

УДК 629.4.075-62.597.3

П. К. РУДОВ, старший преподаватель; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭФФЕКТИВНОГО РАДИУСА ТРЕНИЯ В ДИСКОВОМ ТОРМОЗЕ С НАКЛАДКАМИ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ

Излагается методика расчета эффективного радиуса трения в дисковом тормозе дизель-поездов производства Рижского вагоностроительного завода. Предлагаемая методика учитывает механизм образования тормозного момента на диске и физическую сущность коэффициента трения. В ее основу положено, что эффективный радиус трения равен частному от деления тормозного момента, действующего на оси, на результирующую силу трения накладок, полученную арифметическим суммированием элементарных сил трения. Тормозной момент и силы трения при этом определяются на основе законов распределения удельных давлений по площади фрикционного контакта. Получены расчетные формулы для эффективного радиуса трения при равномерном и неравномерном износах накладок. Показано, что эффективный радиус трения не зависит от триботехнических характеристик применяемых материалов, а является функцией геометрических параметров площади фрикционного контакта трущихся пар и при неравномерном износе – дополнительно коэффициента неравномерности износа. Использование предлагаемой методики позволяет повысить точность определения геометрических и силовых характеристик дискового тормоза при проектировании, точность тормозных расчетов и получать объективные результаты при исследованиях триботехнических характеристик фрикционных пар трения.

Дисковые тормоза в настоящее время широко применяются на подвижном составе различных видов транспорта. Однако методика их расчета не отработана в полной мере. Особенностью образования тормозной силы в дисковом тормозе является то, что элементарные силы трения действуют на различных расстояниях от оси вращения диска. Тормозной момент, развиваемый на диске фрикционной накладкой, определяется по формуле

$$M_T = K_n \varphi_k r_s, \quad (1)$$

где  $K_n$  – сила нажатия на тормозную накладку;  $\varphi_k$  – коэффициент трения материала накладки;  $r_s$  – эффективный радиус трения.

Введение эффективного радиуса трения обусловлено необходимостью приведения сил трения накладки к одному радиусу. Единой согласованной и обоснованной методики по его определению нет. Исследователями предлагаются различные методы его расчета [1]. Результаты, полученные для дискового тормоза электропоезда ЭР200 с использованием предлагаемых методик, различаются между собой более чем на 20 %.

Уравнение тормозного момента используется при выполнении тормозных расчетов и для определения триботехнических характеристик фрикционных элементов при исследованиях дисковых тормозов. Погрешность в вычислении эффективного радиуса трения приводит к ошибочному определению коэффициента трения.

Эффективный радиус трения в дисковом тормозе должен иметь значение, при котором коэффициент трения, определенный из формулы (1), соответствовал бы своему физическому определению, т. е. был равен отношению суммарной силы трения всех элементарных площадок фрикционной поверхности накладки к силе нажатия на нее.

При этом суммирование элементарных сил должно производиться арифметически, так как тормозной момент на каждой элементарной площадке создается полной силой трения, а не отдельной ее составляющей. При геометрическом суммировании получают равнодействующую сил трения.

Эффективный радиус трения может быть определен путем деления тормозного момента  $M_T$  на суммарную силу трения накладки  $F_T$ , которые рассчитываются следующим образом:

$$F_T = \int_{S_n} p(\rho, \alpha) \varphi(\rho, \alpha) dS; \quad (2)$$

$$M_T = \int_{S_n} p(\rho, \alpha) \varphi(\rho, \alpha) \rho dS, \quad (3)$$

где  $S_n$  – площадь фрикционной поверхности накладки;  $p(\rho, \alpha)$  – функция распределения удельных давлений по накладке;  $\varphi(\rho, \alpha)$  – функция, показывающая изменение коэффициента трения материала на фрикционной поверхности; зависит от удельного давления  $p$  и скорости трения  $v$  в рассматриваемой точке накладки;  $\rho$  – расстояние от рассматриваемой точки до оси вращения (радиус трения);  $\alpha$  – угол между осью симметрии и линией, связывающей рассматриваемую точку с центром вращения диска.

При равномерном износе распределение удельных давлений по фрикционной поверхности накладки является функцией радиуса трения и осуществляется по закону [2]

$$p(\rho) = \frac{k}{v(\rho)} \varphi(\rho), \quad (4)$$

где  $k$  – удельная тормозная мощность, реализуемая на фрикционной поверхности при равномерном износе;  $v(\rho)$  – линейная скорость трения на радиусе  $\rho$ ;  $v(\rho) = \rho \omega$ ;  $\omega$  – угловая скорость диска.

Формулы (2) и (3) с учетом зависимости (4) преобразуются к виду

$$F_T = \frac{k}{\omega} \int_{S_H} \frac{dS}{\rho};$$

$$M_T = \frac{k}{\omega} S_H.$$

Эффективный радиус трения

$$r_s = \frac{M_T}{F_T} = \frac{S_H}{\int_{S_H} \frac{dS}{\rho}}. \quad (5)$$

Таким образом, эффективный радиус трения является функцией геометрических параметров площади фрикционного контакта трущихся пар и не зависит от триботехнических характеристик применяемого материала. Интеграл в уравнении (5) характеризует степень концентрации площади  $S_H$  относительно оси вращения диска. Для одинаковой по величине площади чем больше значение интеграла, тем ближе к оси вращения сконцентрирована площадь, и наоборот.

Классической формой накладки дискового тормоза является кольцевой сектор, для которого эффективный радиус трения, рассчитанный по формуле (5), равен среднему радиусу сектора. Кроме этого используются накладки других форм. Например, тормозная накладка дизель-поездов постройки Рижского вагоностроительного завода состоит из четырех приклепанных к башмаку фрикционных элементов, имеющих форму трапеции. Для каждого элемента при равномерном износе и одинаковом расположении относительно оси вращения тормозного диска эффективный радиус трения имеет одно и то же значение.

Площадь  $S_{HT}$  фрикционного элемента может быть представлена тремя фигурами, как показано на рисунке 1. Фигуры образованы сторонами трапеции и концентрическими дугами, центр которых расположен на оси вращения диска. Фигуры 1 и 3 имеют вид сегментов, а фигура 2-3 – кольцевого сектора с центральным углом  $\alpha_T$  и радиусами  $\rho_1$  и  $\rho_H$ . Исходя из свойств определенного интеграла

$$\int_{S_{HT}} \frac{dS}{\rho} = \int_{S_1} \frac{dS}{\rho} + \int_{S_{2-3}} \frac{dS}{\rho} - \int_{S_3} \frac{dS}{\rho}, \quad (6)$$

где  $S_1, S_{2-3}, S_3$  – площади соответствующих фигур.

Перейдем в формуле (6) к интегрированию по аргументу  $\rho$ , выразив элемент площади  $dS$  для фигуры 2-3, имеющей центральный угол  $\alpha_T$ , как  $dS = \alpha_T \rho d\rho$ , а для фигур 1 и 3 с учетом изменения текущего угла  $\alpha$  при изменении радиуса –  $dS = \alpha(\rho) \rho d\rho$ . Для фигуры 1 функция  $\alpha(\rho)$  имеет вид  $\alpha(\rho) = 2 \arccos(\rho_B/\rho)$ , а для фигуры 2 –  $\alpha(\rho) = 2 \arccos(\rho_2/\rho)$ . Тогда

$$\int_{S_{HT}} \frac{dS}{\rho} = 2 \int_{\rho_B}^{\rho_1} \arccos \frac{\rho_B}{\rho} d\rho + \alpha_T \int_{\rho_1}^{\rho_H} d\rho - 2 \int_{\rho_2}^{\rho_H} \arccos \frac{\rho_2}{\rho} d\rho. \quad (7)$$

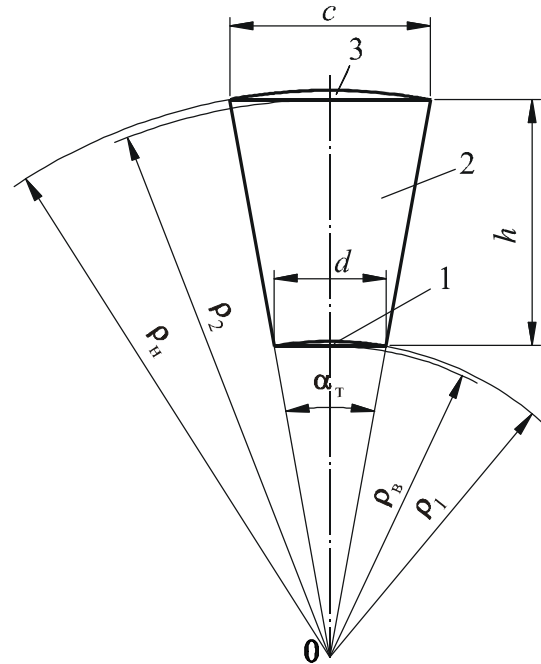


Рисунок 1 – Фрикционный элемент дискового тормоза дизель-поезда

Второй интеграл в уравнении (7) определяется непосредственным интегрированием. Для остальных, имеющих подынтегральное выражение вида  $\arccos(a/\rho) d\rho$ , где  $a = \rho_B$  или  $a = \rho_2$ , необходимо использовать другие методы – метод интегрирования подстановкой (заменой переменных) и метод интегрирования по частям. Введем вспомогательную переменную  $t$ , связанную с  $\rho$  зависимостью  $\arccos(a/\rho) = t$ . Тогда  $a/\rho = \cos t$  или  $\rho = a/\cos t$ ,  $d\rho = (a \sin t / \cos^2 t) dt$ . С учетом произведенных замен

$$\int \arccos \frac{a}{\rho} d\rho = a \int \frac{t \sin t}{\cos^2 t} dt = a \int t d\left(\frac{1}{\cos t}\right). \quad (8)$$

Далее производим интегрирование по частям, принимая  $u = t$ ,  $dv = d(1/\cos t)$ . Тогда  $du = dt$ ,  $v = 1/\cos t$ . Окончательно уравнение (8) преобразуется к виду

$$\int \arccos \frac{a}{\rho} d\rho = \rho \arccos \frac{a}{\rho} - a \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arccos \frac{a}{\rho} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C, \quad (9)$$

где  $C$  – постоянная величина.

Первые два слагаемых конечного результата интегрирования при  $\rho = a$  имеют нулевое значение. В качестве  $a$  при решении соответствующих определенных интегралов в уравнении (7) принимаются нижние пределы интегрирования. Тогда

$$\int_{S_{\text{нт}}} \frac{dS}{\rho} = 2 \left( \rho_1 \arccos \frac{\rho_B}{\rho_1} - \rho_B \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arccos \frac{\rho_B}{\rho_1} + \frac{\pi}{4} \right) \right| \right) + \alpha_T (\rho_H - \rho_1) -$$

$$- 2 \left( \rho_H \arccos \frac{\rho_2}{\rho_H} - \rho_2 \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arccos \frac{\rho_2}{\rho_H} + \frac{\pi}{4} \right) \right| \right). \quad (10)$$

Из рисунка 1  $\arccos(\rho_B/\rho_1) = \arccos(\rho_2/\rho_H) = \alpha_T/2$ . После преобразований уравнение (10) приводится к виду

$$\int_{S_{\text{нт}}} \frac{dS}{\rho} = 2(\rho_2 - \rho_B) \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha_T + \pi}{4} \right) =$$

$$= 2h \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha_T + \pi}{4} \right), \quad (11)$$

где  $h$  – высота трапеции.

Центральный угол  $\alpha_T$  накладки, выполненной в виде трапеции, может находиться в пределах более 0 до 180°. Угол  $(\alpha_T + \pi)/4$ , выраженный в градусах, не может превышать значения 90°, т. е. его тангенс является величиной положительной. Это позволяет убрать знак модуля в уравнениях (10) и (11).

Окончательная формула для определения эффективного радиуса трения накладке трапециевидальной формы имеет несложный вид

$$r_s = \frac{S_{\text{нт}}}{\int_{S_{\text{нт}}} \frac{dS}{\rho}} = \frac{c + d}{4 \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha_T + \pi}{4} \right)}, \quad (12)$$

где  $c, d$  – длины оснований трапеции.

Формула (12) получена для случая, когда точка пересечения линий, являющихся продолжением боковых сторон трапеции, совпадает с осью вращения диска. В реальных условиях это совпадение может отсутствовать. Например, в эксплуатации допускается выступ накладке за пределы тормозного диска в радиальном направлении не более 18 мм и опускание верхней точки накладке в область тормозного диска не более 7 мм.

Рассмотрим рисунок 2. Сохраняя обозначения, принятые на рисунке 1, перенесем ось вращения тормозного диска в точку  $O_1$ , которая одновременно является центром радиусов  $\rho_B, \rho_1, \rho_2, \rho_H$ . Из точки  $O_1$  проведем две линии, параллельные боковым сторонам трапеции. Угол между линиями равен центральному углу  $\alpha_T$ . Расстояние от точки  $O_1$  до боковой стороны трапеции определяется по формуле

$$e = (\rho_{\text{во}} - \rho_B) \sin \frac{\alpha_T}{2} = \left( \frac{dh}{c-d} - \rho_B \right) \sin \frac{\alpha_T}{2}. \quad (13)$$

Расстояние  $e$  может принимать положительные и отрицательные значения в зависимости от направления смещения оси  $O_1$  вращения диска относительно точки  $O$ .

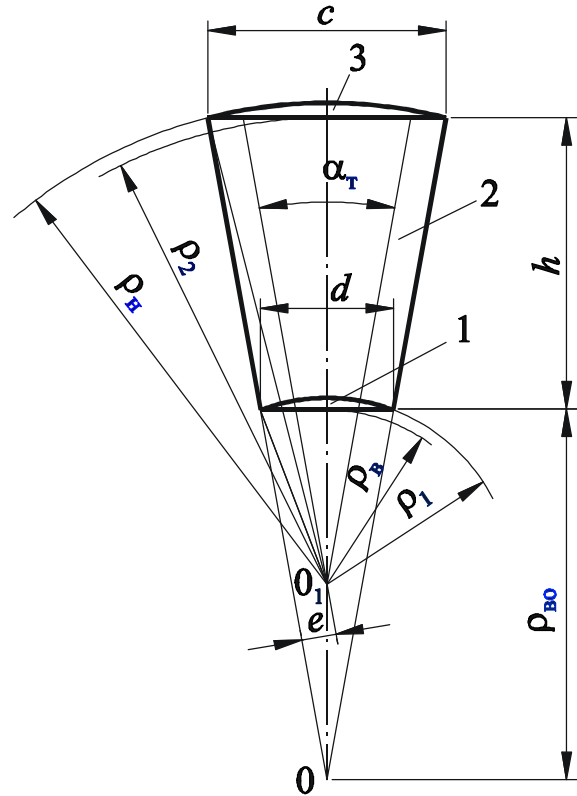


Рисунок 2 – Положение фрикционного элемента при смещении относительно оси вращения диска

Интегралы  $\int \frac{dS}{\rho}$  по площадям  $S_1$  и  $S_3$  определяются с учетом формулы (9). Для площади  $S_{2-3}$ , которая ограничена радиусами  $\rho_1$  и  $\rho_H$ , текущий угол  $\alpha$  связан с текущим радиусом  $\rho$  зависимостью

$$\alpha(\rho) = \alpha_T + 2 \arcsin \frac{e}{\rho}.$$

Тогда

$$\int_{S_{2-3}} \frac{dS}{\rho} = \int_{\rho_1}^{\rho_H} \left( \alpha_T + 2 \arcsin \frac{e}{\rho} \right) d\rho. \quad (14)$$

Методика определения интеграла, содержащего подынтегральное выражение  $\arcsin(e/\rho)d\rho$  аналогична методике определения интеграла с выражением  $\arccos(a/\rho)d\rho$ . Уравнение (14) имеет окончательный вид

$$\int_{s_{2-3}} \frac{dS}{\rho} = 2 \left[ \rho_H \arccos \frac{\rho_2}{\rho_H} - \rho_1 \arccos \frac{\rho_B}{\rho_1} + e \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arcsin \frac{e}{\rho_1} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arcsin \frac{e}{\rho_H} \right)} \right| \right].$$

Уравнение (5) после преобразований с учетом вышеизложенных зависимостей запишется в виде

$$r_3 = \frac{S_{HT}}{2 \left[ \rho_2 \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arccos \frac{\rho_2}{\rho_H} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + e \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arcsin \frac{e}{\rho_1} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arcsin \frac{e}{\rho_H} \right)} \right| - \rho_B \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \arccos \frac{\rho_B}{\rho_1} + \frac{\pi}{4} \right) \right| \right]}$$

или с учетом уравнения (13) и обозначений, принятых на рисунке 2,

$$r_3 = \frac{(c+d)h}{4 \left[ (\rho_B + h) \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\alpha_2 + \pi}{4} \right| + \left( \frac{dh}{c-d} - \rho_B \right) \sin \frac{\alpha_T}{2} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_1 - \alpha_T}{4}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_2 - \alpha_T}{4}} \right| - \rho_B \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\alpha_1 + \pi}{4} \right| \right]}. \quad (15)$$

Для приближенного вычисления эффективного радиуса трения предлагается более простая формула, предполагающая изменение значения  $r_3$ , определенного по формуле (12), на расстояние между осью вращения диска  $O_1$  и точкой пересечения линий боковых сторон трапеции  $O$ :

$$r_3 = \frac{c+d}{4 \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha_T + \pi}{4} \right)} + \left( \rho_B - \frac{dh}{c-d} \right). \quad (16)$$

Результаты расчетов показывают, что абсолютная погрешность при использовании формулы (16) по сравнению с расчетами по формуле (15) для допустимых в эксплуатации отклонений положения накладок в дизель-поездах не превышает 0,6 мм, что соответствует относительной погрешности не более 0,2 %.

**При неравномерном износе накладок**, который обычно вызывается смещением точки приложения силы нажатия от оптимального положения, изменяется эффективный радиус трения. Как показали исследования тормозных накладок дискового тормоза дизель-поездов ДР1А(П), более 80 % фрикционных элементов имеют клиновой износ [3]. Для получения более точных результатов при выполнении тормозных расчетов или исследованиях дисковых тормозов эффективный радиус трения должен быть определен с учетом неравномерности износа.

Закон распределения удельных давлений по площади фрикционного контакта при неравномерном износе в направлении наружной или внутрен-

ней периферии определяется уравнением [4]

$$k_{во} [1 + C_{ky} (\rho \cdot \cos \alpha - \rho_B)] = p(\rho, \alpha) \varphi(\rho, \alpha) \nu(\rho), \quad (17)$$

где  $k_{во}$  – удельная мощность трения точки внутренней периферии накладок, лежащей на оси симметрии;  $C_{ky}$  – коэффициент неравномерности износа по оси симметрии накладок. Имеет знак “плюс” при увеличении износа к наружной периферии, знак “минус” – при увеличении износа к внутренней периферии.

Коэффициент неравномерности износа равен отношению изменения удельной мощности трения на единицу длины оси симметрии накладок к удельной мощности трения в точке, лежащей на внутренней периферии. Накладка с башмаком дискового тормоза дизель-поезда показана на рисунке 3. Ее ось симметрии проходит через центральный паз. Так как величина линейного износа пропорциональна удельной работе (мощности) трения, коэффициент неравномерности износа  $C_{ky}$  на практике можно определить по формуле

$$C_{ky} = \frac{\frac{\delta_2 - 1}{\delta_1}}{(\rho_H - \rho_1) \cos \frac{\alpha_H}{2}} \approx \frac{\frac{\delta_2 - 1}{\delta_1}}{(\rho_H - \rho_1)}, \quad (18)$$

где  $\delta_1, \delta_2$  – линейный износ накладок в точках 1 и 2 соответственно.

В формуле (18) и далее приняты обозначения, показанные на рисунках 1 и 3.

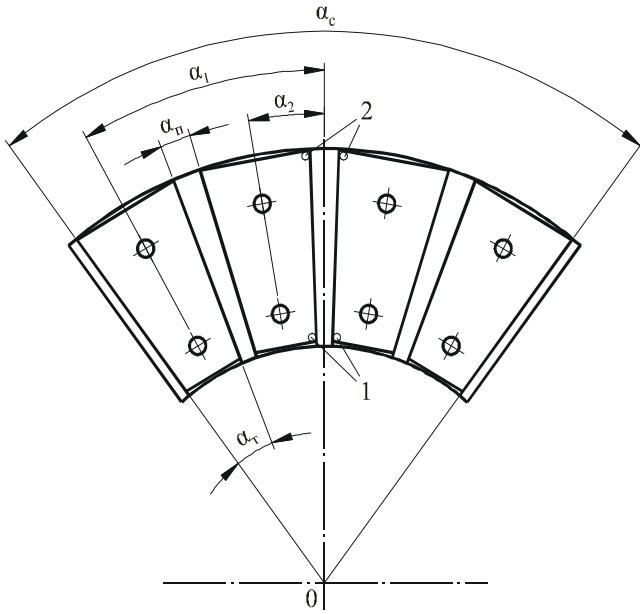


Рисунок 3 – Схема размещения фрикционных элементов

После преобразования формул (2) и (3) с учетом нового закона распределения удельных давлений уравнение (5) приводится к виду

$$r_3 = \frac{S_H + C_{ky} \int_{S_H} \rho \cos \alpha dS - C_{ky} \rho_1 \cos \frac{\alpha_n}{2} S_H}{\int_{S_H} \frac{dS}{\rho} + C_{ky} \int_{S_H} \cos \alpha dS - C_{ky} \rho_1 \cos \frac{\alpha_n}{2} \int_{S_H} \frac{dS}{\rho}} \approx \frac{S_H + C_{ky} \int_{S_H} \rho \cos \alpha dS - C_{ky} \rho_1 S_H}{\int_{S_H} \frac{dS}{\rho} + C_{ky} \int_{S_H} \cos \alpha dS - C_{ky} \rho_1 \int_{S_H} \frac{dS}{\rho}}$$

В связи с расположением оси симметрии накладки на оси симметрии центрального паза расстояние \$\rho\_b\$ в формуле (17) заменяется расстоянием \$\rho\_1 \cos \frac{\alpha\_n}{2}\$.

Накладка состоит из четырех элементов, расположенных симметрично, поэтому можно рассматривать одну ее половину, т. е.

$$r_3 = \frac{2S_{HT} + C_{ky} \sum_{i=1}^2 \int_{S_{HTi}} \rho \cos \alpha dS - 2C_{ky} \rho_1 S_{HT}}{2 \int_{S_{HT}} \frac{dS}{\rho} + C_{ky} \sum_{i=1}^2 \int_{S_{HTi}} \cos \alpha dS - 2C_{ky} \rho_1 \int_{S_{HT}} \frac{dS}{\rho}}. (19)$$

Рассмотрим интеграл, входящий в числитель уравнения (19). Для одного элемента с учетом его деления на 3 фигуры запишем

$$\int \rho \cos \alpha dS = \int_{S_{HTi}} \rho \cos \alpha dS + \int_{S_1} \rho \cos \alpha dS + \int_{S_{2-3}} \rho \cos \alpha dS - \int_{S_3} \rho \cos \alpha dS. (20)$$

Первый интеграл в уравнении (20)

$$\int_{S_1} \rho \cos \alpha dS = \int_{\rho_B}^{\rho_1} \int_{\alpha_i - \arccos \frac{\rho_B}{\rho}}^{\alpha_i + \arccos \frac{\rho_B}{\rho}} \rho^2 \cos \alpha d\rho d\alpha = \int_{\rho_B}^{\rho_1} \left[ \sin \left( \alpha_i + \arccos \frac{\rho_B}{\rho} \right) - \sin \left( \alpha_i - \arccos \frac{\rho_B}{\rho} \right) \right] d\rho, (21)$$

где \$\alpha\_i\$ – угол между осями симметрии накладки в целом и отдельного \$i\$-го элемента.

Производя тригонометрические преобразования в уравнении (21) с учетом зависимости \$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha\$, получим

$$\int_{S_1} \rho \cos \alpha dS = 2 \cos \alpha_i \int_{\rho_B}^{\rho_1} \rho^2 \sin \left( \arccos \frac{\rho_B}{\rho} \right) d\rho = 2 \cos \alpha_i \int_{\rho_B}^{\rho_1} \rho^2 \sin \left( \arcsin \sqrt{1 - \frac{\rho_B^2}{\rho^2}} \right) d\rho = 2 \cos \alpha_i \int_{\rho_B}^{\rho_1} \rho \sqrt{\rho^2 - \rho_B^2} d\rho.$$

Далее производим интегрирование через вспомогательную переменную \$z\$, связанную с \$\rho\$ зависимостью \$\rho^2 - \rho\_B^2 = z\$. Тогда \$2\rho d\rho = dz\$. С учетом произведенных замен получим

$$\int_{S_1} \rho \cos \alpha dS = 2 \cos \alpha_i \int_{\rho_B}^{\rho_1} \frac{1}{2} \sqrt{z} dz = \frac{2}{3} \cos \alpha_i \left[ z(\rho_1)^{3/2} - z(\rho_B)^{3/2} \right] = \frac{2}{3} \cos \alpha_i \sqrt{(\rho_1^2 - \rho_B^2)^3} = \frac{1}{12} \cos \alpha_i d^3.$$

Аналогично для третьего интеграла в формуле (20)

$$\int_{S_3} \rho \cos \alpha dS = \int_{\rho_2}^{\rho_H} \int_{\alpha_i - \arccos \frac{\rho_2}{\rho}}^{\alpha_i + \arccos \frac{\rho_2}{\rho}} \rho^2 \cos \alpha d\rho d\alpha = \frac{1}{12} \cos \alpha_i c^3.$$

Второй интеграл в уравнении (20)

$$\int_{S_{2-3}} \rho \cos \alpha dS = \int_{\rho_1}^{\rho_H} \int_{\alpha_i - \frac{\alpha_r}{2}}^{\alpha_i + \frac{\alpha_r}{2}} \rho^2 \cos \alpha d\rho d\alpha = \frac{2}{3} \sin \frac{\alpha_r}{2} \cos \alpha_i (\rho_H^3 - \rho_1^3). (22)$$

В соответствии с рисунком 1

$$\rho_H = \frac{c}{2 \sin \frac{\alpha_r}{2}}; \rho_1 = \frac{d}{2 \sin \frac{\alpha_r}{2}}; \rho_B = \frac{d}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha_r}{2}} = \frac{hd}{c-d}. (23)$$

После преобразований уравнения (22) с учетом зависимостей (23) получим

$$\int_{S_{2-3}} \rho \cos \alpha dS = \frac{1}{12} \cos \alpha_i \frac{c^3 - d^3}{\sin^2 \frac{\alpha_T}{2}}.$$

Окончательно уравнение (20) после преобразований примет вид

$$\int_{S_{\text{нт}i}} \rho \cos \alpha dS = \frac{1}{12} \cos \alpha_i (c^3 - d^3) \left( \frac{1}{\sin^2 \frac{\alpha_T}{2}} - 1 \right) = \frac{1}{12} \cos \alpha_i (c^3 - d^3) \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha_T}{2}.$$

Первый и третий интегралы в знаменателе уравнения (19) определяются по формуле (11). Второй интеграл

$$\int_{S_{\text{нт}i}} \cos \alpha dS = \int_{S_1} \cos \alpha dS + \int_{S_2} \cos \alpha dS - \int_{S_3} \cos \alpha dS. \quad (24)$$

Для первого интеграла в формуле (24) по аналогии с решением уравнения (21)

$$\begin{aligned} \int_{S_1} \cos \alpha dS &= \int_{\rho_B}^{\rho_1} \int_{\alpha_i - \arccos \frac{\rho_B}{\rho}}^{\alpha_i + \arccos \frac{\rho_B}{\rho}} \rho \cos \alpha d\rho d\alpha = \\ &= 2 \cos \alpha_i \int_{\rho_B}^{\rho_1} \sqrt{\rho^2 - \rho_B^2} d\rho. \end{aligned}$$

Интеграл, содержащий в подынтегральном выражении радикал  $\sqrt{x^2 - a^2}$ , является табличным

$$\begin{aligned} \int_{S_{\text{нт}i}} \cos \alpha dS &= \frac{d^2 - c^2}{4} \cos \alpha_i \left[ \operatorname{csc} \frac{\alpha_T}{2} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha_T}{2} \ln \left( \operatorname{sc} \frac{\alpha_T}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha_T}{2} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{4} \cos \alpha_i \operatorname{csc} \frac{\alpha_T}{2} (c^2 - d^2) = \frac{c^2 - d^2}{4} \cos \alpha_i \left[ \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha_T}{2} \ln \left( \operatorname{sc} \frac{\alpha_T}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha_T}{2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Окончательную формулу для определения эффективного радиуса трения при неравномерном износе накладок в дисковом тормозе дизель-

$$\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln \left( x + \sqrt{x^2 - a^2} \right) + C.$$

После подстановки пределов и преобразований

$$\int_{S_1} \cos \alpha dS = \cos \alpha_i \left( \rho_1 \sqrt{\rho_1^2 - \rho_B^2} - \rho_B^2 \ln \frac{\rho_1 + \sqrt{\rho_1^2 - \rho_B^2}}{\rho_B} \right)$$

или с учетом зависимостей (23), а также  $\sqrt{\rho_1^2 - \rho_B^2} = d/2$

$$\int_{S_1} \cos \alpha dS = \frac{d^2}{4} \cos \alpha_i \left[ \operatorname{csc} \frac{\alpha_T}{2} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha_T}{2} \ln \left( \operatorname{sc} \frac{\alpha_T}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha_T}{2} \right) \right].$$

Аналогично

$$\int_{S_3} \cos \alpha dS = \frac{c^2}{4} \cos \alpha_i \left[ \operatorname{csc} \frac{\alpha_T}{2} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha_T}{2} \ln \left( \operatorname{sc} \frac{\alpha_T}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha_T}{2} \right) \right].$$

Второй интеграл в уравнении (24)

$$\begin{aligned} \int_{S_{2-3}} \cos \alpha dS &= \int_{\rho_1}^{\rho_H} \int_{\alpha_i - \frac{\alpha_T}{2}}^{\alpha_i + \frac{\alpha_T}{2}} \rho \cos \alpha d\rho d\alpha = \\ &= \sin \frac{\alpha_T}{2} \cos \alpha_i (\rho_H^2 - \rho_1^2) \end{aligned}$$

или

$$\int_{S_{2-3}} \cos \alpha dS = \frac{1}{4} \cos \alpha_i \frac{c^2 - d^2}{\sin \frac{\alpha_T}{2}}.$$

Уравнение (24) преобразуется к виду

поезда получаем после преобразований уравнения (19) с учетом полученных выражений для входящих в него интегралов:

$$r_3 = \frac{\left[ 2S_{\text{нт}} + \frac{C_{ky}}{12} (c^3 - d^3) \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha_T}{2} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) - C_{ky} S_{\text{нт}} \frac{d}{\sin \left( \frac{\alpha_T}{2} \right)} \right]}{\left\{ 4h \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha_T + \pi}{2} \right) + \frac{C_{ky}}{4} (c^2 - d^2) \left[ \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha_T}{2} \ln \left( \operatorname{sc} \frac{\alpha_T}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha_T}{2} \right) \right] (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) - 2C_{ky} \frac{dh}{\sin \left( \frac{\alpha_T}{2} \right)} \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha_T + \pi}{2} \right) \right\}}. \quad (25)$$

При несовпадении оси вращения диска с точкой пересечения боковых сторон накладки (точка  $O$  на рисунке 3) в формулу (25) вносится поправка, аналогичная поправке в формуле (16).

Использование предложенной методики расчета эффективного радиуса трения позволит повысить точность определения геометрических и силовых характеристик дискового тормоза при про-

ектировании, точность тормозных расчетов в эксплуатации и получать объективные результаты при исследованиях триботехнических характеристик фрикционных пар трения. Это исключит необходимость внесения изменений в спроектированную тормозную систему по результатам эксплуатации. При использовании одного и того же материала накладок появляется возможность оценки влияния формы накладки на коэффициент трения.

#### Список литературы

1 Галай, Э. И. Анализ методов расчета эффективного радиуса трения в дисковом тормозе / Э. И. Галай, П. К. Рудов // Проблемы безопасности на транспорте: материалы III Меж-

Получено 08.02.2006

**Р. К. Rudov.** The procedure of design of effective radius of friction of a disk brake with overlays trapezoid form.

The procedure of design of effective radius of friction of a disk brake of diesel engines trains produced on the Riga car-building factory. The calculation method of the effective radius of trapezoid shape braking plates of disk brake of diesel train set produced at Riga carriage building plant. The offered method takes into consideration mechanism of braking moment development on the disk and physical nature of friction factor. The principle of it is that effective friction radius is equal to quotient from division of the braking moment acting on the axle by resulting plate friction force received by arithmetic summing up of elementary friction forces. Braking moment and friction forces are determined on the basis of specific pressure distribution on the friction contact area. There were obtained calculation for mules for effective friction radius under even and uneven plate wear. It is shown that the effective friction radius does not depend on tribotechnical characteristics of materials used but is a function of geometric parameter of friction pares friction contact area and under uneven wear – in addition of wear irregularity factor. The use of this method allows to raise the accuracy of disk brake geometrical and power characteristics determination under design, accuracy of brake calculation and obtain objective results under tribotechnical characteristics investigation of friction couples.

дународ. науч.-практ. конф. / Белорус. гос. ун-т трансп.; под общ. ред. В. И. Сенько. – Гомель, 2005. – С. 64–66.

2 Галай, Э. И. Оптимальное распределение удельных давлений по площади фрикционной накладки дискового тормоза / Э. И. Галай // Износостойкость машин: тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. В 2 ч. – Брянск, 1991. – Ч. 1. – С. 65–66.

3 Галай, Э. И. Исследование износа фрикционных накладок дискового тормоза дизель-поезда ДР1 / Э. И. Галай, П. К. Рудов // Совершенствование конструкции и технологии изготовления вагонов: межвуз. сб. науч. тр. / Белорус. гос. ун-т трансп.; под ред. Н.М. Ершовой. – Гомель, 1994. – С. 49–54.

4 Рудов, П. К. Исследование неравномерного износа накладок дискового тормоза / П. К. Рудов // Трибофатика: пр. 4-го Міжнародного симпозиуму з трибофатики (ISTF 4), 23-27 вересня 2002 р., Тернопіль (Україна) В 2 ч. / Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя; відп. ред. В. Т. Трошенко. – Тернопіль., 2002. – Т. 2. – С. 772–776.

---

Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2006. № 1-2(12-13)

---

УДК. 629.4.027.2

М. И. ПАСТУХОВ, научный сотрудник; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

## РАЦИОНАЛЬНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛИТЫХ ДЕТАЛЕЙ ТЕЛЕЖЕК ГРУЗОВЫХ ВАГОНОВ

Приведены результаты исследования по оценке остаточного ресурса литых деталей тележек грузовых вагонов второго поколения, выполненных из конструкционно-легированной стали 20Г1Фл. Показано, что в режиме нормальной эксплуатации вагонов (вне экстремального нагружения) несущая способность литых деталей достаточна для обеспечения безопасной их работы сверх назначенного срока службы. Однако в экстремальных условиях при роспуске вагонов через сортировочную горку, когда продольные инерционные силы достигают предельного значения, а также при большом износе трущихся пар бруса – чельность рамы и перекосе колесных пар напряжения в боковых рамах могут превышать допускаемые значения. Вместе с тем детали второго поколения из стали 20Г1ФЛ обладают на 20 % большей сопротивляемостью усталости и в 2 раза большей долговечностью по сравнению со сталью 20Л первого поколения литых деталей. По результатам выполненных исследований предложено срок службы литых деталей устанавливать дифференцированно в зависимости от механических и усталостных характеристик материала и их конструктивных особенностей. Для деталей первого поколения срок службы литых деталей сверх назначенного может быть установлен 6 лет, а для деталей второго поколения – 15 лет.

На Белорусской железной дороге имеется три поколения литых деталей (боковых рам и надрессорных балок) тележек грузовых вагонов, отличающихся конструкцией и материалом. Боковые рамы первого поколения (тележек ЦНИИ-ХЗ) спроектированы по черт. 61.01.108-9 (рамы), а надрессорные балки – по черт. 61.01.102-4. Детали эти отливались из углеродистой стали 20Л по ГОСТ 977 с характеристиками: временное сопротивление  $\sigma_{\text{в}} = 412$  МПа, предел текучести

$\sigma_{\text{т}} = 216$  МПа, относительное удлинение  $\delta = 22$  %, предел выносливости  $\sigma_{-1} = 165$  МПа. Пределы выносливости деталей по амплитудной нагрузке в состоянии поставки при вероятности неразрушения 0,95 –  $(P_{\text{aN}})_{0,95} = 100$  кН (рамы) и  $(P_{\text{aN}})_{0,95} = 105$  кН (надрессорных балок), а после 30 лет эксплуатации соответственно  $(P_{\text{aN}})_{0,95} = 128,1$  кН и  $(P_{\text{aN}})_{0,95} = 162,2$  кН. Остаточный срок службы их, установленный по результатам натурных испытаний деталей, равен 27 годам (рам) и 12,9 лет (над-