Вывод. Учет температуры, нелинейных и реономных свойств материалов слоев вносит существенные поправки в соответствующие расчеты трехслойных элементов конструкций.

Список литературы

1 *Старовойтов Э. И.* Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости. – Гомель: БелГУТ, 2001. – 343 с.

2 *Белл Дж. Ф.* Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Ч. 1. – М.: Наука, 1984. – 1027 с.

3 *Орлов С. А.* Упругопластический изгиб трехслойной кольцевой пластины // Материалы, технологии, инструменты. – 2001. – № 4. – Т.6. – С. 20–23.

4 *Старовойтов Э. И., Орлов С. А.* Изгиб трехслойной кольцевой пластины // Вопросы машиностроения и автоматизации. – 2001. – № 4. – С. 48–52.

Получено 31.01.2002

S. A. Orlov Thermoviscoelastoplastic bending of sandwich ring plate.
A formulation of boundary problem of thermoviscoelastoplastic bending of sandwich ring shaped plate is given. Analytical decision is received in iterations. Numeric realization of solution is made.

Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2002. № 1 (4)

УДК 625.143.482

С. И. ЖОГАЛЬ, кандидат технических наук; В. И. МАТВЕЦОВ, кандидат технических наук;
С. А. ВАЩЕНКО, ассистент; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ БАЛОК БЕСКОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ НА РАВНОУПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Рассматривается методика исследования вынужденных колебаний балок с помощью асимптотических методов нелинейной механики, аппарата теории марковских диффузионных процессов и уравнений Колмогорова-Фокера-Планка (КФП), а также перспективы применения указанной методики к исследованиям колебаний рельсовой плети бесстыкового пути как балки, лежащей на сплошном упругом основании и совершающей вынужденные случайные колебания в результате взаимодействия с подвижным составом.

Железнодорожный путь, состоящий из рельсов, скреплений, шпал и балласта, по характеру своей работы можно условно считать балкой бесконечной длины, лежащей на сплошном упругом основании. При этом, с достаточной для рассуждения точностью подрельсовое основание, балласт и земляное полотно условно рассматриваются как сплошное упругое основание. В процессе эксплуатации железнодорожного пути как при его взаимодействии с подвижным составом, так и в процессах, обусловленных постоянным воздействием на путь природно-климатических факторов (в первую очередь, сезонных и суточных изменений температуры рельсов в пути), достаточно актуальной является проблема поиска путей прогнозирования надёжности его работы, основанных на применении современных методов математического моделирования. Среди традиционных конструкций железнодорожного пути наибольший интерес для исследований представляет бесстыковой путь со сварными рельсовыми плетями длиной на блок-участок, перегон и более. Эта конструкция является наиболее экономически перспективной и отвечает возможности реализации высоких скоростей движения пассажирских поездов. Кроме того, в данной конструкции особенно остро могут проявить себя все неблагоприятные эксплуатационные и климатические факторы. Эти факторы обуславливают возникновение в рельсовых плетях бесстыкового пути внутренних сжимающих или растягивающих усилий, которые могут в конечном итоге привести соответственно к резкому искривлению рельсошпальной решётки в горизонтальной или вертикальной плоскости (выброс пути) или к разрыву рельсовых плетей или стыковых болтов в стыках уравнительных пролётов. Особенно актуальной является проблема предотвращения выброса бесстыкового пути впереди тормозящего поезда.

Вышеуказанные причины и обусловили применение математических методов с целью более полного и всестороннего учёта всех возможных действующих на путь неблагоприятных эксплуатационных и природно-климатических факторов с целью прогнозирования и обоснования разработки мероприятий по предотвращению возникновения этих ситуаций.

В рамках данной статьи рассматривается методика исследования случайных колебаний балок и других упругих тел, основанная на применении асимптотических методов нелинейной механики, аппарата теории марковских диффузионных процессов и уравнений Колмогорова-Фоккера-Планка (КФП). Эта методика также может быть применена к изучению колебаний рельсовой плети, подверженной действию как прогнозируемых и нормируемых эксплуатационных и природно-климатических факторов, так и случайных, которые всегда будут присутствовать в исследуемой системе.

К таким факторам могут относиться:

- суточные колебания температуры;
- местные незначительные неровности и отклонения от проектных очертаний пути в плане и профиле, а также микродефекты рельсов;
- незначительные изменения упругих характеристик подрельсового основания: засорение балластной призмы в допустимых пределах, незначительные отклонения в равномерности распределения усилий прикрепления рельсов к шпалам в промежуточных скреплениях по всей длине плети и др.

Колебания же рельсов могут рассматриваться в период прохождения по ним подвижного состава либо могут рассматриваться более длительные периоды эксплуатации бесстыкового пути. В первом случае к числу случайных факторов также можно отнести различные динамические процессы взаимодействия между экипажами в составе (достаточно незначительные, чтобы приводить к несоблюдению установленных требований к исправному состоянию единиц подвижного состава) и др. Второй случай является более общим и основывается на всестороннем анализе результатов исследований, касающихся первого случая.

Воздействие указанных факторов на железнодорожный путь аналитически можно учесть, применив специальные математические методы к анализу различных типов случайных колебательных процессов [1–6]. Так, при исследовании случайных колебаний рельсовой плети под воздействием подвижного состава случайные факторы, влияющие на данный колебательный процесс, можно учесть с помощью введения в математическую модель т. н. процесса «белого шума». Эта идеализированный физический процесс часто применяется в постановке задач по исследованию случайных процессов в динамических системах.

В рассматриваемом случае для математического исследования колебаний рельса как балки, лежащей на упругом винклеровском основании и находящейся под воздействием регулярных и случайных распределённых возмущающих сил, можно применить теоретические положения, изложенные в [1,3] и применимые для исследования колебаний балок и других упругих тел.

Исследование колебаний балки и других упругих тел, подверженных случайным возмущениям, приводит к необходимости применения в общем случае нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных четвёртого порядка со случайными параметрами и функциями, имеющих следующий вид:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+b^2\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+c^2 y=\varepsilon\, f\Big(x,y,\frac{\partial y}{\partial t},\frac{\partial y}{\partial x},\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Big)+ \\ +\sqrt{\varepsilon}\sigma\, g\Big(x,y,\frac{\partial y}{\partial t},\frac{\partial y}{\partial x},\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Big)\dot{\xi}(t), \qquad (1)$$

с краевыми условиями

$$y\big|_{x=0}=y\big|_{x=l}=\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\bigg|_{x=0}=\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\bigg|_{x=l}=0, \qquad (2)$$

где $y\ (x,\ t)$ – искомая функция; t – время; $0\le x\le l$; $b^2, c^2, \sigma,\ l$ – некоторые положительные постоянные; $\varepsilon>0$ – малый параметр; f и g – некоторые нелинейные функции относительно аргументов $(x,y,\frac{\partial y}{\partial t},\frac{\partial y}{\partial x},\frac{\partial^2 y}{\partial x^2})$, удовлетворяющие всем необходимым условиям гладкости; $\dot{\xi}$ (t) – случайный процесс «белого шума», интенсивность которого характеризуется функцией $\sqrt{\varepsilon}\ \sigma\ g$.

Функции f и g могут быть рациональными целыми функциями по $(x,y,\frac{\partial y}{\partial t},\frac{\partial y}{\partial x},\frac{\partial^2 y}{\partial x^2})$.

Приведенная схема исследования случайных колебаний применима и для более общих линейных краевых условий по сравнению с (2).

Предположим, что наряду с уравнением (1) и краевыми условиями (2) для исследуемой колебательной системы заданы начальные условия вида

$$y\big|_{t=0}=p_k X_k(x)+\varepsilon h(x); \\ \frac{\partial y}{\partial t}\bigg|_{t=0}=q_k X_k(x)+\varepsilon z(x), \qquad (2')$$

где k – фиксированное целое число; p_k и q_k – действительные числа; $X_k(x)$ – k-я форма динамического равновесия, соответствующая одночастотным нормальным колебаниям.

Тогда возмущенная колебательная система описывается нелинейной краевой задачей.

Для упрощения исследования случайных колебаний возмущенной системы можно сначала перейти к рассмотрению колебаний невозмущённой системы, описываемых невозмущённой смешанной краевой задачей, получаемой из возмущенной при

$\varepsilon = 0$. В этом случае от нелинейного уравнения (1) можно перейти к рассмотрению линейного дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + b^2 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c^2 y = 0, \qquad (3)$$

с краевыми условиями вида (2) и начальными условиями (2'). Указанная невозмущенная смешанная краевая задача допускает применение метода разделения переменных, что приводит к установлению, после использования начальных условий, частного решения, которое описывает незатухающие нормальные одночастотные колебания невозмущенной системы в k-й форме динамического равновесия $X_k(x)$ и представляет двухпараметрическое многообразие решений

$$y(x,t) = a_k X_k(x) \cos(\omega_k t + \varphi_k), \qquad (4)$$

где k – фиксированное целое число;

$$\omega_k = \frac{1}{b}\sqrt{\frac{k^4 \pi^4}{l^4} + c^2}, \qquad (5)$$

a_k и φ_k – постоянные, определяемые из соответствующих начальных условий:

$$a_k = \sqrt{p_k^2 + \frac{q_k^2}{b\lambda_k^2}}; \quad \varphi_k = -\operatorname{arctg}\frac{q_k}{p_k b \lambda_k}, \qquad (5')$$

где λ_k – характеристические числа, определяемые по методике, изложенной в [3].

Отыскивая решения рассматриваемой исходной системы, одночастотные колебания которой близки к k-му нормальному колебанию невозмущенной системы, определяемому решением (4), в первом приближенном виде для определения амплитуды $a(t)$ и фазы $\varphi(t)$ собственных нелинейных колебаний системы, используя известные приёмы и правила дифференцирования сложных случайных функций [3], можно получить систему стохастических дифференциальных уравнений

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\varepsilon}{b^2 \omega_k \int_0^l X_k^2 dx} \int_0^l f(x, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) \times$$

$$\times X_k \sin\phi dx + \frac{\varepsilon\sigma^2}{2ab^4\omega_k^2 (\int_0^l X_k^2 dx)^2} \times$$

$$\times \left[\int_0^l g(x, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) X_k \cos\phi dx^2\right] - \qquad (6)$$

$$-\frac{\sqrt{\varepsilon}\sigma}{b^2 \omega_k \int_0^l X_k^2 dx} \int_0^l g(x, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) \times$$

$$\times X_k \sin\phi dx \xi(t);$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\varepsilon}{ab^2 \omega_k \int_0^l X_k^2 dx} \int_0^l f(x, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) \times$$

$$\times X_k \cos\phi dx - \frac{\varepsilon\sigma^2}{a^2 b^4 \omega_k^2 (\int_0^l X_k^2 dx)^2} \times$$

$$\times \left[\int_0^l g(x, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) X_k dx\right]^2 \cos\phi \sin\phi - \qquad (7)$$

$$-\frac{\sqrt{\varepsilon}\sigma}{ab^2 \omega_k \int_0^l X_k^2 dx} \int_0^l g(x, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) \times$$

$$\times X_k \cos\phi dx \xi(t).$$

В качестве примера применения данной методики для изучения случайных колебаний балок можно рассмотреть свободные колебания балки на нелинейном упругом основании при вероятностном характере коэффициента постели, описываемые дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{m}{EI}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{k_0}{EI} y = \frac{\varepsilon}{EI} y^3 - \frac{\sqrt{\varepsilon'}\sigma'}{EI} y\, \dot{\xi}(t), \qquad (8)$$

с краевыми (2) и начальными (2') условиями с $k = 1$, где EI – жёсткость поперечного сечения балки; m – погонная масса балки; k_0 – модуль упругости основания – величина постоянная.

При $\frac{\varepsilon'}{EI} > 0$ и достаточно малом решение уравнения (8) ищется в виде нулевого приближения асимптотического метода Крылова-Боголюбова-Митропольского

$$y(x,t) = a(t) \sin\frac{\pi}{l} x \cos(\omega t + \varphi(t)), \qquad (9)$$

где $a(t), \varphi(t)$ – амплитуда и фаза колебаний, медленно меняющиеся функции времени, определяемые с помощью системы стохастических дифференциальных уравнений (6) и (7) при следующих данных:

$$b^2 = \frac{m}{EI}; \; c^2 = \frac{k_0}{EI}; \; \varepsilon = \frac{\varepsilon'}{EI}; \; \sigma = \frac{\sigma'}{EI};$$

$$f(x, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}) = y^3; \; g(x, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}) = y;$$

$$y = a(t) X(x) \cos\phi; \; X(x) = \sin\frac{\pi}{l} x; \; \phi = \omega t + \varphi(t);$$

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\varepsilon'}{EI \frac{m}{EI} \omega_1 \int_0^l \sin^2 \frac{\pi}{l} x dx} \int_0^l a^3 \sin^4 (\frac{\pi}{l} x) \times$$

$$\times \cos^3\phi \sin\phi dx + \frac{\varepsilon' (\sigma')^2}{a (EI)^2 (\frac{m}{EI})^2 \omega_1^2 (\int_0^l \sin^2 \frac{\pi}{l} x dx)^2} \times$$

$$\times\left[\int_0^l a\sin^2(\frac{\pi}{l}x)\cos^2\phi dx\right]^2-\frac{\sqrt{\varepsilon'}\sigma'}{EI\frac{m}{EI}\omega_1\int_0^l\sin^2\frac{\pi}{l}xdx}\times$$

$$\times\int_0^l a\sin^2(\frac{\pi}{l}x)\cos\phi\sin\phi dx\dot{\xi}(t),$$

где $\int_0^l\sin^4\frac{\pi}{l}xdx=\frac{3}{8}l;\quad \int_0^l\sin^2\frac{\pi}{l}xdx=\frac{1}{2}l.$

Тогда

$$\frac{da}{dt}=-\frac{3}{4}\frac{\varepsilon' a^3}{\omega_1 m}\cos^3\phi\sin\phi+\frac{1}{2}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2a}{\omega_1{}^2m^2}\cos^4\phi-$$
$$-\frac{\sqrt{\varepsilon'}\sigma' a}{\omega_1 m}\cos\phi\sin\phi\dot{\xi}(t). \quad (10)$$

Аналогично получаем

$$\frac{d\varphi}{dt}=-\frac{3}{4}\frac{\varepsilon' a^2}{\omega_1 m}\cos^4\phi-\frac{\varepsilon'(\sigma')^2}{\omega_1{}^2m^2}\cos^3\phi\sin\phi-$$
$$-\frac{\sqrt{\varepsilon'}\sigma'}{\omega_1 m}\cos^2\phi\dot{\xi}(t). \quad (11)$$

Рассматриваемый в данном примере двумерный случайный процесс $\{a(t),\varphi(t)\}$ определяемый системой дифференциальных уравнений (10)-(11), является марковским диффузионным процессом, так как функции $f(x,y,\frac{\partial y}{\partial t},\frac{\partial y}{\partial x},\frac{\partial^2 y}{\partial x^2})=y^3$ и $g(x,y,\frac{\partial y}{\partial t},\frac{\partial y}{\partial x},\frac{\partial^2 y}{\partial x^2})=y$ являются непрерывно дифференцируемыми детерминированными функциями. Следовательно, для данного случая применим аппарат уравнений КФП. Если систему дифференциальных уравнений (10)–(11) представить следующим образом:

$$\frac{da}{dt}=\widetilde{K}_1(a,\varphi,t)-\sqrt{\widetilde{K}_{1.1}(a,\varphi,t)}\dot{\xi}(t); \quad (12)$$

$$\frac{d\varphi}{dt}=\widetilde{K}_2(a,\varphi,t)-\sqrt{\widetilde{K}_{2.2}(a,\varphi,t)}\dot{\xi}(t), \quad (13)$$

где

$$\sqrt{\widetilde{K}_{1.1}(a,\varphi,t)}\sqrt{\widetilde{K}_{2.2}(a,\varphi,t)}=\widetilde{K}_{1.2}(a,\varphi,t), \quad (14)$$

то соответствующее уравнение КФП имеет следующий вид [1]:

$$\frac{\partial W}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial a}\left[\widetilde{K}_1W\right]-\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\widetilde{K}_2W\right]+$$
$$+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial a^2}\left[\widetilde{K}_{11}W\right]+\frac{\partial^2}{\partial a\partial\varphi}\times \quad (15)$$
$$\times\left[\widetilde{K}_{12}W\right]+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\left[\widetilde{K}_{22}W\right],$$

где $W(a,\varphi,t,a_0,\varphi_0,t_0)$ – плотность совместного распределения амплитуды и фазы колебаний; $\widetilde{K}_1(a,\varphi,t),\widetilde{K}_2(a,\varphi,t)$ – усредненные по явно входящему времени коэффициенты сноса двумерного диффузионного марковского процесса; $\widetilde{K}_{11}(a,\varphi,t)$, $\widetilde{K}_{12}(a,\varphi,t),\widetilde{K}_{22}(a,\varphi,t)$ – усредненные по явно входящему времени коэффициенты диффузии двумерного диффузионного марковского процесса.

В результате усреднения получены следующие значения коэффициента сноса и диффузии для рассматриваемой колебательной системы:

$$\widetilde{K}_1(a,\varphi,t)=\frac{3}{16}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2a}{\omega^2m^2}; \quad (16)$$

$$\widetilde{K}_2(a,\varphi,t)=-\frac{9}{32}\frac{\varepsilon' a^2}{\omega m}; \quad (17)$$

$$\widetilde{K}_{11}(a,\varphi,t)=\frac{1}{8}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2a^2}{\omega^2m^2}; \quad (18)$$

$$\widetilde{K}_{12}(a,\varphi,t)=0; \quad (19)$$

$$\widetilde{K}_{22}(a,\varphi,t)=\frac{3}{8}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2}{\omega^2m^2}. \quad (20)$$

Подставляя уравнения (16)–(20) в уравнение (15), получаем усреднённое уравнение КФП, соответствующее системе дифференциальных уравнений (10) и (11), имеющее следующий вид:

$$\frac{\partial W}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial a}\left[\frac{3}{16}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2a}{\omega^2m^2}W\right]+\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{9}{32}\frac{\varepsilon' a^2}{\omega m}W\right]+$$
$$+\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial^2}{\partial a^2}\left[\frac{1}{8}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2a^2}{\omega^2m^2}W\right]+\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\left[\frac{3}{8}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2}{\omega^2m^2}W\right]\right\}. \quad (21)$$

При анализе реальных колебательных систем важной задачей является получение стационарной плотности совместного распределения амплитуды и фазы колебаний $W(a,\varphi,t)$,поскольку с её помощью значительно упрощается поиск устойчивых состояний системы. Если стационарная плотность совместного распределения амплитуды и фазы колебаний существует, то с течением времени в системе установится процесс, при котором $\frac{\partial W(a,\varphi,t)}{\partial t}=0$, т.е. должно выполняться условие

$$-\frac{\partial}{\partial a}\left[\widetilde{K}_1W\right]-\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\widetilde{K}_2W\right]+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial a^2}\left[\widetilde{K}_{11}W\right]+$$
$$+\frac{\partial^2}{\partial a\partial\varphi}\left[\widetilde{K}_{12}W\right]+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\left[\widetilde{K}_{22}W\right]=0. \quad (22)$$

Анализируя уравнение (21), получаем

$$-\frac{3}{16}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2}{\omega^2 m^2}W+0+\frac{1}{2}\left\{\frac{2}{8}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2}{\omega^2 m^2}W+0\right\}-$$

$$-\frac{1}{16}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2}{\omega^2 m^2}W=0.$$

Так как $\frac{1}{16}\frac{\varepsilon'(\sigma')^2}{\omega^2 m^2}\neq 0$, то $W=0$.

Таким образом, проведенный анализ уравнения (21) показывает, что в данном случае стационарной плотности распределения амплитуды и фазы колебаний не существует. Следовательно, в исследуемой колебательной системе отсутствуют устойчивые случайные колебания.

В качестве второго примера рассматривается возмущённая колебательная система, описываемая нелинейным дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+b^2\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+c^2 y=\varepsilon(1-y^2)\frac{\partial y}{\partial t}+ \qquad (23)$$
$$+\sqrt{\varepsilon}\sigma y\xi(t)$$

с краевыми условиями (2) при заданных начальных условиях (2').

После проведения ряда выкладок, аналогичных рассмотренному примеру, для данной колебательной системы были получены усреднённые коэффициенты сноса и диффузии описываемого данным примером диффузионного марковского процесса:

$$\begin{aligned}
&\widetilde{K}_1(a,\varphi,t)=\frac{\varepsilon}{b^2}\left(\frac{a}{2}-\frac{3}{32}a^3\right);\\
&\widetilde{K}_2(a,\varphi,t)=0;\\
&\widetilde{K}_{11}(a,\varphi,t)=\frac{1}{8}\frac{\varepsilon\sigma^2 a^2}{\omega_k b^4};\\
&\widetilde{K}_{12}(a,\varphi,t)=0;\\
&\widetilde{K}_{22}(a,\varphi,t)=\frac{3}{8}\frac{\varepsilon\sigma^2}{\omega_k b^4}.
\end{aligned} \qquad (24)$$

Используя выражения (24) для построения прямого уравнения КФП (15) и исходя из условия $\frac{\partial W}{\partial t}=0$, на основе последующего анализа стационарной плотности совместного распределения амплитуды и фазы колебаний было получено, что в системе, описываемой уравнением (23), возможны устойчивые случайные колебания с амплитудой

$$a=\sqrt{\frac{16}{3}+\frac{2}{3}\frac{\sigma^2}{\omega_k{}^2 b^2}}. \qquad (25)$$

При этом следует указать на то, что согласно выведенной для модели (23) формуле (25) для определения амплитуды случайных колебаний параметр a является безразмерной величиной. Это, в свою очередь, противоречит физическому смыслу понятия амплитуды колебаний, которая имеет размерность длины. В пояснение этого следует отметить, что в литературных первоисточниках [1, 3], послуживших в качестве теоретической основы статьи, при математическом описании колебательных процессов затруднительно указать размерность всех постоянных положительных параметров, например, таких как параметры b, c, σ и l в формуле (1). С учётом этого сложно в процессе аналитических выводов точно указать размерность таких основных параметров колебательного процесса, как циклическая частота ω и амплитуда колебаний a. Так, согласно полученной формуле (5) нельзя наглядно показать, что циклическая частота ω_k будет измеряться в рад/с. Соответственно в процессе дальнейших аналитических выкладок затруднительно на первоначальной общетеоретической стадии исследования доказать, что амплитуда колебаний будет иметь размерность длины.

Для того чтобы исключить указанный недостаток при применении рассматриваемого математического аппарата к исследованию колебательных систем, необходимо детально проработать теоретические предпосылки для достоверного учёта как можно большего числа прогнозируемых параметров, влияющих на колебательный процесс в рельсовых плетях железнодорожного пути, и сформулировать исходное дифференциальное уравнение вида (1), описывающее колебательный процесс. Только в этом случае можно практически применить рассмотренную методику к исследованию колебаний, возникающих в рельсовых плетях бесстыкового пути в момент прохождения по нему подвижного состава, а также установить, возможны ли в исследуемой системе (путь - экипаж) стационарные случайные колебания, и определить их основные характеристики. При этом знание совместной плотности вероятностей амплитуды и фазы колебаний позволит вычислять все вероятностные характеристики колебаний исследуемой системы.

Учитывая это, можно в вероятностной форме оценить влияние сил, действующих на путь от подвижного состава, с перемещениями элементов пути, интенсивностью накопления остаточных деформаций или повреждений с целью оптимизации конструктивных параметров пути и подвижного состава.

Данная методика может представлять интерес при обработке показаний измерительных приборов, применяющихся при неразрушающих методах контроля внутренних напряжений в рельсовых плетях бесстыкового пути и использующих действие электромагнитных и звуковых волн. В данном случае могут исследоваться параметры колебаний электромагнитных и других волн, пропускаемых на различных уровнях поперечного сечения рельса и изменяющих свои характеристики при различных значениях внутренних сжимающих или растягивающих напряжений в рельсе.

Список литературы

1 *Жогаль С. И., Жогаль С. П.* Исследование стохастических колебаний квазилинейных колебательных систем: Учеб. пособие. – Гомель: ГГУ, 1997.– 96 с.

2 *Жогаль С. П., Жогаль С. И.* Об интегрируемости уравнений Колмогорова-Фоккера-Планка для неавтономных квазилинейных систем с параметрическим случайным воздействием// Известия вузов «Прикладная нелинейная динамика». – 1996. – Т. 4. – №6. – С.92–99.

3 *Митропольский Ю. А.* Метод усреднения в нелинейной механике. – Киев: Навукова думка, 1971. – 440 с.

4 *Вериго М. Ф., Коган А. Я.* Взаимодействие пути и подвижного состава. – М.: Транспорт, 1986.– 559 с.

5 *Жогаль С. П., Жогаль С. И., Ващенко С. А.* Исследование установившихся колебаний в системе с одной степенью свободы методом канонических разложений: Тезисы докладов международной математической конференции/ Еругинские чтения, VI. 1999. Ч. 4.2. – С. 21–22.

6 *Ващенко С. А.* Исследование собственных нелинейных колебаний балок с учётом стохастичности параметров: Сб. студ. науч. работ; Вып. 4/ Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель, 1998. – С. 23–29.

Получено 15.04.2002

Sv. Zhogal, V. Matvecov, S. Vaschenko. The research of the emergency oscillations of girders, that have an endless long and be lie on uniform elastic foundation.

In this article considers about the ways of the research of emergency accidental oscillations of girders, that are on the asymptotic methods of the nonlinear mechanics, mathematical apparatus of the theory of diffusion processes and equations of Kolmogorov-Fokker-Plank (KFP). And also considers the prospects application this methods for researches of oscillation of the butt-weld rails as the girders, that have an endless long and be lie on of the unbroken elastic foundation and drawing in oscillation processes because of the interaction with rolling stock.

Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2002. № 1 (4)

УДК 621.396.67

В. Н. МИЗГАЙЛОВ, доктор физико-математических наук; Д. Н. ЗЕЛИНСКИЙ, аспирант; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

ОПТИМАЛЬНЫЙ КОНСТРУКТИВНЫЙ СИНТЕЗ ИЗЛУЧАЮЩИХ СИСТЕМ, ВКЛЮЧАЯ РАДИОГОЛОГРАФИЧЕСКИЕ

Рассматриваются оптимальные алгоритмы решения задач синтеза излучающих систем любой физической природы по заданной диаграмме направленности, когда операторы задачи построены экспериментально и на решения накладываются технические ограничения. Задачи практического синтеза рассматриваются как некорректные задачи математической физики. Даются оценки точности решения задачи синтеза.

Современные транспортные системы связи ориентируются на использование спутниковых радиоканалов. Спутниковые каналы требуют применения специальных мобильных антенн. Типы этих антенн и принципы их построения могут быть различными: это классические параболические антенны, активные фазированные антенные решетки и наиболее дешевые и практичные антенны, построенные на принципах радиоголографии [1,2]. Для любого вида антенн в спутниковых системах связи требуется получение остронаправленных диаграмм с различными ограничениями на параметры. Желательно такие антенны проектировать с учетом этих требований. Это приводит к необходимости решения практических задач синтеза антенн с оптимальными характеристиками.

Задачи практического синтеза систем излучателей в неоднородном пространстве не имеют аналитического решения в общем случае, так как это связано с разрешимостью дифракционных задач. Однако известен подход [1], когда можно в операторной форме записать обобщенное уравнение задачи синтеза в виде

$$U\bar{I} = \bar{F}, \qquad (1)$$

где U – прямой оператор задачи, устанавливающий соответствие между источниками излучения