

**МЕХАНИКА**

УДК 629.44

*С. М. ВАСИЛЬЕВ, ассистент; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ  
НА ДЛИННОМЕРНЫЕ ГРУЗЫ И ОПОРНЫЕ ВАГОНЫ**

Решение задачи определения характера и величин действующих на грузы сил и ускорений вызывает необходимость исследования сложных механических систем, включающих в себя вагоны или сцепы вагонов с грузом, и взаимодействующих с ними других единиц подвижного состава (локомотивы, вагоны, группы вагонов). В работе выполнено моделирование и приведены графики силовых характеристик катковых, ползковых и клиновых турникетно-крепёжных устройств, моделирование силовой характеристики межвагонной связи, включающей два последовательно работающих поглощающих аппарата. Составлена математическая модель для исследования динамических воздействий на длинномерные грузы, укрепленные различными способами на опорных вагонах, при различных вариантах соударения опорных вагонов с другими единицами подвижного состава. Приведены результаты расчётов для конкретного варианта соударения.

**П**родольные силы, испытываемые вагоном и грузом, а соответственно, и убытки от повреждений, достигают своих наибольших величин при соударениях. Поэтому основная задача защиты длинномерных и крупногабаритных грузов от динамических воздействий при перевозке состоит в уменьшении ударных нагрузок, передаваемых грузу при соударениях вагонов в процессе сортировочной и маневровой работ. Решение задачи определения характера и величины действующих на грузы сил и ускорений вызывает необходимость исследования сложных механических систем, включающих в себя вагоны или сцепы вагонов с грузом, и взаимодействующих с ними других единиц подвижного состава (локомотивы, вагоны, группы вагонов).

Теоретическими исследованиями в области крепления грузов на подвижном составе железных дорог занимались ученые и специалисты А.Д. Малов, Г.П. Ефимов, Н.Г. Гончаров, Г.П. Гриневиц, Б.М. Хотин, Е.Н. Гохбом и др. [1, 9, 10]. Общей особенностью всех названных работ является то, что вопросы выбора типа крепления, его конструкции и расчета на прочность при перевозке длинномерных и крупногабаритных грузов решаются исходя из существующих традиционных конструктивных схем крепления груза с использованием упоров, стоек, растяжек и обвязок. Крепление длинномерных грузов на сцепах из нескольких вагонов принципиального отличия в аспекте продольной динамики не имеет, поскольку турникетная опора на одном из опорных вагонов обеспечивает жесткое крепление груза. Прочность такого рода крепления обеспечивается при соударениях вагонов со скоростями не более 5 – 6 км/ч. При этом ускорения груза достигают величин 2 – 3 g и более.

Стремление снизить уровень динамических воздействий на длинномерный груз и опорные вагоны сцепа при ударном взаимодействии последнего с другими единицами подвижного состава и тем самым повысить сохранность вагонов и грузов привело к созданию так называемых подвижных турникетно-крепёжных устройств (ТКУ). Использование таких устройств позволяет выполнять обе опоры длинномерного груза на вагоны подвижно-центрируемыми, допускающими более или менее значительный сдвиг груза относительно опорных вагонов в продольном направлении и обеспечивающими последующее его возвращение после удара в первоначальное положение.

Совершенствованию методов расчета передаваемых грузам при соударениях вагонов продольных инерционных сил посвящен ряд работ А. Д. Малова, В. А. Каблукова, И. К. Мороза, А. В. Шатунова, В. А. Калашника, Б. Г. Кеглина, Е. Ф. Стуся, Г. Б. Крайзгура, Г. В. Костина, В. А. Лазаряна, Е. П. Блохина, Л. А. Манашкина и др. [2–8, 11, 12, 14].

Следует указать на недостаточность исследований динамики систем «вагон – груз» с подвижными ТКУ, поскольку при рассмотрении подобных задач прибегали к значительному упрощению расчетных схем. Развитие вычислительной техники позволяет решать сложные механические системы, поэтому выбор расчетных схем для моделирования процессов соударений должен реализовывать адекватные реальным условиям математические модели.

**Моделирование подвижных опорно-крепёжных устройств.** Известна большая группа гравитационных устройств, работоспособность которых обеспечивается за счёт использования собственного веса перевозимого груза. Возвращающая сила в таких устройствах образуется за счёт повышения

уровня центра опирающихся на них масс, обеспечивающегося кинематическим путём при их горизонтальном отклонении из равновесного положения. В настоящее время известны следующие разновидности гравитационных устройств: катковые (рисунок 1), ползковые (рисунок 2), клиновые (рисунок 3), секторные, маятниковые и колёсные.

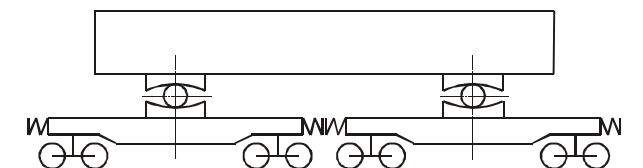


Рисунок 1 – Принципиальная схема каткового ТКУ

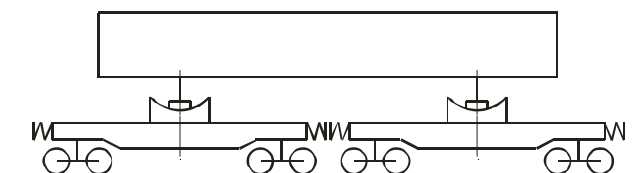


Рисунок 2 – Принципиальная схема ползкового ТКУ

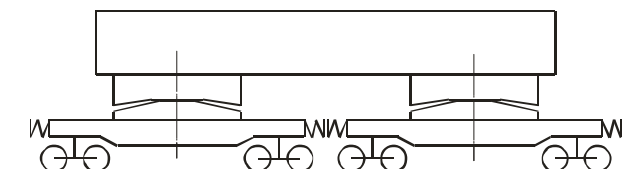


Рисунок 1.3 – Принципиальная схема клинового ТКУ

Рассмотрим работу подвижной опоры произвольного вида в механической системе «опорные вагоны – груз».

В процессе соударения исходное положение груза относительно опорных вагонов восстанавливается за счёт действия на него возвращающей силы, функционально зависящей в общем случае от относительного перемещения груза и опорных вагонов. Под силовой характеристикой некоторого устройства, передающего нагрузку от одного элемента механической системы к другому, понимается зависимость указанной нагрузки от относительных перемещений этих элементов. Таким об-

разом, силовая характеристика подвижной опоры крепёжного устройства может быть представлена силовой диаграммой зависимости продольной нагрузки  $N$  (она же возвращающая сила для консервативной системы, передающаяся грузу через эту опору) от продольных относительных перемещений груза и опорного вагона  $\Delta$  при заданном законе движения элементов механической системы в процессе соударения. В общем случае направления действия передаваемой нагрузки и относительных перемещений могут не совпадать между собой, поэтому для устройств, предназначенных для работы вдоль определённого направления, рассматриваемую зависимость целесообразно представить в проекциях нагрузки и перемещений на указанное направление.

Из-за того, что в подвижных гравитационных опорах консервативная возвращающая сила при перемещениях груза относительно опорных вагонов в продольном направлении возникает вследствие подъёма груза, задачей аналитического определения силовых характеристик подвижной опоры является задача установления количественной зависимости между законом движения центра тяжести груза в вертикальной продольной плоскости и продольными силами, сообщаемыми грузу через эту опору. Деформациями рессорных комплектов опорных вагонов, а также угловыми смещениями груза за счёт возможного изменения уровней его опор в процессе соударения пренебрегаем. В этом случае можно считать, что груз при соударении вагонов перемещается поступательно и все точки груза повторяют траекторию движения его центра тяжести. Исходя из этого при определении силовых характеристик отдельных подвижных опор ТКУ или опорно-крепёжных устройств (ОКУ) груз можно представить в виде материальной точки с массой  $m$ , приходящейся на рассматриваемую опору (рисунок 4).

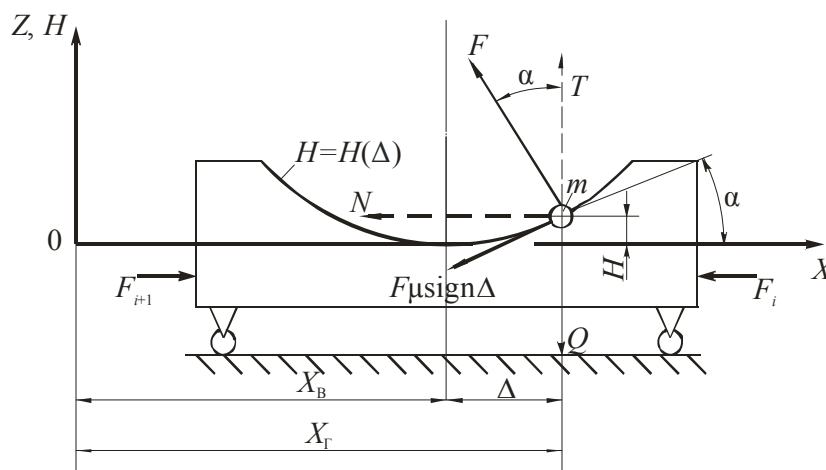


Рисунок 4 – Расчётная схема для определения силовой характеристики гравитационной подвижной опоры произвольного типа

Уравнение динамической силовой характеристики подвижной опоры гравитационного крепёжного устройства выглядит следующим образом:

$$N = m \left( g + \frac{d^2 H}{d\Delta^2} (\Delta')^2 + \frac{dH}{d\Delta} \Delta'' \right) \frac{\frac{dH}{d\Delta} + \mu \operatorname{sign} \Delta'}{1 - \mu \frac{dH}{d\Delta} \operatorname{sign} \Delta'} \quad (1)$$

где  $H$  – величина подъёма груза;  $\Delta$  – продольное перемещение груза относительно указанного вагона;  $\operatorname{sign} \Delta'$  – знак скорости, равный  $+1$  при  $\Delta' \geq 0$  и  $-1$  при  $\Delta' < 0$ ;  $g$  – ускорение свободного падения.

Как видно из этого уравнения, продольная нагрузка, сообщаемая грузу со стороны подвижной опоры гравитационного устройства, зависит от траектории относительных перемещений груза и опорных вагонов, их скорости и ускорения, а так-

же от массы груза и неконсервативных сил сопротивления его перемещениям.

Значение приведенного коэффициента трения между грузом и опорой  $\mu$  принимается равным: для клиновых и полозковых устройств – коэффициенту трения скольжения на опорных поверхностях, т. е.  $\mu = \mu_c$ , для катковых устройств – эквивалентному коэффициенту сопротивления  $\mu_k$ .

Используем полученное уравнение (1) динамической силовой характеристики гравитационной опоры произвольного типа для определения динамических силовых характеристик устройств конкретных типов.

Динамическая силовая характеристика катковой опоры с цилиндрическими профилями катка и опорных элементов записывается в математическом пакете Mathcad следующим образом:

$$N_{kat}(R, r, \mu, m, \Delta, \Delta', \Delta'') := m \cdot \left[ 9.8 + \frac{4(R-r)^2 \cdot \Delta'^2}{\left[4(R-r)^2 - \Delta^2\right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{\Delta \cdot \Delta''}{\sqrt{4(R-r)^2 - \Delta^2}} \right] \cdot \frac{\frac{\Delta}{\sqrt{4(R-r)^2 - \Delta^2}} + \mu \cdot \operatorname{sign}(\Delta')}{1 - \mu \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{4(R-r)^2 - \Delta^2}} \operatorname{sign}(\Delta')} \quad (2)$$

На рисунке 5 в качестве примера представлена построенная в Mathcad силовая диаграмма каткового ТКУ в ситуации, когда груз массой 30 т, укрепленный на катковом ТКУ, получает начальную скорость 1,94 м/с (7 км/ч). Данное катковое ТКУ имеет следующие параметры: радиус опорных поверхностей  $R = 0,6$  м; радиус тела качения (катка)  $r = 0,1$  м; коэффициент трения  $\mu = 0,1$ .

Силовую характеристику гравитационной опоры полозкового или роликового типа в математическом пакете Mathcad можно задать в виде функции следующим образом:

$$N_{pol}(R, \mu, m, \Delta, \Delta', \Delta'') := m \cdot \left[ g + \frac{R^2}{\left(R^2 - \Delta^2\right)^{\frac{3}{2}}} \Delta'^2 + \frac{\Delta \cdot \Delta''}{\sqrt{R^2 - \Delta^2}} \right] \cdot \frac{\frac{\Delta}{\sqrt{R^2 - \Delta^2}} + \mu \cdot \operatorname{sign}(\Delta')}{1 - \mu \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{R^2 - \Delta^2}} \operatorname{sign}(\Delta')} \quad (3)$$

На рисунке 6 в качестве примера представлена построенная в Mathcad силовая диаграмма полозкового (роликового) ТКУ в ситуации, когда груз массой 30 т, укрепленный на полозковом (роликовом) ТКУ, получает начальную скорость 1,94 м/с (7 км/ч). Данное полозковое (роликовое) ТКУ имеет следующие параметры: радиус опорной поверхности  $R = 0,6$  м; коэффициент трения  $\mu = 0,1$ .

Силовую характеристику гравитационной опоры клинового типа в математическом пакете Mathcad можно задать в виде функции следующим образом:

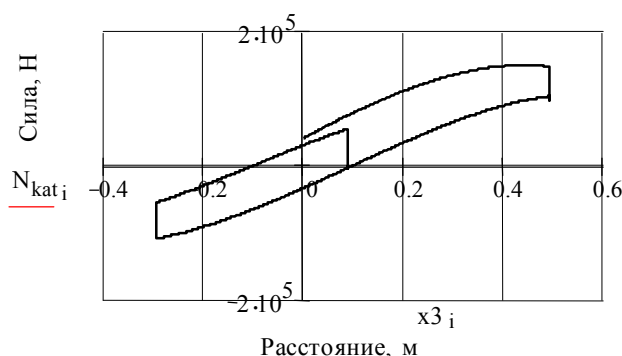


Рисунок 5 – Силовая диаграмма каткового ТКУ

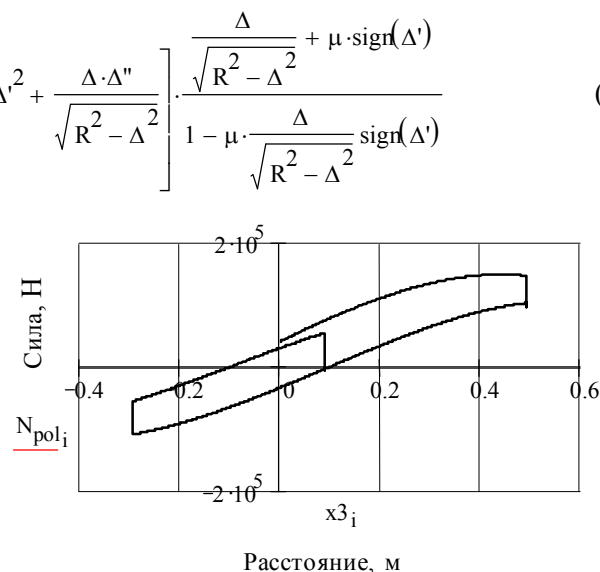


Рисунок 6 – Силовая диаграмма полозкового (роликового) ТКУ

$$N_{kl}(\alpha, \mu, m, \Delta, \Delta') := m \cdot (g + \tan(\alpha) \cdot \Delta'') \cdot \frac{\tan(\alpha) + \mu \cdot \text{sign}(\Delta')}{1 - \mu \cdot \tan(\alpha) \cdot \text{sign}(\Delta')} \quad (4)$$

На рисунке 7 в качестве примера представлена построенная в Mathcad силовая диаграмма клинового ТКУ в ситуации, когда груз массой 30 т, укрепленный на клиновом ТКУ, получает начальную скорость 1,94 м/с (7 км/ч). Данное клиновое ТКУ имеет следующие параметры: угол наклона к горизонту опорных поверхностей  $\alpha = 0,262$  рад ( $15^\circ$ ); коэффициент трения  $\mu = 0,3$ .

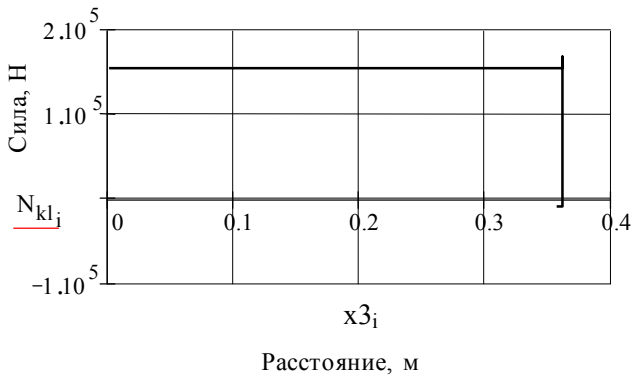


Рисунок 7 – Силовая диаграмма клинового ТКУ

**Моделирование различных вариантов соударения вагонов.** В реальных условиях возможны различные варианты соударения вагона или сцепа вагонов с другими единицами подвижного состава.

В эксплуатации наиболее вероятным является соударение набегающего вагона или сцепа с другими вагонами, находящимися в составе неподвижной группы.

Моделирование силовой характеристики межвагонной связи можно осуществить в соответствии с [13]. На рисунке 8 в качестве примера представлена построенная в Mathcad силовая диаграмма межвагонной связи в ситуации, когда вагон массой 40 т, движущийся со скоростью 1,39 м/с (5 км/ч), ударяется в неподвижную преграду.

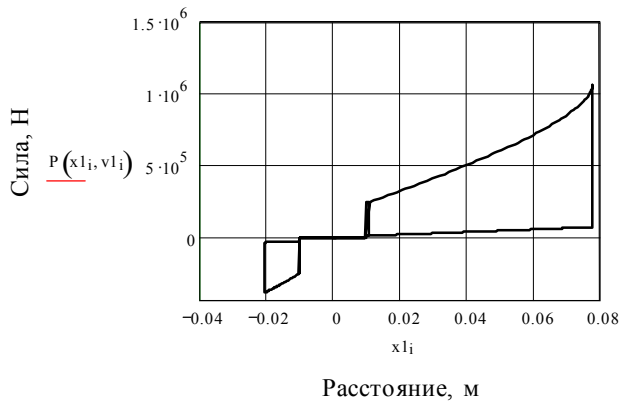


Рисунок 8 – Силовая диаграмма межвагонной связи

Составим математическую модель соударения для многомассовой механической системы.

При выводе дифференциальных уравнений приняты следующие исходные предпосылки и допущения:

- начало отсчета каждой из координат  $x_i$ , определяющих положение элементов системы, соответствует моменту соприкосновения вагона или первого по ходу вагона сцепа со стенкой;
- груз и вагон стенки считаются твердыми телами;
- опорные вагоны представлены в виде твердых тел с присоединенными к ним упругими элементами, имитирующими продольную податливость кузова;
- массы вагонов и груза сосредоточены в их центрах масс;
- угловыми перемещениями вагонов и груза пренебрегаем;
- вертикальными перемещениями вагонов за счет деформации рессорного подвешивания пренебрегаем;
- сопротивление перекатыванию набегающих вагонов при соударении не учитывается.

Пользуясь принципом Даламбера, запишем математическую модель соударения в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} -m_1 x_1'' = P_{12} + P_{14} + N_{13} \\ -m_2 x_2'' = P_{21} + N_{23} \\ -m_3 x_3'' = N_{31} + N_{32} \\ -m_4 x_4'' = P_{41} + P_{45} + F_4 \cdot \text{sign} x_4' \\ \dots \\ -m_i x_i'' = P_{i,i-1} + P_{i,i+1} + F_i \cdot \text{sign} x_i' \\ \dots \\ -m_n x_n'' = P_{n,n-1} + P_{n,n+1} + F_n \cdot \text{sign} x_n' \end{cases} \quad (5)$$

где  $m_1, m_2$  – массы первого и второго по ходу движения вагонов сцепа;  $m_3$  – масса груза;  $m_4$  – масса первого вагона стенки;  $m_i$  – масса  $i$ -го вагона стенки, начиная со второго;  $x_i$  – координата центра масс  $i$ -го элемента системы, отсчитываемая от его положения в начальный момент соударения;  $P$  – сила реакции межвагонных связей;  $N_{31}, N_{32}$  – сила продольной реакции опор на вагонах 1 и 2 соответственно;  $F_i$  – сила сопротивления перемещениям  $i$ -го вагона, образующего стенку;  $\text{sign} x_i'$  – знак скорости, равный  $+1$  при  $x_i > 0$  и  $-1$  при  $x_i < 0$ .

Система уравнений (5) справедлива для различных расчётных вариантов соударения одного вагона и сцепа вагонов с группой заторможенных вагонов.

В случае набегания при ударе одного вагона с грузом принимаем  $P_{21} = 0$ ;  $N_{23} = 0$ . Второе уравнение системы (5) автоматически исключается. При соударении вагона или сцепа с неподвижной преградой используются первые три уравнения системы при  $x_4 = 0$  в течение всего удара. В случае соударения с одним вагоном, упирающимся в неподвижную преграду, движение описывается первыми четырьмя уравнениями при  $x_5 = 0$  в течение всего процесса соударения. При отсутствии неподвижного упора дополнительно следует принять  $P_{45} = 0$ . Наконец, при соударениях сцепа или вагона с  $n$ , где  $n > 4$ , вагонами стенки используются все уравнения системы (5). В этих уравнениях величины, имеющие индекс (или хотя бы один из индексов)  $i$  больше  $n$ , равны нулю.

В качестве начальных условий соударения можно принять:

$$t = 0; x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = \dots x_i(0) = \dots x_n(0) = 0;$$

$$x'_1(0) = x'_2(0) = x'_3(0) = v;$$

$$x'_4(0) = x'_5(0) = \dots = x'_i(0) = \dots = x'_n(0) = 0,$$

где  $v$  – начальная скорость соударения, соответствующая скорости движения набегающего вагона или сцепа в момент соприкосновения с первым вагоном стенки.

Критериями оценки сравниваемых вариантов соударения служат наибольшие значения величины ускорения, сообщаемого грузу, продольные реакции в опорах и реакции в межвагонных связях за удар.

На рисунках 9, 10 в качестве примера представлены результаты расчётов в Mathcad для случая, когда груз массой 60 т на сцепе из двух вагонов, каждый массой 22,4 т, со скоростью 1,39 м/с (5 км/ч) ударяется о три последовательно стоящих вагона, упирающихся в неподвижную преграду. Для размещения груза на сцепе использованы катковые ТКУ со следующими параметрами: радиус опорных поверхностей  $R = 0,6$  м; радиус тела качения (катка)  $r = 0,1$  м; коэффициент трения  $\mu = 0,1$ .

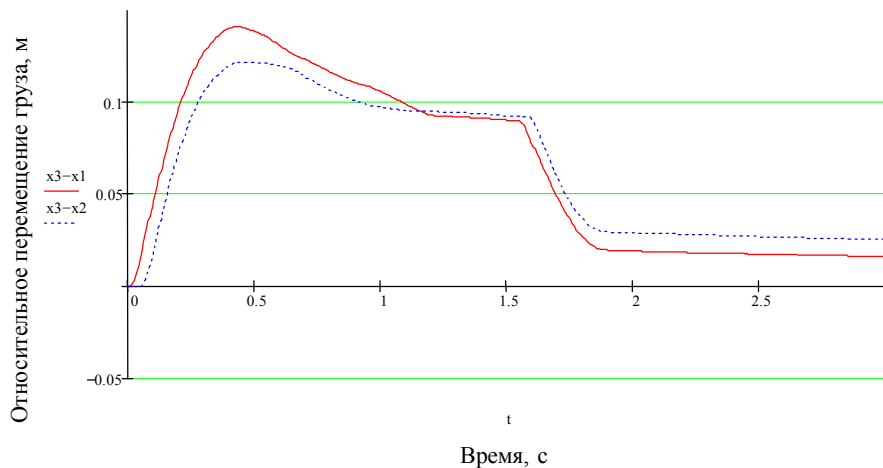


Рисунок 9 – Перемещение груза относительно вагонов сцепа

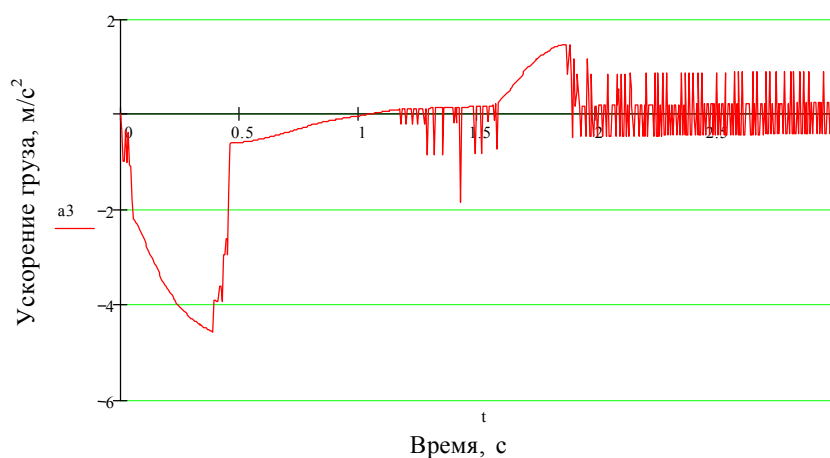


Рисунок 10 – Ускорение груза

Из рисунков видно что максимальное перемещение груза относительно вагона равно 0,14 м. Максимальное ускорение груза составляет 4,56 м/с<sup>2</sup>, что

значительно ниже, чем при использовании традиционных конструктивных схем крепления груза с использованием упоров, стоек, растяжек и обвязок.

**Заключение.** Основная задача защиты длинномерных и крупногабаритных грузов от динамических воздействий при перевозке состоит в уменьшении ударных нагрузок, передаваемых грузу при соударениях вагонов в процессе сортировочной и маневровой работ. Решение задачи определения характера и величин действующих на грузы сил и ускорений вызывает необходимость исследования сложных механических систем, включающих в себя вагоны или сцепы вагонов с грузом, и взаимодействующих с ними других единиц подвижного состава (локомотивы, вагоны, группы вагонов).

Следует указать на недостаточность исследований динамики систем «вагон – груз» с подвижными ТКУ, поскольку при рассмотрении подобных задач прибегали к значительному упрощению расчетных схем. Развитие вычислительной техники позволяет разрешать сложные механические системы, поэтому выбор расчетных схем для моделирования процессов соударений должен реализовывать адекватные реальным условиям математические модели.

Известна большая группа гравитационных устройств, возвращающая сила в которых образуется за счёт повышения уровня центра опирающихся на них масс, обеспечивающегося кинематическим путём при их горизонтальном отклонении из равновесного положения. В настоящее время известны следующие разновидности гравитационных устройств: клиновые, ползковые, катковые, секторные, маятниковые и колёсные.

Из-за того, что в подвижных гравитационных опорах консервативная возвращающая сила при перемещениях груза относительно опорных вагонов в продольном направлении возникает вследствие подъёма груза, задачей аналитического определения силовых характеристик подвижной опоры является задача установления количественной зависимости между законом движения центра тяжести груза в вертикальной продольной плоскости и продольными силами, сообщаемыми грузу через эту опору. В этом случае можно считать, что груз при соударении вагонов перемещается поступательно и все точки груза повторяют траекторию движения его центра тяжести. Исходя из этого при определении силовых характеристик отдельных подвижных опор ТКУ или ОКУ груз можно представить в виде материальной точки с массой, приходящейся на рассматриваемую опору.

Исходя из этого получено уравнение динамической силовой характеристики подвижной опоры гравитационного крепёжного устройства. Из этого уравнения видно, что продольная нагрузка, сообщаемая грузу со стороны подвижной опоры гравитационного устройства, зависит от траектории относительных перемещений груза и опорных ваго-

нов, их скорости и ускорения, а также от массы груза и неконсервативных сил сопротивления его перемещениям.

Полученное уравнение динамической силовой характеристики гравитационной опоры произвольного типа использовано для определения динамических силовых характеристик устройств конкретного типа: катковых, ползковых и клиновых.

В реальных условиях возможны различные варианты соударения вагона или сцепы вагонов с другими единицами подвижного состава. Наиболее вероятным является соударение набегающего вагона или сцепы с другими вагонами, находящимися в составе неподвижной группы.

Составлена математическая модель соударения для многомассовой механической системы. На основе этой модели выполнены расчёты для случая, когда груз массой 60 т на сцепе из двух вагонов, каждый массой 22,4 т, со скоростью 1,39 м/с (5 км/ч) ударяется о три последовательно стоящих вагона, упирающихся в неподвижную преграду. Для размещения груза на сцепе использованы катковые ТКУ со следующими параметрами: радиус опорных поверхностей  $R = 0,6$  м; радиус тела качения (катка)  $r = 0,1$  м; коэффициент трения  $\mu = 0,1$ . Из расчётов видно, что максимальное перемещение груза относительно вагона равно 0,14 м. Максимальное ускорение груза равно  $4,56$  м/с<sup>2</sup>, что значительно ниже, чем при использовании традиционных конструктивных схем крепления груза с применением упоров, стоек, растяжек и обвязок.

#### Список литературы

- 1 Гончаров, Н. Г. Перевозка негабаритных и тяжеловесных грузов / Н.Г. Гончаров, Г.П. Ефимов. – М., 1961. – 260 с.
- 2 Каблуков, В. А. Исследование продольной устойчивости металлопродукции при соударении вагонов / В.А. Каблуков, И.К. Мороз, А.В. Шатунов // Вопросы улучшения технического содержания вагонов и совершенствования ходовых частей: сб. науч. тр. / ДИИТ. – Днепропетровск, 1982. – Вып. 221/7. – С. 52 – 56.
- 3 Калашник, В. А. К вопросу оценки инерционных сил при перевозке металлопродукции на открытом подвижном составе / В.А. Калашник, И.К. Мороз, И.В. Шатунов // Вопросы улучшения технического содержания вагонов и совершенствования ходовых частей: сб. науч. тр. / ДИИТ. – Днепропетровск, 1984. – С. 73 – 77.
- 4 Кеглин, Б. Г. Динамика соударения платформ, нагруженных длинномерными незакрепленными грузами / Б.Г. Кеглин, Е.Ф. Стусь // Тр. БИТМ. – Брянск, 1974. – 205 с.
- 5 Костин, Г. В. Перспективы применения амортизирующих устройств с подвижной хребтовой балкой на грузовых вагонах / Г.В. Костин // Тр. ВНИИЖТа. – 1981. – Вып. 639. – С. 70 – 74.
- 6 Костин, Г. В. Исследование динамики ударного взаимодействия вагонов с подвижными хребтовыми балками / Г.В. Костин // Тр. ВНИИЖТа. – 1970. – Вып. 425. – С. 86 – 95.
- 7 Крайзгур, Г. Б. О средствах продольной амортизации контейнерных платформ / Г.Б. Крайзгур, А.С. Лебедев, В.И. Угаров // Тр. ВНИИЖТа. – 1980. – Вып. 40. – С. 22 – 25.

8 Лазарян, В. А. Моделирование соударения сцепов из вагонов с подвижными хребтовыми балками / В.А. Лазарян, Е.П. Блохин, Л.А. Манашкин // Тр. ДИИТа. – 1968. – Вып. 76. – С. 26 – 33.

9 Малов, А. Д. Крепление грузов на открытом подвижном составе для перевозки при высоких скоростях движения / А.Д. Малов // Тр. ВНИИЖТа. – 1965. – Вып. 294. – 166 с.

10 Размещение и крепление грузов в вагонах / А.Д. Малов [и др.]. – М., 1980. – 328 с.

11 Малов, А. Д. Исследование ускорений и перемещений грузов в вагонах / А.Д. Малов // Вестник ВНИИЖТа. –

1979. – № 4. – С. 50 – 55.

12 Исследование с помощью ЦВМ нагрузок, действующих на вагоны и амортизированные грузы при соударении сцепов и пуске в ход грузовых поездов / Л.А. Манашкин [и др.] // Тр. ДИИТа. – 1978. – Вып. 199/25: Проблемы механики наземного транспорта. – С. 87 – 93.

13 Никольский, Л. Н. Амортизаторы удара подвижного состава / Л.Н. Никольский, Б.Г. Кеглин. – М.: Машиностроение, 1986. – 144 с.

14 Совершенствование способов размещения и крепления грузов в вагонах / под ред. А.Д. Малова. – М., 1970. – 136 с.

Получено 19.05.2006

**S. M. Vasilyeu.** Mathematical modeling of dynamic influences on lengthy cargoes and basic cars

The solving of a problem of definition of character and values of forces and accelerations acting on cargoes causes the research of the complex mechanical systems including cars or cars hitches with a cargo and other units of a rolling stock cooperating with them (locomotives, cars, groups of cars). The modeling is realized and the diagrams are shown of power characteristics of rolling, skidding and chocking fixing devices; the modeling is realized of the power characteristic of the intercar connection including two consistently working absorbing devices. The mathematical model is realized for research of dynamic influences on the lengthy cargoes fixed in the various ways on basic cars, at various variants of impact of basic cars with other units of a rolling stock. The results of calculations for a particular variant of impact are given.

---

Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2006. № 1-2(12-13)

---

УДК 681.11.034.1

*В. А. ЖМАЙЛИК, кандидат технических наук; ПО “Гомсельмаш”, г. Гомель; С. С. ЩЕРБАКОВ, аспирант; Белорусский государственный университет, г. Минск; В. В. КОМИССАРОВ, аспирант; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

## РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МОДЕЛИ ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ В ОБЛАСТИ КОНТАКТА

Предложена методика и процедура расчета трехмерного напряженного состояния для общего вида несогласованного контакта, образующегося при взаимодействии элементов модели зубчатого зацепления. Использование методики позволяет производить расчет компонент напряжений не только на поверхности контакта и на оси  $z$ , но и в любой точке окрестности эллиптического несогласованного контакта. Проведен анализ напряженного состояния модели зубчатого зацепления и приведены трехмерные распределения всех компонент напряжения, которые исчерпывающим образом и непротиворечиво характеризуют напряженное состояние в зоне контакта. Записано общее выражение для расчета напряжений в случае подвижного контакта. Установлено, что проведение анализа напряженного состояния с использованием разработанной методики в сравнении с методом конечных элементов дает меньшую погрешность расчетов (соответственно 3 и 10 %), возможность создания очень большого массива расчетных точек и функции интерполяции значений напряжений между ними. Знание напряженно-деформированного состояния в зоне контакта модели зубчатого зацепления необходимо при определении абсолютной меры поврежденности, называемой опасным объемом.

**В** работе [1] применительно к модели зубчатого зацепления дана методика расчета параметров контакта. Там же приведена схема контакта. Данная работа посвящена анализу напряженного состояния модели зубчатого зацепления в области контакта.

При исследовании напряженного состояния в зоне контакта в точной постановке обычно ограничиваются нахождением компонент напряжений в любых точках на оси  $z$  и в точках поверхности контакта [2, 3]. Нахождение всех компонент напряжения в любой точке полупространства в точной постановке затруднительно в силу большой

сложности интегрируемых функций.

В зубчатых зацеплениях, в которых реализуется процесс трения качения, имеет место несогласованный подвижный контакт между элементами, в общем случае которого площадка контакта представляет собой эллипс с эллиптически распределенным по ней контактным давлением  $p(x, y)$  (рисунок 1). В силу того, что контакт подвижный, напряженное состояние описывается суперпозицией напряжений, вызванных нормальной  $\sigma_{ij}^{(n)}$  ( $i, j = x, y, z$ ) и касательной  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$  к поверхности контакта нагрузками