

Уравнения равновесия в перемещениях выводятся из вариационного принципа Лагранжа. Для каждого участка ступенчатой пластины справедливы выражения:

$$\psi_l = \frac{b_{2l}}{b_{1l}} w_{l,r} + C_{1l} r + C_{2l} / r, \quad w_{l,rrr} + \frac{2}{r} w_{l,rr} - \frac{1}{r^2} w_{l,r} + \frac{1}{r^3} w_l = \frac{q_l}{D},$$

где C_{1l}, C_{2l} – константы интегрирования.

Получено решение системы для случая распределенной локальной нагрузки в виде круга и кольца. Проведен численный анализ решения.

Список литературы

- 1 **Леоненко, Д. В.** Свободные колебания круговых трехслойных пластин на упругом основании / Д. В. Леоненко // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2008. – № 3. – С. 42–47.
- 2 **Старовойтов, Э. И.** Колебания круговых трехслойных пластин под действием распределенных локальных нагрузок / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, А. В. Яровая // Проблемы прочности. – 2002. – № 5. – С. 70–79.
- 3 **Старовойтов, Э. И.** Колебания круговых композитных пластин на упругом основании под действием локальных нагрузок / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика композитных материалов. – 2016. – Т. 52, № 5. – С. 943–954.
- 4 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский. – М. : Изд-во МАИ, 2016. – 184 с.
- 5 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no. 4. – P. 1023–1029.
- 6 **Леоненко, Д. В.** Поперечный изгиб круговой сэндвич-пластины ступенчатой толщины / Д. В. Леоненко // Известия Гомельского государственного университета. Естественные науки. – 2020. – № 6 (123). – С. 151–155.
- 7 **Корн, Г.** Справочник по математике для инженерных работников / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1973. – 832 с.

УДК 539.31

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДИНАМИКА ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ КИРХГОФА – ЛЯВА

Н. А. ЛОКТЕВА

*Московский авиационный институт (НИУ),
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

Д. О. СЕРДЮК, П. Д. СКОПИНЦЕВ

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

В современных реалиях создание новых и усовершенствование уже существующих конструкций протекает в рамках обеспечения безопасности и экономичности. Это влечет за собой использование новых материалов, обладающих необходимыми свойствами, а также необходимость уделять повышенное внимание к исследованиям процессов распространения нестационарных возмущений в конструктивных элементах. Распространенным конструктивным элементом в технике является оболочка. Оболочечные конструкции применяются при создании летательных аппаратов, железнодорожных и автомобильных цистерн, трубопроводов, турбин, камер сгорания двигателей, морских судов и энергетических установок. В целом к расчетной схеме тонких оболочек может быть сведено большое количество конструкций при прочностных и динамических расчетах.

Особый теоретический и прикладной интерес представляет исследование напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек, находящихся под воздействием нестационарных ударных нагрузок, имитируемых импульсными функциями. Исследование поведения оболочек при нестационарном динамическом воздействии затрудняется в связи со значительной неоднородностью напряженно-деформированного состояния как по времени, так и по координатам.

Работы [1, 2] посвящены исследованию вопросов нестационарной динамики изотропных пластин и оболочек. Задачи о воздействии нестационарной нагрузки на боковую поверхность неограниченных анизотропных цилиндрических оболочек рассмотрены в трудах [3–5]. В настоящей работе рассматривается начально-краевая задача о вынужденных нестационарных колебаниях шарнирно опертой тонкой упругой анизотропной цилиндрической оболочки конечной длины (рисунок 1).

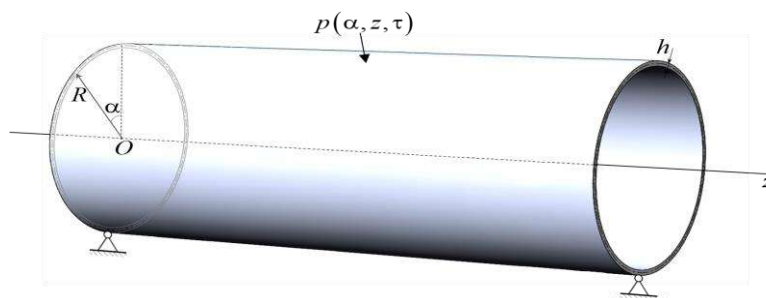


Рисунок 1 – Шарнирно опертая цилиндрическая оболочка под воздействием нестационарной нагрузки

Оболочка имеет толщину h и радиус R . Материал цилиндрической оболочки принимается упругим и анизотропным. В работе рассматривается такой случай анизотропии, при котором упругая среда имеет одну поверхность симметрии. В данном случае такой поверхностью считается срединная поверхность оболочки. Исследуемый в работе материал для тонкой оболочки Кирхгофа – Лява имеет шесть независимых упругих постоянных: $c_{11} = C^{1111}$, $c_{12} = C^{1112}$, $c_{16} = C^{1112}$, $c_{22} = C^{2222}$, $c_{26} = C^{1222}$, $c_{66} = C^{1212}$,

В начальный момент времени оболочка находится в невозмущенном состоянии, а затем на нее действует сосредоточенная нестационарная нагрузка $p(\alpha, z, \tau)$. Движение оболочки рассматривается в цилиндрической системе координат $O\alpha z$.

Постановка задачи включает в себя уравнения движения упругой оболочки Кирхгофа – Лява, соответствующие геометрические и физические соотношения с учетом симметрии свойств материала исследуемой оболочки, а также начальные и граничные условия.

Целью исследования является нахождение нестационарной функции нормальных перемещений при воздействии сосредоточенной нагрузки с переменной во времени амплитудой и анализ распространения возмущений на краях шарнирно опертой цилиндрической оболочки.

Искомая функция нормальных перемещений находится при помощи функции Грина для неограниченной оболочки [4] и метода компенсирующих нагрузок [6] как сумма сверток функции Грина с действующей и компенсирующими нагрузками. Функция Грина определяется с использованием экспоненциальных рядов Фурье по угловой координате и интегральных преобразований Лапласа по времени и Фурье по осевой координате. Компенсирующие нагрузки находятся из решения системы уравнений, построенной с учетом граничных условий для нормального перемещения шарнирно опертой оболочки на торцах.

Представленный подход к построению нестационарной функции нормальных перемещений при переходе к размерным величинам открывает возможности для анализа нестационарного напряженно-деформированного состояния шарнирно опертых цилиндрических оболочек конечной длины с учетом различных вариантов анизотропии материала и закона распределения нестационарной нагрузки как по координатам, так и по времени.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-08-00968 А).

Список литературы

- 1 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
- 2 **Tarlovakvskii, D. V.** Nonstationary 3D motion of an elastic spherical shell / D. V. Tarlovakvskii, G. V. Fedotenkov // *Mechanics of Solids*. – 2015. – Vol. 50, no. 2. – P. 208–217. – DOI: 10.3103/S0025654415020107.
- 3 **Локтева, Н. А.** Нестационарная динамика тонких анизотропных упругих цилиндрических оболочек / Н. А. Локтева, Д. О. Сердюк, П. Д. Скопинцев // *Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVI Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова*. Т. 2. – М. : ООО «ТРИ», 2020.
- 4 **Lokteva, N. A.** Non-stationary influence function for an unbounded anisotropic Kirchhoff-Love shell / N. A. Lokteva, D. O. Serdyuk, P. D. Skopintsev // *Journal of Applied Engineering Science*. – 2020. – Vol. 18, no. 4. – P. 737–744. – DOI: 10.5937/jaes0-28205.
- 5 Нестационарное напряженно-деформированное состояние композитной цилиндрической оболочки / Н. А. Локтева [и др.] // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2020. – Т. 26, № 4. – P. 544–559. – DOI: 10.33113/mkmc.ras.2020.26.04.544_559.08.
- 6 Метод компенсирующих нагрузок в задачах теории тонких пластинок и оболочек / Э. С. Венцель [и др.]. – Харьков, 1992. – 92 с.