

$$F_2 = (3 - 4\nu_1) \cosh(2w) + 4\nu_1(2\nu_1 - 3) + 2w^2 + 5,$$

разложим её в степенной ряд $f_2(w) \approx a_0 + a_1\beta + a_2\beta^2 + a_3\beta^3 + a_4\beta^4 + a_5\beta^5 + \dots$, сходящийся при $\beta < 1$ (для заданной точности ограничимся несколькими членами ряда),

$$\text{где } a_0 = C_2(w) / F_2(w); a_1 = [B_2(w) - C_2(w)E_2(w) / F_2(w)] / F_2(w);$$

$$a_2 = [A_2(w) - C_2(w)D_2(w) / F_2(w) + (-B_2(w)F_2(w) + C_2(w)E_2(w))E_2(w) / F_2(w)^2] / F_2(w);$$

$$a_3 = \left[\begin{aligned} & \left(\begin{aligned} & -B_2(w)F_2(w) + \\ & + C_2(w)E_2(w) \end{aligned} \right) D_2(w) / F_2(w)^2 - \left(\begin{aligned} & A_2(w)F_2(w)^2 - C_2(w)D_2(w)F_2(w) - \\ & - E_2(w)B_2(w)F_2(w) + C_2(w)E_2(w)^2 \end{aligned} \right) E_2(w) / F_2(w)^3 \end{aligned} \right] / F_2(w);$$

$$a_4 = \left[\begin{aligned} & - \left(A_2(w)F_2(w)^2 - C_2(w)D_2(w)F_2(w) - E_2(w)B_2(w)F_2(w) + C_2(w)E_2(w)^2 \right) D_2(w) / F_2(w)^3 + \\ & + \left(\begin{aligned} & D_2(w)F_2(w)^2 B_2(w) - 2D_2(w)F_2(w)C_2(w)E_2(w) + E_2(w)A_2(w)F_2(w)^2 - \\ & - E_2(w)^2 B_2(w)F_2(w) + C_2(w)E_2(w)^3 \end{aligned} \right) E(w) / F_2(w)^4 \end{aligned} \right] / F_2(w);$$

$$a_5 = \left[\begin{aligned} & \left(\begin{aligned} & D_2(w)F_2(w)^2 B_2(w) - 2C_2(w)D_2(w)F_2(w)E_2(w) + E_2(w)A_2(w)F_2(w)^2 - \\ & - B_2(w)E_2(w)^2 F_2(w) + C_2(w)E_2(w)^3 \end{aligned} \right) D_2(w) / F_2(w)^4 + \\ & + \left(\begin{aligned} & -D_2(w)F_2(w)^3 A_2(w) + D_2(w)^2 F_2(w)^2 C_2(w) + 2D_2(w)F_2(w)^2 E_2(w)B_2(w) - \\ & - 3E_2(w)^2 D_2(w)F_2(w)C_2(w) + A_2(w)E_2(w)^2 F_2(w)^2 - \\ & - E_2(w)^3 F_2(w)B_2(w) + C_2(w)E_2(w)^4 \end{aligned} \right) E(w) / F_2(w)^5 \end{aligned} \right] / F_2(w).$$

Вследствие произведенных вычислений и оценки полученных результатов асимптотические зависимости можно использовать для оценки применимости данной методики с точностью 5 % для $\beta \leq 0,5$.

Список литературы

- 1 **Можаровский, В. В.** Прикладная механика слоистых тел из композитов / В. В. Можаровский, В. Е. Старжинский. – Минск : Наука и техника, 1988. – 280 с.
- 2 **Han, S. M.** Determining hardness of thin films in elastically mismatched film-on-substrate systems using nanoindentation / S. M. Han, R. Saha, W. D. Nix // Acta Materialia. – 2006. – No. 54. – P. 1571–1581.
- 3 **Можаровский, В. В.** Реализация расчета индентирования покрытий на упругом основании / В. В. Можаровский, Д. С. Кузьменков, М. В. Кулагина // Актуальные вопросы и перспективы развития транспортного и строительного комплексов : IV Междунар. науч.-практ. конф., посвященная 65-летию БИИЖТа–БелГУТа. Ч. 2. ; под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2018. – С. 174–175.
- 4 **Джонсон, К.** Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
- 5 **Mozharovsky, V. V.** Calculation of the contact interaction of gear teeth from composite materials / V. V. Mozharovsky, D. S. Kuzmenkov, S. V. Kirhintsava // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. – February 2022. – Vol. 9, is. 2. – P. 18921–18928.

УДК 539.3

ТЕРМОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ ТРЕХСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ ПЛАСТИНЫ НА ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ОСНОВАНИИ

А. Г. КОЗЕЛ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В транспортном машиностроении и строительстве получили распространение трехслойные конструкции. Квазистатическое и динамическое нагружение трехслойных элементов конструкций исследовалось в монографиях [1, 2]. Вопросу расчета напряженно-деформированного состояния упругих круговых трехслойных пластин, связанных с упругим основанием, посвящены статьи [3, 4], в том числе и с учетом температуры. Постановка задачи и ее решение о физически нелинейном изгибе подобных пластин выполнены в работах [5, 6].

Здесь рассмотрен упругопластический изгиб подобной пластины при термосиловом воздействии. Для внешних несущих слоев приняты гипотезы Кирхгофа, для толстого заполнителя – мо-

дель Тимошенко. На внешнюю поверхность первого несущего слоя пластины действует поперечная осесимметричная нагрузка, которая не зависит от координаты φ : $q = q(r)$. Связь реакции основания q_R и прогиба $w(r)$ принимается согласно модели Пастернака:

$$q_R(r) = -\kappa_0 w(r) + t_f \Delta w(r),$$

где κ_0 , t_f – коэффициенты сжатия и сдвига основания; Δ – оператор Лапласа.

За искомые величины принимаются: прогиб пластины $w(r)$, относительный сдвиг в заполнителе $\psi(r)$, радиальное перемещение координатной плоскости $u(r)$.

Система уравнений равновесия в перемещениях выводится из вариационного принципа Лагранжа. Согласно методу упругих решений, перепишем ее в итерационном виде:

$$\begin{aligned} L_2(a_1 u^{(n)} + a_2 \psi^{(n)} - a_3 w_{,r}^{(n)}) &= p_{\omega}^{(n-1)}, \\ L_2(a_2 u^{(n)} + a_4 \psi^{(n)} - a_5 w_{,r}^{(n)}) &= h_{\omega}^{(n-1)}, \\ L_3(a_3 u^{(n)} + a_5 \psi^{(n)} - a_6 w_{,r}^{(n)}) - \kappa_0 w^{(n)} + t_f \Delta w^{(n)} &= -q + q_{\omega}^{(n-1)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где a_i – коэффициенты, учитывающие термомеханические и геометрические характеристики слоев; $p_{\omega}^{(n-1)}$, $h_{\omega}^{(n-1)}$, $q_{\omega}^{(n-1)}$ – дополнительные «внешние» нагрузки, которые на первом шаге полагаются равными нулю, а в дальнейшем вычисляются по результатам предыдущего приближения; n – номер приближения.

Разработан приближенный метод решения системы уравнений (1), основанный на методе упругих решений Ильющина. Получено рекуррентное решение задачи об термоупругопластическом изгибе круговой трехслойной пластины, связанной с основанием Пастернака. Выполнен численный параметрический анализ.

Работа выполнена при финансовой поддержке БР ФФИ (проект № T22M-072).

Список литературы

- 1 Горшков, А. Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005. – 576 с.
- 2 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н Рабинский. – М. : Изд-во МАИ, 2016. – 184 с.
- 3 Козел, А. Г. Сравнение решений задач изгиба трехслойных пластин на основаниях Винклера и Пастернака / А. Г. Козел // Механика машин, механизмов и материалов. – 2021. – № 1 (54). – С. 30–37.
- 4 Козел, А. Г. Термоупругий изгиб круговой трехслойной пластины, связанной с основанием Пастернака / А. Г. Козел // Проблемы физики, математики и техники. – 2022. – № 2 (51). – С. 31–37.
- 5 Козел, А. Г. Деформирование физически нелинейной трехслойной пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Механика. Исследования и инновации: междунар. сб. науч. тр. – Гомель : БелГУТ, 2019. – Вып. 12. – С. 105–112.
- 6 Козел, А. Г. Нелинейный изгиб сэндвич-пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.-техн. сб. – Минск : БНТУ, 2020. – Вып. 35. – С. 106–113.

УДК 539.374

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ СВОЙСТВ ПОЛЗУЧЕСТИ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД В ОКРЕСТНОСТИ ПОДЗЕМНОГО СООРУЖЕНИЯ

Е. Я. КОЗЛОВСКИЙ, М. А. ЖУРАВКОВ

Белорусский государственный университет, г. Минск

Массивам соляных пород, вмещающим подземные сооружения, свойственны деформации, которые нарастают в очень длительном интервале времени и могут иметь нестационарные стадии. При анализе данных мониторинга за выработками на глубине 1100–1200 м авторами отмечено асимметричное деформирование контура. Так, смещения противоположных стенок могли различаться более чем в 2 раза. Однако анализ исходных данных указывал на однородность без каких-либо предпосылок к такой разнице смещений.

По данным мониторинга определялись параметры модели ползучести путем решения обратных задач. Согласно принятому подходу полные относительные деформации ϵ состоят из независимых от времени упругих ϵ^{el} и пластических ϵ^{pl} деформаций, а также развивающихся во времени деформаций ползучести ϵ^{cr} . Для описания независимого от времени пластического поведения соляных