

ные кривые, соответствующие распространяющимся и затухающим модам нормальных волн, и проведен анализ сходимости приближенных решений при различных базисных системах $p_k(\zeta)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 19-01-00695-а и 19-08-00938-а).

Список литературы

- 1 **Жаворонок, С. И.** Модели высшего порядка анизотропных оболочек / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т. 14, № 4. – С. 561–571.
- 2 **Жаворонок, С. И.** Вариационные уравнения трехмерной теории анизотропных оболочек / С. И. Жаворонок // Вестник Нижегородского гос. ун-та им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 4–5. – С. 2154–2156.
- 3 **Жаворонок, С. И.** Обобщенные уравнения Лагранжа второго рода трехмерной теории анизотропных оболочек / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2011. – Т. 17, № 1. – С. 116–132.
- 4 **Zhavoronok, S. I.** On Hamiltonian formulations and conservation laws for plate theories of Vekua-Amosov type / S. I. Zhavoronok // Int. J. for Comput. Civil and Struct. Engineering. – 2017. – Vol. 13, no. 4. – P. 82–95.
- 5 **Кильчевский, Н. А.** Аналитическая динамика континуальных систем / Н. А. Кильчевский, Г. А. Кильчинская, Н. Е. Ткаченко. – Киев : Наукова думка, 1979. – 188 с.
- 6 Modeling guided wave propagation in functionally graded plates by state-vector formalism and the Legendre polynomial method / J. Gao [et al.] // Ultrasonics. – 2019. – Vol. 99. – P. 105953.
- 7 **Жаворонок, С. И.** Исследования гармонических волн в упругом слое на основе трехмерной теории оболочек N-го порядка / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2010. – Т. 16, № 4–2. – С. 693–701.
- 8 **Жаворонок, С. И.** Исследование распространяющихся мод гармонических волн в упругом слое на основе трехмерной теории оболочек N-го порядка / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2011. – Т. 17, № 2. – С. 278–287.
- 9 **Жаворонок, С. И.** Исследование кинематики нормальных волн в упругом слое на основе трехмерной теории оболочек N-го порядка для различных значений волновых чисел / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2012. – Т. 18, № 1. – С. 45–56.
- 10 **Жаворонок, С. И.** Формулировка начально-краевой задачи приближенной трехмерной теории анизотропных оболочек N-го порядка в обобщенных перемещениях и ее приложения к задачам стационарной динамики / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2012. – Т. 18, № 3. – С. 333–344.
- 11 The fractional Kelvin-Voigt model for circumferential guided waves in a viscoelastic FGM hollow cylinder / X. Zhang [et al.] // Applied Mathematical Modelling. – 2021. – Vol. 89. – P. 299–313.

УДК 539.3

АНАЛИЗ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЭНДВИЧ-ПАНЕЛЕЙ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАГРУЗКЕ

Ю. В. ЗАХАРЧУК, К. А. КУРЧЕВА

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Благодаря интенсивному развитию облегченных трехслойных конструкций за полувековой период производители расширили область применения своей продукции от космической отрасли до народного хозяйства. Трехслойные пакеты имеют важные конструктивные особенности и в условиях необходимости одновременного удовлетворения ряду противоречивых требований их использование становится наиболее близким оптимальному с точки зрения обеспечения минимума весовых показателей при заданных ограничениях на прочность и жесткость [1]. Перспективные позиции среди легких ограждающих конструкций в строительной практике в последние десятилетия сохраняют металлические панели с утеплителем типа «сэндвич». Распространенные конструктивные решения стеновых и кровельных сэндвич-панелей представляют собой пакеты из двух листов металлической обшивки (оцинкованной, окрашенной или с полимерным покрытием) и слоя заполнителя в виде минеральной ваты, пенополистирола или пенополиуретана.

Ввиду расширения объектов строительства из сэндвич-панелей в промышленности и сельском хозяйстве происходит непрерывный процесс совершенствования ограждающих конструкций. Это сопровождается поиском новых конструктивных решений и новых композиций в составе трехслойных пакетов, интенсивной разработкой теорий и методов их расчёта. С запуска первого собственного производства сэндвич-панелей в нашей стране прошло два десятилетия, за это время была создана комплексная нормативная база, регламентирующая правила расчета и конструирования сэндвич-панелей, и проектировщики перешли от использования эксперимен-

тальных данных к общегосударственным стандартам. Вместе с тем в настоящее время продолжается разработка общей теории квазистатических деформаций трехслойных элементов конструкций, в т. ч. пластин. Общие подходы к изучению напряженно-деформированного состояния (НДС) слоистых элементов представлены в монографиях [2, 3]. Разрабатываются новые механико-математические модели колебаний и деформирования при различных видах нагружений [4, 5], жесткости заполнителя [6, 7].

Сравнение методики статического расчета трехслойных панелей по действующим государственным стандартам и аналитической методики расчета слоистых элементов конструкций в рамках современной теории упругости и пластичности позволило установить следующее. Используемые проектными институтами методики оценки несущей способности индустриальных сэндвич-панелей рассматривают узкий класс задач с ограничениями в видах внешней нагрузки, длинах и количестве пролетов, креплении панелей. В расчетных моделях учитывается работа заполнителя на сдвиг, а несущие слои воспринимают нормальные усилия от изгибающих моментов. Кроме того, здесь работа заполнителя учитывается лишь усредненным коэффициентом жесткости панели при изгибе на единицу ширины панели и коэффициентом k , для получения которого используется усредненное значение модуля сдвига заполнителя [8–10].

Опубликованные результаты последних исследований в области современной прикладной теории упругости и пластичности подчеркивают существенное влияние на НДС пластин сжимаемости заполнителя [11], что позволяет с большей степенью точности оценить физические параметры прочности рассматриваемых слоистых элементов конструкций. В связи с этим для выбора рационального решения в вопросе оптимального проектирования сэндвич-панелей было выполнено сравнение численных результатов статического расчета кровельной сэндвич-панели по действующим госстандартам и аналитическим формулам теории квазистатического деформирования трехслойных элементов конструкций, позволяющей учитывать сжимаемость срединного слоя.

Численные результаты были получены для кровельной панели EсоPanel ПП100-П размером 1,0×3,0 м с утеплителем из пенополистирола. Предполагалось, что к внешней поверхности верхнего слоя пакета приложена равномерно распределенная нагрузка. Принят общий случай, когда кровельная панель принимает нагрузку от собственно веса, массу снежного покрова и нагрузку ветра. Расчетное значение нормативной нагрузки – 4,47 кПа. Контур панели жестко закреплен.

Для определения максимального прогиба сэндвич-панели по методике, изложенной в общегосударственных стандартах [9, 10], применялась формула

$$W = \frac{5q_k l^4}{384B_s} (1 + 3,5k'),$$

где q_k – нормативная равномерно распределенная нагрузка, кПа; l – величина пролета, м; B_s – жесткость панели при изгибе на единицу ширины панели, МПа; k' – коэффициент, учитывающий работу заполнителя.

Для определения продольных и поперечных перемещений прямоугольной трехслойной пластины со сжимаемым заполнителем согласно современной прикладной теории упругости и пластичности использовалось аналитическое решение из новейших исследований ученых школы слоистых элементов конструкций Э. И. Старовойтова [11].

В принятых условиях нагружения расчетный прогиб рассматриваемой сэндвич-панели по действующим стандартам составил 0,011 мм. Во втором случае прогиб срединной плоскости – 0,0087 м, максимальный прогиб имеет верхний слой – 0,018 мм.

На основе сопоставительного анализа полученных данных по двум аналитическим методикам статического расчета показано, что предложенные уравнения с одинаковой эффективностью могут быть использованы для описания НДС сэндвич-панелей. Вместе с тем уточнение расчетного значения прогиба для срединного слоя за счет его сжимаемости достигает 20 %. В подобных ситуациях возникает необходимость разработки новых или уточнения уже существующих методов расчета.

Список литературы

1 Захарчук, Ю. В. Сравнительная оценка аналитических методов статического расчёта сэндвич-панелей / Ю. В. Захарчук // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : матер. XXVII Междунар. симп. им. А. Г. Горшкова. – М., 2021. – Т. 1. – С. 109–111.

2 Журавков, М. А. Механика сплошных сред. Теория упругости и пластичности / М. А. Журавков, Э.И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2011. – 540 с.

3 Плескачевский, Ю.М. Деформирование металлополимерных систем / Ю. М. Плескачевский, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Беларуская наука, 2004. – 342 с.

4 Старовойтов, Э. И. Повторное знакопеременное нагружение упругопластической трехслойной пластины в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика. – 2021. – Т. 21, № 1. – С. 60–75.

5 Старовойтов, Э. И. Неосесимметричное деформирование круговой трехслойной пластины в своей плоскости / Э. И. Старовойтов, А. В. Нестерович // Механика машин, механизмов и материалов. – 2021. – № 1(54). – С. 38–45.

6 Старовойтов, Э. И. Изгиб упругопластической круговой трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Захарчук // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т. 26, № 1. – С. 58–73.

7 Starovoirov, É. I. Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / É. I. Starovoirov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // Strength of materials. – 2002. – Vol. 34, no. 5. – P. 474–481.

8 Згировский, А. И. Расчет и проектирование сэндвич-панелей с использованием стандартов Европейского союза / А. И. Згировский // Современные проблемы внедрения европейских стандартов в области строительства : материалы Междунар. науч.-метод. конф., Минск, 27–28 мая 2014 г. / Белорус. нац. техн. ун-т ; редкол. : В. Ф. Зверев, С. М. Коледа, С. Н. Делендик. – Минск, 2015. – С. 67–73.

9 Панели металлические с утеплителем. Правила проектирования = Панэлі металічныя з уцяпляльнікам. Правілы практавання : ТКП 45-5.04-222-2010 (02250). – Введ. 07.12.10. – Минск : М-во архитектуры и стр-ва Респ. Беларусь, 2011. – 18 с.

10 Панели самонесущие теплоизоляционные слоистые заводского изготовления. Технические условия = Панэлі саманясуцьця цеплаізаляцыйныя слаістыя заводскага вырабу. Тэхнічныя ўмовы : СТБ EN 14509-2009. – Введ. 01.01.2009. – Минск : Белорус. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2009. – 312 с.

11 Зеленая, А. С. Деформирование упругой трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем / А. С. Зеленая // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2017. – № 6 (105). – С. 89–95.

УДК 539.3, 539.8

МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В МОДЕЛИРОВАНИИ МЕХАНОДИФFUЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ

Н. А. ЗВЕРЕВ¹, А. В. ЗЕМСКОВ^{1,2}

¹Московский авиационный институт (НИИ),

²НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

В работе рассматривается одномерная полярно-симметричная задача механодиффузии для многокомпонентного ортотропного цилиндра, находящегося под действием нестационарных радиальных равномерно распределенных поверхностных возмущений (рисунок 1).

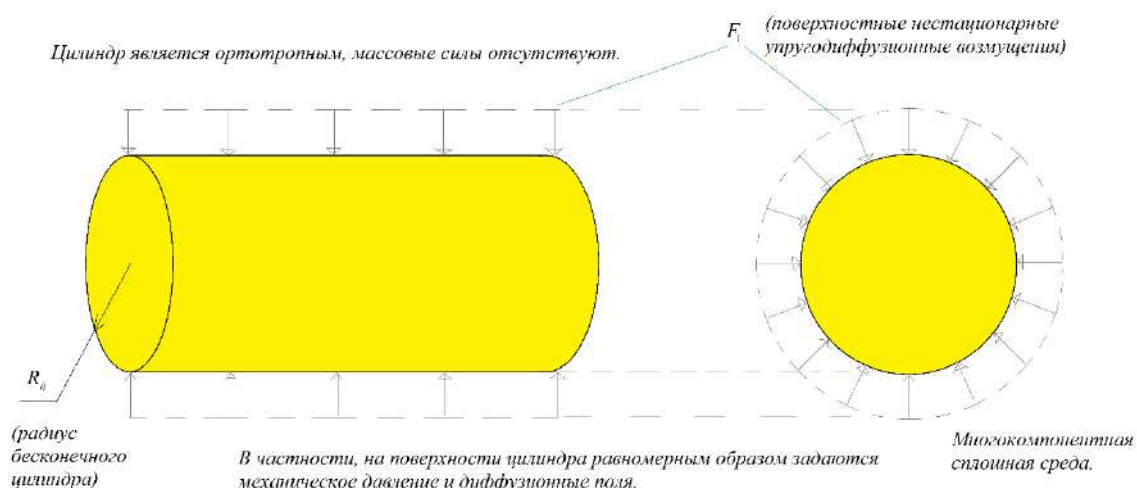


Рисунок 1 – Иллюстрация к постановке задачи

В задаче учтено время релаксации диффузионных потоков, подразумевающее конечную скорость распространения диффузионных возмущений. Математическая постановка задачи содержит: