Решение задачи (1), (2) ищется в интегральной форме ($i=1,2$)

$$\begin{Bmatrix} \chi_i(x_1,x_2,\tau) \\ w(x_1,x_2,\tau) \\ H_q(x_1,x_2,\tau) \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{N+1} \int_0^\tau \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \begin{Bmatrix} G_{ik}(x_1,x_2,\xi,\zeta,\tau-t) \\ G_{3k}(x_1,x_2,\xi,\zeta,\tau-t) \\ G_{q+3,k}(x_1,x_2,\xi,\zeta,\tau-t) \end{Bmatrix} F_k(\xi,\zeta,t)\, d\xi d\zeta dt. \tag{3}$$

Здесь $F_k(x_1,x_2,\tau)$ – функции, задающие поверхностные возмущения. В соответствии с уравнениями (1) они определяются следующим образом:

$$F_1(x_1,x_2,\tau) = -\frac{12}{h^3} m_1(x_1,x_2,\tau), \quad F_2(x_1,x_2,\tau) = -\frac{12}{h^3} m_2(x_1,x_2,\tau),$$

$$F_3(x_1,x_2,\tau) = \frac{1}{h} q(x_1,x_2,\tau), \quad F_{q+3}(x_1,x_2,\tau) = \frac{12}{h^3} z_q(x_1,x_2,\tau).$$

G_{ik} – функции Грина задачи (1), (2), для нахождения которых используются преобразование Лапласа по времени и разложения в двойные тригонометрические ряды Фурье (индекс L – трансформант Лапласа; s – параметр преобразования Лапласа)

$$G_{1kl}^L(x_1,x_2,\xi,\zeta,\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} G_{1klnm}^L(\xi,\zeta,s) \cos\lambda_n x_1 \sin\mu_m x_2,$$

$$G_{2kl}^L(x_1,x_2,\xi,\zeta,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} G_{2klnm}^L(\xi,\zeta,s) \sin\lambda_n x_1 \cos\mu_m x_2,$$

$$G_{pkl}^L(x_1,x_2,\xi,\zeta,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} G_{pklnm}^L(\xi,\zeta,s) \sin\lambda_n x_1 \sin\mu_m x_2, \quad p \ge 3.$$

Оригиналы по Лапласу находятся аналитически с помощью вычетов и таблиц операционного исчисления [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №20-08-00589 А).

Список литературы

1 **Zemskov, A.** Modeling an unsteady elastic diffusion processes in a Timoshenko plate / A. Zemskov, D. Tarlakovskii, N. Grigorevskiy // Coupled Problems in Science and Engineering (COUPLED PROBLEMS 2021) : 9th edition of the International Conference on Computational Methods. – https://www.scipedia.com/public/Zemskov_et_al_2021a.

2 **Диткин, В. А.** Справочник по операционному исчислению / В. А. Диткин, А. П. Прудников. – М. : Высш. шк., 1965. – 568 с.

УДК 539.3

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ КОНТАКТ ВЫПУКЛОГО УДАРНИКА И УПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Ю. С. КАЗАКОВ
ПАО «Корпорация "Иркут"», г. Москва, Российская Федерация

Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ
Московский авиационный институт (НИУ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Рассматривается контакт движущегося вдоль оси Oz под действием силы P симметричного выпуклого абсолютно твердого ударника и упругой полуплоскости $z \ge 0$ при отсутствии массовых сил в прямоугольной декартовой системе координат Oxz. Задача полагается плоской, т. е. все искомые функции зависят только от координат x, z и времени τ. Замкнутая система уравнений представлена уравнениями движения полуплоскости в потенциалах перемещений, соотношениями Коши для деформаций, законом Гука для среды и уравнением поступательного движения ударника. Начальные условия полагаются однородными. На свободной поверхности полагается отсутствие напряжений. В области контакта полагаются следующие граничные условия:

$$u_3\big|_{z=0} = u_{3b}\left(x,\tau\right), \quad \sigma_{13}\big|_{z=0} = -\kappa\sigma_{33}\big|_{z=0}, \quad |x| \le b(\tau),$$

где u_{3b} – перемещение границы ударника вдоль оси Oz, κ – коэффициент трения; b – ширина области контакта. В качестве первого приближения полагается постоянное направление касательных наряжений. В общем случае направление касательных напряжений зависит от направления относительной скорости контактирующих поверхностей.

Разрешающие функциональные уравнения представлены в виде сверток с функцией влияния, которая является решением исходной задачи для полупространства со специальным граничным условием

$$\sigma_{33}\big|_{z=0} = \delta\left(x,\tau\right), \quad \sigma_{13}\big|_{z=0} = \kappa\sigma_{33}\big|_{z=0} \left(x \in \mathbb{R}\right),$$

где δ – дельта-функция Дирака [2]. Ее решение находится в пространстве преобразований Лапласа по времени и Фурье по пространственной координате. В силу однородности степени $\left(-1\right)$ полученной функции, для построения оригинала применяется метод совместного обращения преобразований Фурье – Лапласа [2]. Показано, что при $\kappa = 0$ функция влияния совпадает с полученным в [1] результатом, а полученную функцию можно представить в виде

$$G_0 = G_{330} - \kappa G_{310},$$

где G_{330} – оригинал решения начально-краевой задачи с граничными условиями

$$\sigma_{33}\big|_{z=0} = \delta\left(x\right)\delta\left(\tau\right), \quad \sigma_{13}\big|_{z=0} = 0;$$

G_{310} – оригинал решения начально-краевой задачи с граничными условиями

$$\sigma_{33}\big|_{z=0} = 0, \quad \sigma_{13}\big|_{z=0} = \delta\left(x\right)\delta\left(\tau\right).$$

Для определения напряжений используется представленный в [1] численный алгоритм. Учитывая вид функции G_{310}, показано, что данный алгоритм для задачи с учетом трения в первом приближении соответствует задаче без учета трения с точностью до величины коэффициентов квадратурных формул $a_{nm}^{(r)}$, соответствующих регулярному слагаемому

$$G_r\left(x,\tau\right) = G_{330r}\left(x,\tau\right) + \kappa G_{310}\left(x,\tau\right).$$

Приведен пример численного расчета.

Список литературы

1 **Горшков, А. Г.** Динамические контактные задачи с подвижными границами / А. Г. Горшков, Д. В. Тарлаковский. – М. : Наука. Физматлит, 1995. – 352 с.

2 Волны в сплошных средах : учеб. пособие для вузов / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : Физматлит, 2004. – 472 с.

УДК 681.5.017

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНОЙ ПРОГРАММЫ MATLAB ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ДИАГНОСТИКИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

А. Г. КАПУСТИН, А. В. МАХОВ
Белорусская государственная академия авиации, г. Минск

Обеспечение безопасности движения на разных видах транспорта в настоящее время является одним из приоритетных требований, которое предъявляется к техническим транспортным системам. В совокупности комплекса мероприятий по обеспечению безопасности транспортных систем отдельное внимание отводится технической надежности систем с целью предотвращения катастрофических последствий. Одним из направлений обеспечения технической надежности считается техническая диагностика.