

УДК 532.595.2:629.463.32/.36

А. О. ШИМАНОВСКИЙ, кандидат технических наук; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА В КОТЛЕ ЦИСТЕРНЫ ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ ЖИДКОСТЕЙ

Рассматривается распространение волны давления в жидкости, возникающей при резком изменении скорости цистерны. Используется одномерная модель течения с учетом акустического приближения. Получены аналитические соотношения, позволяющие оценить значение гидродинамического давления, действующего на котел цистерны при гидроударе.

Гидравлический удар в котлах цистерн возникает, в частности, при резком уменьшении скорости движения транспортного средства, например, при экстренном торможении или остановке в результате соударения вагонов. Он сопровождается внезапной остановкой массы жидкости и резким повышением давления, которое распространяется вдоль котла цистерны.

Для расчета сил давления жидкости на котел цистерны, вызванных гидравлическим ударом, необходимо учитывать сжимаемость жидкости. При этом процесс остановки жидкости будет развиваться во времени следующим образом. Сначала остановятся слои жидкости, примыкающие к переднему днищу котла цистерны, а затем – последующие слои вплоть до заднего днища котла. Вследствие потери кинетической энергии в остановившихся слоях жидкости существенно повышается давление. Собственно этот рост давления жидкости и называют гидравлическим ударом. Далее зона повышенного давления распространяется вдоль котла и постепенно охватывает всю область, занимаемую остановившейся жидкостью.

В дальнейшем вследствие перепада давления жидкость начинает совершать колебательные движения внутри котла. Амплитуды этих перемещений могут оказаться достаточно большими. Но в то же время, вследствие внутреннего трения в жидкости, амплитуды относительных скоростей движения жидкости и давления не могут превысить значений, наблюдаемых в начальной фазе остановки цистерны. Отражения волн от свободной поверхности также приводят к уменьшению амплитуд давлений жидкости [1].

Учет деформирования котла цистерны под действием гидродинамических сил приводит к некоторому сглаживанию фронта волны. При этом снижаются экстремальные значения давлений.

Приведенное описание процессов распространения волн в заторможенной емкости позволяет прийти к расчетной схеме заполненного доверху котла цистерны. Это дает возможность получить несколько завышенные значения давлений при гидравлическом ударе по сравнению со случаем частичной заполненности цистерны.

В связи с этим рассмотрим процесс распространения волн в полностью загруженной цилиндрической емкости с учетом сжимаемости жидкости. Оценка сил давления на котел может быть получена в результате использования одномерной модели течения с учетом акустического приближения [2]. При этом движение жидкости подчиняется системе, включающей уравнения количества движения, неразрывности и адиабаты:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) &= 0; \\ \frac{p+C}{p_0+C} &= \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n, \end{aligned} \quad (1)$$

где t – время; x – продольная координата; v_x – проекция скорости движения жидкости на ось x ; p – давление жидкости; ρ – плотность жидкости; C – постоянная Тэйта; n – показатель адиабаты.

Вводя в рассмотрение малые возмущения скорости u' , давления p' и плотности ρ' , имеем

$$v_x = v'_x; \quad p = p_0 + p'; \quad \rho = \rho_0 + \rho'.$$

Подставляя эти выражения в уравнения движения жидкости и ограничиваясь малыми первого порядка, получаем линеаризованную систему:

$$\frac{\partial v'_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_0 \frac{\partial \rho'}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Из (1) следует, что

$$\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_0 = n \frac{p_0 + C}{\rho_0}.$$

Тогда уравнения системы (2), (3) приобретают вид

$$\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial t} + n \frac{p_0 + C}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial x} = 0;$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho'}{\partial t} = 0.$$

Путем перекрестного дифференцирования и подстановки выражений из одного уравнения во второе получаем волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 v'_x}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 v'_x}{\partial x^2} = 0. \quad (4)$$

Здесь
$$c = \sqrt{n \frac{\rho_0 + C}{\rho_0}}.$$

Применение к уравнению (4) преобразования Лапласа по времени [3] с учетом нулевых начальных условий приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$s^2 U - c^2 \frac{d^2 U}{dx^2} = 0, \quad (5)$$

где s – параметр преобразования Лапласа; U – изображение скорости жидкости v'_x .

С учетом граничных условий

$$v'_x(0) = f(t), \quad v'_x(l) = f(t),$$

где $f(t)$ – закон изменения скорости цистерны.

Решение дифференциального уравнения (5) имеет вид

$$U = F(s) \frac{e^{-\frac{s}{c}x} (1 + e^{-\frac{s}{c}l + 2\frac{s}{c}x})}{1 + e^{-\frac{s}{c}l}}. \quad (6)$$

Здесь $F(s)$ – изображение функции $f(t)$.

Раскладывая выражение (6) в ряд по степеням $e^{-\frac{s}{c}l}$, получаем:

$$U = F(s) \left(\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{-\frac{s}{c}(x+nl)} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{-\frac{s}{c}(-x+(n+1)l)} \right).$$

Приведенному изображению соответствует сле-

Список литературы

- 1 Христианович С. А. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1981. – 484 с.
- 2 Шашин В. М. Гидромеханика. – М.: Высшая школа, 1990. – 384 с.

Получено 16.04.2002

A. O. Shimanovsky. Mathematical modelling of hydraulic impact in the boiler of the tank for transportation of a liquid.

There is considered distribution of a pressure wave in a liquid arising at sharp change of speed of the tank. There is used one-dimensional flowing model in view of acoustic approximation. The analytical expressions are received, which allow to estimate values of the hydrodynamical pressure influencing on the boiler of the tank at hydroimpact.

дующий оригинал:

$$v'_x(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \bar{f} \left(t - \frac{x + nl}{c} \right) + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \bar{f} \left(t - \frac{(n+1)l - x}{c} \right). \quad (7)$$

Присутствующие в выражении (7) функции связаны с заданными соотношениями:

$$\begin{cases} \bar{f}(\tau) = 0 & \text{при } \tau < 0; \\ \bar{f}(\tau) = f(\tau) & \text{при } \tau \geq 0. \end{cases}$$

Подстановка найденной функции в выражения (1) и (2) дает возможность нахождения закона изменения давления жидкости:

$$p = \left(\frac{\rho_0 + \rho'}{\rho_0} \right)^n (\rho_0 + C) - C;$$

$$\rho'(x, t) = \frac{\rho_0}{c} \left(\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \bar{f} \left(t - \frac{x + nl}{c} \right) + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \bar{f} \left(t - \frac{(n+1)l - x}{c} \right) \right).$$

Таким образом, полученный результат показывает, что давление жидкости на котел существенно зависит от закона изменения скорости транспортного средства. Чем выше скорость соударения, тем большими будут значения сил, действующих на котел.

Наличие знаков суммирования в выражении плотности жидкости указывает на тот факт, что сложение прямых и отраженных волн может привести к существенному увеличению сил гидродинамического давления жидкости.

3 Шимановский А., Коломникова О., Коваленко А. Расчет внутренних сил в элементах конструкции железнодорожного подвижного состава при соударении вагонов // ЮЖЕЛ, The 7th International Scientific Conference of Railway Experts. – Yugoslavia, Vrnjačka Banja, October 04 – 06. – Београд, 2000. – С. 98–100.

Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2002. № 1 (4)

УДК 656.25

Ю. Ф. БЕРЕЗНЯЦКИЙ, ассистент; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

ИСПЫТАНИЯ НА ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТЬ МИКРОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ПОЕЗДОВ

Выделены особенности микроэлектронных систем управления движением поездов как объекта испытаний на помехозащищенность, рассмотрены методы испытаний этих систем.