

## ЦИКЛИЧЕСКИЙ ИЗГИБ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

Э. И. СТАРОВОЙТОВ. А. В. ЯРОВАЯ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

А. АБДУСАТТАРОВ

Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

В монографиях [1–3] разработаны модели деформирования трехслойных элементов конструкций при квазистатических и динамических нагрузках. Свободные, вынужденные и резонансные колебания трехслойных пластин и оболочек, в том числе связанных с упругим основанием Винклера, исследовались в публикациях [4–9]. Нестационарное нагружение трехслойных цилиндрических оболочек изучалось в работах [10, 11]. Статьи [12–16] посвящены исследованию квазистатического деформирования трехслойных пластин и пологих оболочек. Перемещения в круговой трехслойной пластине под действием неосесимметричных нагрузок рассмотрены в работах [17, 18].

Здесь исследовано циклическое деформирование несимметричных по толщине упругопластических трехслойных пластин с жестким наполнителем в температурном поле. Кинематические допущения основаны на гипотезе «ломаной» нормали. Деформации малые. Перпендикулярно внешнему слою пластины действуют распределенная силовая нагрузка  $q'(r)$  и тепловой поток плотностью  $q_t$ . Через  $w(r)$  обозначен прогиб,  $\psi(r)$  – дополнительный угол поворота нормали в наполнителе. На торце предполагаем наличие жесткой диафрагмы. Температурное поле в стержне считаем известным [1]. В слоях пластины используются физические уравнения состояния теории малых упругопластических деформаций Ильюшина:

$$s_{ij}^{(k)} = 2G_k(T_k) f^{(k)}(\varepsilon_u^{(k)}, T_k) \varepsilon_{ij}^{(k)},$$

$$\sigma^{(k)} = 3K_k(T_k)(\varepsilon^{(k)} - \alpha_k T_k) \quad (k=1, 2; \quad i, j = x, y, z).$$

Нелинейная система дифференциальных уравнений равновесия выведена вариационным методом. Ее решение получено методом упругих решений Ильюшина [1]. С учетом ограниченности в центре пластины прогиб имеет следующий итерационный вид:

$$w^{(n)} = \frac{1}{b_3} \left[ b_2 \left( \frac{C_2^{(n)}}{\beta} I_0(\beta r) + \int \psi_r^{(n)} dr \right) + \int \left( \frac{a_3}{a_1} L_2^{-1}(p_\omega^{(n-1)}) + L_3^{-1}(q' - q_\omega^{(n-1)}) \right) dr + \frac{C_5^{(n)} r^2}{4} + C_4^{(n)} \right],$$

где  $n$  – номер приближения;  $\psi_r^{(n)}$  – частное решение; величины  $p_\omega^{(n-1)}$ ,  $h_\omega^{(n-1)}$ ,  $q_\omega^{(n-1)}$  – «дополнительные» внешние нагрузки, учитывающие физическую нелинейность материалов, на первом шаге полагаются равными нулю, а в дальнейшем вычисляются по результатам предыдущего приближения.

Пусть, начиная со времени  $t = t_1$ , воздействие температурного поля прекращается, а внешние силы изменяются так, что во всех точках пластически деформируемых областей тела происходит разгрузка и последующее знакопеременное нагружение силами  $q''(r)$ . Температура пластины  $T_1(z)$  остается постоянной и равной ее значению перед разгрузкой. Обозначим соответствующие напряжения, деформации и перемещения через  $\sigma_{ij}''$ ,  $\varepsilon_{ij}''$ ,  $u_i''$ . Для них физические уравнения состояния

$$s_{ij}'' = 2G \varepsilon_{ij}'' f''(\varepsilon_u'', \varepsilon_1', T_1, a_k''), \quad \sigma'' = 3K \varepsilon''.$$

Здесь  $f''(\varepsilon_u'', \varepsilon_1', T_1, a_k'')$  – функция пластичности при повторном знакопеременном нагружении.

Сложность краевой задачи для величин с двумя штрихами заключается в зависимости искомого решения от точки разгрузки  $(\varepsilon_1', \sigma_1')$ . Рассмотрим одну возможность уйти от этих трудностей. Для величин перед началом разгрузки используем обозначения с одним штрихом  $\sigma_{ij}'$ ,  $\varepsilon_{ij}'$ ,  $u_i'$ . Следуя Москвитину, введем следующие разности для момента времени  $t > t_1$ :

$$s_{ij}^* = s_{ij}' - s_{ij}'', \quad \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij}' - \varepsilon_{ij}''.$$

Для величин со звездочками примем уравнения состояния

$$s_{ij}^* = 2G \varepsilon_{ij}^* f^*(\varepsilon_u^*, \varepsilon_1', I_1, a_k^*), \quad \sigma^* = 3K \varepsilon^*.$$

где  $f^*(\varepsilon_u^*, \varepsilon_1', T_1, a_k^*)$  – новая универсальная функция, описывающая нелинейность диаграммы деформирования в осях  $\sigma^* \sim \varepsilon^*$ , причем согласно гипотезе Москвитина  $f^* = f'(\varepsilon_u^*, T_1, a_k^*)$ .

Сравнивая соотношения для пластины при нагружении из естественного состояния и для величин со звездочками, отмечаем, что они совпадают с точностью до обозначений. Поэтому решение задачи для величин со звездочками можно получить из приведенного решения путем некоторых замен. Например, если известно  $w' = w'(x, \varepsilon_u', \varepsilon_y', T, a_k')$ , то соответствующее перемещение со звездочкой будет  $w^* = w'(x, \varepsilon_u^*, \varepsilon_y^*, T_1, a_k^*)$ , а искомое перемещение  $w'' = w' - w^*$ . Численные результаты показывают существенное влияние физической нелинейности материалов и температуры на перемещения.

*Работа выполнена при финансовой поддержке БР ФФИ (проект № T22UZB-015).*

#### Список литературы

- 1 Горшков, А. Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005. – 576 с.
- 2 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский. – М. : МАИ, 2016. – 184 с.
- 3 Журавков, М. А. Математические модели механики твердого тела / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021. – 535 с.
- 4 Kuznetsova, E. L. Methods of diagnostic of pipe mechanical damage using functional analysis, neural networks and method of finite elements / E. L. Kuznetsova, G. V. Fedotenkov, E. I. Starovoitov // INCAS Bulletin. – Vol. 12, Spec. is. – 2020. – P. 79–90.
- 5 Starovoitov, É. I. Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // Strength of materials. – 2002. – Vol. 34, no. 5. – P. 474–481.
- 6 Gorshkov, A. G. Harmonic Vibrations of a Viscoelastoplastic Sandwich Cylindrical Shell / A. G. Gorshkov, É. I. Starovoitov, A. V. Yarovaya // International applied mechanics. – 2001. – Vol. 37, no. 9. – P. 1196–1203.
- 7 Горшков, А. Г. Колебания трехслойных стержней под действием локальных нагрузок различных форм / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Экологический вестник научных центров черноморского экономического сотрудничества. – 2004. – № 1. – С. 45–52.
- 8 Могилевич, Л. И. Гидроупругость виброопоры с трехслойной круглой упругой пластиной с несжимаемым наполнителем / Л. И. Могилевич, В. С. Попов, Э. И. Старовойтов // Наука и техника транспорта. – 2006. – № 2. – С. 56–63.
- 9 Fedotenkov, G. V. Identification of non-stationary load upon Timoshenko beam / G. V. Fedotenkov, D. V. Tarlakovsky, Y. A. Vahterova // Lobachevskii journal of mathematics. – 2019. – Vol. 40, № 4. – P. 439–447.
- 10 Вестяк, В. А. Распространение нестационарных объемных возмущений в упругой полуплоскости / В. А. Вестяк, А. С. Садков, Д. В. Тарлаковский // Изв. РАН. МТТ. – 2011. – Т. 46, № 2. – С. 130–140.
- 11 Старовойтов, Э. И. Термосиловое нагружение трехслойных пологих оболочек / Э. И. Старовойтов // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1989. – № 5. – С. 114–119.
- 12 Захарчук, Ю. В. Перемещения в круговой трехслойной пластине со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2017. – № 10. – С. 55–66.
- 13 Захарчук, Ю. В. Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – № 11. – С. 80–87.
- 14 Козел, А. Г. Деформирование круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2017. – № 32. – С. 235–240.
- 15 Козел, А. Г. Решение задачи об изгибе упругопластической круговой пластины на основании пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2019. – № 34. – С. 165–171.
- 16 Нестерович, А. В. Радиальное и тангенциальное неосесимметричное нагружение круговой трехслойной пластины / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – 2020. – № 13. – С. 116–121.
- 17 Нестерович, А. В. Неосесимметричное нагружение трехслойной круговой пластины в своей плоскости / А. В. Нестерович. – 2020. – № 35. – С. 246–252.
- 18 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no. 4. – P. 1023–1029.

УДК 666.762

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОКИСЛИТЕЛЬНОЙ СТОЙКОСТИ УККМ В СКОРОСТНОМ ПОТОКЕ ВОЗДУШНОЙ ПЛАЗМЫ

*И. В. СУКМАНОВ, В. А. ПОГОДИН, А. Н. АСТАПОВ, А. А. ДИДЕНКО, А. И. МАТУЛЯК  
Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

Исследование посвящено разработке сверхвысокотемпературного углерод-керамического композиционного материала (УККМ), перспективного для применения в теплонапряженных конструкциях скоростных маневрирующих летательных аппаратов и возвращаемых космических аппаратов [1–3].