В качестве нагрузки рассматривается удар абсолютно жёстким бойком полусферической формы с массой 5 кг со скоростями 5 и 8 м/с. Граничные условия – шарнирное опирание по торцам оболочки.

7 Прямоугольная пластина со следующей укладкой [+45°/–45°/0°/90°/0°/–45°/+45°]. Между монослоями № 3 и № 4 КП расположен дефект произвольной формы. Граничные условия – шарнирное опирание кромок пластины. В качестве нагрузки рассматривается воздействие на пластину фрагмента шины из армированной резины основной опоры шасси. Такой фрагмент моделируется прямоугольным параллелепипедом, используется модель материала «077_O-OGDEN_RUBBER» (данная модель позволяет описывать поведение гиперупругих материалов, таких как каучуки, полимеры и биологические ткани) и объёмные конечные элементы гексагональной формы.

Задачи решаются численно с применением явной схемы интегрирования по времени МКЭ.

В результате решения определяются поля перемещений, напряжений и деформаций в слоях элементов конструкций в различные моменты времени. Вычисляются эпюры поля давления, действующего на внешнюю поверхность элементов при взрывном воздействии, графики зависимости давления от времени в характерных точках. Оценивается влияние повреждений на прочность по критериям разрушения для ПКМ: Hashin, Chang-Chang, Puck, LaRC (Langley Research Center). В случае действия ударной нагрузки оценивается влияние повреждений на развитие расслоений между слоями.

Ниже приводится список источников, который использовался при подготовке данной работы.

Список литературы

1 **Медведский, А. Л.** Поведение пологой композитной панели с внутренними повреждениями под действием нестационарной нагрузки / А. Л. Медведский, М. И. Мартиросов, А. В. Хомченко // Строительная механика и расчет сооружений / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко. – М., 2019. – № 2. – С. 43–47.

2 **Медведский, А. Л.** Поведение пологой композитной четырехстрингерной панели с внутренними повреждениями при нестационарном воздействии / А. Л. Медведский, М. И. Мартиросов, А. В. Хомченко // Учёные записки ЦАГИ. – 2020. – Т. 51, № 2. – С. 47–56.

УДК 539.3

К ВОПРОСАМ ПОСТАНОВКИ И ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НЕКРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ

В. Ф. МЕЙШ
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Ю. А. МЕЙШ
Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина

В. Ф. КОРНИЕНКО
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Широкое применение оболочечных конструкций в строительстве современных сверхзвуковых/гиперзвуковых летательных аппаратах и многоразовых космических транспортных системах наблюдается в последние годы и активизируется в настоящее время. Целью данной работы является постановка краевых задач для конических оболочек некругового сечения, их численное решение и численное исследование деформирования при действии нестационарных нагрузок.

Отнесем коническую оболочку некругового сечения к криволинейной ортогональной системе координат α_1, α_2, z. Координатные линии α_1, α_2 принадлежат срединной поверхности оболочки и совпадают с линиями главных кривизн; координатная линия z является прямой, ортогональной к срединной поверхности. Будем считать величину z положительной, если точка находится со стороны выпуклости срединной поверхности.

Выражения для коэффициентов первой квадратичной формы и кривизны срединной поверхности конической оболочки некругового сечения имеют вид

$$A_1 = 1,\ A_2 = R_s;$$

$$k_1 = 0,\ k_2 = \theta/R_s,$$

где $R_s = R_0 + s_1\sin\theta$, R_0 – радиус оболочки при $s_1 = s_{10}$, θ – угол конусности.

При построении математической модели динамического поведения конической оболочки некругового сечения будем исходить из следующих предположений. Считаем, что напряженно-деформированное состояние оболочки может быть определено в рамках геометрически линейного варианта теории оболочек типа Тимошенко [1].

Введем обозначения $s_1 = \alpha_1 A_1$, $s_2 = \alpha_2 A_2$, где A_1, A_2 – коэффициенты первой квадратичной формы срединной поверхности конической оболочки некругового (эллиптического) сечения.

Предположим, что деформированное состояние исходной оболочки может быть определено через компоненты обобщенного вектора перемещений срединной поверхности $\bar{U} = (u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2)^T$:

$$u_1^z(s_1, s_2, z) = u_1(s_1, s_2) + z\varphi_1(s_1, s_2),$$

$$u_2^z(s_1, s_2, z) = u_2(s_1, s_2) + z\varphi_2(s_1, s_2),$$

$$u_3^z(s_1, s_2, z) = u_3(s_1, s_2),\ z \in [-h/2,\ h/2].$$

Уравнение колебаний для рассматриваемой конической оболочки найдем, используя вариационный принцип Гамильтона – Остроградского [1].

Вариационное уравнение оболочки в направлениях α_1 и α_2 представим в виде

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(\Pi - \mathrm{K}) + \delta A]\,dt = 0,$$

где П, К – потенциальная и кинетическая энергии оболочки; A – работа внешних сил.

После стандартных преобразований в вариационном функционале получим следующие уравнения колебаний оболочки [2]:

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 T_{11}) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 S) = \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2},$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 S) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 T_{22}) + k_2 T_{23} = \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2},$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 T_{13}) + P_3 + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 T_{23}) - k_2 T_{22} = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 M_{11}) - T_{13} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 H) = \rho \frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2},$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 H) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 M_{22}) - T_{23} = \rho \frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}.$$

Уравнения неосесимметричных колебаний конических оболочек некругового сечения представляют собой систему дифференциальных уравнений в частных производных по переменным s_1, s_2, t [2].

Разностный алгоритм основан на применении интегро-интерполяционного метода построения конечно-разностных схем по пространственным координатам и явной конечно-разностной аппроксимации по временной координате [3]. Как числовой пример рассматривалась задача динамического поведения конической оболочки эллиптического сечения при действии распределенной внутренней импульсной нагрузки $P_3(s_1, s_2, t)$. Предполагалось, что края оболочки жестко защемлены, т. е. выполняются условия $u^1 = u^2 = u_3 = \varphi^1 = \varphi^2 = 0$. Начальные условия при $t = 0$ полагались нулевыми

$$u^1 = u^2 = u_3 = \varphi^1 = \varphi^2 = 0,$$

$$\frac{\partial u^1}{\partial t} = \frac{\partial u^2}{\partial t} = \frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{\partial \varphi^1}{\partial t} = \frac{\partial \varphi^2}{\partial t} = 0 .$$

Распределенная импульсная нагрузка $P_3(s_1, s_2, t)$ задавалась в виде

$$P_3(s_1, s_2, t) = \begin{cases} A\sin\dfrac{\pi t}{T}, & \text{при} \quad t \le T, \\ 0, & \text{при} \quad t > T, \end{cases}$$

где A – амплитуда нагрузки, T – длительность нагрузки [2].

Были проведены расчеты для четырех вариантов некругового (эллиптического) поперечного сечения конической оболочки. Исходя из анализа расчетов установлено, что максимальные значения всех компонентов напряженно-деформированного состояния конических оболочек эллиптического сечения превышают (по абсолютному значению) соответствующие значения величин для круговой оболочки в сечении $s_2 = 0$.

Список литературы

1 **Головко, К. Г.** Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках / К. Г. Головко, П. З. Луговой, В. Ф. Мейш ; под ред. акад. НАН Украины А. Н. Гузя. – Киев : ИПЦ «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.

2 **Meish, V. F.** Nonstationary Dynamics of Elliptic Isotropic Conical Shells Under Distributed Loads / V. F. Meish, Yu. A. Meish, M. A. Belova // International Applied Mechanics. – 2020. – 56(4). – P. 424–431.

3 **Самарский, А. А.** Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1977. – 656 с.

УДК 539.3

ОБРАТНАЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПЛАСТИНЫ, УСИЛЕННОЙ РЕГУЛЯРНОЙ СИСТЕМОЙ СТРИНГЕРОВ

М. В. МИР-САЛИМ-ЗАДЕ

Институт математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку

Используемые в инженерных, транспортных или строительных конструкциях пластины нередко имеют технологические отверстия, являющиеся концентраторами напряжений. Как известно, необратимые деформации и разрушение происходят сначала в местах наибольшей концентрации напряжений. Для повышения надежности и безопасности сооружения или конструкции желательно отыскать такой контур отверстия, который не имеет каких-либо предпочтительных для хрупкого разрушения или пластической деформации участков (равнопрочный контур [1]).

Пластина (тонкостенный листовой элемент конструкции) может быть подкреплена системой ребер жесткости.

Рассмотрим пластину с отверстием усиленную ребрами жесткости (стрингерами). На бесконечности пластина подвержена однородному растяжению вдоль стрингеров напряжением $\sigma_y^\infty = \sigma_0$. Принято, что точки крепления стрингеров расположены с постоянным шагом по всей длине стрингера, симметрично относительно поверхности пластины. Условия нагружения считаются квазистатическими. В пластине реализуется плоское напряженное состояние.

Действие точек крепления моделируем: в стрингере – действием сосредоточенной силы, приложенной в точке, соответствующей центру точки крепления; в пластине – действием сосредоточенной силы P_{mn}. Действие стрингеров в расчетной схеме заменяется неизвестными эквивалентными сосредоточенными силами, приложенными в точках соединения стрингеров с пластиной. Полагаем, что пластина и подкрепляющие элементы взаимодействуют друг с другом в одной плоскости и только в точках крепления $z = \pm(2m+1)L \pm iky_0$ (m = 0, 1, 2, …; k = 1, 2, …).

На неизвестном контуре L_0 отверстия граничные условия задачи имеют вид

$$\sigma_n = 0, \quad \tau_{nt} = p.$$