

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ С УЧЕТОМ НЕПОЛНОГО ОПИРАНИЯ НА УПРУГОЕ ОСНОВАНИЕ

А. В. ЯРОВАЯ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В транспортном машиностроении и строительстве широко используются трехслойные панели, которые опираются на упругое основание. В некоторых случаях возможны зазоры между конструкцией и основанием, возникающие из-за техногенных условий в зоне строительства или природных факторов. При этом расчетная схема конструкции и ее напряженно-деформированное состояние меняются, что может привести к выходу панели из строя. Ранее были рассмотрены трехслойные стержни и пластины под действием равномерно распределенных [1] и линейных [2] нагрузок. Колебания трехслойной круговой пластины на упругом основании, вызванные параболической нагрузкой, исследованы в [3].

Рассматривается прямоугольная трехслойная пластина (рисунок 1) длиной l , шириной b_0 и высотой h . Система координат x, y, z связана со срединной плоскостью заполнителя. По длине пластины выделяются три участка I ($0 \leq x \leq x_1$), II ($x_1 \leq x \leq x_2$), III ($x_2 \leq x \leq l$).

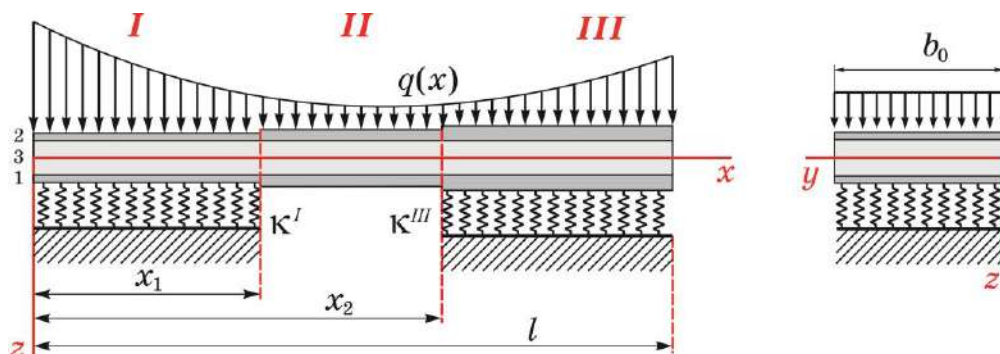


Рисунок 1 – Расчетная схема прямоугольной трехслойной пластины

На верхний внешний слой пластины действует нагрузка, изменяющаяся по закону

$$q(x) = q_0 (a_0 x^2 + b_0 x + c_0), \quad (1)$$

где q_0, a_0, b_0, c_0 – константы.

Два крайних участка I и III связаны с упругим основанием Винклера, через $\kappa^{(n)}$ обозначен коэффициент жесткости упругого основания на n -м участке. Слои считаются несжимаемыми по толщине. Деформации малые. Материалы слоев проявляют упругие свойства, для них справедлив закон Гука.

Для описания кинематики трехслойного пакета используется гипотеза «ломаной» линии: прямая до деформирования нормаль при изгибе становится ломаной; в несущих слоях нормаль остается перпендикулярной к деформированной оси стержня; в заполнителе за счет сдвига она поворачивается на дополнительный угол.

В качестве искомых величин принимаются функции $w^{(n)}(x)$, $u^{(n)}(x)$ – прогиб и продольное перемещение срединной плоскости заполнителя, а также $\psi^{(n)}(x)$ – угол поворота нормали в заполнителе за счет сдвига (угол сдвига) на n -м участке ($n = I, II, III$). В точках сопряжения участков соблюдаются условия непрерывности перемещений.

С помощью принципа возможных перемещений Лагранжа получены системы уравнений равновесия для трех участков:

$$\begin{aligned} a_1^{(n)} u^{(n)}{}_{,xx} + a_6^{(n)} \psi^{(n)}{}_{,xx} - a_7^{(n)} w^{(n)}{}_{,xxx} &= 0, \\ a_6^{(n)} u^{(n)}{}_{,xx} + a_2^{(n)} \psi^{(n)}{}_{,xx} - a_3^{(n)} w^{(n)}{}_{,xxx} - a_5^{(n)} \psi^{(n)} &= 0, \end{aligned}$$

$$a_7^{(n)} u^{(n)},_{xxx} + a_3^{(n)} \psi^{(n)},_{xxx} - a_4^{(n)} w^{(n)},_{xxx} - \kappa^{(n)} w^{(n)} = -q^{(n)}, \quad (2)$$

где $a_1^{(n)}, \dots, a_7^{(n)}$ – параметры, характеризующие геометрические и упругие свойства слоев.

При этом для участка II, не связанного с упругим основанием, в третьем уравнении слагаемое $\kappa^{(n)} w^{(n)} = 0$.

Соотношения для сдвига в заполнителе, прогиба и продольного перемещения срединной плоскости заполнителя получим, решив соответствующие системы уравнений равновесия (2). Аналитический вид решений зависит от типа упругого основания. Решения содержат 24 константы интегрирования, которые определяются из системы линейных алгебраических уравнений, составленной исходя из граничных условий на торцах и условий сопряжения на границах участков.

Объединением решений для отдельных участков получаются перемещения для всей пластины. Выражение для прогиба имеет вид

$$w(x) = w^{(I)}(x) + [w^{(II)}(x) - w^{(I)}(x)] H_0(x - x_1) + [w^{(III)}(x) - w^{(II)}(x)] H_0(x - x_2). \quad (3)$$

В выражении (3) H_0 – функция Хевисайда.

Был составлен комплекс программ в среде MathCad, с помощью которого получены числовые результаты для нескольких типов трехслойных пакетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект T20P-047).

Список литературы

- 1 Поддубный, А. А. Цилиндрический изгиб трехслойной пластины, частично опертой на упругое основание / А. А. Поддубный, А. В. Яровая // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXIV Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова, Вятчи, 19–23 марта 2018 г. – М. : ООО «ТР-принт», 2018. – Т. 1. – С. 185–187.
- 2 Яровая, А. В. Цилиндрический изгиб прямоугольной трехслойной пластины линейно распределенной нагрузкой с учетом неполного опирания на упругое основание / А. В. Яровая // Проблемы безопасности на транспорте : материалы X Междунар. науч.-практ. конф. (Гомель, 26–27 ноября 2020 г.). Ч. 1. – Гомель : БелГУТ, 2020. – С. 139–141.
- 3 Яровая, А. В. Колебания трехслойной круговой пластины на упругом основании, вызванные параболической нагрузкой / А. В. Яровая // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXV Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова, Вятчи, 16–20 марта 2020 г. – М. : ООО «ТР-принт», 2020. – Т. 1. – С. 234–237.