– граничные условия

$$\left\{\left(A^{\text{уп}}-A^{\text{пл}(k)}\right)\frac{\partial Y^{(k)}}{\partial x}+\left(B^{\text{уп}}-B^{\text{пл}(k)}\right)Y^{(k)}-\bar{Q}_{\text{гр}}^{(k)}-B^{\text{пло(k)}}Y^{0(k-1)}-A^{\text{пло}(k)}\frac{\partial Y^{0(k-1)}}{\partial x}-\right.$$

$$\left.-\sum_{m=1}^{k-1}\left[A^{\text{пло}(k-m)}\frac{\partial}{\partial x}(Y^{0(k-m)}-Y^{0(k-m-1)})+B^{\text{пло}(к-m)}(Y^{0(k-m)}-Y^{0(k-m-1)})\right]\right\}\delta Y^{(k)}\Big|_{x}=0,$$

– начальные условия

$$\tilde{A}\frac{dY^{(n)}}{dt}E\delta\,Y^{(n)}\Big|_{t}=0. \qquad (9)$$

Для решения краевой задачи используется метод конечных разностей и метод упругих решений А. А. Ильюшина. Полученных алгебраических уравнений с соответствующими граничными условиями, используется метод матричной прогонки Т. Буриева.

Список литературы

1 **Власов, В. З.** Тонкостенные упругие стержни / В. З. Власов. – М. : Физматгиз, 1959. – 568 с.

2 **Москвитин, В. В.** Циклические нагружения элементов конструкций / В. В. Москвитин. – М. : URSS, 2019. – 344 с.

3 **Старовойтов, Э. И.** Циклическое нагружение упругопластический трехслойных стерженей / Э. И. Старовойтов, Д. М. Савицкий // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2013. – № 4. – С. 64–70.

4 **Кабулов, В. К.** Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности / В. К. Кабулов. – Ташкент : Фан, 1966. – 394 с.

5 **Абдусаттаров, А.** Уравнение движения подземных магистральных трубопроводов при пространственно-переменном упругопластическом нагружении / А. Абдусаттаров, А. И. Исомиддинов, Н. Б. Рузиева // Проблемы современной архитектуры, прочности и надежности зданий и сооружений, сейсмической безопасности : материалы респ. науч.-практ. конф. НамИСИ. – 2021. – С. 135–137.

УДК 539.31

НЕСТАЦИОНАРНОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛОСЫ

А. О. СЕРДЮК, Д. О. СЕРДЮК
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Г. В. ФЕДОТЕНКОВ
Московский авиационный институт (НИУ),
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Российская Федерация

Э. И. СТАРОВОЙТОВ, Д. В. ЛЕОНЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Пластины – один из самых распространённых элементов конструкции. Они используются в различных областях современной жизни. Особенно популярны в авиастроении, ракетостроении, машиностроении, а также в строительной отрасли. Одним из важнейших этапов разработки конструктивных элементов является исследование их напряженно-деформированного состояния.

Наиболее остро стоят вопросы о нестационарных возмущениях, поскольку в таких задачах решение сильно неоднородно по координатам и по времени.

В трудах [1, 2] исследуются вопросы нестационарной динамики изотропных пластин и оболочек. Задачи нестационарной динамики анизотропных пластин и цилиндрических оболочек освещены в работах [3–5].

В данной работе рассматривается нестационарная динамика анизотропной шарнирно опертой полосы толщиной h при воздействии сосредоточенной нагрузки с изменяющейся во времени амплитудой $p(x_1, x_2, t)$. В качестве модели тонкой упругой полосы постоянной толщины приняты гипотезы Кирхгофа.

Материал полосы принят упругим, анизотропным с симметрией относительно срединной плоскости, которая совпадает со срединной плоскостью полосы. Начально-краевая задача включает в себя: уравнения движения в перемещениях, нулевые начальные условия, граничные условия.

Уравнение движения анизотропной пластины в перемещениях имеет вид

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -ID(w) + p(x_1, x_2, t),$$
$$D(w) = c_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + c_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} + 2(c_{12} + 2c_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + 4c_{16}\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^3 \partial x_2} + 4c_{26}\frac{\partial^4 w}{\partial x_1 \partial x_2^3}, \tag{1}$$

где $c_{11} = C^{1111}$, $c_{12} = C^{1122}, c_{16} = C^{1112}$, $c_{22} = C^{2222}$, $c_{26} = C^{2212}$, $c_{66} = C^{1212}$, $I = h^3/12$.

Начальные условия

$$w\big|_{t=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial w}{\partial t}\right|_{t=0} = 0. \tag{2}$$

Граничные условия

$$w\big|_{x_1=a_1} = w\big|_{x_1=a_2} = \left.\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right|_{x_1=a_1} = \left.\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right|_{x_1=a_2} = 0, \tag{3}$$

где a_1, a_2 – координаты, ограничивающие полосу вдоль оси x_1.

Уравнения (1)–(3) образуют начальную краевую задачу.

Целью исследования является построение нестационарных функций нормальных перемещений, нормальных и касательных напряжений в ответ на воздействие нестационарной нагрузки.

Решение задачи получено при помощи функции Грина для неограниченной анизотропной пластины и метода компенсирующих нагрузок [6]. Решение для функции Грина получено в [7].

Применение метода компенсирующих нагрузок позволяет представить выражение для прогиба в виде тройной свертки функции Грина с действующей нагрузкой и тройных сверток функции Грина с компенсирующими нагрузками. Подставляя данное выражение для прогиба в граничные условия, получаем систему интегральных уравнений Вольтерры I рода с разностным ядром. Решение данной системы дает искомые компенсирующие нагрузки и, следовательно, функцию прогиба. В качестве верификации выполнено математическое сравнение решения для шарнирно опёртой полосы, полученное методом, описанным в данной работе с известным решением для ограниченной пластины. Материал обоих полос принят изотропным.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-58-00023 Бел_а) и БРФФИ (проект № Т20Р–047).

Список литературы

1 **Горшков, А. Г.** Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.

2 **Tarlakovskii, D. V.** Nonstationary 3D motion of an elastic spherical shell / D. V. Tarlakovskii, G. V. Fedotenkov // Mechanics of Solids. – 2015. – Vol. 50, no. 2. – P. 208–2017. – DOI: 10.3103/S0025654415020107.

3 **Локтева, Н. А.** Нестационарная динамика тонких анизотропных упругих цилиндрических оболочек / Н. А. Локтева, Д. О. Сердюк, П. Д. Скопинцев // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVI Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова. Т. 2. – М. : ООО «ТРП», 2020. – С. 90–91.

4 **Сердюк, А. О.** Функция Грина для неограниченной тонкой анизотропной пластины / А. О. Сердюк, Д. О. Сердюк, Г. В. Федотенков // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVI Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова. Т. 2. – М. : ООО «ТРП», 2020. – С. 106–108.

5 **Сердюк, А. О.** Функция влияния для пластины с произвольной анизотропией материала / А. О. Сердюк, Д. О. Сердюк, Г. В. Федотенков // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVI Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова. Т. 2. – М. : ООО «ТРП», 2020. – С. 108–110.

6 Метод компенсирующих нагрузок в задачах теории тонких пластинок и оболочек / Э. С. Венцель [и др.]. – Харьков, 1992.

7 **Сердюк, А. О.** Нестационарная функция прогиба для неограниченной анизотропной пластины / А. О. Сердюк, Д. О. Сердюк, Г. В. Федотенков // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физ.-мат. науки. – 2021. – Т. 25, № 1. – С. 111–126. – DOI: 10.14498/vsgtu1793.