Для замыкания начально-краевой задачи к (1), (5) добавляются соответствующие гиперболическому типу системы уравнений начальные условия.

В случае изотропного материала физические соотношения (2), (3) с использованием (4) существенно упрощаются и приобретают вид

$$T_{ij}/h = (\mu+\alpha)\nabla_i u_j + (\mu-\alpha)\nabla_j u_i - 2\alpha\pi_{ij}\omega + \lambda g_{ij}(\mathrm{div}\mathbf{u} + \psi_3);$$
$$M_{ij}/I = (\mu+\alpha)\nabla_i \psi_j + (\mu-\alpha)\nabla_j \psi_i - 2\alpha\pi_{ij}\varphi_3 + \lambda g_{ij}\mathrm{div}\boldsymbol{\psi};$$
$$T_{i3}/h = (\mu-\alpha)\psi_i + (\mu+\alpha)\nabla_i w - 2\alpha\pi_{ki}\omega^k, M_{i3}/I = (\mu+\alpha)\nabla_i\psi_3 - 2\alpha\pi_{ki}\varphi^k; \quad (6)$$
$$T_{3i}/h = (\mu+\alpha)\psi_i + (\mu-\alpha)\nabla_i w + 2\alpha\pi_{ki}\omega^k;$$
$$M_{3i}/I = (\mu-\alpha)\nabla_i\psi_3 + 2\alpha\pi_{ki}\varphi^k, N/h = \lambda\mathrm{div}\mathbf{u} + (\lambda+2\mu)\psi_3;$$
$$R_{ij}/h = (\gamma+\varepsilon)\nabla_i\omega_j + (\gamma-\varepsilon)\nabla_j\omega_i + \beta g_{ij}(\mathrm{div}\boldsymbol{\omega} + \varphi_3);$$
$$S_{ij}/I = (\gamma+\varepsilon)\nabla_i\varphi_j + (\gamma-\varepsilon)\nabla_j\varphi_i + \beta g_{ij}\mathrm{div}\boldsymbol{\varphi}, R_{i3}/h = (\gamma+\varepsilon)\nabla_i\omega + (\gamma-\varepsilon)\varphi_i, S_{i3}/I = (\gamma+\varepsilon)\nabla_i\varphi_3; \quad (7)$$
$$R_{3i}/h = g_{ik}R^{3k}/h = (\gamma-\varepsilon)\nabla_i\omega + (\gamma+\varepsilon)\varphi_i, N_\omega/h = \beta\mathrm{div}\boldsymbol{\omega} + (\beta+2\gamma)\varphi_3,$$

где λ, μ − упругие постоянные Ламе; α, β, γ, ε − дополнительные физические параметры среды при наличии моментных эффектов [2].

При этом уравнения движения с помощью (6), (7) преобразуются в две независимых системы уравнений в «перемещениях» (кинематических параметрах):

$$\rho\ddot{\mathbf{u}} = (\lambda+\mu-\alpha)\mathrm{graddiv}\mathbf{u} + (\mu+\alpha)\Delta\mathbf{u} - 2\alpha[\mathbf{n}, \mathrm{grad}\omega] + \mathbf{q}/h,$$
$$J\ddot{\omega} = (\gamma+\varepsilon)\Delta\omega + (\gamma-\varepsilon)\mathrm{div}\boldsymbol{\varphi} + 2\alpha(\mathrm{rot}_n\mathbf{u} - 2\omega) + \tilde{m}_M/h, \ r^2 = I/h, \quad (8)$$
$$J\ddot{\boldsymbol{\varphi}} = (\gamma+\varepsilon)\Delta\boldsymbol{\varphi} + (\beta+\gamma-\varepsilon)\mathrm{graddiv}\boldsymbol{\varphi} - \left[r^{-2}(\gamma+\varepsilon) + 4\alpha\right]\boldsymbol{\varphi} - r^{-2}(\gamma-\varepsilon)\mathrm{grad}\omega + \tilde{\mathbf{m}}_{2M}/I;$$
$$\rho\ddot{w} = (\mu-\alpha)\mathrm{div}\boldsymbol{\psi} + (\mu+\alpha)\Delta w + 2\alpha\mathrm{rot}_n\boldsymbol{\omega} + q/h,$$
$$\rho\ddot{\boldsymbol{\psi}} = (\lambda+\mu-\alpha)\mathrm{graddiv}\boldsymbol{\psi} + (\mu+\alpha)\Delta\boldsymbol{\psi} - r^{-2}\left\{(\mu+\alpha)\boldsymbol{\psi} + (\mu-\alpha)\mathrm{grad}w + 2\alpha[\mathbf{n}, \boldsymbol{\omega}]\right\} + \mathbf{m}/I, \quad (9)$$
$$J\ddot{\boldsymbol{\omega}} = (\gamma+\varepsilon)\Delta\boldsymbol{\omega} + (\beta+\gamma-\varepsilon)\mathrm{graddiv}\boldsymbol{\omega} - 4\alpha\boldsymbol{\omega} + 2\alpha[\mathbf{n}, \boldsymbol{\psi} - \mathrm{grad}w] + \tilde{\mathbf{m}}_M/h.$$

Первая из них описывает движение в срединной плоскости, а вторая – изгиб.

Отметим, что при $\alpha = 0$ (8) и (9) переходят в построенные в [3, 4] уравнения движения упругих пластин с учетом независимого поворота нормального волокна и его обжатия.

Список литературы

1 **Май, Куок Чиен**. Начально-краевые задачи для моментных упругих оболочек / Куок Чиен Май, Д. В. Тарлаковский // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVII Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова. Т. 1. – М. : ТРП, 2021. – С. 150–151.

2 **Новацкий, В.** Теория упругости / В. Новацкий. – М. : Мир, 1975. – 872 с.

3 **Михайлова, Е. Ю.** Обобщенная линейная модель динамики тонких упругих оболочек / Е. Ю. Михайлова, Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки. – 2018. – Т. 160, No. 3. – С. 561–577.

4 **Михайлова, Е. Ю.** Общая теория упругих оболочек : учеб. пособие / Е. Ю. Михайлова, Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков. – М. : Изд-во МАИ, 2018. – 112 с.

УДК 539.3: 624.131

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ В РЕЗОНАНСНОЙ ЗОНЕ

Е. Ю. ТРАЦЕВСКАЯ
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

При расчете устойчивости сооружений, передающих динамические нагрузки на основания, нужно учитывать, что свободные колебания системы «фундамент – грунт» при возмущающей нагрузке постоянной интенсивности могут изменяться в большом диапазоне частот в связи как с увеличением жесткости грунта при уплотнении, так и с возрастанием его сжимаемости при увеличении влажности. Чаще всего резонансное усиление разупрочнения для разных глинистых грунтов регистрируется в диапазоне 1522 Гц [1]. По нашим данным, для рассматриваемых грунтов частоты собственных колебаний образцов грунтов изменяются в интервале 28166 Гц. Учитывая то обстоятельство, что частотный спектр динамических техногенных нагрузок разного происхождения (рельсовый транспорт, строительная техника, колесный транспорт, технологическое оборудование) находится в диапазоне 2100 Гц, следует ожидать, что при эксплуатации различных инженерных сооружений резонансная область может достигаться неоднократно и обусловить возобновляющиеся осадки грунта.

Ранее проводились теоретические исследования физико-механических свойств дисперсных грунтов [1–6]. Экспериментальное определение характеристик устойчивости и пластичности различного вида грунтов отражено в публикациях [7–10].

Для прогноза возможности появления резонанса необходимо знать частоту собственных колебаний системы «фундамент – грунт». Наиболее просто ее определяют по резонансным кривым колебаний.

Нами в лабораторных условиях получены резонансные кривые. Явление резонанса моделировалось на границе «источник колебания – грунт» и по резонансным кривым были получены частоты собственных колебаний образцов грунтов.

В условиях резонанса отношение частот α/ω возмущающих и свободных колебаний стремится к 1, соответственно, амплитуда вынужденных колебаний A_p – к бесконечности. Но в силу наличия сопротивления среды амплитуда вынужденных колебаний A_p и соответственно динамический коэффициент вынужденных колебаний k_d имеют ограниченное значение. В рассматриваемых условиях постоянные параметры (амплитуда и частота) вынуждающих колебаний и первоначальная плотность сложения супеси коэффициент нарастания амплитуды k_d существенно зависит от влажности. Вне резонансной зоны он увеличивается от 0,5 до 1,8 при уменьшении влажности W – от 0,135 до 0,080. В зоне резонанса зависимость носит обратный характер – при изменении влажности в указанных пределах коэффициент k_d уменьшается от 8,1 до 4,0. Явление резонанса с увеличением влажности проявляется более четко, и резонансные пики смещаются в сторону уменьшения частот вынужденных колебаний. Полученные зависимости можно объяснить следующим образом. При ослаблении структурных связей за счет изменения влажности амплитуда вынужденных колебаний A_p растет, и соответственно увеличиваются значения коэффициента k_d.

В резонансной зоне динамический коэффициент k_d принимает свое максимальное значение и в этом случае можно рассчитать логарифмический декремент затухания D:

$$k_d = \frac{1}{2\pi D}\sqrt{4-\frac{D^2}{\pi^2}}\ .$$

По полученным данным декремент затухания D для супеси при увеличении влажности W от 0,080 до 0,135 уменьшился от 0,62 до 0,57, т. е при увеличении влажности показатели демпфирующих свойств образцов грунтов уменьшаются.

Выводы. 1. При приложении вибродинамической нагрузки грунт уплотняется, процесс уплотнения имеет затухающий характер. При этом изменение значений модулей общей и упругой деформаций носит также затухающий характер, модули общей деформации приближаются к значениям модулей упругости, а жесткость α и соответственно собственная частота образцов грунта ω увеличивается.

2 При прочих равных условиях при увеличении влажности от максимальной гигроскопической влажности $W_г$ до влажности нижнего предела пластичности $W_р$ увеличивается сжимаемость грунта; жесткость α, частоты собственных колебаний образцов ω, логарифмические декременты затухания D и коэффициенты нарастания амплитуды вне резонансной зоны уменьшаются. Явление резонанса с увеличением влажности проявляется более четко.

3 Свободные колебания системы «фундамент – грунт» при возмущающей нагрузке постоянной интенсивности могут изменяться в большом диапазоне частот в связи как с увеличением жесткости грунта α при уплотнении, так и возрастанием его сжимаемости (уменьшением жесткости α) при увеличении влажности W.

Следует отметить, что полученные механические характеристики грунтов использовались при расчетах композитных элементов конструкций, связанных с упругим основанием [11–14].

Список литературы

1 **Трацевская, Е. Ю.** Особенности тектоники территории г. Гомеля в связи с оценкой устойчивости геологической среды / Е. Ю. Трацевская, А. Н, Галкин, И. А. Красовская // Літасфера. – 2003. – № 1 (18). – С. 78–85.

2 **Трацевская, Е. Ю.** Закономерности развития суффозионно-просадочных явлений на территории Белоруссии / Е. Ю. Трацевская, А. Н, Галкин // Инженерная геология массивов лессовых пород : тр. Междунар. науч. конф. / под ред. В. Т. Трофимова, В. А. Королева (Москва, 25–26 мая 2004 г.). – М., 2004. – С. 108–109.

3 **Трацевская, Е. Ю.** Особенности формирования техногенного подтопления дисперсных грунтов / Е. Ю. Трацевская // Природные ресурсы. – 2008. – № 2. – С. 106–112.

4 **Трацевская, Е. Ю.** Современное динамическое состояние геологической среды г. Гомеля и его влияние на инженерно-геологические условия / Е. Ю. Трацевская, О. К. Абрамович // Литосфера. – 2008. – № 2 (29). – С. 129–137.

5 **Трацевская, Е. Ю.** Геологическая опасность развития подтопления грунтов и оценка экономических рисков при ее реализации / Е. Ю. Трацевская // Природные ресурсы. – 2009. – № 1. – С. 102–109.

6 **Трацевская, Е. Ю.** Влияние развития техногенного подтопления в дисперсных грунтах на надежность системы «основание – фундамент – здание» / Е. Ю. Трацевская // Экология урбанизированных территорий. – 2011. – № 2. – С. 71–76.

7 **Трацевская, Е. Ю.** Динамическая неустойчивость квазитиксотропных моренных грунтов / Е. Ю. Трацевская // Литосфера. – 2017. – № 1 (46). – С. 107–111.

8 **Трацевская, Е. Ю.** Характеристики пластичности супесчаных неводонасыщенных грунтов юго-востока Беларуси / Е. Ю. Трацевская // Литосфера. – 2018. – № 1 (48). – С. 12–17.

9 **Трацевская, Е. Ю.** Демпфирующие свойства слабосвязных трехфазных грунтов / Е. Ю. Трацевская // Литосфера. – 2019. – № 2(51). – С. 115–121.

10 **Трацевская, Е. Ю.** Экспериментальное исследование параметров автотранспортного вибродинамического воздействия на массивы грунтов / Е. Ю. Трацевская // Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. – 2020. – № 1 (40). – С. 58–61.

11 **Starovoitov, E. I.** Vibrations of Circular Composite Plates on an Elastic Foundation under the Action of Local Loads / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko // Mechanics of Composite Materials. – 2016. – Vol. 52, no. 5. – P. 665–672.

12 **Starovoitov, E. I.** Resonance vibrations of circular composite plates on an elastic foundation / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, D. V. Tarlakovsky // Mechanics of Composite Materials. – 2015. – Vol. 51, no. 5. – P. 561–570.

13 **Gorshkov, A. G.** Harmonic Vibrations of a Viscoelastoplastic Sandwich Cylindrical Shell / A. G. Gorshkov, É. I. Starovoitov, A.V. Yarovaya // International applied mechanics. – 2001. – Vol. 37, no. 9. – P. 1196–1203.

14 **Starovoitov, É. I.** Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A.V. Yarovaya // Strength of materials. – 2002. – Vol. 34, no. 5. – P. 474–481.

УДК 532.536; 536.21

СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛОМАССООБЕН ПРИ ЕГО ОБТЕКАНИИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫМ ДИССОЦИИРУЮЩИМ ПОТОКОМ ГАЗА

О. В. ТУШАВИНА
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Рассматривается тепломассоперенос в окрестности передней критической точки затупленного конуса при обтекании его высокоскоростным диссоциирующим потоком воздуха на основе приближенно-аналитического решения полных уравнений пограничного слоя в переменных Дородницына – Лиза. Определяются конвективные и диффузионные потоки теплоты, подводимые к поверхности затупления, а также температура поверхности из баланса конвективно-диффузионных, лучистых и тепловых потоков, отводимых теплопроводностью внутрь тепловой защиты летательного аппарата (ЛА).

Проектирование высокоскоростных летательных аппаратов (ЛА) предполагает, прежде всего, определение уровня тепловых потоков и температур в условиях аэрогазодинамического нагрева и выбора на основе этого теплостойких теплозащитных материалов, выдерживающих огромные динамические и тепловые нагрузки.