УДК 624.072

СТАТИЧЕСКИЙ НЕЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ РЕГУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ В ОБЪЕКТАХ ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСА

О. В. КОЗУНОВА, К. А. СИРОШ
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Регулярной системой перекрестных балок на упругом основании чаще всего моделируют ленточные фундаменты мелкого заложения под здания транспортного комплекса. В качестве способа расчета используется вариационно-разностный метод, который является одним из численно-аналитических способов расчета строительных конструкций, основан на вариационных принципах метода Ритца – Тимошенко и на минимуме полной потенциальной энергии всей системы согласно принципу Лагранжа, а также приближен к реальным условиям работы системы «фундамент – основание». В работе принято грунтовое основание, моделируемое упругим слоем.

Физическая нелинейность материала перекрестных железобетонных балок регулярной системы учитывается через асимптотическую зависимость «момент – кривизна». Данная зависимость при нелинейном расчете железобетонных балок, работающих в условиях плоского изгиба, комплексно учитывает нелинейные свойства бетона и арматуры, анизотропность и неоднородность, трещинообразование материала балки [1, 2].

Рассмотрим регулярную систему перекрестных балок постоянной изгибной жесткости EJ_x, EJ_y на упругом основании под действием симметричной нагрузки. Поперечные сечения балок принимаются постоянными. Внешняя нагрузка действует перпендикулярно и симметрично плоскости осей системы балок. В силу симметрии регулярная система перекрестных балок разбивается на ряд базовых фрагментов в виде крестообразных пересечений этих балок, соединенных в систему. Регулярная система заменяется на совокупность двух пересекающихся балок, свободно опирающихся на упругое основание.

На границах принятой расчетной области основания горизонтальные перемещения $u = 0$, $v = 0$. В контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам балок. Для крайних точек крестообразного фрагмента пересекающихся балок вводятся смешанные граничные условия

$$Q_z\Big|_{x=\pm\frac{lx}{2}} = -EJ_y\frac{d^3w}{dx^3} = 0;, \quad Q_z\Big|_{y=\pm\frac{ly}{2}} = -EJ_x\frac{d^3w}{dy^3} = 0; \quad \varphi_x\Bigg|_{y=\pm\frac{ly}{2}} = \frac{dw}{dy} = 0; \quad \varphi_y\Bigg|_{x=\pm\frac{lx}{2}} = \frac{dw}{dx} = 0. \quad (1)$$

При линейном расчете упругое основание заменяется расчетной областью для решения пространственной задачи. Основание аппроксимируется симметричной объемной разбивочной сеткой с постоянными шагами по осям: Δx, Δy, Δz. Таким образом, расчетная область представляет собой совокупность объемных кубических ячеек с размерами граней Δx, Δy, Δz, где $\Delta x = \Delta y = \Delta z$.

Решение задачи строится в перемещениях. За неизвестные принимаются компоненты вектора узловых перемещений $u_i(x, y, z)$, $v_i(x, y, z)$, $w_i(x, y, z)$. Неизвестные перемещения могут быть определены из условия равенства нулю по каждому из перемещений производных от полной энергии, поскольку в состоянии статического равновесия функционал полной энергии имеет минимум.

Последовательность этапов расчета дает алгоритм линейного расчета регулярной системы перекрестных балок методом Ритца – Тимошенко [3, 4].

В работе [5] ранее давалась предложенная форма функционала полной потенциальной энергии, с учетом энергии деформации упругого основания, физически нелинейного и неоднородного.

Функционал энергии деформаций упругого основания в единице объема [4]

$$U_f = \frac{E\mu}{2(1+\mu)(1-2\mu)}(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z)^2 + \frac{E}{2(1+\mu)}(\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2+\varepsilon_z^2) + \frac{E}{4(1+\mu)}(\gamma_{xy}^2+\gamma_{yz}^2+\gamma_{xz}^2), \quad (2)$$

где E, μ – упругие постоянные упругого основания.

При обозначении элемента объема через dv полная энергия деформации упругого основания будет иметь вид

$$U = \iiint U\, dxdydz = \int U\, dv. \tag{3}$$

При составлении функционала энергии деформаций упругого основания не учитывается работа сил собственного веса упругого основания, т. к. силы собственного веса упругого основания уравновешены начальным напряженным состоянием уже в упругом основании, а работа самоуравновешенной системы сил на малых возможных перемещениях равна нулю.

Энергия изгиба двух перекрестных балок определяется по формуле

$$\Omega = \Omega x + \Omega y = \frac{EJx}{2} \int_{-\ell x}^{\ell x} \left(\frac{d^2 w}{d x^2} \right)^2 d x + \frac{EJy}{2} \int_{-\ell y}^{\ell y} \left(\frac{d^2 w}{d y^2} \right)^2 d y, \tag{4}$$

где EJ_x, EJ_y – изгибные жесткости балок.

Энергию деформаций конструкции обычно отождествляют с энергией изгиба конструкции, пренебрегая деформациями сдвига [3, 6]. Это оправдано для рассматриваемой регулярной системы перекрестных балок.

Потенциал внешней нагрузки определяется из следующей формулы:

$$\Pi = -\left(\int_{-lx}^{lx} q(x)\, w(x)\, dx + \int_{-ly}^{ly} q(y)\, w(y)\, dy \right). \tag{5}$$

Функционал полной энергии имеет вид

$$Э = U + \Omega + \Pi . \tag{6}$$

Неизвестные перемещения $u_i(x, y, z)$, $v_i(x, y, z)$, $w_i(x, y, z)$ можно найти из условия обращения в нуль производных от полной энергии по каждому из перемещений, так как в состоянии статического равновесия функционал полной энергии Э должен иметь минимум, то есть

$$\frac{\partial Э}{\partial v_i} = 0, \ \frac{\partial Э}{\partial u_i} = 0, \ \frac{\partial Э}{\partial w_i} = 0, \ i = 1, \ 2, \ 3, \dots , N, \tag{7}$$

где N − число узловых точек.

Внутренние усилия в балках можно определить по следующим дифференциальным зависимостям, используя конечные разности

$$M_x(y) = -EJ_x \frac{d^2 w}{dy^2}; \quad M_y(x) = -EJ_y \frac{d^2 w}{dx^2}; \quad Q_z(x) = -EJ_y \frac{d^3 w}{dx^3}; \quad Q_z(y) = -EJ_x \frac{d^3 w}{dy^3}. \tag{8}$$

Численная апробация результатов расчета для упругого основания осуществляется с использованием программного пакета компьютерной алгебры MATHEMATICA [7]. Подробные результаты расчета приведены в [8].

Список литературы

1 **Мурашев, В. Н.** Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона (Основы сопротивления железобетона) / В. Н. Мурашев. – М. : Изд-во М-ва строительства предприятий машиностроения. – 1950. – 268 с.

2 **Соломин, В. И.** Методы расчета и оптимальное проектирование железобетонных фундаментных конструкций / В. И. Соломин, С. Б. Шматков. – М. : Стройиздат, 1986. – 206 с.

3 **Босаков, С. В.** Метод Ритца в контактных задачах теории упругости : [монография] / С. В. Босаков. – Брест : БрГТУ, 2006. – 107 с.

4 **Тимошенко, С. П.** Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гульдер. – М. : Наука,1974. – 560 с.

5 **Босаков, С. В.** Вариационно-разностный подход в решении контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета (Ч. 1) / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. − 2009. − № 1. – С. 5−13.

6 **Ржаницын, Р. А.** Строительная механика / Р. А. Ржаницын. – М. : Высш. шк., 1991. – 439 с.

7 **Дьяконов, В. П.** Mathematica 5/6/7. Полное руководство / В. П. Дьяконов. – М. : ДМК; Пресс, 2009. – 624 с.

8 **Козунова, О. В.** Нелинейный расчет системы перекрестных балок на упругом основании в компьютерной среде Mathematica / О. В. Козунова, К. А. Сирош // Теория и практика исследований, проектирования и САПР в строительстве : сб. статей Междунар. науч.-техн. конф., Брест, 29 окт. 2021 г. – Брест : БрГТУ, 2021. – С. 31–38.