

- 11 **Нестерович, А. В.** Напряженное состояние круговой трехслойной пластины при осесимметричном нагружении в своей плоскости / А. В. Нестерович // *Механика. Исследования и инновации.* – 2019. – Вып. 12. – С. 152–157.
- 12 **Захарчук, Ю. В.** Деформирование круговой трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // *Проблемы физики, математики и техники.* – 2017. – Т. 33, № 4. – С. 53–57.
- 13 **Козел, А. Г.** Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // *Механика. Исследования и инновации.* – 2018. – № 11. – С. 127–133.
- 14 **Moskvitin, V. V.** Deformation and variable loading of two-layer metal-polymer plates / V. V. Moskvitin, E. I. Starovoitov // *Mechanics of Composite Materials.* – 1985. – Vol. 21, no. 3. – P. 267–273.
- 15 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойной круговой цилиндрической оболочки в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Д. В. Тарлаковский // *Проблемы машиностроения и автоматизации.* – 2016. – № 1. – С. 91–97.
- 16 **Старовойтов, Э. И.** Термосиловое нагружение трехслойных пологих оболочек / Э. И. Старовойтов // *Известия АН СССР. Механика твердого тела.* – 1989. – № 5. – С. 114–119.

УДК 539.37

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДАТЛИВОЙ НА ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ПРИ ДЕЙСТВИИ КУСОЧНО-РАВНОМЕРНОЙ НАГРУЗКИ

Е. А. СТОРОЖУК

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Рассмотрим незамкнутую бесконечно длинную пологую цилиндрическую оболочку радиуса R и толщины h с шарнирно закрепленными продольными краями, изготовленную из трансверсально-изотропного материала (рисунки 1). Отнесем оболочку к криволинейной ортогональной системе

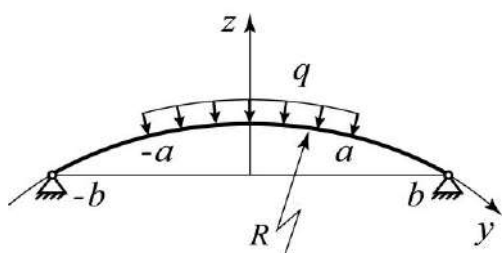


Рисунок 1 – Цилиндрическая панель под действием кусочно-равномерной нормальной нагрузки

координат (x, y, z) с началом в вершине поперечного сечения, где x, y, z – длины образующей, направляющей и нормали к срединной поверхности оболочки. Предполагаем, что оболочка имеет постоянные жесткостные характеристики и находится под действием симметричной относительно вершины нормальной поверхностной нагрузки интенсивности q , которая равномерно распределена по бесконечно длинной полосе шириной $2a$ и приложена со стороны выпуклости оболочки.

При исследовании напряженно-деформированного состояния данного класса цилиндрических оболочек используем уравнения геометрически нелинейной теории пологих оболочек в квадратичном приближении, которая базируется на гипотезе прямой линии (учитываются деформации поперечного сдвига). В этом случае для геометрических соотношений имеем выражения:

$$\varepsilon = \frac{du}{dy} + kw + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dy} \right)^2; \quad \mu = \frac{d\vartheta}{dy}; \quad \gamma = \vartheta + \frac{dw}{dy}, \quad (1)$$

где ε, μ, γ – компоненты деформации оболочки; u, w – тангенциальное перемещение и прогиб точек срединной поверхности оболочки; ϑ – угол поворота нормали; $k = 1/R$ – кривизна цилиндра.

Связь внутренних усилий (N, Q) и момента (M) с компонентами деформации оболочки записываем согласно закону Гука:

$$N = D_N \varepsilon; \quad D_N = \frac{Eh}{1-\nu^2}; \quad Q = D_Q \gamma; \quad D_Q = mG_{yz}h; \quad M = D_M \mu; \quad D_M = D_N h^2 / 12. \quad (2)$$

В соотношениях (2) обозначено: E, ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки в плоскости изотропии; G_{yz} – модуль сдвига в плоскости поперечного сечения; m – коэффициент, который зависит от характера распределения сдвига по толщине.

Уравнения равновесия имеют следующий вид:

$$\frac{dN}{dy} = 0; \quad \frac{d}{dy} \left(Q + N \frac{dw}{dy} \right) - kN + q_z = 0; \quad \frac{dM}{dy} - Q = 0, \quad (3)$$

где q_z – нормальная составляющая поверхностной нагрузки.

Из первого уравнения системы (3) следует, что тангенциальное усилие не изменяется вдоль направляющей: $N = C_0 = \text{const}$.

Введем безразмерные величины:

$$\eta = \frac{y}{b}; \quad \xi = \frac{a}{b}; \quad \tilde{w} = \frac{w}{kb^2}; \quad \tilde{u} = \frac{u}{k^2b^3}; \quad \tilde{\vartheta} = \frac{\vartheta}{kb}; \quad \tilde{k} = \frac{kb^2}{h}; \quad \tilde{q} = \frac{qb^2}{kD_M}; \quad \beta = \frac{D_M}{D_Qb^2}; \quad \tilde{N} = \frac{Nb^2}{D_M} < 0. \quad (4)$$

Учитывая, что действующая нагрузка q_z является кусочно-равномерной, представим ее с помощью функции Хевисайда $H(\eta \pm \xi)$:

$$\tilde{q}_z = -\tilde{q} [H(\eta + \xi) - H(\eta - \xi)]. \quad (5)$$

На основании (1)–(3) при условии $-\beta^{-1} < \tilde{N} < 0$ получено разрешающее уравнение:

$$\frac{d^4 \tilde{w}}{d\eta^4} + \lambda^2 \frac{d^2 \tilde{w}}{d\eta^2} = \lambda^2 + \tilde{q}(1 + \beta\lambda^2) \left\{ \beta \frac{d}{d\eta} [\delta(\eta + \xi) - \delta(\eta - \xi)] - H(\eta + \xi) + H(\eta - \xi) \right\}, \quad (6)$$

где $\lambda^2 = -\tilde{N}/(1 + \beta\tilde{N})$; $\delta(\eta \pm \xi)$ – дельта-функция Дирака.

Уравнение (6) является линейным дифференциальным уравнением четвертого порядка с постоянными коэффициентами. Решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям шарнирного закрепления на продольных краях панели, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{w} = & \frac{1}{\tilde{N}} - \frac{\cos \lambda \eta}{\tilde{N} \cos \lambda} + \frac{\eta^2 - 1}{2} + \frac{\tilde{q}}{\tilde{N}^2} \left\{ -\tilde{N} \xi (1 + \eta) - \frac{\sin \lambda \xi \sin \lambda (1 + \eta)}{\cos \lambda} + \right. \\ & \left. + H(\eta + \xi) \left[1 - \cos \lambda (\eta + \xi) + 0,5 \tilde{N} (\eta + \xi)^2 \right] - H(\eta - \xi) \left[1 - \cos \lambda (\eta - \xi) + 0,5 \tilde{N} (\eta - \xi)^2 \right] \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Удовлетворяя условию $\tilde{\Delta} = \tilde{u}(1) - \tilde{u}(-1) = 0$, получим зависимость между безразмерными параметрами нагрузки и тангенциального усилия в виде квадратного уравнения относительно \tilde{q}

$$A\tilde{q}^2 + B\tilde{q} + C = 0. \quad (8)$$

На рисунке 2 приведена зависимость прогиба в вершине панели от нагрузки для оболочки со следующими параметрами: $\tilde{k} = 1,7$; $\xi = 0,5$; $\beta = 0; 0,069; 0,139$, где β – параметр сдвига.

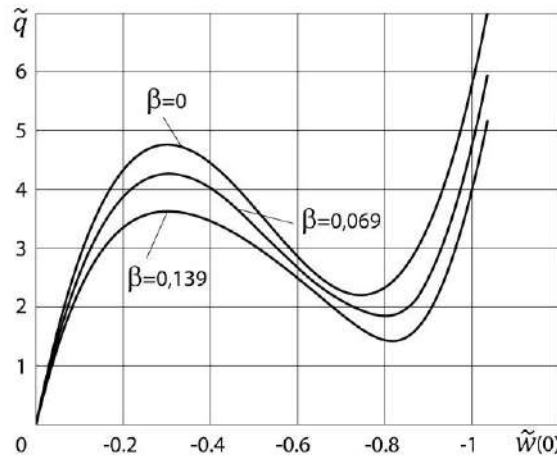


Рисунок 2 – Зависимость прогиба в вершине панели от нагрузки

Из представленных данных следует, что учет деформаций поперечного сдвига приводит к уменьшению верхних и нижних критических нагрузок на 10,5 и 26,6 % для $\beta = 0,069$, на 23,8 % и 35,5 % для $\beta = 0,139$ по сравнению с результатами расчетов для модели Кирхгофа – Лява ($\beta = 0$).

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГРУНТОВ ПО ДАННЫМ СТАТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Е. Ю. ТРАЦЕВСКАЯ

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

Состояние геологической среды обуславливается целым рядом техноприродных факторов. Для снижения экономических рисков при ее освоении необходимо изучение процессов, происходящих, например, в зоне влияния различных инженерных сооружений, машин и механизмов, передающих вибродинамические нагрузки.

Влияние такого рода воздействий на изменение свойств грунтов имеет два аспекта изучения. С 30-х годов прошлого столетия их целенаправленно исследовали для улучшения инженерно-геологических условий строительства, например, при уплотнении грунтов в основаниях, погружении свай, шпунтов, оболочек и т. д. В меньшей степени изучено влияние техногенных динамических нагрузок на состояние и изменение свойств грунтов, что в свою очередь может обусловить дополнительные осадки сооружений и даже потерю их устойчивости при снижении сопротивления сдвигу или разжижении грунтов.

В настоящее время единственным национальным нормативным документом, регламентирующим определение динамических свойств грунтов, является технический кодекс установившейся практики «Основания и фундаменты зданий и сооружений. Фундаменты при вибродинамических воздействиях». В нем в частности говорится о необходимости сбора данных, касающихся физико-механических свойств грунтов для определения их упругих характеристик и оценки возможности возникновения длительных осадок фундаментов в результате действия вибраций.

Термин «динамические свойства грунтов», используемый в специальной литературе, неоднозначен. С одной стороны, динамические свойства грунтов характеризуют их как среду распространения колебаний (упругие, демпфирующие, фильтрующие свойства), а с другой – это различные формы реакции грунтов на динамические нагрузки, т. е. их динамическая неустойчивость, под которой понимают увеличение деформируемости и снижение прочности грунта при динамическом нагружении по сравнению со статическими условиями.

Ранее проводились теоретические исследования физико-механических свойств дисперсных грунтов [1–6]. Экспериментальное определение характеристик устойчивости и пластичности различного вида грунтов отражено в публикациях [7–10].

Статическое зондирование является одним из наиболее эффективных, перспективных и динамично развивающихся полевых экспресс-методов изучения состава, строения, состояния и механических свойств дисперсных грунтов. Этот метод применяют для количественной оценки характеристик физико-механических свойств грунтов (плотности, модуля деформации, угла внутреннего трения и сцепления грунтов и др.). К основным характеристикам относятся: удельные сопротивления грунта под накопником зонда (q_c , МПа), и на участке боковой поверхности зонда (f_s , кПа), показатель трения (R_f , %).

В качестве объекта исследований служили пески различных номенклатурных видов, супеси и суглинки различного генезиса. Величина сопротивлений песка при статическом зондировании зависит от гранулометрического состава, формы и шероховатости поверхности зерен, однородности, плотности и плотности сложения, а также его происхождения.

По нашим данным, для песчаных грунтов величина сопротивления погружению конуса q_c изменяется в зависимости от генезиса и дисперсности грунтов от 0,8 до 23 МПа. При этом величина показателя трения R_f изменяется преимущественно от 0,1 до 3,6 %. В пределах одного генетического типа с увеличением крупности песков наблюдается тенденция к увеличению сопротивлений погружению конуса q_c . Для глинистых грунтов величина сопротивления погружению конуса q_c составляет 0,7–18,9 МПа, а величина показателя трения R_f , как правило, больше 0,1 % и достигает 4,3 %. На