождения пути, нормального и тангенциального ускорений. Линейная мгновенная скорость $\vec{v}$ материальной точки – это первая производная от радиус-вектора $\vec{r}$ этой точки по времени: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$. Линейное мгновенное ускорение $\vec{a}$ материальной точки – это первая производная от вектора линейной скорости $\vec{v}$ этой материальной точки по времени, или соответственно вторая производная от радиус-вектора $\vec{r}$ этой материальной точки по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

При выводе формул для нахождения тангенциального и нормального ускорений необходимо знать о том, что производная от суммы равна сумме производных.

Как студент первого курса в первом семестре обучения может понять, что такое линейная мгновенная скорость и линейное мгновенное ускорение, воспользоваться формулами для их нахождения, если термин «производная от вектора» он, скорее всего, слышит первый раз в жизни?

Вывод формулы для нахождения пути

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

предполагает, что студент знаком с интегральным исчислением. Но очевидно, что у первокурсника в первом семестре таких знаний нет и быть не может. В школьном курсе интегралов нет вообще, а в вузе изучение интегралов на занятиях по математике произойдет гораздо позже, чем это востребовано при преподавании общей физики.

Еще большие сложности возникают на следующих занятиях при рассмотрении вращательного движения. Линейная скорость $\vec{v}$ и угловая скорость $\vec{\omega}$ связаны соотношением; $\vec{v} = \left[\vec{\omega}\vec{r}\right]$. Для нахождения ускорения при вращательном движении нужно брать производную от векторного произведения. А у студентов этих математических знаний еще нет.

Приведенные выше примеры недостаточных знаний по высшей математике, которые препятствуют изучению курса физики, не исчерпывающие. Эти примеры можно приводить и приводить.

Несогласованность вузовских учебных программ и учебных планов по физике и математике является одной из причин, существенно снижающей качество образования.

Большую тревогу вызывает также низкий уровень знаний по элементарной математике у многих студентов. Экспоненциальные зависимости и, соответственно, натуральные логарифмы в физике используются очень часто. В школьном курсе эти вопросы не рассматриваются. В программе вузовского курса по высшей математике их тоже нет. А при изучении курса физики они необходимы. Подавляющее большинство студентов обозначение натурального логарифма ln читают не «логарифм натуральный», а «эл эн». Что означает «эл эн» пояснить не могут.

Нередки случаи, когда студенты не могут извлечь корень, решить линейное уравнение. Иногда не понимают, что в уравнении должен обязательно присутствовать знак равенства. Большие затруднения возникают при операциях со степенями.

Рассчитывать на то, что ситуация с низким уровнем математических знаний у абитуриентов в ближайшие годы улучшится, не приходится. Поэтому недостаточно констатировать низкий уровень знания математики у первокурсников. Необходимо найти способы повышения уровня знаний по элементарной математике, без которых бесполезно надеяться на то, что первокурсники смогут освоить высшую математику и вузовский курс физики. При этом очевидно, что без выделения дополнительных учебных часов физикам или математикам любые попытки «подтянуть» у первокурсников знания по элементарной математике до необходимого уровня обречены на неудачу.

Переход на четырехлетний срок обучения в технических вузах оказал очевидное разрушительное действие на уровень подготовки специалистов инженерно-технического профиля. Без отказа от действующей сегодня двухступенчатой болонской системы образования и возврата к классической одноступенчатой пятилетней системе никакие учебно-методические технологии не смогут остановить наблюдаемую в наших вузах деградацию высшего технического образования.

УДК 378.14:[51+811.111]

СВЯЗЬ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И АНГЛИЙСКОМУ ЯЗЫКУ ПРИ ПОДГОТОВКЕ IT-СПЕЦИАЛИСТА

Ю. А. ТЫТЮХА, О. А. КЛИМОВА
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск,
Республика Беларусь

История развития информационных технологий и процесса обучения им насчитывает десятилетия. Сильная школа математиков, инженеров, программистов была создана в Беларуси еще в советское время и в постсоветское время продолжает развиваться, сохраняя традиции и привлекая программистов как движущую силу для разработки и внедрения самых современных проектов и инноваций во все отрасли экономики нашей страны.

Продолжая традиции, в настоящее время в Беларуси почти четверть от общего числа студентов университетов получают образование на STEM-специальностях, которые называют направлением будущего (около 70 IT-специализаций). Не секрет, что в успешных IT-компаниях всего мира работает немало белорусов разных поколений.

Какие же учебные дисциплины необходимы будущим программистам для успешной карьеры в IT-сфере?

Прежде всего – это математика, которую изучают все студенты IT-специальностей. Эта учебная дисциплина поможет написать качественный код и алгоритм, быстро и логично решать задачи [1, с. 24].

Чтобы быть профессионалом в своей области будущему специалисту необходим английский язык. Это поможет ему общаться с зарубежными заказчиками, работать в международных компаниях, филиалы которых находятся в разных странах, а также просто для общения с коллегами. На этом языке, который является общепризнанным международным, составляется техническая документация, чтобы избежать проблем с переводом, необходимы знания хотя бы базового уровня [2].

С целью достижения большего прогресса в обучении студентов IT-специальностей мы предлагаем совместить обучение математическим дисциплинам и английскому языку. Рассмотрим фрагмент учебного занятия по теме «Частные производные высших порядков», при проведении которого мы решили соединить обучение этим двум учебным дисциплинам. Студентам предлагается теоретический материал на английском языке, а для его закрепления решаем задания с аргументацией действий на английском языке. Математическое содержание для практических заданий мы брали из учебного пособия [3, с. 255–257]:

Topic on the discussion: **“Partial derivatives of higher orders”**.

First of all, we are giving the definition of partial derivatives of the second order.

The partial derivatives of the second order of the function $z = f(x, y)$ are called partial derivatives from its partial derivatives of the first order (if the second differentiation is possible):

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right), \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right), \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right). \tag{4}$$

Similarly the partial derivatives of the third, fourth, higher order are defined in particular:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right),\ \frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right).$$

In a similar the derivatives of the higher order functions of three or more variables are determined.

The partial derivative of the second order and higher one, found from different variables, is called ***the mixed partial derivative***.

If mixed partial derivatives of the same order are continuous, then they do not depend on the differentiation sequence, for example:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y^2}=\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 z}{\partial y^2\partial x}.$$

In the connection with it, when finding mixed derivatives, it makes sense to choose the order of differentiation so that the calculation is the most rational.

After the explanation our students are going to start work out the evaluation.

Task 1. Evaluate the second order partial derivatives of the function:

$$1)\ z=x^3y^2;\qquad 2)\ u=\frac{\partial x^2+2y^2}{z^4}.$$

Solution. 1. Let's find the first order partial derivatives:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=3x^2y^2,\quad \frac{\partial z}{\partial y}=2x^3y.$$

Next, using the formulas (1)–(4), we differentiate each obtained derivative with respect to the variable x and the variable y:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(3x^2y^2\right)=6xy^2,\quad \frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=\frac{\partial}{\partial y}\left(3x^2y^2\right)=6x^2y,$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(2x^3y\right)=6x^2y,\quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(2x^3y\right)=2x^3.$$

2. We evaluate the partial derivatives of the first order:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{6x}{z^4},\quad \frac{\partial u}{\partial y}=\frac{6y^2}{z^4},\quad \frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{4(3x^2+2y^3)}{z^5}.$$

To find the partial derivatives of the second order, it's more convenient to turn to the writing not in the form of a ratio of functions, but as their product, that is:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=6xz^{-4},\quad \frac{\partial u}{\partial y}=6y^2z^{-4},\quad \frac{\partial u}{\partial z}=-4(3x^2+2y^3)z^{-5}.$$

We differentiate the first equality sequentially in x, in y and in z:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\left(6xz^{-4}\right)'_x=6z^{-4}=\frac{6}{z^4},\quad \frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}=\left(6xz^{-4}\right)'_y=0,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial x}=\left(6xz^{-4}\right)'_z=6x(z^{-4})'_z=6x(-4z^{-5})=-\frac{24x}{z^5}.$$

In a similar we differentiate obtained partial derivative $\frac{\partial u}{\partial y}$ sequentially in x, in y and in z:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\left(6y^2z^{-4}\right)'_x=0,\quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\left(6y^2z^{-4}\right)'_y=6z^{-4}\cdot 2y=\frac{12y}{z^4},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial \mathrm{y}}=\left(6y^2z^{-4}\right)'_z=6y^2(z^{-4})'_z=6y^2(-4z^{-5})=-\frac{24y^2}{z^5}.$$

The sequential differentiation of the derivative $\frac{\partial u}{\partial z}$ in x, in y and in z leads to the following partial derivatives of the second order:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=\left(-4\left(3x^2+2y^3\right)z^{-5}\right)'_x=-4\cdot 6x\cdot z^{-5}=-\frac{24x}{z^5},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \mathrm{y}\partial z}=\left(-4\left(3x^2+2y^3\right)z^{-5}\right)'_y=-4\cdot 6y^2\cdot z^{-5}=-\frac{24y^2}{z^5},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -4\left(3x^2 + 2y^3\right)\cdot\left(z^{-5}\right)'_z = -4\left(3x^2 + 2y^3\right)\cdot\left(-5z^{-6}\right) = \frac{20\left(3x^2 + 2y^3\right)}{z^6}.$$

После выполнения данных заданий и проверки результатов мы предлагаем правильный вариант и просим перевести его на русский язык, на котором изучаются математические дисциплины.

Программирование занимается вычислительными методами, моделированием физических процессов, и поэтому для специалистов по вычислительным методам и цифровой обработке данных отличное знание математики играет ключевую роль в их дальнейшей карьере, а в сочетании со знанием английского языка и умением общаться на нем на профессиональные темы повышает конкурентоспособность IT-специалиста на рынке труда.

Список литературы

1 *Конышева, А. В.* К вопросу соизучения языка и культуры на занятиях по иностранному языку в вузе / А. В. Конышева // Речевая компетентность студента в условиях языковой нестабильности в изменяющейся России : сб. науч. трудов по материалам конф., Армавир, 2–4 ноябрь 2009 г. / Армавирский гос. пед. ун-т, ред. кол. : Л. Г. Лисицкая [и др.]. – Армавир, 2009. – С. 22–27.

2 Как и где лучше учить английский программистам и другим [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://enguide.by › angliyskiy-dlya-it-specialistov. – Дата доступа : 27.02.2023.

3 Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / Л. И. Майсеня [и др.] ; под общ. ред. Л. И. Майсени. – Минск : Выш. шк., 2022. – 454 с.

Научно-практическое издание

Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля

Материалы V Международной
научно-практической конференции
(Гомель, 27 апреля 2023 г.)

Издается в авторской редакции

Технический редактор *В. Н. Кучерова*
Корректор *А. А. Павлюченкова*

Подписано в печать 12.04.2023 г. Формат 60×84 1/16
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 10,93. Уч.-изд. л. 11,35. Тираж 60 экз.
Зак № 740. Изд № 26.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский государственный университет транспорта.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий
№ 1/361 от 13.06.2014.
№ 2/104 от 01.04.2014.
№ 3/1583 от 14.11.2017.
Ул. Кирова, 34, 246653, Гомель.