

УДК 691-419:539.3

Э. И. СТАРОВОЙТОВ

*Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь*

## **ИЗГИБ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ НЕЙТРОННЫМ ПОТОКОМ**

Исследован изгиб круговой трехслойной пластины, обусловленный прохождением нейтронного потока. Предполагается, что деформирование несущих слоев подчиняется гипотезам Кирхгофа, в заполнителе выполняется гипотеза Тимошенко о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали. Уравнения равновесия получены вариационным методом Лагранжа. Решение краевой задачи для случая шарнирного опирания на контуре пластины получено в конечном виде. Исследована зависимость направления прогиба от толщины верхнего слоя.

**Ключевые слова:** трехслойная пластина, нейтронный поток, изгиб, напряженно-деформированное состояние.

**Введение.** Необходимость оценки прочностных характеристик трехслойных элементов конструкций, работающих в условиях воздействия внешней окружающей среды, обусловлена их широким применением в машиностроении и строительстве. В связи с этим возникает необходимость создания современных расчетных моделей для оценки их напряженно-деформированного состояния (НДС) при комплексных нагрузках, включая нейтронное облучение. Этой проблеме посвящен ряд работ.

В монографиях [1, 2] приведены постановки задач квазистатики и динамики трехслойных элементов конструкций. Разработаны методы их решения и приведены результаты исследования НДС конструкций при термосиловых нагружениях. Свободные и вынужденные колебания трехслойных круговых пластин, в том числе связанных с упругим основанием, рассмотрены в статьях [3, 4]. Проведены численные исследования влияния жесткости упругого основания на частоты и амплитуды колебаний, рассмотрены случаи локальных и резонансных нагрузок.

В работах [5, 6] строится математическая модель деформирования круговых трехслойных пластин, учитывающих линейную по толщине сжимаемость заполнителя. В статьях [7, 8] рассмотрено НДС круговой трехслойной упруго-пластической пластины, связанной с основанием Пастернака. Деформирование круговой трехслойной пластины в своей плоскости под действием неосесимметричных нагрузок исследовано в публикациях [9, 10]. Термосиловое нагружение трехслойных цилиндрических оболочек рассматривалось в работе [11].

Влияние нейтронного облучения на механические свойства материалов описано в монографиях [12, 13], где показано, что изменение параметров упругости незначительно, и им можно пренебречь. В работе [14] выполнен анализ циклического нагружения трехслойного стержня под действием нейтронного облучения. В статье [15] исследовано изменение нейтронного потока при прохождении через круглую трехслойную пластину. Цель представленной работы состоит в оценке НДС трехслойной пластины при прохождении через нее нейтронного потока.

**Постановка задачи.** Для тонких жестких несущих слоев толщиной  $h_1 \neq h_2$  круговой пластины принимаются гипотезы Кирхгофа. В заполнителе ( $h_3 = 2c$ ) справедлива гипотеза о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали. Цилиндрическая система координат  $r, \varphi, z$  связана со срединной плоскостью заполнителя. Предполагается, что на внешнюю поверхность  $z = c + h_1$  пластины падает нейтронный поток плотностью  $\varphi_0 = \text{const}$  (нейтрон/( $\text{м}^2 \cdot \text{с}$ )) в направлении, противоположном внешней нормали.

Согласно экспериментальным данным при малых деформациях в линейном приближении можно принять, что объемная деформация материала прямо пропорциональна интегральному нейтронному потоку [12]

$$\theta_{Ik} = B_k I_k(z), \quad (1)$$

где  $I_k(z) = \varphi_k(z) t$  – интегральный нейтронный поток в  $k$ -м слое;  $\varphi_k$  – интенсивность потока, дошедшего за время  $t$  к поверхности с координатой  $z$  в  $k$ -м слое ( $k = 1, 2, 3$ );  $B_k$  – константа материала.

В работе [15] показано, что к моменту  $t$  через сечение  $z$  в верхнем слое пройдет интегральный поток

$$I_1(z, t) = \varphi_0 t \exp(-\mu_1(c + h_1 - z)), \quad (2)$$

где  $\mu_1$  – величина макроскопического эффективного сечения (1/см).

В заполнителе интегральный поток  $I_3(z, t)$  к моменту  $t$  будет

$$I_3(z, t) = \varphi_{13} t \exp(-\mu_3(c - z)), \quad (3)$$

где  $\varphi_{13} = \varphi_0 \exp(-\mu_1 h_1)$ .

В нижнем слое интегральный поток  $I_2(z, t)$  к моменту  $t$  станет

$$I_2(z, t) = \varphi_{32} t \exp(-\mu_2(-c - z)), \quad (4)$$

где  $\varphi_{32} = \varphi_{13} \exp(-2\mu_3 c)$ .

Для описания деформирования слоев используются физические уравнения состояния, учитывающие радиационное изменение объема (1)–(4):

$$\begin{aligned} s_\alpha^{(k)} &= 2G_k \vartheta_\alpha^{(k)}, \quad s_{rz}^{(3)} = 2G_3 \vartheta_{rz}^{(3)}, \\ \sigma^{(k)} &= K_k (3\varepsilon^{(k)} - B_k I_k) \quad (k = 1, 2, 3; \alpha = r, \varphi). \end{aligned} \quad (5)$$

где  $s_\alpha^{(k)}, \vartheta_\alpha^{(k)}$  – девиаторные,  $\sigma^{(k)}, \varepsilon^{(k)}$  – шаровые части тензоров напряжений и деформаций;  $G_k, K_k$  – модули сдвига и объемного деформирования;  $s_{rz}^{(3)}, \vartheta_{rz}^{(3)}$  – касательное напряжение и сдвиговая деформация в заполнителе.

В общем случае деформирование пластины полностью описывается тремя искомыми функциями:  $w(r, t)$  – прогиб пластины,  $\psi(r, t)$  – относительный сдвиг в заполнителе;  $u(r, t)$  – радиальное перемещение точек координатной поверхности. При отсутствии силовой нагрузки относительный сдвиг равен нулю  $\psi = 0$ . Общая система уравнений равновесия, полученная в [2], упрощается, становится однородной и в нашем случае имеет решение

$$w = \frac{C_1 r^2}{4b_3} + C_2, \quad u = \frac{a_3}{a_1} w_{,r} + \frac{C_3 r}{2}, \quad (6)$$

где  $C_1, C_2, C_3$  – константы интегрирования, определяемые из граничных условий;  $a_1, a_3, b_3$  – коэффициенты,

$$a_1 = \sum_{k=1}^3 h_k K_k^+, \quad a_3 = h_1 \left( c + \frac{1}{2} h_1 \right) K_1^+ - h_2 \left( c + \frac{1}{2} h_2 \right) K_2^+, \quad b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_3^2}{a_1}.$$

Здесь и далее  $K_k, K_k^+, K_k^-, a_6$  – коэффициенты, характеризующие упругость материалов слоев [2]. При шарнирном опирании пластины на контуре перемещения  $w, u$  и обобщенный момент  $M_r$  равны нулю. Обобщенный момент описывается через искомые функции с помощью соотношений (5) формулой

$$M_r = \left[ K_1^+ h_1 \left( c + \frac{h_1}{2} \right) - K_2^+ h_2 \left( c + \frac{h_2}{2} \right) \right] u_{,r} + \left[ K_1^- h_1 \left( c + \frac{h_1}{2} \right) - K_2^- h_2 \left( c + \frac{h_2}{2} \right) \right] \frac{u}{r} - \left[ K_1^+ h_1 \left( c^2 + c h_1 + \frac{h_1^2}{3} \right) + K_2^+ h_2 \left( c^2 + c h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right) + \frac{2}{3} c^3 K_3^+ \right] w_{,rr} - \left[ K_1^- h_1 \left( c^2 + c h_1 + \frac{h_1^2}{3} \right) + K_2^- h_2 \left( c^2 + c h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right) + \frac{2}{3} c^3 K_3^- \right] \frac{w_{,r}}{r} - \sum_{k=1}^3 K_k B_k \int_{h_k} I_k z dz.$$

Отсюда, удовлетворяя решением (6) граничные условия, имеем

$$C_1 = -t \left[ \frac{\Phi_0 K_1 B_1}{\mu_1} \left( h_1 + c - \frac{1}{\mu_1} - \left( c - \frac{1}{\mu_1} \right) \exp(-\mu_1 h_1) \right) + \frac{\Phi_{32} K_2 B_2}{\mu_2} \left( \left( c + h_2 + \frac{1}{\mu_2} \right) \exp(-\mu_2 h_2) - c - \frac{1}{\mu_2} \right) + \frac{\Phi_{13} K_3 B_3}{\mu_3} \left( c - \frac{1}{\mu_3} + \left( c + \frac{1}{\mu_3} \right) \exp(-2\mu_3 c) \right) \right], \quad C_2 = -\frac{C_1 r_0^2}{4b_3}, \quad C_3 = -\frac{a_3}{a_1 b_3} C_1.$$

Численные результаты получены для круговой трехслойной пластины, слою которой набраны из материалов Д16Т–фторопласт-4–Д16Т, механические характеристики которых приведены в [2]. Нейтронный поток интенсивностью  $\Phi_1 = 10^{18}$  нейтрон/(м<sup>2</sup>·с) действует в течение  $t = 3600$  с;  $B_1 = B_2 = B_3 = 10^{23}$  м<sup>2</sup>/нейтрон, что обеспечивает объемную деформацию в слоях порядка 3–3,5 %; для дюралюминия  $\mu_1 = 1,26$  см<sup>-1</sup>; для фторопласта  $\mu_3 = 3,21$  см<sup>-1</sup>. Толщины слоев:  $h_3 = 0,4$  м;  $h_2 = 0,04$  м.

Зависимость прогиба от толщины верхнего слоя показана на рисунке 1.

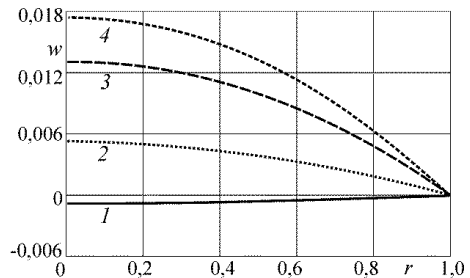


Рисунок 1 – Зависимость прогиба от толщины верхнего слоя пластины:

1 –  $h_1 = 0,01$  м; 2 –  $h_1 = 0,02$  м;  
3 –  $h_1 = 0,04$  м; 4 –  $h_1 = 0,06$  м

С ростом толщины слоя прогиб меняет направление и увеличивается. Следовательно, существует такое значение  $h_1 = h_1^*$ , при котором прогиб равен нулю. Из уравнения  $w(h_1^*) = 0$  было получено, что при выбранных параметрах критическая толщина верхнего слоя  $h_1^* \approx 0,012$ . Если  $h_1 < h_1^*$ , то прогиб направлен вниз, в случае  $h_1 = h_1^*$  – прогиб нулевой, при  $h_1 > h_1^*$  пластина выпукла вверх.

Изменение радиальных деформаций  $\varepsilon_r^k$  и напряжений  $\sigma_r^k$  (Па) по толщине пластины на контуре в зависимости от толщины верхнего слоя  $h_1$  показано на рисунках 2, 3 ( $h_3 = 0,4$ ,  $h_2 = 0,04$ ): 1 –  $h_1 = 0,01$ ; 2 –  $h_1 = 0,02$ . Здесь на знак деформации основное влияние оказывает толщина верхнего несущего слоя. Напряжения в слоях при указанных условиях знак не изменяют.

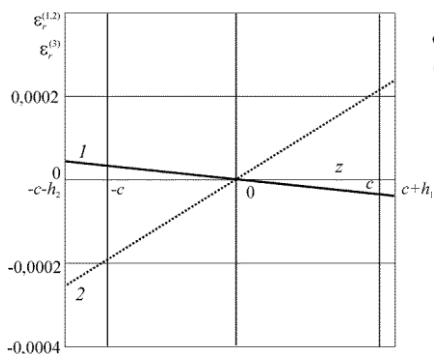


Рисунок 2 – Радиальные деформации в поперечном сечении

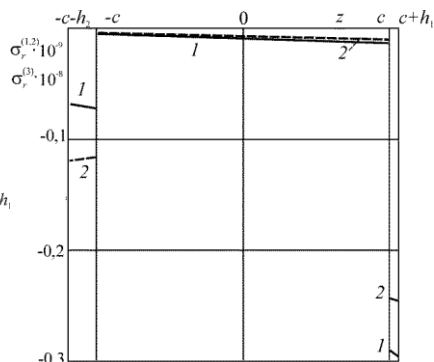


Рисунок 3 – Радиальные напряжения в поперечном сечении

**Заключение.** Численные расчеты показали возможность возникновения прогиба пластины за счет нейтронного облучения и существенную зависимость деформаций от геометрических и упругих параметров материалов слоев.

*Работа выполнена в рамках гранта Президента Республики Беларусь в области науки на 2021 год.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Горшков, А. Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005. – 576 с.

2 Старовойтов, Э. И. Трехслойные стержни в терморadiационных полях / Э. И. Старовойтов, М. А. Журавков, Д. В. Леоненко. – Минск : Беларуская навука, 2017. – 276 с.

3 Starovoitov, E. I. Resonance vibrations of circular composite plates on an elastic foundation / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, D. V. Tarlakovskiy // Mechanics of Composite Materials. – 2015. – Vol. 51, no. 5. – P. 561–570.

4 Леоненко, Д. В. Колебания круговых трехслойных пластин, связанных с упругим основанием, под действием синусоидальных нагрузок / Д. В. Леоненко // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2009. – № 3. – С. 89–94.

5 **Захарчук, Ю. В.** Перемещения в круговой трехслойной пластине со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // *Механика. Исследования и инновации.* – 2017. – Вып. 10. – С. 55–66.

6 **Захарчук, Ю. В.** Влияние сжимаемости наполнителя на перемещения в трёхслойной круговой симметричной пластине / Ю. В. Захарчук // *Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках.* – 2018. – № 2. – С. 14–27.

7 **Козел, А. Г.** Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины на основании пастернака / А. Г. Козел // *Механика. Исследования и инновации.* – 2018. – Вып. 11. – С. 127–133.

8 **Козел, А. Г.** Влияние сдвиговой жёсткости основания на напряжённое состояние сэндвич пластины / А. Г. Козел // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии.* – 2018. – № 6. – С. 25–34.

9 **Нестерович, А. В.** Деформирование трехслойной круговой пластины при косинусоидальном нагружении в своей плоскости / А. В. Нестерович // *Проблемы физики, математики и техники.* – 2020. – № 1 (42). – С. 85–90.

10 **Нестерович, А. В.** Радиальное и тангенциальное неосесимметричное нагружение круговой трехслойной пластины / А. В. Нестерович // *Механика. Исследования и инновации.* – 2020. – Вып. 13. – С. 116–121.

11 **Старовойтов, Э. И.** Термосиловое нагружение трехслойных пологих оболочек / Э. И. Старовойтов // *Изв. АН СССР. Механика твердого тела.* – 1989. – № 5. – С. 114–119.

12 **Ильюшин, А. А.** Упругопластические деформации полых цилиндров / А. А. Ильюшин, П. М. Огибалов. – М. : Изд-во МГУ, 1960. – 224 с.

13 **Куликов, И. С.** Прочность элементов конструкций при облучении / И. С. Куликов, В. Б. Нестеренко, Б. Е. Тверковкин. – Минск : Наука і тэхніка, 1990. – 144 с.

14 **Halawa, M. I. A.** The Nonlinear Mathematical Model of the Physical Body under Variable Loading in Neutron Flux / M. I. A. Halawa // *International Journal of Engineering and Applied Sciences.* – 2017. – Vol. 4, no. 1. – P. 17–22.

15 **Старовойтов, Э. И.** Изменение нейтронного потока при прохождении через трехслойную пластину / Э. И. Старовойтов // *Механика. Исследования и инновации.* – 2020. – Вып. 13. – С. 141–146.

*E. I. STAROVOITOV*

*Belarusian State University of Transport, Gomel, Belarus*

## **BENDING OF A THREE-LAYERED PLATE BY A NEUTRON FLUX**

The bending of a circular three-layered plate caused by the passage of a neutron flux is investigated. The deformation of the bearing layers is governed by the Kirchhoff hypotheses. In the filler, the Timoshenko hypothesis about the straightness and incompressibility of the deformed normal is fulfilled. The equilibrium equations are obtained by the Lagrange variational method. There is a hinged support on the contour of the plate. The solution of the boundary value problem is obtained in the final form. The dependence of the deflection direction on the thickness of the upper layer is investigated.

**Keywords:** three-layered plate, neutron flux, bending, stress-strain state.

Получено 15.09.2021