УДК 539.3

НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Н. Б. РУЗИЕВА, А. АБДУСАТТАРОВ
Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

В статье приводятся математические модели расчета подземных трубопроводов при циклическом нагружении с учетом накопления повреждаемости материалов. На основе теории малых упругопластических деформаций и вариационного принципа Гамильтона – Остроградского получена система дифференциальных уравнений движения (равновесия) при циклическом нагружении с соответствующими граничными и начальными условиями.

Приведены постановка задачи и схема расчета подземных трубопроводов при циклическом нагружении на основе теории малых упругопластических деформаций А. А. Ильюшина – В. В. Москвитина и уточненной теории стержней, предложенной В. З. Власовым, Г. Ю. Джанелидзе и В. К. Кабуловым.

На основании ряда допущений и гипотез [1], общие перемещения конструкции представим в цилиндрических координатах ($x = x, \quad y = r\cos\gamma, \quad z = r\sin\gamma$):

$$\begin{aligned} &u_1^{(n)} = u^{(n)} - \alpha_1^{(n)} r\cos\gamma - \alpha_2^{(n)} r\sin\gamma + \varphi(r,\gamma)\nu^{(n)} + a_1(r,\gamma)\beta_1^{(n)} + a_2(r,\gamma)\beta_2^{(n)}, \\ &u_2^{(n)} = \nu^{(n)} - \theta^{(n)} r\sin\gamma, \quad u_3^{(n)} = w^{(n)} + \theta^{(n)} r\cos\gamma, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\alpha_1^{(n)}$, $\alpha_2^{(n)}$ – углы поворота сечения при чистом изгибе при n-м нагружении; $\beta_1^{(n)}$, $\beta_2^{(n)}$ – углы поперечного сдвига, $\theta^{(n)}$ – угол кручения, $\nu^{(n)}$ – погонная закрутка при n-м нагружении, φ – функция кручения Сен-Венана. При переменном нагружении компоненты напряжений связаны через деформации следующим образом:

$$\sigma_{11}^{(n)} = 3G\left\{e_{11}^{(n)} - \left[\omega^{(n)}\bar{\varepsilon}_{11}^{(n)} + \sum_{m=1}^{k-1}\omega^{0(n-m)}\bar{\varepsilon}_{11}^{0(n-m)}\right]\right\},$$

$$\sigma_{21}^{(n)} = G\left\{e_{21}^{(n)} - \omega^{(n)}\bar{\varepsilon}_{21}^{(n)} - \sum_{m=1}^{k-1}\omega^{0(n-m)}\bar{\varepsilon}_{21}^{0(n-m)}\right\}, \quad (2\to 3). \tag{2}$$

При линейном упрочнении

$$\omega^{(n)} = \begin{cases} 0, \quad \text{при } \bar{\varepsilon}_u^{(n)} \le \bar{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta), \\ \lambda_n\left[1 - \dfrac{\bar{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta)}{\bar{\varepsilon}_u^{(n)}}\right], \quad \text{при } \bar{\varepsilon}_u^{(n)} > \bar{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta). \end{cases}$$

В случае обобщенного принципа Мазинга $\lambda_n = \lambda$, $\bar{\varepsilon}_u^{(n)} = \alpha_n\varepsilon_s$ [2, 3], а при учете накопления повреждений

$$\bar{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta) = \alpha_1^{n-2}(1+\alpha_1)\varepsilon_s + (3G)^{-1}B^{1/\alpha}\left[1 - 0{,}5(1+\alpha_1)\alpha_1^{n-2}\right]\left[1-(1-\eta)^{1+\alpha}\right]^{1/\alpha}(n-1)^{-1/\alpha}.$$

Функция повреждаемости η определяется из кинетического уравнения

$$\frac{d\eta}{dn} = f(\bar{\sigma}_u, \eta_n) \text{ или } \eta = \int_0^n F(n-m)\psi\left(\bar{\sigma}_u^{(n)}\right)dm \tag{3}$$

при условии $\eta(0) = 0$, $\eta(N) = 1$, где N – число полуциклов до наступления предельного состояния (разрушения).

Для вывода уравнений движения трубопровода при циклическом нагружении с учетом упруго-пластических деформаций используем вариационный принцип Гамильтона – Остроградского [4]:

$$\int_t \left(\delta T^{(n)} - \delta\Pi^{(n)} + \delta A^{(n)}\right)dt = 0. \tag{4}$$

Определяем вариации кинетической, потенциальной энергии и работа внешних сил по следующим формулам:

$$\int_t \delta T^{(n)}dt = \int_t\int_V \left(\rho\frac{\partial U_\alpha^{(n)}}{\partial t}\delta\frac{\partial U_\alpha^{(n)}}{\partial t} + \rho\frac{\partial U_\beta^{(n)}}{\partial t}\delta\frac{\partial U_\beta^{(n)}}{\partial t} + \rho\frac{\partial U_\gamma^{(n)}}{\partial t}\delta\frac{\partial U_\gamma^{(n)}}{\partial t}\right)dVdt,$$

$$\int_t \delta\Pi^{(n)}dt = \int_t\int_V \left(\sigma_{\alpha\alpha}^{(n)}\delta l_{\alpha\alpha}^{(n)} + \sigma_{\beta\beta}^{(n)}\delta l_{\beta\beta}^{(n)} + \sigma_{\alpha\beta}^{(n)}\delta l_{\alpha\beta}^{(n)}\right)dVdt. \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\int_t \delta A^{(n)}dt &= \int_t\int_V \left\lfloor P_1^{(n)}\delta U_\alpha^{(n)} + P_2^{(n)}\delta U_\beta^{(n)} + P_3^{(n)}\delta U_\gamma^{(n)}\right\rfloor dV^{(n)}dt + \\ &\int_t\int_s \left[q_1^{(n)}\delta U_\alpha^{(n)} + q_2^{(n)}\delta U_\beta^{(n)} + q_3^{(n)}\delta U_\gamma^{(n)}\right]dsdt + \\ &+\int_t\int_{s_1}\left[\varphi_1^{(n)}\delta U_\alpha^{(n)} + \varphi_2^{(n)}\delta U_\beta^{(n)} + \varphi_3^{(n)}\delta U_\gamma^{(n)}\right]ds_1dt\Big|_\alpha + \\ &+\int_t\int_{s_2}\left[f_1^{(n)}\delta U_\alpha^{(n)} + f_2^{(n)}\delta U_\beta^{(n)} + f_3^{(n)}\delta U_\gamma^{(n)}\right]ds_2dt\Big|_\beta.\end{aligned} \tag{6}$$

В случае учета силы взаимодействия трубопровода со средой в (6) $q_i^{(n)}$ – поверхностные силы, $f_i^{(n)}$ – торцевые силы принимаются в следующем виде [5]:

$$q_i^{(n)} = -k_i^{(n)}(u_i^{(n)} - u_i^{0(n)}) + \bar{q}_i^{(n)};\quad f_i^{(n)} = -k_i^{гр(n)}(u_i^{(n)} - u_i^{0(n)}) + \bar{f}_i^{(n)}, \tag{7}$$

где $k_i^{(n)}$ – коэффициенты взаимодействия трубы с окружающей средой на поверхности при циклическом нагружении; $k_i^{\text{гр}(n)}$ – коэффициенты взаимодействия трубы с окружающей средой на торцах; $u_i^{0(n)}$ – составляющие пространственного сейсмического перемещения грунта по координатным осям при переменном нагружении.

Подставляем полученные векторные выражения вариации кинетической, потенциальной энергии и работы внешних сил в вариационный принцип (4). Из вариационного уравнения получаем следующую краевую задачу для k-го нагружения и разгружения в векторном виде:

– уравнения движения

$$\begin{aligned}&\tilde{A}\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(A^{\text{уп}} - A^{\text{пл}(k)}\right)\frac{\partial Y^{(k)}}{\partial x} + \left(B^{\text{уп}} - B^{\text{пл}(k)}\right)Y^{(k)}\right] + \left(C^{\text{уп}} - C^{\text{пл}(k)}\right)\frac{\partial Y^{(k)}}{\partial x} + \\ &+\left(D^{\text{уп}} - D^{\text{пл}(k)}\right)Y^{(k)} = Q_n^{(k)} + \frac{\partial}{\partial x}\left(A^{\text{пл}(k)}\frac{\partial Y^{0(k-1)}}{\partial x} + B^{\text{пл}(k)}Y^{0(k-1)}\right) + C^{\text{пл}(k)}\frac{\partial Y^{0(k-1)}}{\partial x} + \\ &+D^{\text{пл}(k)}Y^{0(k-1)} + \sum_{m=1}^{k-1}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[A^{\text{пло}(k-m)}\frac{\partial}{\partial x}\left(Y^{0(k-m)} - Y^{0(k-m-1)}\right) + B^{\text{пло}(k-m)}\left(Y^{0(k-m)} - Y^{0(k-m-1)}\right)\right] + \right. \\ &\left. + C^{\text{пло}(k-m)}\frac{\partial}{\partial x}\left(Y^{0(k-m)} - Y^{0(k-m-1)}\right) + D^{\text{пло}(k-m)}\left(Y^{0(k-m)} - Y^{0(k-m-1)}\right)\right\};\end{aligned} \tag{8}$$

– граничные условия

$$\left\{\left(A^{\text{уп}}-A^{\text{пл}(k)}\right)\frac{\partial Y^{(k)}}{\partial x}+\left(B^{\text{уп}}-B^{\text{пл}(k)}\right)Y^{(k)}-\bar{Q}_{\text{гр}}^{(k)}-B^{\text{пло}(\text{k})}Y^{0(k-1)}-A^{\text{пло}(k)}\frac{\partial Y^{0(k-1)}}{\partial x}-\right.$$

$$\left.-\sum_{m=1}^{k-1}\left[A^{\text{пло}(k-m)}\frac{\partial}{\partial x}(Y^{0(k-m)}-Y^{0(k-m-1)})+B^{\text{пло}(\kappa-m)}(Y^{0(k-m)}-Y^{0(k-m-1)})\right]\right\}\delta Y^{(k)}\Big|_x=0,$$

– начальные условия

$$\tilde{A}\frac{dY^{(n)}}{dt}E\delta\, Y^{(n)}\Big|_t=0. \tag{9}$$

Для решения краевой задачи используется метод конечных разностей и метод упругих решений А. А. Ильюшина. Полученных алгебраических уравнений с соответствующими граничными условиями, используется метод матричной прогонки Т. Буриева.

Список литературы

1 **Власов, В. З.** Тонкостенные упругие стержни / В. З. Власов. – М. : Физматгиз, 1959. – 568 с.

2 **Москвитин, В. В.** Циклические нагружения элементов конструкций / В. В. Москвитин. – М. : URSS, 2019. – 344 с.

3 **Старовойтов, Э. И.** Циклическое нагружение упругопластический трехслойных стерженей / Э. И. Старовойтов, Д. М. Савицкий // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2013. – № 4. – С. 64–70.

4 **Кабулов, В. К.** Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности / В. К. Кабулов. – Ташкент : Фан, 1966. – 394 с.

5 **Абдусаттаров, А.** Уравнение движения подземных магистральных трубопроводов при пространственно-переменном упругопластическом нагружении / А. Абдусаттаров, А. И. Исомиддинов, Н. Б. Рузиева // Проблемы современной архитектуры, прочности и надежности зданий и сооружений, сейсмической безопасности : материалы респ. науч.-практ. конф. НамИСИ. – 2021. – С. 135–137.

УДК 539.31

НЕСТАЦИОНАРНОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛОСЫ

А. О. СЕРДЮК, Д. О. СЕРДЮК
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Г. В. ФЕДОТЕНКОВ
Московский авиационный институт (НИУ),
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Российская Федерация

Э. И. СТАРОВОЙТОВ, Д. В. ЛЕОНЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Пластины – один из самых распространённых элементов конструкции. Они используются в различных областях современной жизни. Особенно популярны в авиастроении, ракетостроении, машиностроении, а также в строительной отрасли. Одним из важнейших этапов разработки конструктивных элементов является исследование их напряженно-деформированного состояния.

Наиболее остро стоят вопросы о нестационарных возмущениях, поскольку в таких задачах решение сильно неоднородно по координатам и по времени.

В трудах [1, 2] исследуются вопросы нестационарной динамики изотропных пластин и оболочек. Задачи нестационарной динамики анизотропных пластин и цилиндрических оболочек освещены в работах [3–5].

В данной работе рассматривается нестационарная динамика анизотропной шарнирно опертой полосы толщиной h при воздействии сосредоточенной нагрузки с изменяющейся во времени амплитудой $p(x_1, x_2, t)$. В качестве модели тонкой упругой полосы постоянной толщины приняты гипотезы Кирхгофа.