

Формирование математической модели для оценки динамики временных рядов вагонопотоков, обрабатываемых на стыковых пунктах железных дорог, и прогнозирование изменения их значений невозможны без определения класса рядов. В ходе проведения статистической проверки гипотез о случайности временных рядов вагонопотоков, поступающих по пунктам стыкования дорог полигона, было определено, что данные временные ряды являются нестационарными и содержат стохастический тренд, который удаляется поэтапным дифференцированием временного ряда. Результаты исследования будут использованы для дальнейшего построения модели прогноза поступления вагонопотоков по пунктам стыкования железных дорог РФ.

#### Список литературы

1 Изменение работы тягового подвижного состава на участках железных дорог Восточного полигона / А. А. Власенский [и др.] // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2021. – № 2 (70). – С. 154–161. – DOI: 10.26731/1813-9108.2021.2(70).154-161.

2 Козловский, А. П. Влияние изменения технологии управления тяговыми ресурсами Восточного полигона на эксплуатационную работу / А. П. Козловский, Г. И. Суханов, А. В. Супруновский // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2019. – № 2 (62). – С. 234–241. – DOI: 10.26731/1813-9108.2019.2(62).234-241.

3 Моделирование крупнейшей в мире железнодорожной сортировочной станции с использованием теории массового обслуживания / М. Л. Жарков [и др.] // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. – 2021. – № 3 (51). – С. 4–14. – DOI: 10.20291/2079-0392-2021-3-4-14.

4 Супруновский, А. В. К вопросу о построении имитационных моделей перевозочных процессов в программной среде ANYLOGIC / А. В. Супруновский, Р. С. Большаков // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2022. – Т. 16, № 3. – С. 31–35. – DOI: 10.36724/2072-8735-2022-16-3-31-35.

УДК 539.3

### МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТРЁХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ СТУПЕНЧАТО-ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ ПРИ ВОСПРИЯТИИ МНОГОКРАТНО-ПОВТОРНОЙ НАГРУЗКИ

*М. В. МАРКОВА*

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Трёхслойный элемент конструкций обладает явными преимуществами над однослойным. Пакет из разнородных сопряжённых материалов позволяет достичь равной с однослойным элементом деформативности одновременно со значительным снижением общего веса конструкции. Кроме того, за счёт определённых физических характеристик материала, закладываемого в качестве связующего заполнителя, трёхслойный элемент дополнительно наделяется функционально требуемыми параметрами, такими как теплопроводность, звукопроницаемость, электропроводность и т. д.

На сегодняшний день исследованию работы трёхслойных пакетов под действующей внешней нагрузкой посвящена не одна тысяча публикаций, что обусловлено существованием различных подходов к моделированию деформирования таких элементов и методов расчёта поставленных задач. Метод улучшения работы трёхслойного элемента, основанный на локальном утолщении в наиболее напряжённых местах, предложен в работах [1–6]. Колебания гладких трёхслойных пластин на упругом основании исследованы в [7]. Здесь будет описана пластина со ступенчатым изменением толщины наружных облицовочных слоёв и постоянной толщиной срединного заполнителя.

Пластина имеет круглую форму и рассматривается в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$ . Толщина внешних слоёв задаётся с помощью кусочно-непрерывной функции Хевисайда [8]:  $h_1(r) = h_{1(I)} + (h_{1(II)} - h_{1(I)}) \cdot H_0(r - R_1)$ ;  $h_2(r) = h_{2(I)} + (h_{2(II)} - h_{2(I)}) \cdot H_0(r - R_1)$ , где I и II – нумерация участков различной толщины;  $R_1$  – радиус центрального участка I. Толщина срединного заполнителя –  $h_3 = 2c$ , где  $c$  – расстояние от зоны склейки слоёв до срединной плоскости заполнителя, к которой привязана система координат. К пластине приложена внешняя нагрузка  $q = q_{(I,II)}(r, t)$ . В результате чего пластина деформируется, в ней возникает прогиб  $w(r, t)$ , относительный сдвиг в заполнителе  $\psi(r, t)$  и радиальное перемещение координатной поверхности  $u(r, t)$ . Модель деформирования трёхслойного пакета принята в соответствии с гипотезой «ломаной линии»: для тонких внешних слоёв

приняты гипотезы Кирхгофа [9], для относительно толстого срединного заполнителя – гипотеза Тимошенко [10]. Заполнитель считается несжимаемым. Относительное проскальзывание между слоями отсутствует.

На основе вариационного принципа Гамильтона [11] в работе [12] была получена система дифференциальных уравнений движения рассматриваемой пластины:

$$\begin{aligned} \Delta \Delta w_{(I,II)} + D_{(I,II)} m_{(I,II)} \Delta \ddot{w}_{(I,II)} + D_{(I,II)} M_{(I,II)} \ddot{w}_{(I,II)} &= D_{(I,II)} q_{(I,II)}, \\ u_{(I,II)} &= b_{1(I,II)} w_{(I,II),r} + r C_{1(I,II)} + \frac{C_{2(I,II)}}{r} - \frac{m_{1(I,II)}}{r} \int r \ddot{w}_{(I,II)} dr, \\ \Psi_{(I,II)} &= b_{2(I,II)} w_{(I,II),r} + r C_{3(I,II)} + \frac{C_{4(I,II)}}{r} - \frac{m_{2(I,II)}}{r} \int r \ddot{w}_{(I,II)} dr, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $D_{(i)}$ ,  $m_{k(i)}$ ,  $M_{1(i)}$ ,  $b_{k(i)}$  – коэффициенты, зависящие от плотности, упругих свойств материалов и толщины слоёв на каждом  $i$ -м участке пластины с постоянной толщиной;  $C_{k(i)}$  – константы интегрирования, определяемые из граничных условий в точках  $r=0$ ,  $r=R_1$  и  $r=R_2$ .

Решение системы (1) было построено делением искомых перемещений на квазистатические ( $w_s$ ,  $u_s$ ,  $\Psi_s$ ) и динамические ( $w_d$ ,  $u_d$ ,  $\Psi_d$ ) составляющие [13]:

$$w_{(I,II)} = w_{s(I,II)} + w_{d(I,II)}, \quad u_{(I,II)} = u_{s(I,II)} + u_{d(I,II)}, \quad \Psi_{(I,II)} = \Psi_{s(I,II)} + \Psi_{d(I,II)}.$$

Внешняя многократно-повторная нагрузка, воспринимаемая пластиной, представляет собой ритмичную последовательность ударов равной интенсивности. Данную последовательность повторяющихся процессов можно представить в виде циклов, продолжительностью  $\tau$ , каждый из которых в свою очередь состоит из двух временных участков.

На первом временном участке к пластине приложена внешняя нагрузка  $q$ , действующая в течение времени  $t = \tau_q$ . Второй временной участок отсчитывается от момента снятия внешнего воздействия и представляет собой свободные колебания с начальными условиями, соответствующими вынужденным колебаниям предыдущего временного участка в момент времени  $t = \tau_q$ . С учётом представленного деления временной оси внешнего воздействия, общее решение для функции прогиба, возникающего в пластине, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} w(r, t) &= w_s(r, t) + w_{d(1)}^q(r, t) + \left( w_{d(1)}^0(r, [t - \tau_q]) - w_s(r, t) - w_{d(1)}^q(r, t) \right) \cdot H_0(t - \tau_q) + \\ &+ \sum_{m=0}^{N-1} \left[ \left( w_s(r, t) + w_{d(m+1)}^q(r, [t - m\tau]) + \left( w_{d(m+1)}^0(r, [t - m\tau - \tau_q]) - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - w_s(r, t) - w_{d(m+1)}^q(r, [t - m\tau]) \right) \cdot H_0(t - m\tau - \tau_q) \right] - \\ &- \left[ w_s(r, t) + w_{d(m)}^q(r, [t - (m-1)\tau]) + \left( w_{d(m)}^0(r, [t - (m-1)\tau - \tau_q]) - w_s(r, t) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - w_{d(m)}^q(r, [t - (m-1)\tau]) \right) \cdot H_0(t - (m-1)\tau - \tau_q) \right] \cdot H_0(t - m\tau), \end{aligned}$$

где  $m$  – количество циклов ударного воздействия.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № T22M-072).*

#### Список литературы

- 1 Деформирование ступенчатой композитной балки в температурном поле / Э. И. Старовойтов [и др.] // Инженерно-физический журнал. – 2015. – Т. 88, № 4. – С. 987–993.
- 2 **Nguyen, С. Н.** Enhanced static response of sandwich panels with honeycomb cores through the use of stepped facings / С. Н. Nguyen, К. Chandrashekhara, V. Birman // Journal of sandwich structures & materials. – 2011. – No. 2 (13). – P. 237–260.
- 3 **Lal, R.** On radially symmetric vibrations of circular sandwich plates of non-uniform thickness / R. Lal, R. Rani // International journal of mechanical sciences. – 2015. – No. 99. – P. 29–39.
- 4 **Lal, R.** On the radially symmetric vibrations of circular sandwich plates with polar orthotropic facings and isotropic core of quadratically varying thickness by harmonic differential quadrature method / R. Lal, R. Rani // Meccanica. – 2016. – No. 51. – P. 611–634.

- 5 **Rani, R.** Radially symmetric vibrations of exponentially tapered clamped circular sandwich plate using harmonic differential quadrature method / R. Rani, R. Lal // *Mathematical analysis and its applications*. – 2015. – No. 143. – P. 633–643.
- 6 **Lal, R.** On the use of differential quadrature method in the study of free axisymmetric vibrations of circular sandwich plates of linearly varying thickness / R. Lal, R. Rani // *Journal of vibration and control*. – 2016. – No. 7 (22). – P. 1729–1748.
- 7 **Леоненко, Д. В.** Колебания круговых трехслойных пластин на упругом основании Пастернака / Д. В. Леоненко // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. – 2014. – № 1. – С. 59–63.
- 8 **Зорич, В. А.** Математический анализ. Ч. I / В. А. Зорич. – 6-е изд. доп. – М.: МЦНМО, 2012. – 710 с.
- 9 **Vauchau, O.** Kirchhoff plate theory / O. Vauchau, J. Craig // *Structural analysis*. – 2009. – No. 163. – P. 819–914.
- 10 **Timoshenko, S.** On the correction for shear the differential equation for transverse vibrations of the prismatic bars / S. Timoshenko // *Philosophical magazine and journal of science*. – 1921. – No. 41 (245). – P. 744–746.
- 11 **Новацкий, В.** Теория упругости / В. Новацкий. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
- 12 **Маркова, М. В.** Вынужденные колебания круговой трёхслойной пластины ступенчато-переменной толщины / М. В. Маркова // *Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. Естественные науки*. – 2022. – № 3 (132). – С. 121–127.
- 13 **Тонг, К. Н.** Теория механических колебаний / К. Н. Тонг. – М.: Машгиз, 1963. – 351 с.

УДК 621.793

## РЕАКЦИОННЫЙ СИНТЕЗ ЖАРОСТОЙКИХ ПОКРЫТИЙ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОТ ОКИСЛЕНИЯ ЖАРОПРОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ УГЛЕРОДА

*А. И. МАТУЛЯК, А. Н. АСТАПОВ, И. В. СУКМАНОВ, А. Н. ТАРАСОВА, В. С. ТЕРЕНТЬЕВА  
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

Исследование посвящено разработке тонкослойных покрытий [1–3], предназначенных для защиты от высокотемпературного окисления жаропрочных углерод-керамических композиционных материалов (УККМ), перспективных для применения в теплонапряженных конструкциях скоростных маневрирующих летательных аппаратов и возвращаемых космических аппаратов.

Приведены результаты исследований в области реакционного синтеза покрытий на основе  $\text{MoSi}_2$  на поверхности УККМ класса  $\text{C}_f/\text{C}-\text{SiC}$  из порошковых композиций в системах  $\text{Mo}-\text{Si}$  (состав 1) и  $\text{Mo}-\text{Si}-\text{HfB}_2$  (состав 2) при  $1500\text{ }^\circ\text{C}$  и давлении разрежения 8–9 МПа. Методами рентгеновского фазового анализа (РФА), сканирующей электронной микроскопии (СЭМ) и энергодисперсионной спектроскопии (ЭДС) в структуре синтезированных слоев достоверно установлены фазы [1]:  $\text{MoSi}_2$  и  $\text{Mo}_{4,8}\text{Si}_3\text{C}_{0,6}$  (состав 1);  $\text{MoSi}_2$ ,  $\text{HfB}_2$ ,  $\text{MoB}$  и  $\text{HfC}$  (состав 2). Предложены механизмы реакционного взаимодействия в исследуемых системах с учетом образования углерода в результате пиролиза связующего в шликерных слоях и диффузии из подложки [2, 3]. Фаза  $\text{MoSi}_2$  образуется в результате диффузионного насыщения молибдена кремнием, в том числе по механизму реакционной диффузии через промежуточные силициды  $\text{Mo}_3\text{Si}$  и  $\text{Mo}_5\text{Si}_3$ . Синтез фазы Новотного  $\text{Mo}_{4,8}\text{Si}_3\text{C}_{0,6}$  включает науглероживание силицида  $\text{Mo}_5\text{Si}_3$  до предела насыщения, а далее его разложение на термодинамически стабильные фазы  $\text{Mo}_{4,8}\text{Si}_3\text{C}_{0,6}$  и  $\text{Mo}_2\text{C}$ . Установлено, что в присутствии  $\text{HfB}_2$  в реакционной системе  $\text{Mo}-\text{Si}-\text{C}$  не происходит образование фазы Новотного, а имеет место синтез фаз  $\text{MoB}$  и  $\text{HfC}$ . Показано, что это возможно в условиях одновременного испарения кремния и науглероживания реакционной массы. При этом состав продуктов синтеза обусловлен реализацией наибольшей разницы в электроотрицательности между гафнием и углеродом, с одной стороны, молибденом и бором – с другой, что определяет максимальное снижение внутренней энергии системы. Выводы подтверждены термодинамическими расчетами.

Приведены результаты исследований в области реакционного синтеза покрытий на основе  $\text{MoSi}_2$  на поверхности УККМ класса  $\text{C}_f/\text{C}-\text{SiC}$  из порошковой композиции в системе  $\text{Mo}-\text{HfSi}_2-\text{SiB}_4$  при  $1620\text{ }^\circ\text{C}$  и остаточном давлении  $\text{Ag} \sim 1\text{ Па}$ . Методами РФА, СЭМ и ЭДС в структуре синтезированного слоя достоверно установлены фазы:  $\text{MoSi}_2$ ,  $\text{MoB}$ ,  $\text{HfB}_2$  и  $\text{HfB}$ . Механизм взаимодействия предположительно включает разложение  $\text{SiB}_4$  на  $\text{SiB}_6$  и  $\text{Si}$ , диффузионное насыщение молибдена кремнием в условиях его частичного испарения, плавление  $\text{HfSi}_2$  с образованием расплава ( $3\text{Si} + \text{Hf}$ ) и фазы  $\text{HfSi}$ , растворение  $\text{SiB}_6$  и  $\text{HfSi}$  в расплаве с одновременным химическим взаимодействием между  $\text{Hf}$  и  $\text{B}$ , с одной стороны, и  $\text{Mo}$  и  $\text{B}$  – с другой.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-01476, <https://rscf.ru/project/22-29-01476/>.*