УДК: 539.31

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОПОР ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ТИМОШЕНКО ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ НАГРУЗКИ

С. А. БОРШЕВЕЦКИЙ
Московский авиационный институт (НИУ); ПАО «Корпорация "Иркут"», г. Москва, Российская Федерация

Н. А. ЛОКТЕВА
Московский авиационный институт (НИУ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Современные конструкции машиностроения, в том числе космические и летательные аппараты, используют тонкие панели, обшивки и другие крупногабаритные пластины и оболочки. Несомненным преимуществом такой конструкции является ее легкость, а также она выполняет аэродинамическую функцию, улучшая летные характеристики. Однако за счет своей тонкостенности подобные конструкции подвержены потерям устойчивости [1]. Для увеличения жесткости конструкции используются дополнительные опоры. Так, по всей длине крыла самолета расположены лонжероны и нервюры, увеличивающие жесткость обшивки, а по фюзеляжу – шпангоуты. Проблема расположения дополнительных опор для выполнения требуемого условия жесткости конструкции является актуальной при разработке новых конструкций.

В статье предлагается методика определения расположения дополнительных опор для прямоугольной пластины при воздействии сосредоточенной нагрузки. Достоинством предлагаемой методики является сохранение аналитического вида, что позволяет подставлять различные физические и геометрические характеристики материала конструкции, виды и места приложения нагрузки. Ранее были рассмотрены случаи статического, гармонического и нестационарного нагружения [2–4], но в них использовалась модель пластины Кирхгофа. В настоящей работе рассматривается модель Тимошенко [5], учитывающая изменение отклонения волокон материала.

Рассматривается шарнирно опертая тонкая упругая прямоугольная пластина Тимошенко, на которую в произвольном месте действует сосредоточенная нагрузка известной величины. По площади пластины расставлены дополнительные опоры таким образом, чтобы при приложении нагрузки выполнялось условие жесткости конструкции: прогиб не превышал заранее заданного значения. А с учетом теории, прогиб не должен превышать толщину пластины. Считается, что опоры расположены с одинаковым шагом по осям координат, образуя одинаковые прямоугольные сегменты. Но чтобы расставить дополнительные опоры, сначала решается задача об определении размера единичного сегмента, удовлетворяющего условию жесткости конструкции.

Рассматривается шарнирно опертая тонкая упругая прямоугольная пластина Тимошенко, в центр которой прикладывается искомая нагрузка. Вокруг нее на окружности радиусом, подлежащем определению, расположены четыре дополнительные опоры. Требуется определить радиус, который удовлетворял бы условию жесткости конструкции.

Функция прогиба определяется как сумма сверток функций влияния с соответствующей внешней нагрузкой и реакциями в дополнительных опорах. Для определения значения функции влияния выполняется разложение в ряды Фурье по координатам всех входящих в уравнения движения пластины функций таким образом, чтобы удовлетворялись граничные условия по краям пластины [6, 7].

Применяя к функции прогиба граничные условия для дополнительных опор, приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных реакций в опорах. Решая СЛАУ по правилу Крамера, находим эти реакции.

Затем из полученного уравнения нормальных перемещений определяются координаты расположения опор вокруг приложенной внешней нагрузки, таким образом, чтобы выполнялось условие непревышения заданной величины перемещений.

Найденные координаты опор образуют единичный сегмент, удовлетворяющий условию жесткости конструкции. Далее искомая пластина разбивается на единичные сегменты с некоторыми допущениями:

– допускается уменьшать размер сегмента вследствие геометрических размеров конструкции;

– допускается устанавливать больше опор, чем минимально необходимое количество.

Получается искомая конструкция с множеством дополнительных опор. Для нее в программном комплексе Ansys выполняется верификация и проверочный расчет граничных условий, условия жесткости конструкции в целом при произвольном приложении сосредоточенной нагрузки. Численный пример показывает удовлетворение всем требуемым условиям. Также результат незначительно отличается от полученного ранее при использовании пластины Кирхгофа.

Список литературы

1 **Лизин, В. Т.** Проектирование тонкостенных конструкций : учеб. пособие для студентов вузов / В. Т. Лизин, В. А. Пяткин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1994. – 384 с.

2 **Боршевецкий, С. А.** Определение нормальных перемещений шарнирно опертой пластины с дополнительными опорами под воздействием сосредоточенной силы / С. А. Боршевецкий, Н. А. Локтева // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVII Междунар. симп. им. А. Г. Горшкова. – Т. 2. – ООО ТРП, М. : 2021. – С. 19–20.

3 **Боршевецкий С. А.** Определение положения опор для прямоугольной пластины под воздействием гармонической сосредоточенной нагрузки / С. А. Боршевецкий, Н. А. Локтева // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф. В 2 ч. Ч. 1. – Гомель : БелГУТ, 2021. – С. 256–257.

4 **Боршевецкий С. А.** Определение положения дополнительных опор для прямоугольной шарнирно опертой пластины при нестационарном воздействии на нее / С. А. Боршевецкий, Н. А. Локтева // XXV ТУПОЛЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ (школа молодых ученых) : материалы междунар. молодежной науч. конф. : Т. 2. – Казань : Изд-во ИП Сагиева А. Р., 2021. – С. 395–400.

5 **Горшков А. Г.** Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.

6 **Чернина, В. С.** Статика тонкостенных оболочек вращения / В. С. Чернина. – М. : Наука, 1968. – 456 с.

7 **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 с.

УДК 539.3

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ СТЕРЖНЕЙ

Я. А. ВАХТЕРОВА, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ

Московский авиационный институт (НИУ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Обратные задачи относятся к специальному типу задач, которые часто возникают во многих разделах науки. Их целью является определение значений геометрических или физических параметров модели, восстановление воздействующих на неё внешних нагрузок, идентификация начальных или граничных условий и другие задачи идентификации с использованием наблюдаемых данных.

Нестационарные обратные задачи чрезвычайно актуальны и в настоящее время являются наименее исследованными. Постановка и методы решений нестационарных обратных задач могут послужить основой создания комплексов мониторинга конструкций реального времени. Они позволят непосредственно во время эксплуатации следить и вовремя предотвращать возникновение и развитие повреждений, отслеживать различные структурные превращения, восстанавливать пространственно-временные законы воздействующих на конструкцию внешних нагрузок. В связи с бурным развитием компьютерной техники, автоматизации и робототехники задачи этого класса становятся приоритетными в современной науке.

Нестационарные обратные задачи для твёрдых деформируемых тел, в том числе для стержней, можно разделить на несколько характерных типов.

1 Коэффициентные обратные задачи. В этих задачах коэффициенты уравнения нестационарных колебаний (плотность, модуль Юнга, площадь поперечного сечения) не заданы полностью. Задача состоит в восстановлении неизвестных коэффициентов при известных начальных и граничных условиях, а также по некоторой дополнительной информации, например, информации о поведении решения в некоторых определенных точках стержня в зависимости от времени.

2 Граничные обратные задачи. В этих задачах неизвестными являются граничные условия (условия закрепления).

3 Эволюционные обратные задачи. Они связаны с необходимостью определения незаданных начальных условий.