

2 Сивухин, Д.В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.

3 Базелян, Э.М. Физика молнии и молниезащиты / Э.М. Базелян, Ю.П. Райзер. – М. : Физматлит, 2001. – 320 с.

УДК 372.851+372.853

## О ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ И ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ В ФИЗИКЕ

*А.И. СЕРЫЙ, З.Н. СЕРАЯ*

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина,  
Республика Беларусь*

В вузовском курсе физики, при изучении которого часто используется аппарат высшей математики, среди прочих типов уравнений встречаются трансцендентные и интегральные. При этом студенты, изучающие как физику, так и математику, не всегда понимают, что наличие интегралов: а) в трансцендентном уравнении не запрещено; б) не всегда позволяет отнести уравнение к интегральным. Все это может приводить к путанице. Приведем примеры.

В квантовой оптике (в частности – теории теплового излучения) встречается трансцендентное уравнение [1, с. 31]

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0, \quad x = 2\pi\hbar c / (kT\lambda_m), \quad (1)$$

где  $\hbar$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света в вакууме,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура,  $\lambda_m$  – длина волны, соответствующая максимуму испускательной способности абсолютно черного тела [1, с. 13]. Это уравнение не содержит интеграл и решается (относительно  $x$ ) только численными методами.

В статистической физике встречается следующее трансцендентное уравнение, содержащее несобственный интеграл, который не берется аналитически (поэтому уравнение также решается только численно относительно  $x$ ):

$$\frac{3\pi^2\hbar^3 n^3}{(2mkT)^{3/2}} - \frac{3}{2} \int_0^{+\infty} \ln(x \exp(-t^2) + 1) dt = 0, \quad \mu = kt \ln x. \quad (2)$$

Здесь  $n$  – концентрация фермионов,  $m$  – масса фермиона,  $\mu$  – химический потенциал [2, с. 13], смысл остальных величин приведен после (1). Данное уравнение не относится к интегральным (хотя и содержит несобственный интеграл), поскольку его решением является число, а не функция.

В классической литературе по физике уравнение (2) приводится в несколько ином виде, но численное решение удобнее искать именно для (2).

Для интегральных уравнений (решением которых является неизвестная функция, расположенная, по крайней мере, под интегралом) существует довольно подробная классификация [3, с. 156–157] и различные примеры (в классической и квантовой механике, теории рассеяния и др.). При этом некоторые из них имеют решения, выражаемые через элементарные функции. Это, в частности, касается уравнения Абеля [4, с. 8]

$$\int_0^x \varphi(s)(x-s)^{-1/2} ds = f(x), \quad (3)$$

где  $\varphi(s)$  – искомая функция,  $f(x)$  – известная функция. Для некоторых классов функций  $f(x)$  существует решение (3) в элементарных функциях.

Сказанное выше можно обобщить в виде таблицы, представленной ниже.

**Таблица – Сравнительная характеристика трех типов уравнений**

Тип уравнения	Трансцендентное без интеграла	Трансцендентное с интегралом	Интегральное
Наличие интеграла	Нет	Да	Да
Что является решением	Число	Число	Функция
Решение в элементарных функциях (без численных методов)	Не существует	Не существует	Иногда существует
Примеры	(1)	(2)	(3)

Следует отметить, что иногда к трансцендентным уравнениям относятся и те, решения которых могут быть выражены, например, через логарифмы или обратные тригонометрические функции, но в данной статье под трансцендентными понимаются уравнения, для которых это невозможно.

Материалы данной публикации могут быть использованы в образовательном процессе при изучении таких дисциплин, как физика, высшая математика и математическое моделирование.

Некоторые вопросы, затронутые в данной публикации, обсуждались с А.И. Басиком, за что авторы выражают ему благодарность.

### Список литературы

1 Савельев, И.В. Курс общей физики : учеб. пособие : в 3 т. / И.В. Савельев. – М. : Наука, 1987. – Т. 3 : Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 320 с.

2 Секержицкий, В.С. Об использовании программы MathCAD для вычисления химического потенциала газа нерелятивистских фермионов / В.С. Секержицкий, А.И. Серый // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : материалы респ. науч.-практ. конф., 24–25 апреля 2018 года / Брест, гос. ун-т ; [под общ. ред. А.И. Басика]. – Брест : БрГУ им. А.С. Пушкина, 2018. – 122 с. – С. 12–14.

3 Физическая энциклопедия / гл. ред. А.М. Прохоров ; редкол.: Д.М. Алексеев [и др.]. – М. : Совет. энцикл., 1990. – Т. 2 : Добротность – Магнитооптика. – 703 с.

4 Физическая энциклопедия / гл. ред. А.М. Прохоров ; редкол.: Д.М. Алексеев [и др.]. – М. : Совет. энцикл., 1988. – Т. 1 : Ааронова – Бома эффект – Длинные линии. – 704 с.